– Maths à la carte –

ABDELKADER HAMMAMI

Activités algébriques

1re année secondaire · Pr Abdelkader Hammami

Le cours

CE QU'IL DIT EN ACCUEILLANT

3aslema ! Lyoum : les activités algébriques. Développer w factoriser houma deux tor9at fi nafs el route, amma koll une fi ittijeh. Développer y7awwel un produit l une somme, w factoriser ya3mel el 3aks. W fel e5er bech tefhem 3lech n7ebbou la forme factorisée.

عسلامة ! ليوم : les activités algébriques. développer w factoriser هوما deux طرقات في نفس الروتة، أمّا كلّ واحدة في اتّجاه. développer يحوّل un produit لـ une somme، w factoriser يعمل العكس. w في الآخر باش تفهم علاش نحبّو la forme factorisée.

Bonjour ! Aujourd'hui : les activités algébriques. Développer et factoriser, ce sont deux chemins sur la même route, mais dans deux sens opposés. Développer transforme un produit en somme, factoriser fait l'inverse. Et à la fin, tu comprendras pourquoi on tient tant à la forme factorisée.

Le chapitre s'ouvre sur les **expressions littérales** : écrire avec une lettre ce qu'un énoncé raconte avec des mots, puis calculer sa valeur numérique quand on donne la lettre.

Vient ensuite le cœur du chapitre : développer et factoriser, **deux chemins opposés sur la même route**. Développer transforme un produit en somme ; factoriser transforme une somme en produit.

On développe pour comparer ou pour réduire — c'est ainsi qu'on décide si deux expressions sont égales pour tout réel. On factorise pour **résoudre** : une équation ne se résout facilement que sous forme de produit. C'est toute l'utilité du chapitre, et c'est ce que fait la dernière section.

OBJECTIFS ANNONCÉS

CE QU'IL DIT EN LES ANNONÇANT

Fi e5er el chapitre hedha, bech tkoun ta3ref :

في آخر الـ chapitre هذا ، باش تكون تعرف :

À la fin de ce chapitre, tu sauras :

- Traduire un programme de calcul en expression littérale, et calculer sa valeur numérique

> Traduire un programme de calcul en expression littérale, et calculer sa valeur numérique.

> *Traduire un programme de calcul en expression littérale, et calculer sa valeur numérique.*

- Développer et réduire une expression avec la simple et la double distributivité
  > Développer et réduire une expression avec la simple et la double distributivité.
  > *Développer et réduire une expression avec la simple et la double distributivité.*
- Reconnaître et appliquer les identités remarquables : les carrés et les cubes
  > Reconnaître et appliquer les identités remarquables : les carrés et les cubes.
  > *Reconnaître et appliquer les identités remarquables : les carrés et les cubes.*
- Factoriser en mettant en évidence un facteur commun, même caché
  > Factoriser en mettant en évidence un facteur commun, même caché.
  > *Factoriser en mettant en évidence un facteur commun, même caché.*
- Factoriser à l'aide d'une identité, y compris une somme ou une différence de cubes
  > Factoriser à l'aide d'une identité, y compris une somme ou une différence de cubes.
  > *Factoriser à l'aide d'une identité, y compris une somme ou une différence de cubes.*
- Calculer de tête en reconnaissant une identité remarquable
  > Calculer de tête en reconnaissant une identité remarquable.
  > *Calculer de tête en reconnaissant une identité remarquable.*
- Distinguer deux expressions égales pour tout réel de deux expressions qui coïncident en quelques points
  > Distinguer deux expressions égales pour tout réel de deux expressions qui coïncident seulement en quelques points.
  > *Distinguer deux expressions égales pour tout réel de deux expressions qui coïncident seulement en quelques points.*
- Résoudre une équation produit nul
  > Résoudre une équation produit nul.
  > *Résoudre une équation produit nul.*

---

1. ACTIVITÉ

Un programme de calcul devient une expression

CE QU'IL DIT

Netarjmou le programme ligne par ligne, bla ma nréduire. Multiplier par 11 : ya3ti 11 b. Nzidou 4. Men ba3d nmultiplier el koll par 9, ma3neha parenthèse. W el ligne el akhira tna99es le double du carré mte3 le nombre de départ, ma3neha 2 b au carré, mechi mte3 le dernier résultat. Hedha houwa el piège.

نترجمو le programme ligne par ligne ، بلا ما نـ réduire . multiplier par 11 : يعطي 11 b . نزيدو 4 . من بعد نـ multiplier الكل par 9 ، معناها parenthèse . w الاخيرة تنقّص الـ ligne le double du carré متاع le nombre de départ ، معناها 2 b au carré ، ماشي متاع le dernier résultat . هذا هو الـ piège .

On traduit le programme ligne par ligne, sans réduire. Multiplier par 11 donne 11 b. On ajoute 4. Ensuite on multiplie le tout par 9, donc il faut une parenthèse. Et la dernière ligne retranche le double du carré du

nombre de départ, donc 2 b au carré, pas celui du dernier résultat. C'est là qu'est le piège.

On choisit un entier b inférieur à 30, puis on lui applique ce programme :

> 1. multiplier par 11 ; 2. ajouter 4 au résultat ; 3. multiplier le dernier résultat par 9 ; 4. retrancher le double du carré du nombre de départ.

1. Applique le programme à $b = 2$, étape par étape.
2. Écris l'expression du nombre obtenu, en fonction de b.
3. Que vaut le résultat final pour $b = -1$? pour $b = 17$? pour $b = 0$?

La question 3 est la vraie leçon : une fois l'expression écrite, **on ne refait plus le programme**. On remplace la lettre, et c'est tout.

1. MULTIPLIER PAR 11
$11b$

2. AJOUTER 4
$11b + 4$

3. MULTIPLIER LE RÉSULTAT PAR 9
$9(11b + 4)$

4. RETRANCHER LE DOUBLE DU CARRÉ DE B
$9(11b + 4) - 2b^2$

EXEMPLE TRAITÉ

Réduire l'expression obtenue, puis calculer sa valeur pour $b = 0$.

On réduit —

$99b + 36 - 2b^2$

Pour $b = 0$, les deux termes en b disparaissent.

$99 \times 0 + 36 - 2 \times 0^2 = 36$

$-2b^2 + 99b + 36$

À ne pas faire : $11b + 4 \times 9$ — $9(11b + 4)$. La consigne multiplie **le résultat obtenu**, donc tout ce qui précède. Sans la parenthèse, le 9 ne multiplie plus que le 4.

À ne pas faire : $9(11b + 4) - 2(11b + 4)^2$ — $9(11b + 4) - 2b^2$. « Le carré du nombre de départ » renvoie à b, pas au dernier résultat. Relis toujours à quel nombre la dernière ligne se réfère.

2. DÉFINITION

Expression littérale, valeur numérique

CE QU'IL DIT

Une expression littérale hiya écriture fiha des nombres w des lettres, marboutin b des opérations. Mathalan : A de x égale 3 x au carré moins 2. La valeur numérique mte3ha pour x égale 2 : tbaddel x b 2, w ta7seb. A de 2 égale 3 fois 2 au carré moins 2, ya3ni 10. W tfakker : nafs l'expression tnajjem tetkteb b barcha formes, w el forme elli t5tarha 3omrha ma hiya neutre.

مثلا : A هي une expression littérale فيها écriture des nombres w des lettres، مربوطين بـ des opérations. A de x égale 3 x au carré moins 2. la valeur numérique متاعها de x égale 2 : pour x égale 2 تبدّل x بـ 2، w تحسب A de 2. égale 3 fois 2 au carré moins 2، يعني 10. w تفكّر : نفس l'expression تنجّم تتكتب بـ برشا formes، w forme الـ الّي تختارها عمرها ما هي neutre.

Une expression littérale, c'est une écriture qui mêle des nombres et des lettres, reliés par des opérations. Par exemple : A de x égale 3 x au carré moins 2. Sa valeur numérique pour x égale 2 : on remplace x par 2, puis on calcule. A de 2 égale 3 fois 2 au carré moins 2, donc 10. Et retiens : une même expression peut s'écrire sous plusieurs formes, et la forme choisie n'est jamais neutre.

Une **expression littérale** est une écriture qui mêle des nombres et une ou plusieurs lettres, reliées par des opérations.

La **valeur numérique** de cette expression, pour une valeur donnée de la lettre, s'obtient en remplaçant la lettre par cette valeur, puis en calculant.

Deux conséquences à garder en tête pour tout le chapitre :

- une même quantité s'écrit de plusieurs façons — $9(11b+4)-2b^2$ et $-2b^2+99b+36$ sont la **même** expression sous deux formes ;
- la forme choisie n'est jamais neutre : l'une se calcule plus vite, l'autre se factorise plus facilement. C'est tout l'objet des sections qui suivent.

UNE EXPRESSION LITTÉRALE

$$A(x)=3x^2-2$$

SA VALEUR NUMÉRIQUE EN 2

$$A(2)=3\times 2^2-2=10$$

À ne pas faire : $A(-1)=3\times -1^2-2=-5$ — $A(-1)=3\times(-1)^2-2=1$. En remplaçant une lettre par un nombre négatif, on l'entoure de parenthèses. Sans elles, le carré ne porte plus que sur le 1.

3. ACTIVITÉ

Le carré d'une somme, sur un exemple

CE QU'IL DIT

Nabdaw b une activité, w hiya tjaweb 3ala aghla so2al fel 3am : 3lech (a plus b) au carré mouch a au carré plus b au carré ? 5oudh a égale 3 w b égale 4, a7seb les deux, w chouf el far9 binethom. 9aren el far9 hedheka b 2 a b.

نبداو بـ une activité، w هي تجاوب على أغلى سؤال في العام : علاش (a plus b) au carré موش a au carré plus b au carré ؟ خذ a égale 3 w b égale 4، أحسب les deux، w شوف الفرق بيناتهم. قارن الفرق هاذاكة بـ 2 a b.

On commence par une activité, et elle répond à la question la plus coûteuse de l'année : pourquoi (a plus b) au carré n'est-il pas a au carré plus b au carré ? Prends a égale 3 et b égale 4, calcule les deux, et regarde l'écart. Compare cet écart à 2 a b.

1. Prends $a = 3$ et $b = 4$. Calcule d'une part $(a + b)^2$, d'autre part $a^2 + b^2$. Les deux résultats sont-ils égaux ?
2. Calcule l'écart entre les deux. Compare-le au nombre $2ab$.
3. Recommence avec $a = 5$ et $b = 2$. L'écart est-il encore égal à $2ab$?

Cette activité répond à la question la plus coûteuse de l'année : pourquoi $(a + b)^2$ n'est-il pas $a^2 + b^2$, et **que manque-t-il exactement**.

EXEMPLE TRAITÉ

Ce que donnent les deux essais.

Premier essai — Avec $a = 3$ et $b = 4$.

$(3 + 4)^2 = 7^2 = 49 \quad ; \quad 3^2 + 4^2 = 9 + 16 = 25$

L'écart vaut 24. Or le double produit vaut lui aussi 24.

$49 - 25 = 24 \quad ; \quad 2 \times 3 \times 4 = 24$

Second essai — Avec $a = 5$ et $b = 2$: l'écart est encore le double produit.

$49 - 29 = 20 \quad ; \quad 2 \times 5 \times 2 = 20$

$$(a + b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$$

À ne pas faire : $(a + b)^2 = a^2 + b^2$ — $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$. Deux essais numériques suffisent à le voir, et le terme manquant est toujours le même : $2ab$.

4. MÉTHODE

Développer

CE QU'IL DIT

Développer ma3neha t7awwel un produit l une somme. 3andna deux adawet berk : la distributivité simple et la double distributivité. Amma le vrai danger houwa le signe : ki yji un moins 9oddem une parenthèse, ybaddel le signe mte3 el termes el koll, mouch mte3 le premier berk.

développer معناها تحوّل un produit لـ une somme. عندنا deux أدوات برك : la distributivité simple et la double distributivité. أمّا le vrai danger هو le signe : كي يجي un moins قدّام une parenthèse، يبدّل le signe

متاع الـ termes الكلّ، موش متاع le premier برك.

Développer, c'est transformer un produit en somme. On a deux outils seulement : la distributivité simple, et la double distributivité. Le vrai danger, c'est le signe : quand un moins précède une parenthèse, il change le signe de tous les termes, pas seulement du premier.

Développer, c'est **transformer un produit en somme**. Deux outils, et deux seulement :

- la distributivité simple : $k(a+b) = ka + kb$;
- la double distributivité : chaque terme de la première parenthèse multiplie chaque terme de la seconde.

Le seul vrai danger est le **signe**. Quand un moins précède une parenthèse, il change le signe de **tous** les termes qu'elle contient, pas seulement du premier.

SIMPLE

$$k(a+b) = ka + kb$$

DOUBLE

$$(a+b)(c+d) = ac + ad + bc + bd$$

EXEMPLE TRAITÉ

Développer et réduire $A = (2x-3)(x+5)$.

Quatre produits — Chaque terme de gauche multiplie chaque terme de droite.

$$A = 2x \times x + 2x \times 5 + (-3) \times x + (-3) \times 5$$

$$A = 2x^2 + 10x - 3x - 15$$

Réduire — On regroupe les termes en x.

$$A = 2x^2 + 7x - 15$$

$$\boxed{A = 2x^2 + 7x - 15}$$

À ne pas faire : $5 - (x+1) = 5 - x + 1$ — $5 - (x+1) = 5 - x - 1$. Le signe moins s'applique à toute la parenthèse. Le $+1$ devient -1.

---

5. PROPRIÉTÉ

Les identités remarquables — les carrés

CE QU'IL DIT

3andna trois identités remarquables mte3 les carrés. a plus b, le tout au carré, égale a au carré plus 2 a b plus b au carré. a moins b, le tout au carré, égale a au carré moins 2 a b plus b au carré. W a moins b, fois a plus b, égale a au carré moins b au carré. Yet9raw fel zouz ittijehet : bech tdévelopper w bech

tfactoriser. W rodd belek 3ala le double produit : a plus b, le tout au carré, mahouch a au carré plus b au carré. Jarrabha b 3 w 4 : 49 mahouch 25.

عندنا trois identités remarquables متاع les carrés. a plus b، le tout au carré، égale a au carré plus 2 a b plus b au carré. a moins b، le tout au carré، égale a au carré moins 2 a b plus b au carré. w a moins b، fois a plus b، égale a au carré moins b au carré. يتقراو في الزوز اتّجاهات : باش تـ développer w باش تـ factoriser. w رد بالك على le double produit : a plus b، le tout au carré ماهوش، a au carré plus b au carré. جرّبها ب 3 و 4 : 49 ماهوش 25.

Voici les trois identités remarquables des carrés. a plus b, le tout au carré, égale a au carré plus 2 a b plus b au carré. a moins b, le tout au carré, égale a au carré moins 2 a b plus b au carré. Et a moins b, fois a plus b, égale a au carré moins b au carré. Elles se lisent dans les deux sens : pour développer, et pour factoriser. Attention au double produit : a plus b, le tout au carré, n'est pas a au carré plus b au carré. Essaie avec 3 et 4 : 49, ce n'est pas 25.

Il y en a **sept** au total. Voici les trois qui portent sur les carrés ; les quatre autres, celles des cubes, suivent dans les deux sections d'après.

Toutes se lisent **dans les deux sens** : de gauche à droite pour développer, de droite à gauche pour factoriser.

La faute la plus répandue de toute l'année est d'écrire $(a+b)^2 = a^2 + b^2$. Vérifie-la une fois avec $a = 3$ et $b = 4$: $(3+4)^2 = 49$, alors que $3^2 + 4^2 = 25$. Le terme manquant, $2ab = 24$, s'appelle le **double produit**. C'est lui qu'on oublie.

CARRÉ D'UNE SOMME

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

CARRÉ D'UNE DIFFÉRENCE

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

DIFFÉRENCE DE CARRÉS

$$(a-b)(a+b) = a^2 - b^2$$

DÉMONSTRATION

On développe par double distributivité :

$$(a+b)^2 = (a+b)(a+b) = a \times a + a \times b + b \times a + b \times b$$

Les deux produits du milieu sont égaux, car la multiplication est commutative : $ab + ba = 2ab$. D'où

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

La deuxième identité s'obtient en remplaçant b par $-b$ dans la première. Pour la troisième, on développe $(a-b)(a+b) = a^2 + ab - ba - b^2$, où les deux produits croisés se compensent.

EXEMPLE TRAITÉ

Développer $B = (3x-2)^2$.

Repérer a et b — Ici $a = 3x$ et $b = 2$.

$(3x - 2)^2 = (3x)^2 - 2 \times 3x \times 2 + 2^2$

On calcule chaque morceau. Attention : $(3x)^2 = 9x^2$, le 3 est aussi au carré.

$(3x)^2 = 9x^2 \quad ; \quad 2 \times 3x \times 2 = 12x \quad ; \quad 2^2 = 4$

$$B = 9x^2 - 12x + 4$$

À ne pas faire : $(a + b)^2 = a^2 + b^2$ — $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$. Il manque le double produit. Avec $a = 3$ et $b = 4$: $49 \neq 25$.

À ne pas faire : $(3x)^2 = 3x^2$ — $(3x)^2 = 9x^2$. Le carré porte sur tout le produit, donc aussi sur le coefficient.

---

6. PROPRIÉTÉ

Le cube d'une somme, le cube d'une différence

CE QU'IL DIT

Le cube mte3 une somme : 4 termes. Les coefficients 1, 3, 3, 1. A yohbot men 3 lel 0, w b yotla3. W ken a moins b, les signes yetbadlou. Ma t9oulech ken a cube plus b cube, hedha faux : jarrabha b 1 w 1, tel9a 8 mahouch 2.

a كان w يطلع. w b ، 0 لـ 3 من يهبط une somme : 4 termes . les coefficients 1 ، 3 ، 3 ، 1 . a متاع le cube
2. ماهوش 8 تلقى ، 1 و ب جرّبها : faux هذا ، a cube plus b cube كان تقولش ما. يتبادلو moins b ، les signes

Le cube d'une somme a quatre termes. Les coefficients sont 1, 3, 3, 1. L'exposant de a descend de 3 à 0 pendant que celui de b monte. Et pour a moins b, les signes alternent. Ne dis pas seulement a cube plus b cube, c'est faux : essaie avec 1 et 1, tu trouves 8 et non 2.

On les énonce à côté des carrés, et pour la même raison : ce sont des développements qu'on doit reconnaître sans les recalculer.

La structure se retient mieux qu'elle ne s'apprend : **quatre termes**, l'exposant de a descend de 3 à 0 pendant que celui de b monte, et les coefficients sont $1, 3, 3, 1$. Pour la différence, les signes alternent.

CUBE D'UNE SOMME

$$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

CUBE D'UNE DIFFÉRENCE

$$(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$

DÉMONSTRATION

On écrit le cube comme le produit du carré par le facteur restant :

$$(a + b)^3 = (a + b)(a + b)^2 = (a + b)\,(a^2 + 2ab + b^2).$$

On développe par distributivité :

$$= a^3 + 2a^2b + ab^2 + a^2b + 2ab^2 + b^3.$$

On regroupe les termes semblables : $2a^2b + a^2b = 3a^2b$ et $ab^2 + 2ab^2 = 3ab^2$, ce qui donne le résultat.

La seconde identité s'obtient en remplaçant b par $-b$ dans la première : les termes où b a un exposant impair changent de signe, les autres non.

EXEMPLE TRAITÉ

Développer et réduire $A = (x+2)^3$.

Repérer a et b — Ici $a = x$ et $b = 2$.
$(x+2)^3 = x^3 + 3x^2 \times 2 + 3x \times 2^2 + 2^3$

On calcule chaque coefficient. Attention au troisième terme : c'est $2^2 = 4$ qui est multiplié par $3x$, donc $12x$.
$3x^2 \times 2 = 6x^2 \quad ; \quad 3x \times 4 = 12x \quad ; \quad 2^3 = 8$

$$A = x^3 + 6x^2 + 12x + 8$$

À ne pas faire : $(a+b)^3 = a^3 + b^3$ — $(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$. Vérifie avec $a = 1$ et $b = 1$: $(1+1)^3 = 8$, alors que $1 + 1 = 2$. Les deux termes du milieu manquent.

À ne pas faire : $(a+b)^3 = a^3 + 3ab + b^3$ — $a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$. Chaque terme du développement est de degré 3. Un terme en ab serait de degré 2 : c'est le signe qu'il manque un facteur.

---

7. PROPRIÉTÉ

Somme et différence de deux cubes

CE QU'IL DIT

Hedhouma ne9rawhom men el imin lel chmel : outils mte3 factorisation. Le premier facteur nafs le signe mte3 l'énoncé. Le deuxième facteur : le signe mte3 el west bel ma9loub, w mahouch double. A b, mechi 2 a b. W rodd belek : la somme de deux cubes tetfactoriser, 3aks la somme de deux carrés.

هاذوما نقراوهم من اليمين للشمال : outils متاع factorisation . le premier facteur نفس le signe متاع l'énoncé . le deuxième facteur : le signe متاع الوسط بالمقلوب ، w ماهوش double . a b ، ماشي 2 a b . w رد بالك : la somme de deux cubes تتـ factoriser ، عكس la somme de deux carrés .

Celles-là se lisent de droite à gauche : ce sont des outils de factorisation. Le premier facteur porte le même signe que l'énoncé. Dans le second, le signe du milieu est l'opposé, et il n'est pas doublé : c'est a b, pas 2 a b. Et attention : la somme de deux cubes se factorise, contrairement à la somme de deux carrés.

Celles-là se lisent surtout **de droite à gauche** : ce sont des outils de factorisation. Une différence de deux cubes se factorise, et — contrairement aux carrés — **une somme de deux cubes se factorise**

aussi.

Deux détails de signe font toute la difficulté :

- le premier facteur porte le **même** signe que l'énoncé : $a - b$ pour $a^3 - b^3$, $a + b$ pour $a^3 + b^3$;
- dans le second facteur, le terme du milieu porte le signe **opposé**, et il n'est **pas** doublé. C'est ab, jamais $2ab$.

DIFFÉRENCE DE CUBES

$$a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$$

SOMME DE CUBES

$$a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$$

DÉMONSTRATION

On développe le membre de droite :

$$(a - b)(a^2 + ab + b^2) = a^3 + a^2b + ab^2 - a^2b - ab^2 - b^3.$$

Les termes a^2b et ab^2 apparaissent chacun deux fois, avec des signes opposés : ils se compensent. Il ne reste que $a^3 - b^3$.

C'est exactement ce mécanisme qui impose les signes de l'énoncé : si le terme du milieu était doublé, la compensation ne se ferait plus.

EXEMPLE TRAITÉ

Factoriser $B = x^3 - 8$.

Reconnaître deux cubes — x^3 est un cube, et $8 = 2^3$ en est un aussi. Donc $a = x$ et $b = 2$.

$B = x^3 - 2^3$

On applique l'identité. Le premier facteur garde le moins ; le second a un plus au milieu, sans facteur 2.

$B = (x - 2)(x^2 + x \times 2 + 2^2)$

$$B = (x - 2)(x^2 + 2x + 4)$$

À ne pas faire : $a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 - 2ab + b^2)$ — $a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$. Confusion avec le carré d'une différence. Ici le terme du milieu n'est pas doublé, et son signe est l'opposé de celui du premier facteur.

À ne pas faire : $a^3 + b^3$ ne se factorise pas — $a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$. La règle « seule la différence se factorise » vaut pour les **carrés**. Pour les cubes, la somme se factorise aussi.

8. MÉTHODE

Factoriser par un facteur commun

CE QU'IL DIT

Factoriser houwa el 3aks : t7awwel une somme l un produit. W le premier réflexe dima nafsou : lawwej 3ala elli yet3awed fel termes el koll. Le facteur commun ynajjem ykoun un nombre, une lettre, walla une parenthèse kemla — w hedhi hiya elli ma tetchefch. W ki un terme ykoun houwa rou7ou le facteur commun, ma ytayyarch : y5alli 1 wrah.

factoriser هو العكس : تحوّل une somme لـ le premier réflexe ديما نفسو : لوّج على الّي يتعاود un produit. w le facteur commun ينجّم يكون un nombre، une lettre ولّا une parenthèse كاملة — w في الـ termes الكلّ. le facteur commun يكون هو رواحو un terme كي w هاذي هي الّي ما تتشافش، ما يطيّرش : يخلّي 1 وراه.

Factoriser, c'est l'inverse : transformer une somme en produit. Le premier réflexe est toujours le même : chercher ce qui se répète dans tous les termes. Le facteur commun peut être un nombre, une lettre, ou une parenthèse entière — et c'est ce dernier cas qui se voit le moins. Quand un terme est exactement le facteur commun, il ne disparaît pas : il laisse un 1 derrière lui.

Factoriser, c'est **transformer une somme en produit**. Le premier réflexe est toujours le même : chercher ce qui se répète dans tous les termes.

Ce facteur commun peut être un nombre, une lettre, ou **une parenthèse entière**. C'est ce dernier cas qui se voit le moins, et c'est le plus fréquent dans les exercices.

Quand un terme est exactement le facteur commun, il ne disparaît pas : il laisse un 1 derrière lui.

LE PRINCIPE

$$ka + kb = k(a + b)$$

LE 1 QUI RESTE

$$x^2 + x = x(x + 1)$$

EXEMPLE TRAITÉ

Factoriser $D = (x - 1)(x + 3) + (x - 1)(2x)$.

Repérer — La parenthèse $(x - 1)$ est présente dans les deux termes.

$$D = (x - 1)\big[(x + 3) + 2x\big]$$

Réduire le crochet —

$$(x + 3) + 2x = 3x + 3$$

On peut encore factoriser par 3.

$$D = (x - 1) \times 3(x + 1)$$

$$\boxed{D = 3(x - 1)(x + 1)}$$

À ne pas faire : $x^2 + x = x(x)$ — $x^2 + x = x(x + 1)$. Le second terme vaut $x \times 1$: quand on sort le x, le 1 reste.

9. MÉTHODE

Factoriser avec une identité

CE QU'IL DIT

Ki ma thammech facteur commun, nbassou fi la forme. Deux termes, une soustraction, w deux carrés : hedhi une différence de carrés. Trois termes, menhom deux carrés : hedhi un carré d'une somme walla d'une différence, b chart elli fel west ykoun le double produit. W rodd belek : a au carré plus b au carré ne se factorise pas dans $\mathbb{R}$. Ken la différence berk.

هاذي : la forme. deux termes، une soustraction، w deux carrés في نبصّو ،facteur commun كي ما ثمّاش
d'une ولّا un carré d'une somme هاذي : deux carrés منهم ،une différence de carrés. trois termes
a au carré plus b au carré ne se : رد بالك le double produit. w بشرط الّي في الوسط يكون ،différence
برك. la différence كان .factorise pas dans $\mathbb{R}$

Quand il n'y a pas de facteur commun, on regarde la forme. Deux termes, une soustraction, deux carrés : c'est une différence de carrés. Trois termes dont deux carrés : c'est un carré d'une somme ou d'une différence, à condition que le terme du milieu soit bien le double produit. Et attention : a au carré plus b au carré ne se factorise pas dans $\mathbb{R}$. Seule la différence se factorise.

Quand il n'y a pas de facteur commun, on regarde la **forme** de l'expression :

- deux termes, une soustraction, deux carrés → différence de carrés ;
- trois termes dont deux carrés → carré d'une somme ou d'une différence, à condition que le terme du milieu soit bien le double produit.

Un point à retenir : une **somme** de deux carrés, $a^2 + b^2$, ne se factorise pas dans $\mathbb{R}$. Seule la différence se factorise.

DIFFÉRENCE

$$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$$

TROIS TERMES

$$a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$$

TROIS TERMES

$$a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$$

EXEMPLE TRAITÉ

Factoriser $C = 9x^2 - 25$, puis $E = x^2 + 6x + 9$.

Reconnaître — $9x^2$ et 25 sont deux carrés, séparés par un moins.

$9x^2 = (3x)^2 \quad ; \quad 25 = 5^2$

$C = (3x - 5)(3x + 5)$

Trois termes — x^2 et $9 = 3^2$ sont les carrés ; on vérifie le double produit : $2 \times x \times 3 = 6x$. C'est bien lui.

$$E = x^2 + 2 \times x \times 3 + 3^2$$
$$E = (x+3)^2$$

À ne pas faire : $x^2 + 4 = (x-2)(x+2)$ — $x^2 + 4$ ne se factorise pas. Seule la **différence** de deux carrés se factorise. $(x-2)(x+2)$ vaut $x^2 - 4$.

---

10. MÉTHODE

Calculer de tête avec une identité

CE QU'IL DIT

Ki tchouf nombre 9rib men 100, ektebh 100 plus walla 100 moins. 101 au carré : 10 000 plus 200 plus 1. W 102 au carré moins 98 au carré : ma tehsebch les deux carrés, esta3mel la différence de carrés : 4 fois 200.

moins . 101 au carré : 10 000 plus 200 plus 1 . w 100 ولّا plus 100 إكتبه ، 100 قريب من nombre كي تشوف . la différence de carrés : 4 fois 200 إستعمل ، les deux carrés ما تحسبش : 102 au carré moins 98 au carré

Quand tu vois un nombre proche de 100, écris-le 100 plus ou 100 moins quelque chose. 101 au carré, c'est 10 000 plus 200 plus 1. Et pour 102 au carré moins 98 au carré, ne calcule pas les deux carrés : utilise la différence de carrés, 4 fois 200.

Une identité ne sert pas qu'à manipuler des lettres : elle remplace un calcul pénible par deux calculs faciles.

Le réflexe : devant un nombre proche d'une puissance de 10, **écris-le sous la forme $100 \pm$ quelque chose**, puis applique l'identité.

EXEMPLE TRAITÉ

Calculer de tête 101^2, puis 99^2, puis $102^2 - 98^2$.

Carré d'une somme — $101 = 100 + 1$.

$$101^2 = 100^2 + 2 \times 100 \times 1 + 1^2 = 10\,000 + 200 + 1 = 10\,201$$

Carré d'une différence — $99 = 100 - 1$.

$$99^2 = 10\,000 - 200 + 1 = 9\,801$$

Différence de carrés — Ne calcule surtout pas les deux carrés. La forme $a^2 - b^2$ se factorise, et les deux facteurs sont ronds.

$$102^2 - 98^2 = (102 - 98)(102 + 98) = 4 \times 200$$

$$\boxed{102^2 - 98^2 = 800}$$

À ne pas faire : $102^2 - 98^2 = 10\,404 - 9\,604$ — $102^2 - 98^2 = 4 \times 200$. Le résultat est le même, mais le premier chemin demande deux carrés à quatre chiffres. L'identité n'est pas là pour faire savant : elle est là pour aller plus vite.

11. PROPRIÉTÉ

Égales partout, ou égales seulement quelque part

CE QU'IL DIT

Rodd belek 3as so2al : pour tout réel walla pour certaines valeurs ? Ken bech tmontrer l'égalité pour tout réel, lezmek tdévelopper w tréduire ezzouz w tcomparer les formes. Les valeurs ma tprouvent chay. Ama ken bech t9oul mahoumech égales, contre-exemple wahed yekfi.

رد بالك عالسؤال : pour tout réel ولّا pour certaines valeurs ؟ كان باش تـ montrer l'égalité pour tout réel ، لازمك تـ développer w تـ réduire les valeurs w تـ comparer les formes . ما تـ prouvent شي. أما كان باش تقول ماهومش contre-exemple ، égales واحد يكفي.

Fais attention à la question : pour tout réel, ou pour certaines valeurs ? Si tu dois montrer l'égalité pour tout réel, il faut développer, réduire les deux et comparer les formes. Des valeurs ne prouvent rien. En revanche, pour dire qu'elles ne sont pas égales, un seul contre-exemple suffit.

Deux expressions peuvent être égales **pour tout réel**, ou bien coïncider seulement **pour certaines valeurs**. Ce n'est pas la même chose, et c'est la question la plus mal lue du chapitre.

- Pour montrer que $A = B$ **pour tout réel** : on développe et on réduit les deux, puis on compare les formes réduites. Vérifier sur des valeurs ne prouve rien.
- Pour montrer qu'elles ne sont **pas** égales partout : **une seule** valeur où elles diffèrent suffit. C'est un contre-exemple, et c'est une preuve complète.

EXEMPLE TRAITÉ

Soit $A = x^3 - x^2$ et $B = 2x^2 + 6x - 8$. Vérifier que $A = B$ pour $x = 1$, $x = -2$ et $x = 4$. A-t-on $A = B$ pour tout réel x ?

Pour x égal à 1 —

$$A(1) = 1 - 1 = 0 \quad ; \quad B(1) = 2 + 6 - 8 = 0$$

Pour x égal à −2 —

$$A(-2) = -8 - 4 = -12 \quad ; \quad B(-2) = 8 - 12 - 8 = -12$$

Pour x égal à 4 —

$$A(4) = 64 - 16 = 48 \quad ; \quad B(4) = 32 + 24 - 8 = 48$$

Le contre-exemple — Trois valeurs qui marchent, et pourtant il suffit d'en essayer une quatrième.

$$A(0) = 0 \quad ; \quad B(0) = -8$$

On n'a pas $A = B$ pour tout réel x

À ne pas faire : A et B sont égales pour 1, -2 et 4, donc $A = B$. — A et B coïncident en trois points seulement.. Trois valeurs, même bien choisies, ne prouvent jamais une égalité d'expressions. Ici $A(0) = 0$ et $B(0) = -8$: l'égalité tombe.

À ne pas faire : Pour montrer que $A \neq B$, il faut le vérifier sur plusieurs valeurs. — Une seule valeur où elles diffèrent suffit.. Les deux sens ne demandent pas le même travail : prouver l'égalité exige un calcul général, la réfuter demande un seul contre-exemple.

---

12. REMARQUE

Ce qu'on a le droit de faire à une égalité

Deux règles à garder en tête, et dont tout le chapitre suivant — les équations — se sert sans arrêt :

1. on ne modifie pas une égalité en **ajoutant le même terme à ses deux membres** ;
2. on ne modifie pas une égalité en **multipliant ses deux membres par un même nombre non nul**.

Le « non nul » n'est pas une précaution de style. Multiplier les deux membres par 0 transforme n'importe quelle égalité fausse en $0 = 0$: on aurait « démontré » tout et n'importe quoi.

À ne pas faire : $2 = 3$, donc $2 \times 0 = 3 \times 0$, donc l'égalité est vraie. — Multiplier par 0 ne conserve pas l'information.. L'implication ne marche que dans un sens. Pour revenir en arrière il faudrait diviser par le nombre — et on ne divise pas par 0.

---

13. THÉORÈME

L'équation produit nul

CE QU'IL DIT

Hedha houwa 3lech n7ebbou la forme factorisée. Un produit de facteurs est nul si et seulement si l'un des facteurs est nul. El ma3na el 3amali : ki tal9a une équation déjà factorisée, ma ta3melch le développement abadan — ofselha directement. Amma une somme, A plus B égale zéro, ma t9oul walou la 3ala A wala 3ala B.

هاذا هو علاش نحبّو la forme factorisée. un produit de facteurs est nul si et seulement si l'un des facteurs est nul. المعنى العملي : كي تلقى une équation déjà factorisée، ما تعملش le développement أبدا — أفصلها directement. أمّا une somme، A plus B égale zéro، ما تقول والو لا على A ولا على B.

C'est pour ça qu'on tient à la forme factorisée. Un produit de facteurs est nul si et seulement si l'un des facteurs est nul. Concrètement : face à une équation déjà factorisée, on ne développe jamais — on sépare directement. En revanche, pour une somme, A plus B égale zéro ne dit rien ni sur A ni sur B.

C'est la raison d'être de la factorisation. Un produit de facteurs est nul **si et seulement si** l'un au moins de ses facteurs est nul.

La conséquence pratique : face à une équation déjà factorisée, on ne développe **jamais**. On sépare directement en équations du premier degré, qu'on sait résoudre.

Rien de tel n'existe pour une somme : $A + B = 0$ ne dit rien sur A ni sur B pris séparément.

LA RÈGLE

$$A \times B = 0 \iff A = 0 \text{ ou } B = 0$$

EXEMPLE TRAITÉ

Résoudre dans $\mathbb{R}$: $(2x-1)(x+4)=0$.

Séparer — Le produit est nul, donc l'un des deux facteurs l'est.

$(2x-1)(x+4)=0 \iff 2x-1=0 \text{ ou } x+4=0$

$2x-1=0 \iff x=\frac{1}{2}$

$x+4=0 \iff x=-4$

$$S=\left\{-4\,;\frac{1}{2}\right\}$$

À ne pas faire : On développe $(2x-1)(x+4)$ avant de résoudre — On garde la forme factorisée. Développer ramène à une équation du second degré, qu'on ne sait pas encore résoudre. La forme factorisée donne les solutions immédiatement.

À RETENIR

CE QU'IL DIT EN L'ÉCRIVANT

Hedha elli lezmek tetfakkrou :

هذا اللي لازمك تتفكّرو :

Voici ce qu'il faut retenir :

1. Traduire un programme de calcul : ligne par ligne, avec les parenthèses que l'ordre des opérations impose.
   > Le programme de calcul, tetarjmou ligne par ligne, w t7ott les parenthèses elli yfardhha l'ordre des opérations.
   > *Un programme de calcul se traduit ligne par ligne, avec les parenthèses qu'impose l'ordre des opérations.*
2. Développer transforme un produit en somme ; factoriser fait l'inverse.
   > Développer y7awwel un produit l une somme, w factoriser ya3mel el 3aks.
   > *Développer transforme un produit en somme ; factoriser fait l'inverse.*
3. Un signe moins devant une parenthèse change le signe de **tous** ses termes.
   > Un moins 9oddem une parenthèse ybaddel le signe mte3 les termes el koll, mouch le premier berk.
   > *Un signe moins devant une parenthèse change le signe de tous ses termes, pas seulement du premier.*
4. $(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$: ne jamais oublier le double produit.

(a plus ou moins b) au carré égale a au carré plus ou moins 2 a b plus b au carré : ma tensech le double produit.

(a plus ou moins b) au carré égale a au carré plus ou moins 2 a b plus b au carré : n'oublie jamais le double produit.

5. $(a \pm b)^3 = a^3 \pm 3a^2b + 3ab^2 \pm b^3$: quatre termes, coefficients $1, 3, 3, 1$.

   (a plus ou moins b) au cube : 4 termes, w les coefficients 1, 3, 3, 1.

   (a plus ou moins b) au cube : quatre termes, et les coefficients 1, 3, 3, 1.

6. $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$, mais $a^2 + b^2$ ne se factorise pas dans $\mathbb{R}$.

   a au carré moins b au carré égale (a moins b) fois (a plus b). Amma a au carré plus b au carré, ma 3andhech factorisation dans $\mathbb{R}$.

   a au carré moins b au carré égale (a moins b) fois (a plus b), mais a au carré plus b au carré ne se factorise pas dans $\mathbb{R}$.

7. $a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$ et $a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$: le terme du milieu n'est **pas** doublé.

   Fi la différence w la somme de deux cubes, le terme du milieu houwa a b, mouch 2 a b.

   Pour la différence et la somme de deux cubes, le terme du milieu est a b, et non 2 a b.

8. Premier réflexe pour factoriser : chercher un facteur commun, y compris une parenthèse.

   Bech tfactoriser, 9bal koll chay lawwej 3ala un facteur commun, 7atta ken ykoun parenthèse.

   Premier réflexe pour factoriser : chercher un facteur commun, même si c'est une parenthèse.

9. Égales en trois points ne veut pas dire égales partout : il faut comparer les formes réduites. Un seul contre-exemple suffit à réfuter.

   Égales fi 3 points ma ta3nich égales partout : 9aren les formes réduites. W un seul contre-exemple yekfi.

   Égales en trois points ne veut pas dire égales partout : compare les formes réduites. Un seul contre-exemple suffit à réfuter.

10. $A \times B = 0 \iff A = 0$ ou $B = 0$ — et on ne développe surtout pas avant.

    A fois B égale zéro ma3neha A égale zéro ou B égale zéro. W surtout ma ta3melch développement 9bal.

    A fois B égale zéro si et seulement si A égale zéro ou B égale zéro. Et surtout, on ne développe pas avant.

Questions fréquentes — ses réponses toutes prêtes

Quand un élève tape une de ces questions pendant le cours, cette réponse part aussitôt, avec sa voix, sans passer par le modèle. Les formulations sont celles qu'on reconnaît.

QUESTION 1 · UN PROGRAMME DE CALCUL DEVIENT UNE EXPRESSION

pourquoi il y a une parenthèse dans le programme de calcul | 3lech nzidou parenthèse fel programme

programme de calcul 3lech 9(11b+4) b parenthèse w mouch 11b+4×9

pourquoi on écrit 9(11b+4) avec des parenthèses

multiplier le résultat par 9, pourquoi une parenthèse

el parenthèse fel programme lezmetha ?

CE QU'IL ÉCRIT AU TABLEAU

$$9(11b+4) \neq 11b+4\times 9$$

CE QU'IL RÉPOND

El consigne t9oul multiplier le résultat par 9 : ya3ni el koll, mouch el 4 bark. Donc n7ottou parenthèse : $9(11b + 4)$. Bla parenthèse, $11b + 4 \times 9$, el 9 yadhreb el 4 wa7dou, w hedha mouch el programme.

parenthèse : 9 fois نحطّو donc . برك الـ 4 موش ، يعني الكل : multiplier le résultat par 9 تقول consigne الـ
. programme الـ موش هذا w ، وحدو الـ 4 يضرب الـ 9 ، parenthèse ، 11 b plus 4 fois 9 بلا . (11 b plus 4)

La consigne dit de multiplier le résultat par 9 : tout le résultat, pas seulement le 4. On met donc une parenthèse : 9 fois (11 b plus 4). Sans parenthèse, 11 b plus 4 fois 9, le 9 ne multiplie que le 4, et ce n'est plus le programme.

QUESTION 2 · UN PROGRAMME DE CALCUL DEVIENT UNE EXPRESSION

le carré du nombre de départ c'est b^2 ou le résultat ?

nombre de départ ya3ni chnowa

retrancher le double du carré du nombre de départ kifech

3lech $2b^2$ w mouch le carré du résultat

le double du carré du nombre de départ c'est quoi

départ ya3ni b walla le dernier résultat

CE QU'IL ÉCRIT AU TABLEAU

$$9(11b+4)-2b^2$$

CE QU'IL RÉPOND

Le nombre de départ houwa b, el nombre elli bdina bih. Donc le double du carré du nombre de départ houwa $2b^{2}$, mouch le carré mte3 le dernier résultat. Dima a9ra el ligne el akhra 3la ama nombre t7ki.

2 هو donc le double du carré du nombre de départ . بيه بدينا اللي nombre الـ ، b هو le nombre de départ
. تحكي nombre أما على الأخيرة ligne الـ أقرا ديما . le dernier résultat متاع le carré موش . b au carré

Le nombre de départ, c'est b, le nombre avec lequel on a commencé. Le double du carré du nombre de départ est donc 2 b au carré, pas le carré du dernier résultat. Relis toujours à quel nombre la dernière ligne se réfère.

QUESTION 3 · UN PROGRAMME DE CALCUL DEVIENT UNE EXPRESSION

est-ce qu'il faut refaire le programme pour chaque nombre

lezem n3awed el programme l koll b ?

pour b = -1 je refais tout le programme ?

pourquoi écrire l'expression au lieu de refaire le programme

n3awed el calcul mel lowel wala le

à quoi sert l'expression en fonction de b

CE QU'IL ÉCRIT AU TABLEAU

$$-2 \times 0^2 + 99 \times 0 + 36 = 36$$

CE QU'IL RÉPOND

Le, ma n3awdouch. Ki nektbou l'expression en fonction de b, nbaddlou b bel valeur w na7sbou, w youfa. Par exemple, l'expression réduite hiya $-2b^{2} + 99b + 36$, w pour $b = 0$, ta3ti 36.

par exemple . يوفا w ، نحسبو valeur w بالـ b نبدّلو ، l'expression en fonction de b كيف نكتبو . لا ، ما نعاودوش
. 36 تعطي ، moins 2 b au carré plus 99 b plus 36 ، w pour b égale zéro هي ، l'expression réduite

Non, on ne le refait pas. Une fois l'expression écrite en fonction de b, on remplace b par la valeur et on calcule, c'est tout. Par exemple, l'expression réduite est moins 2 b au carré plus 99 b plus 36, et pour b égale zéro elle donne 36.

QUESTION 4 · EXPRESSION LITTÉRALE, VALEUR NUMÉRIQUE

c'est quoi une expression littérale | chnowa expression littérale | expression littérale ya3ni chnowa | définition d'une expression littérale | que veut dire littérale | littérale chnia ma3neha

CE QU'IL ÉCRIT AU TABLEAU

$$A(x) = 3x^2 - 2$$

CE QU'IL RÉPOND

Une expression littérale hiya écriture fiha des nombres w des lettres, marboutin b des opérations. Mathalan $A(x) = 3x^{2} - 2$. El lettre tnajjem te5ou ay valeur.

A مثلا . des opérations بـ مربوطين ، des nombres w des lettres فيها écriture هي une expression littérale
. valeur أي تاخذ تنجّم lettre الـ . de x égale 3 x au carré moins 2

Une expression littérale est une écriture qui mêle des nombres et une ou plusieurs lettres, reliés par des opérations. Par exemple A de x égale 3 x au carré moins 2. La lettre peut prendre n'importe quelle valeur.

QUESTION 5 · EXPRESSION LITTÉRALE, VALEUR NUMÉRIQUE

comment calculer la valeur numérique d'une expression | kifech na7seb la valeur numérique | c'est quoi la valeur numérique | valeur numérique chnowa | valeur numérique pour x = 2 kifech | comment trouver la valeur numérique

CE QU'IL ÉCRIT AU TABLEAU

$$A(2) = 3 \times 2^2 - 2 = 10$$

CE QU'IL RÉPOND

La valeur numérique : nbaddlou la lettre bel valeur elli 3tawhelna, w men ba3d na7sbou. Pour $A(x) = 3x^{2} - 2$ w $x = 2$: $A(2) = 3 \times 2^{2} - 2 = 10$.

pour A de x égale 3 x au . من بعد نحسبو w ، عطاوهالنا اللي valeur بالـ la lettre نبدّلو ، la valeur numérique
. 10 يعني ، carré moins 2 w x égale 2 : A de 2 égale 3 fois 2 au carré moins 2

Pour la valeur numérique, on remplace la lettre par la valeur donnée, puis on calcule. Pour A de x égale 3 x au carré moins 2 et x égale 2 : A de 2 égale 3 fois 2 au carré moins 2, c'est-à-dire 10.

QUESTION 6 · EXPRESSION LITTÉRALE, VALEUR NUMÉRIQUE

pourquoi mettre une parenthèse quand on remplace par un nombre négatif

3lech parenthèse ki nbaddel b nombre négatif | A(-1) kifech na7sbou | remplacer x par un négatif comment

3 × -1^2 ça donne combien | nombre négatif fel carré 3lech parenthèse

CE QU'IL ÉCRIT AU TABLEAU

$$A(-1) = 3 \times (-1)^2 - 2 = 1$$

CE QU'IL RÉPOND

Ki nbaddlou el lettre b nombre négatif, n7ottouh bin parenthèses. $(-1)^{2} = 1$, ama bla parenthèse, le carré yti7 3al 1 bark. Donc $A(-1) = 3 \times (-1)^{2} - 2 = 1$, mouch -5.

كي نبدّلو الـ lettre بـ nombre négatif ، نحطّوه بين parenthèses . moins 1 le tout au carré يعطي 1 ، أما بلا parenthèse ، le carré يطيح على الـ 1 برك . ، moins 1 le tout au carré ، donc A de moins 1 égale 3 fois moins 2 ، يعني 1 ، موش moins 5 .

Quand on remplace la lettre par un nombre négatif, on l'entoure de parenthèses. Moins 1 le tout au carré donne 1 ; sans parenthèses, le carré ne porte plus que sur le 1. Donc A de moins 1 égale 3 fois (moins 1) au carré moins 2, c'est-à-dire 1, et pas moins 5.

QUESTION 7 · EXPRESSION LITTÉRALE, VALEUR NUMÉRIQUE

est-ce que 9(11b+4) - $2b^2$ et -$2b^2$ + 99b + 36 c'est la même expression | nafs l'expression b zouz formes ?

une expression peut s'écrire de plusieurs formes ? | deux écritures différentes c'est la même expression ?

kifech nafs l'expression w ktiba o5ra | même expression mais écrite autrement

CE QU'IL ÉCRIT AU TABLEAU

$$9(11b + 4) - 2b^2 = -2b^2 + 99b + 36$$

CE QU'IL RÉPOND

Ey, nafs el quantité tnajjem tetkteb b barcha formes. $9(11b + 4) - 2b^{2}$ w $-2b^{2} + 99b + 36$ hiya nafs l'expression : ki ndévelopper el wa7da w nréduire, nal9aw el o5ra.

إيه ، نفس الـ quantité تنجّم تتكتب بـ برشا formes . 9 fois (11 b plus 4) ، moins 2 b au carré ، w moins 2 b au carré plus 99 b plus 36 ، هي نفس l'expression : كي نـ développer la première w نـ réduire ، نلقاو la deuxième .

Oui, une même quantité peut s'écrire de plusieurs façons. 9 fois (11 b plus 4), moins 2 b au carré, et moins 2 b au carré plus 99 b plus 36 sont la même expression : en développant et en réduisant la première, on trouve la seconde.

QUESTION 8 · EXPRESSION LITTÉRALE, VALEUR NUMÉRIQUE

forme développée ou forme factorisée, laquelle choisir | anahi el forme elli nesta3melha | quelle forme utiliser développée ou factorisée | kifech nekhtar el forme | quand utiliser la forme factorisée | forme factorisée wala développée, chnowa a7sen

CE QU'IL RÉPOND

El forme mouch neutre. La forme développée réduite tanfa3 bech na7sbou des valeurs w bech ncomparer zouz expressions. La forme factorisée tanfa3 bech nrésoudre produit égale zéro. Nekhtarou el forme 7asb el so2al.

زوز comparer ـ باش ـ des valeurs w تنفع باش نحسبو neutre . la forme développée réduite موش forme الـ
. حسب السؤال forme الـ نختارو . résoudre produit égale zéro ـ تنفع باش ـ expressions . la forme factorisée

La forme n'est jamais neutre. La forme développée réduite sert à calculer des valeurs et à comparer deux expressions. La forme factorisée sert à résoudre une équation produit égale zéro. On choisit la forme selon la question.

QUESTION 9 · LE CARRÉ D'UNE SOMME, SUR UN EXEMPLE

pourquoi (a+b)² n'est pas a² + b² | 3lech (a+b)² mouch a²+b² | (a+b)² = a² + b² c'est faux ? | a plus b au carré égale a carré plus b carré ? | (a+b)^2 kifech mouch a^2+b^2 | est-ce que (a+b)² = a²+b²

CE QU'IL ÉCRIT AU TABLEAU

$$(3+4)^2 = 49 \quad ; \quad 3^2 + 4^2 = 25$$
$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

CE QU'IL RÉPOND

Jarreb b $a = 3$ w $b = 4$: $(3 + 4)^{2} = 49$, ama $3^{2} + 4^{2} = 25$. El far9 24, w houwa $2 \times 3 \times 4$: le double produit. Donc $(a + b)^{2} = a^{2} + 2ab + b^{2}$.

. 25 يعطي au carré plus 4 au carré 3 أما ، 49 يعطي a égale 3 w b égale 4 : 3 plus 4 le tout au carré جرّب بـ
fois 3 fois 4 : le double produit . donc a plus b le tout au carré égale a au carré plus 2 هو w ، 24 الفرق
. a b plus b au carré

Essaie avec a égale 3 et b égale 4 : 3 plus 4 le tout au carré donne 49, alors que 3 au carré plus 4 au carré donne 25. L'écart est 24, c'est 2 fois 3 fois 4 : le double produit. Donc a plus b le tout au carré égale a au carré plus 2 a b plus b au carré.

QUESTION 10 · LES IDENTITÉS REMARQUABLES — LES CARRÉS

c'est quoi le double produit | chnowa le double produit | double produit ya3ni chnowa | d'où vient le 2ab | 2ab mnin jet | pourquoi il y a 2ab dans l'identité

CE QU'IL ÉCRIT AU TABLEAU

$$(a+b)(a+b) = a^2 + ab + ba + b^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

CE QU'IL RÉPOND

Le double produit houwa $2ab$. Yji mel double distributivité : $(a + b)(a + b)$ ya3ti ab w ba, w houma zouz kif kif, donc $2ab$. Houwa elli nensewh dima.

a b w b a ، w يعطي la double distributivité : (a plus b) fois (a plus b) من يجي . a b 2 هو le double produit هوما زوز كيف كيف ، donc 2 a b . هو اللي ننساوه ديما .

Le double produit, c'est 2 a b. Il vient de la double distributivité : (a plus b) fois (a plus b) donne a b et b a, qui sont égaux, donc 2 a b. C'est lui qu'on oublie toujours.

QUESTION 11 · LES IDENTITÉS REMARQUABLES — LES CARRÉS

comment développer (a-b)² | (a-b)² kifech | carré d'une différence c'est quoi | (a-b)² = a² - b² ? | a moins b au carré égale combien | kifech n7ell (a-b)^2

CE QU'IL ÉCRIT AU TABLEAU

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

CE QU'IL RÉPOND

$(a - b)^{2} = a^{2} - 2ab + b^{2}$. Ken le double produit yekhou moins, w b^{2} yo93od plus. W mahouch $a^{2} - b^{2}$: hedhi la différence de carrés.

ياخذ le double produit كان . a moins b le tout au carré égale a au carré moins 2 a b plus b au carré . la différence de carrés هاذي : a au carré moins b au carré ماهوش plus . w يقعد moins ، w b au carré

a moins b le tout au carré égale a au carré moins 2 a b plus b au carré. Seul le double produit prend le signe moins ; b au carré reste positif. Et ce n'est pas a au carré moins b au carré : ça, c'est la différence de carrés.

QUESTION 12 · LES IDENTITÉS REMARQUABLES — LES CARRÉS

c'est quoi la différence de deux carrés | (a-b)(a+b) égale combien | différence de carrés kifech | a² - b² kifech nfactorisi | chnowa (a-b)(a+b) | différence de deux carrés identité

CE QU'IL ÉCRIT AU TABLEAU

$$(a-b)(a+b) = a^2 - b^2$$

$$9x^2 - 25 = (3x-5)(3x+5)$$

CE QU'IL RÉPOND

$(a - b)(a + b) = a^{2} - b^{2}$: les deux produits croisés yetna77aw, ab w $-ba$. W men el imin lel chmel tanfa3 bech nfactoriser : $9x^{2} - 25 = (3x - 5)(3x + 5)$.

a b w : يتنحّاو a moins b ، fois a plus b ، égale a au carré moins b au carré . les deux produits croisés factoriser : 9 x au carré moins 25 égale 3 x moins 5 ، fois 3 x نـ تنفع باش ، من اليمين للشمال moins b a . w . plus 5

a moins b, fois a plus b, égale a au carré moins b au carré : les deux produits croisés se compensent. Lue de droite à gauche, elle sert à factoriser : 9 x au carré moins 25 égale 3 x moins 5, fois 3 x plus 5.

QUESTION 13 · LES IDENTITÉS REMARQUABLES — LES CARRÉS

pourquoi $(3x)^2 = 9x^2$ et pas $3x^2$ | 3lech $(3x)^2$ ta3ti $9x^2$ | $(3x)^2$ égale $3x^2$? | le 3 aussi au carré ? | (3x)^2 kifech na7sbou | le carré porte sur le coefficient aussi ?

CE QU'IL ÉCRIT AU TABLEAU

$$(3x)^2 = 3x \times 3x = 9x^2$$

CE QU'IL RÉPOND

Le carré yti7 3al produit el koll : $(3x)^{2} = 3x \times 3x = 9x^{2}$. El 3 zeda yetrabba3. Par exemple, $(3x - 2)^{2} = 9x^{2} - 12x + 4$.

le carré يطيح على الـ produit الكل : 3 x le tout au carré هو 3 x fois 3 x ، يعني 9 x au carré . الـ 3 زادة يتربّع .
. par exemple ، 3 x moins 2 le tout au carré égale 9 x au carré moins 12 x plus 4

Le carré porte sur tout le produit : 3 x le tout au carré, c'est 3 x fois 3 x, donc 9 x au carré. Le 3 est aussi élevé au carré. Par exemple, 3 x moins 2 le tout au carré égale 9 x au carré moins 12 x plus 4.

QUESTION 14 · LES IDENTITÉS REMARQUABLES — LES CARRÉS

c'est quoi les identités remarquables | chnowa les identités remarquables | combien il y a d'identités remarquables | quelles sont les identités remarquables | 9addech men identité remarquable | les identités remarquables c'est quoi exactement

CE QU'IL ÉCRIT AU TABLEAU

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$
$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$
$$(a-b)(a+b) = a^2 - b^2$$

CE QU'IL RÉPOND

3andna 7 identités remarquables. Trois mte3 les carrés : $(a + b)^{2}$, $(a - b)^{2}$ w $(a - b)(a + b)$. W arb3a mte3 les cubes : le cube d'une somme, le cube d'une différence, la somme w la différence de deux cubes. Yet9raw fi zouz ettijahat : bech ndévelopper w bech nfactoriser.

les carrés : a plus b le tout au carré ، a moins b le tout au carré متاع identités remarquables . trois 7 عندنا
les cubes : le cube d'une somme ، le cube d'une différence ، أربعة متاع ، w (a moins b) fois (a plus b) . w
. factoriser باش نـ développer w باش نـ : يتقراو في الزوز اتجاهات . la somme w la différence de deux cubes

Il y en a sept. Trois portent sur les carrés : a plus b le tout au carré, a moins b le tout au carré, et (a moins b) fois (a plus b). Quatre portent sur les cubes : le cube d'une somme, le cube d'une différence, la somme et la différence de deux cubes. Elles se lisent dans les deux sens : pour développer et pour factoriser.

QUESTION 15 · LE CUBE D'UNE SOMME, LE CUBE D'UNE DIFFÉRENCE

comment développer (a+b) au cube | (a+b) au cube kifech | cube d'une somme c'est quoi | (a+b) au cube égale a cube plus b cube ? | a plus b au cube égale combien | kifech ndévelopi (x+2) au cube

CE QU'IL ÉCRIT AU TABLEAU

$$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

$$(x+2)^3 = x^3 + 6x^2 + 12x + 8$$

CE QU'IL RÉPOND

$(a + b)^{3} = a^{3} + 3a^{2}b + 3ab^{2} + b^{3}$: 4 termes, w les coefficients 1, 3, 3, 1. W mahouch $a^{3} + b^{3}$: jarreb b 1 w 1, tal9a 8 mahouch 2.

a plus b le tout au cube égale a au cube plus 3 a au carré b plus 3 a b au carré plus b au cube . 4 termes

. 2 ماهوش 8 تلقى ، w 1 1 جرّب بـ : a au cube plus b au cube ماهوش ، w les coefficients 1 ، 3 ، 3 ، 1 . w

a plus b le tout au cube égale a au cube plus 3 a au carré b plus 3 a b au carré plus b au cube : quatre termes, de coefficients 1, 3, 3, 1. Ce n'est pas a au cube plus b au cube : essaie avec 1 et 1, tu trouves 8 et non 2.

QUESTION 16 · LE CUBE D'UNE SOMME, LE CUBE D'UNE DIFFÉRENCE

comment développer (a-b) au cube | (a-b) au cube kifech | cube d'une différence les signes | a moins b au cube égale combien | (a-b) au cube les signes kifech | les signes du cube d'une différence

CE QU'IL ÉCRIT AU TABLEAU

$$(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$

CE QU'IL RÉPOND

$(a - b)^{3} = a^{3} - 3a^{2}b + 3ab^{2} - b^{3}$. Nafs les coefficients 1, 3, 3, 1, ama les signes yetbadlou : moins, plus, moins. El termes elli fihom b b exposant impair yekhdhou moins.

. a moins b le tout au cube égale a au cube moins 3 a au carré b plus 3 a b au carré moins b au cube

. moins ياخذو exposant impair نفس 1 ، 3 ، 3 ، 1 les coefficients ، أما les signes يتبادلو : moins ، plus ، moins . الـ termes اللي فيهم b بـ

a moins b le tout au cube égale a au cube moins 3 a au carré b plus 3 a b au carré moins b au cube. Mêmes coefficients 1, 3, 3, 1, mais les signes alternent : les termes où b a un exposant impair prennent le signe moins.

QUESTION 17 · LE CUBE D'UNE SOMME, LE CUBE D'UNE DIFFÉRENCE

comment retenir les identités du cube | kifech n7faa4 le cube d'une somme | astuce pour mémoriser le cube | les coefficients 1 3 3 1 du cube | kifech na7fedh les cubes | comment se rappeler du développement du cube

CE QU'IL ÉCRIT AU TABLEAU

$$(a+b)^3 = 1\,a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + 1\,b^3$$

CE QU'IL RÉPOND

El structure tet7fedh wa7dha : 4 termes, l'exposant mte3 a yahbet men 3 l zéro, w mte3 b yotla3 men zéro l 3, w les coefficients 1, 3, 3, 1. W koll terme de degré 3 : ken l9it terme fih ab bark, rahou na9es facteur.

الـ structure تتحفظ وحدها : l'exposant 4 ، termes متاع a يهبط من 3 لـ 0 ، w متاع b يطلع من zéro لـ 3 ، w les coefficients 1 ، 3 ، 3 ، 1 . terme de degré 3 كل : كان لقيت terme فيه a b برك ، راهو ناقص facteur .

La structure se retient mieux qu'elle ne s'apprend : quatre termes, l'exposant de a descend de 3 à 0 pendant que celui de b monte, et les coefficients sont 1, 3, 3, 1. Chaque terme est de degré 3 : un terme en a b seul signale qu'il manque un facteur.

QUESTION 18 · SOMME ET DIFFÉRENCE DE DEUX CUBES

est-ce que a cube plus b cube se factorise | somme de deux cubes tetfactorisa ? | comment factoriser une somme de cubes | a cube plus b cube kifech nfactorisi | la somme de deux cubes se factorise ? | somme de cubes identité remarquable

CE QU'IL ÉCRIT AU TABLEAU

$$a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$$

CE QU'IL RÉPOND

Ey, 3aks les carrés : la somme de deux cubes tetfactoriser. $a^{3} + b^{3} = (a + b)(a^{2} - ab + b^{2})$. Le premier facteur b nafs le signe, w fel west $-ab$, mahouch double.

إيه ، عكس les carrés : la somme de deux cubes تتـ ، factoriser . a au cube plus b au cube égale a plus b fois a au carré moins a b plus b au carré . le premier facteur بنفس w ، le signe في الوسط moins a b ، ماهوش double .

Oui, contrairement aux carrés, la somme de deux cubes se factorise : a au cube plus b au cube égale a plus b, fois a au carré moins a b plus b au carré. Le premier facteur garde le même signe, et le terme du milieu est moins a b, sans être doublé.

QUESTION 19 · SOMME ET DIFFÉRENCE DE DEUX CUBES

comment factoriser a cube moins b cube | différence de deux cubes kifech | x cube moins 8 kifech nfactorisiha | factoriser une différence de cubes | a cube moins b cube égale combien | différence de cubes identité remarquable

CE QU'IL ÉCRIT AU TABLEAU

$$a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$$

$$x^3 - 8 = (x - 2)(x^2 + 2x + 4)$$

CE QU'IL RÉPOND

$a^{3} - b^{3} = (a - b)(a^{2} + ab + b^{2})$. Par exemple $x^{3} - 8$: 8 houwa 2^{3}, donc $x^{3} - 8 = (x - 2)(x^{2} + 2x + 4)$.

a au cube moins b au cube égale a moins b ، fois a au carré plus a b plus b au carré . par exemple x au . au cube ، donc x au cube moins 8 égale x moins 2 ، fois x au carré plus 2 x plus 4 2 هو cube moins 8 : 8

a au cube moins b au cube égale a moins b, fois a au carré plus a b plus b au carré. Par exemple x au cube moins 8 : 8 est 2 au cube, donc x au cube moins 8 égale x moins 2, fois x au carré plus 2 x plus 4.

QUESTION 20 · SOMME ET DIFFÉRENCE DE DEUX CUBES

pourquoi ab et pas 2ab dans la différence de cubes | 3lech ab mouch 2ab fel cube | dans a cube moins b cube le terme du milieu c'est 2ab ? | cube terme du milieu 2ab wala ab | pourquoi pas le double produit dans les cubes | cube 2ab wala ab

CE QU'IL ÉCRIT AU TABLEAU

$$(a-b)(a^2+ab+b^2)=a^3-b^3$$

CE QU'IL RÉPOND

Fi $a^{3} - b^{3}$, le terme du milieu houwa ab, mouch $2ab$. Ki ndévelopper $(a - b)(a^{2} + ab + b^{2})$, $a^{2}b$ w ab^{2} yjiw marrtin b des signes contraires w yetna77aw. Law ken $2ab$, ma yetna77awch.

développer (a moins b) نـ كي . a b 2 موش ، a b هو a au cube moins b au cube ، le terme du milieu في des signes contraires w يجيو مرتين بـ fois (a au carré plus a b plus b au carré) ، a au carré b w a b au carré يتنحّاو . لو كان a b 2 ، ما يتنحّاوش .

Dans a au cube moins b au cube, le terme du milieu est a b, pas 2 a b. En développant (a moins b) fois (a au carré plus a b plus b au carré), les termes a au carré b et a b au carré apparaissent deux fois avec des signes opposés et se compensent. Avec 2 a b, ils ne se compenseraient plus.

QUESTION 21 · DÉVELOPPER

quelle est la différence entre développer et factoriser | chnowa el far9 bin développer w factoriser | développer c'est quoi et factoriser c'est quoi | développer w factoriser kifkif ? | développer ou factoriser, c'est quoi la différence | far9 bin développer w factoriser

CE QU'IL ÉCRIT AU TABLEAU

$$x(x+1)=x^2+x$$

CE QU'IL RÉPOND

Développer : n7awlou un produit l une somme. Factoriser houwa el 3aks : n7awlou une somme l un produit. Mathalan $x(x + 1)$, ki ndévelopper, ya3ti $x^{2} + x$, w ki nfactoriser $x^{2} + x$, nerja3 l $x(x + 1)$.

مثلا . un produit لـ une somme نحوّلو : هو العكس une somme . factoriser لـ un produit نحوّلو ، développer x fois (x plus 1) ، كي نـ développer ، يعطي w ، x au carré plus x كي نـ x au carré plus x ، نرجعو لـ factoriser . x fois (x plus 1)

Développer, c'est transformer un produit en somme. Factoriser, c'est l'inverse : transformer une somme en produit. Par exemple, x fois (x plus 1) se développe en x au carré plus x, et x au carré plus x se factorise en x fois (x plus 1).

QUESTION 22 · DÉVELOPPER

un moins devant une parenthèse ça change quoi | moins 9odem parenthèse kifech | 5 - (x+1) = 5 - x + 1 ? | pourquoi le signe change quand il y a un moins devant la parenthèse | signe moins avant parenthèse | ki fama moins 9bal parenthèse chnowa na3mel

CE QU'IL ÉCRIT AU TABLEAU

$$5 - (x + 1) = 5 - x - 1 = 4 - x$$

CE QU'IL RÉPOND

Ki yji un moins 9oddem une parenthèse, ybaddel le signe mte3 el termes el koll elli fiha, mouch le premier bark. $5 - (x + 1) = 5 - x - 1$, mouch $5 - x + 1$.

كي يجي un moins قدّام une parenthèse ، يبدّل le signe متاع الـ termes الكل اللي فيها ، موش le premier برك . moins (x plus 1) égale 5 moins x moins 1 5 ، موش moins x plus 1 5 .

Quand un moins précède une parenthèse, il change le signe de tous les termes qu'elle contient, pas seulement du premier. 5 moins (x plus 1) égale 5 moins x moins 1, et non 5 moins x plus 1.

QUESTION 23 · DÉVELOPPER

comment développer deux parenthèses | kifech ndévelopi zouz parenthèses | c'est quoi la double distributivité | double distributivité kifech | développer (2x-3)(x+5) comment | produit de deux parenthèses comment on fait

CE QU'IL ÉCRIT AU TABLEAU

$$(a + b)(c + d) = ac + ad + bc + bd$$

$$(2x - 3)(x + 5) = 2x^2 + 10x - 3x - 15 = 2x^2 + 7x - 15$$

CE QU'IL RÉPOND

La double distributivité : koll terme mel première parenthèse yadhreb koll terme mel deuxième. Pour $(2x - 3)(x + 5)$: $2x \times x$, $2x \times 5$, $-3 \times x$ w -3×5. Men ba3d nréduire : $2x^{2} + 7x - 15$.

la deuxième . pour 2 x من terme كل يضرب la première parenthèse من terme كل : la double distributivité réduire : 2 x au نـ بعد من . moins 3 ، fois x plus 5 : 2 x fois x ، 2 x fois 5 ، moins 3 fois x ، w moins 3 fois 5 . carré plus 7 x moins 15

Double distributivité : chaque terme de la première parenthèse multiplie chaque terme de la seconde. Pour 2 x moins 3, fois x plus 5 : 2 x fois x, 2 x fois 5, moins 3 fois x et moins 3 fois 5. Puis on réduit : 2 x au

carré plus 7 x moins 15.

QUESTION 24 · DÉVELOPPER

c'est quoi réduire une expression | chnowa ma3neha réduire | comment réduire après avoir développé | réduire ya3ni chnowa | kifech nréduisi | regrouper les termes semblables c'est quoi

CE QU'IL ÉCRIT AU TABLEAU

$$2x^2 + 10x - 3x - 15 = 2x^2 + 7x - 15$$

CE QU'IL RÉPOND

Réduire : nejm3ou les termes semblables, el termes en x m3a ba3dhom, w el nombres m3a ba3dhom. Mathalan $2x^{2} + 10x - 3x - 15$: $10x - 3x = 7x$, donc $2x^{2} + 7x - 15$.

réduire ، نجمعو les termes semblables : les termes en x الـ مع بعضهم ، w الـ nombres مع بعضهم . مثلا 2 x au carré plus 10 x moins 3 x moins 15 : 10 x moins 3 x يعطي 7 x donc ، 2 x au carré plus 7 x moins 15 .

Réduire, c'est regrouper les termes semblables : les termes en x ensemble, les nombres ensemble. Par exemple, dans 2 x au carré plus 10 x moins 3 x moins 15, 10 x moins 3 x donne 7 x : on obtient 2 x au carré plus 7 x moins 15.

QUESTION 25 · FACTORISER PAR UN FACTEUR COMMUN

comment trouver le facteur commun | kifech nal9a le facteur commun | c'est quoi un facteur commun | facteur commun chnowa | factoriser par un facteur commun comment | le facteur commun peut être une parenthèse ?

CE QU'IL ÉCRIT AU TABLEAU

$$(x-1)(x+3) + (x-1)(2x) = (x-1)\big[(x+3) + 2x\big]$$
$$= 3(x-1)(x+1)$$

CE QU'IL RÉPOND

Nlawjou 3la elli yet3awed fel termes el koll. Ynajjem ykoun un nombre, une lettre, walla une parenthèse kemla. Mathalan $(x - 1)(x + 3) + (x - 1)(2x)$: $(x - 1)$ mawjouda fel zouz, n5arjouha, w nousslou l $3(x - 1)(x + 1)$.

نلوّجو على اللي يتعاود في الـ termes الكل . ينجّم يكون une lettre ، un nombre ، وﻻّ une parenthèse كاملة . مثلا (x moins 1) x 2 fois (x plus 3) ، plus (x moins 1) fois 2 x : la parenthèse x moins 1 موجودة في الزوز ، نخرّجوها w ، نوصلو لـ 3 fois (x moins 1) fois (x plus 1) .

On cherche ce qui se répète dans tous les termes. Ce peut être un nombre, une lettre ou une parenthèse entière. Par exemple, dans (x moins 1) fois (x plus 3), plus (x moins 1) fois 2 x, la parenthèse x moins 1 est dans les deux termes ; on la met en facteur et on arrive à 3 fois (x moins 1) fois (x plus 1).

QUESTION 26 · FACTORISER PAR UN FACTEUR COMMUN

pourquoi $x^2 + x = x(x+1)$ et pas $x(x)$ | 3lech yo93od 1 ki nfactorisi | d'où vient le 1 quand on factorise | $x^2 + x$ kifech nfactorisiha | le 1 qui reste après factorisation | x carré plus x factoriser

CE QU'IL ÉCRIT AU TABLEAU

$$x^2 + x = x \times x + x \times 1 = x(x+1)$$

CE QU'IL RÉPOND

$x^{2} + x$: le deuxième terme houwa $x \times 1$. Ki n5arjou x, el 1 yo93od. Donc $x^{2} + x = x(x + 1)$, mouch $x(x)$. Ki un terme ykoun houwa le facteur commun, y5alli 1 warah.

donc x au carré plus x égale x . يقعد الـ 1 ، x نخرّجو كي . x fois 1 هو x au carré plus x : le deuxième terme
. يخلّي 1 وراه ، le facteur commun يكون هو un terme كي . x fois x موش ، fois (x plus 1)

Dans x au carré plus x, le second terme vaut x fois 1. Quand on sort le x, le 1 reste. Donc x au carré plus x égale x fois (x plus 1), et non x fois x. Quand un terme est exactement le facteur commun, il laisse un 1 derrière lui.

QUESTION 27 · FACTORISER AVEC UNE IDENTITÉ

comment savoir quelle identité utiliser pour factoriser | kifech na3ref anahi identité nesta3mel bech nfactorisi | factoriser avec une identité remarquable comment | quand il n'y a pas de facteur commun comment factoriser | kifech nfactorisi b identité | identité remarquable pour factoriser laquelle

CE QU'IL ÉCRIT AU TABLEAU

$$x^2 + 6x + 9 = x^2 + 2 \times x \times 3 + 3^2 = (x+3)^2$$

CE QU'IL RÉPOND

Ki ma thammech facteur commun, nchoufou la forme. Deux termes, une soustraction, w deux carrés : différence de carrés. Trois termes, menhom deux carrés : carré d'une somme walla d'une différence, b chart el terme elli fel west ykoun le double produit. Par exemple $x^{2} + 6x + 9$: $2 \times x \times 3 = 6x$, donc $(x + 3)^{2}$.

la forme . deux termes ، une soustraction ، w deux carrés : نشوفو ، facteur commun كي ما ثمّاش
بشرط الـ ، d'une différence ولّا deux carrés : carré d'une somme منهم ، différence de carrés . trois termes
le double produit . par exemple x au carré plus 6 x plus 9 : 2 fois x fois 3 يكون اللي في الوسط terme
. égale 6 x ، donc x plus 3 le tout au carré

Sans facteur commun, on regarde la forme. Deux termes, une soustraction et deux carrés : différence de carrés. Trois termes dont deux carrés : carré d'une somme ou d'une différence, à condition que le terme du milieu soit bien le double produit. Par exemple x au carré plus 6 x plus 9 : 2 fois x fois 3 égale 6 x, donc c'est x plus 3 le tout au carré.

QUESTION 28 · FACTORISER AVEC UNE IDENTITÉ

est-ce que $a^2 + b^2$ se factorise | $x^2 + 4$ kifech nfactorisiha | somme de deux carrés tetfactorisa ? | pourquoi $x^2 + 4$ ne se factorise pas | a carré plus b carré factoriser | la somme de deux carrés se factorise ?

CE QU'IL ÉCRIT AU TABLEAU

$$(x-2)(x+2) = x^2 - 4 \neq x^2 + 4$$

CE QU'IL RÉPOND

Le : $a^{2} + b^{2}$ ne se factorise pas dans $\mathbb{R}$. Ken la différence de deux carrés elli tetfactoriser. $(x - 2)(x + 2)$ ya3ti $x^{2} - 4$, mouch $x^{2} + 4$.

لا : ℝ dans factorise pas ne se carré plus b au carré a . كان carrés deux de différence la اللي تتـ
. x au carré plus 4 موش ، x au carré moins 4 يعطي ، factoriser . x moins 2 ، fois x plus 2

Non : a au carré plus b au carré ne se factorise pas dans R. Seule la différence de deux carrés se factorise. x moins 2, fois x plus 2, donne x au carré moins 4, pas x au carré plus 4.

QUESTION 29 · CALCULER DE TÊTE AVEC UNE IDENTITÉ

comment calculer 101^2 de tête | kifech na7seb 101^2 fi rasi | calcul mental avec une identité remarquable | comment calculer 99^2 sans calculatrice | $102^2 - 98^2$ kifech sans calculer les carrés | calcul mental identité kifech

CE QU'IL ÉCRIT AU TABLEAU

$$101^2 = 100^2 + 2 \times 100 \times 1 + 1^2 = 10\,201$$

$$102^2 - 98^2 = (102 - 98)(102 + 98) = 4 \times 200 = 800$$

CE QU'IL RÉPOND

Nombre 9rib men 100, nektbouh 100 plus walla 100 moins. $101^{2} = 10\,000 + 200 + 1 = 10\,201$. $99^{2} = 10\,000 - 200 + 1 = 9\,801$. W $102^{2} - 98^{2}$: la différence de carrés, $4 \times 200 = 800$.

10 يعني ، moins . 101 au carré : 10 000 plus 200 plus 1 100 ولّا plus 100 نكتبوه ، 100 من قريب nombre
w 102 au carré moins 98 au carré : la . 801 9 يعني ، au carré : 10 000 moins 200 plus 1 99 . 201
. 800 يعني ، différence de carrés ، 4 fois 200

Un nombre proche de 100, on l'écrit 100 plus ou 100 moins quelque chose. 101 au carré égale 10 000 plus 200 plus 1, soit 10 201. 99 au carré égale 10 000 moins 200 plus 1, soit 9 801. Et 102 au carré moins 98 au carré, c'est une différence de carrés : 4 fois 200, soit 800.

QUESTION 30 · ÉGALES PARTOUT, OU ÉGALES SEULEMENT QUELQUE PART

comment montrer que deux expressions sont égales pour tout réel | kifech nwarri A = B pour tout réel | montrer que A = B quel que soit x | égales pour tout x comment le prouver | kifech nprouvi égalité pour tout réel | deux expressions égales quel que soit x

CE QU'IL RÉPOND

Bech nmontrer $A = B$ pour tout réel, ndévelopper w nréduire el zouz, w ncomparer les formes réduites. Ken jew kif kif, $A = B$ pour tout réel. Ama njarbou des valeurs, ma yprouvi chay.

comparer les formes نـ w ، الزوز réduire نـ développer w نـ ، montrer A égale B pour tout réel نـ باش
réduites . كان جاو كيف كيف ، A égale B pour tout réel . أما نجرّبو des valeurs ، ما يـ شي prouve .

Pour montrer que A égale B pour tout réel, on développe et on réduit les deux, puis on compare les formes réduites. Si elles sont identiques, A égale B pour tout réel. Vérifier sur des valeurs ne prouve rien.

QUESTION 31 · ÉGALES PARTOUT, OU ÉGALES SEULEMENT QUELQUE PART

égales pour 3 valeurs donc égales partout ? | jarrabt barcha valeurs w jew égales, donc A = B ? | si ça marche pour plusieurs valeurs c'est bon ? | vérifier avec des valeurs ça suffit pour prouver ? | A et B coïncident pour trois valeurs donc A = B ? | plusieurs valeurs suffisent pour montrer l'égalité ?

CE QU'IL ÉCRIT AU TABLEAU

$$A(0) = 0 \quad ; \quad B(0) = -8$$

CE QU'IL RÉPOND

Le. $A = x^{3} - x^{2}$ w $B = 2x^{2} + 6x - 8$ ytsewew pour 1, -2 w 4. Ama $A(0) = 0$ w $B(0) = -8$: mouch égales partout. Des valeurs ma yprouviw 7atta égalité.

pour 1 ، moins 2 يتساواو A égale x au cube moins x au carré w B égale 2 x au carré plus 6 x moins 8 . لا
égales partout . des valeurs موش : A de zéro égale zéro w B de zéro égale moins 8 . أما w 4 ما يـ
. égalité حتى prouvent

Non. A égale x au cube moins x au carré et B égale 2 x au carré plus 6 x moins 8 coïncident pour 1, moins 2 et 4. Mais A de zéro égale zéro et B de zéro égale moins 8 : elles ne sont pas égales partout. Des valeurs ne prouvent jamais une égalité d'expressions.

QUESTION 32 · ÉGALES PARTOUT, OU ÉGALES SEULEMENT QUELQUE PART

c'est quoi un contre-exemple | chnowa contre-exemple | comment montrer que A et B ne sont pas égales | un seul contre-exemple suffit ? | kifech nwarri A mouch égale B | contre-exemple wa7ed yekfi ?

CE QU'IL RÉPOND

Contre-exemple houwa valeur wa7da win el zouz expressions ma ytsewewch. W yekfi : houwa preuve kemla elli A mouch égale B pour tout réel. Par exemple $A(0) = 0$ w $B(0) = -8$.

A كاملة اللي preuve : هو يكفي : w . ما يتساواوش expressions الزوز وحدة وين valeur هو contre-exemple
. égale B pour tout réel . par exemple A de zéro égale zéro w B de zéro égale moins 8 موش

Un contre-exemple, c'est une seule valeur où les deux expressions diffèrent. Et il suffit : c'est une preuve complète que A n'est pas égale à B pour tout réel. Par exemple A de zéro égale zéro et B de zéro égale moins 8.

QUESTION 33 · CE QU'ON A LE DROIT DE FAIRE À UNE ÉGALITÉ

pourquoi multiplier par un nombre non nul | 3lech non nul ki nmultipliw égalité | on peut multiplier une égalité par 0 ? | multiplier les deux membres par zéro | pourquoi pas multiplier par zéro | non nul 3lech

CE QU'IL ÉCRIT AU TABLEAU

$2 \times 0 = 3 \times 0$

CE QU'IL RÉPOND

Ken nmultiplier par zéro, ay égalité, 7atta ghalta, twalli $0 = 0$. Par exemple $2 = 3$ ghalta, ama $2 \times 0 = 3 \times 0$ s7i7a. W bech nerj3ou lteli lezem ndiviser par zéro, w hedha mamnou3.

كان نـ multiplier par zéro ، أي égalité ، حتى غالطة ، تولّي 3 égale 2 par exemple . zéro égale zéro غالطة ، أما 2 fois zéro égale 3 fois zéro صحيحة . w باش نرجعو لتالي لازم نـ w ، diviser par zéro هذا ممنوع .

En multipliant par zéro, n'importe quelle égalité, même fausse, devient zéro égale zéro. Par exemple 2 égale 3 est faux, mais 2 fois zéro égale 3 fois zéro est vrai. Et pour revenir en arrière, il faudrait diviser par zéro, ce qui est interdit.

QUESTION 34 · CE QU'ON A LE DROIT DE FAIRE À UNE ÉGALITÉ

qu'est-ce qu'on a le droit de faire à une égalité | chnowa el règles mta3 égalité | les règles de l'égalité | ajouter le même nombre aux deux membres ça change l'égalité ? | kifech nbaddel égalité bla ma nkhassarha | règles pour modifier une égalité

CE QU'IL RÉPOND

Zouz règles : nzidou nafs el terme lel zouz membres, w nmultiplier el zouz membres b nafs el nombre non nul. El zouz ma ybaddlouch l'égalité, w le chapitre des équations yesta3melhom dima.

زوز règles : نزيدو نفس الـ terme للزوز w ، membres نـ multiplier الزوز membres بنفس الـ nombre non nul . l'égalité ، w le chapitre des équations الزوز ما يبدّلوش يستعملهم ديما .

Deux règles : on peut ajouter le même terme aux deux membres, et multiplier les deux membres par un même nombre non nul. Aucune des deux ne modifie l'égalité, et le chapitre des équations s'en sert sans arrêt.

QUESTION 35 · L'ÉQUATION PRODUIT NUL

c'est quoi l'équation produit nul | produit nul chnowa | comment résoudre un produit égal à zéro | kifech n7el produit nul | produit nul règle | (2x-1)(x+4) = 0 kifech

CE QU'IL ÉCRIT AU TABLEAU

$A \times B = 0 \iff A = 0 \text{ ou } B = 0$

$S = \left\{-4 ; \frac{1}{2}\right\}$

CE QU'IL RÉPOND

Un produit de facteurs est nul si et seulement si l'un des facteurs est nul. Pour $(2x - 1)(x + 4) = 0$: $2x - 1 = 0$ walla $x + 4 = 0$. Donc $x = \frac{1}{2}$ walla $x = -4$.

un produit de facteurs est nul si et seulement si l'un des facteurs est nul . pour 2 x moins 1 ، fois x plus x égale moins 4 ولّا x plus 4 égale zéro . donc x égale un demi ولّا 4 ، égale zéro : 2 x moins 1 égale zéro .

Un produit de facteurs est nul si et seulement si l'un au moins de ses facteurs est nul. Pour 2 x moins 1, fois x plus 4, égale zéro : 2 x moins 1 égale zéro ou x plus 4 égale zéro. Donc x égale un demi ou x égale moins 4.

QUESTION 36 · L'ÉQUATION PRODUIT NUL

pourquoi on ne développe pas avant de résoudre | 3lech ma ndévelopiwech (2x-1)(x+4) = 0 | faut-il développer une équation produit | ndévelopi 9bal ma n7el ? | développer avant de résoudre ou pas | équation factorisée pourquoi ne pas développer

CE QU'IL RÉPOND

Ki tkoun l'équation déjà factorisée, ma ndévelopper chay. Le développement yraja3na l équation du second degré, w hedhi ma na3rfouch n7elouha tawa. La forme factorisée ta3tina les solutions directement b le produit nul.

équation du يرجّعنا لـ le développement . شي développer ما نـ ، l'équation déjà factorisée كي تكون le produit nul . second degré ، w هاذي ما نعرفوش نحلّوها توّا . la forme factorisée تعطينا les solutions directement بـ

Quand l'équation est déjà factorisée, on ne développe jamais. Développer ramène à une équation du second degré, qu'on ne sait pas encore résoudre. La forme factorisée donne les solutions directement, grâce au produit nul.

QUESTION 37 · L'ÉQUATION PRODUIT NUL

et si c'est une somme égale à zéro | somme A + B = 0 donc A = 0 ? | somme nulle kifech | somme égale à zéro même règle que le produit ? | el somme ki tsewi zéro chnowa n9oulou | somme nulle ça marche comme le produit nul ?

CE QU'IL ÉCRIT AU TABLEAU

$$3 + (-3) = 0$$

CE QU'IL RÉPOND

Le, ma thammech règle hakka l une somme. $A + B = 0$ ma t9oul walou 3la A wa7dha wala 3la B wa7dha : mathalan $3 + (-3) = 0$, w 7atta wa7ed fihom mouch zéro. El règle hedhi mte3 le produit bark.

مثلا 3 : وحدها ولا على B وحدها والو على A ما تقول une somme . A plus B égale zéro هكّا لـ règle لا ، ما ثمّاش plus moins 3 égale zéro ، w حتى واحد فيهم موش zéro . الـ règle هاذي متاع le produit برك .

Non, rien de tel pour une somme. A plus B égale zéro ne dit rien sur A ni sur B pris séparément : par exemple 3 plus moins 3 égale zéro, sans qu'aucun des deux soit nul. Cette règle ne vaut que pour un produit.

Les exercices — avec les corrigés

EXERCICE 1 · BASE

Une double distributivité

Développer et réduire $A = (2x - 3)(x + 5)$.

Donner le coefficient de x dans la forme réduite.

Réponse attendue : 7

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Chaque terme de la première parenthèse multiplie chaque terme de la seconde : quatre produits en tout.
2. Le coefficient de x vient de deux produits seulement : $2x \times 5$ et $-3 \times x$.
3. Attention au signe du second : le -3 garde son moins.

CORRECTION

Les quatre produits —

$$A = 2x \times x + 2x \times 5 - 3 \times x - 3 \times 5$$

$$A = 2x^2 + 10x - 3x - 15$$

Réduire — On regroupe les deux termes en x.

$$10x - 3x = 7x$$

$$A = 2x^2 + 7x - 15$$

Le coefficient de x est la somme des deux produits croisés, signes compris.

PIÈGES ANTICIPÉS

`13` → Tu as fait $10 + 3$. Le terme est -3, donc le produit croisé vaut $-3x$: on soustrait.

`0` → Tu n'as multiplié que le premier par le premier et le dernier par le dernier. Il manque les deux produits croisés.

EXERCICE 2 · BASE

Le carré d'une différence

Développer $B = (3x - 2)^2$.

Donner le coefficient de x.

Réponse attendue : -12

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Applique l'identité du carré d'une différence.
   $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
2. Ici $a = 3x$ et $b = 2$. Le coefficient de x vient du terme $-2ab$.
3. N'oublie ni le facteur 2, ni le signe moins.

CORRECTION

Identifier —

$a = 3x \quad ; \quad b = 2$

Le double produit —

$-2ab = -2 \times 3x \times 2 = -12x$

Les carrés — Le carré porte aussi sur le coefficient 3.

$(3x)^2 = 9x^2 \quad ; \quad 2^2 = 4$

$B = 9x^2 - 12x + 4$

Le terme du milieu est toujours le double produit, avec le signe de l'identité.

PIÈGES ANTICIPÉS

`12` → L'identité du carré d'une **différence** donne $-2ab$: le terme du milieu est négatif.

`-6` → Tu as calculé $3x \times 2 = 6x$ sans le facteur 2 du double produit.

`0` → Tu as écrit $(a-b)^2 = a^2 + b^2$. Le double produit manque : c'est justement le terme en x.

EXERCICE 3 · PRATIQUE

Une différence de carrés

Factoriser $C = 9x^2 - 25$.

Réponse attendue : `(3x-5)*(3x+5)`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Deux termes, une soustraction, deux carrés : c'est une différence de carrés.
2. Écris chaque terme comme un carré.
   $9x^2 = (3x)^2 \quad ; \quad 25 = 5^2$
3. Applique l'identité dans le sens de la factorisation.
   $a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$

CORRECTION

Écrire en carrés —

$C = (3x)^2 - 5^2$

Appliquer l'identité — Avec $a = 3x$ et $b = 5$.

$C = (3x-5)(3x+5)$

Vérification — On redéveloppe pour contrôler.

$(3x-5)(3x+5) = 9x^2 + 15x - 15x - 25 = 9x^2 - 25$

$C = (3x-5)(3x+5)$

On vérifie toujours une factorisation en la redéveloppant.

PIÈGES ANTICIPÉS

`(3x-5)^2` → $(3x-5)^2$ donnerait trois termes, avec un $-30x$ au milieu. Ici il n'y a que deux termes.

`(9x-5)*(9x+5)` → La racine carrée de $9x^2$ est $3x$, pas $9x$. Le coefficient aussi passe à la racine.

EXERCICE 4 · PRATIQUE

Un facteur commun caché

Factoriser complètement $D = (x-1)(x+3) + (x-1)(2x)$.

Réponse attendue : `3*(x-1)*(x+1)`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Un facteur commun n'est pas toujours une lettre : cherche ce qui se répète tel quel dans les deux termes.
2. Mets $(x-1)$ en facteur, et réduis ce qui reste entre crochets.
3. Une fois le crochet réduit, regarde s'il ne reste pas un nombre à sortir.

CORRECTION

Facteur commun — La parenthèse $(x-1)$ apparaît dans les deux termes.

$$D = (x-1)\big[(x+3) + 2x\big]$$

Réduire —

$$(x+3) + 2x = 3x + 3$$

Factoriser encore — $3x+3 = 3(x+1)$: la factorisation n'était pas terminée.

$$D = 3(x-1)(x+1)$$

« Factoriser complètement » veut dire aller jusqu'au bout : on regarde toujours si un dernier facteur peut sortir.

PIÈGES ANTICIPÉS

`(x-1)*(2x)*(x+3)` → Les deux termes sont **additionnés**, pas multipliés. En factorisant, on additionne ce qui reste dans le crochet.

`(x-1)*(x+5)` → Dans le crochet, $2x$ est un terme en x : il s'ajoute au x, pas au 3.

EXERCICE 5 · RAISONNEMENT

Deux identités enchaînées

Factoriser $E = x^2 - 6x + 9 - 4x^2$.

Réponse attendue : `-3*(x+3)*(x-1)` — aussi acceptées : (-x-3)*(3x-3) · 3*(x+3)*(1-x)

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Ne réduis pas tout de suite. Regarde les **trois premiers termes** : ils forment un bloc connu.
2. Écris chaque bloc comme un carré.
   $x^2 - 6x + 9 = (x-3)^2 \quad ; \quad 4x^2 = (2x)^2$
3. Tu obtiens alors une différence de deux carrés, qu'on sait factoriser.

CORRECTION

Premier bloc — Trois termes, deux carrés, et $6x$ est bien le double produit $2 \times x \times 3$.

$$x^2 - 6x + 9 = (x - 3)^2$$

Différence de carrés —

$$E = (x - 3)^2 - (2x)^2$$

On applique l'identité avec $a = x - 3$ et $b = 2x$.

$$E = \big[(x - 3) - 2x\big]\big[(x - 3) + 2x\big]$$

$$E = (-x - 3)(3x - 3)$$

Ranger — On sort -1 du premier facteur et 3 du second.

$$E = -3(x + 3)(x - 1)$$

Réduire d'abord aurait détruit le carré parfait. On repère la structure avant de calculer.

PIÈGES ANTICIPÉS

`(-x-3)*(3x+3)` → Dans le second crochet, $(x - 3) + 2x = 3x - 3$, et non $3x + 3$.

`(x+3)^2-(2x)^2` → Le terme du milieu est $-6x$: c'est le carré d'une **différence**, donc $(x - 3)^2$.

EXERCICE 6 · DEFI

De la factorisation à l'équation

Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $(2x - 1)(x + 4) = 0$.

Donner la solution positive.

Réponse attendue : `1/2` — aussi acceptées : 0.5

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Un produit est nul si et seulement si **l'un de ses facteurs** est nul.
2. Sépare en deux équations du premier degré, et résous-les indépendamment.
3. Surtout, ne développe pas : le produit est déjà sous la forme qui donne les solutions.

CORRECTION

Produit nul —

$$(2x - 1)(x + 4) = 0 \iff 2x - 1 = 0 \text{ ou } x + 4 = 0$$

Premier facteur —

$$2x - 1 = 0 \iff 2x = 1 \iff x = \tfrac{1}{2}$$

Second facteur —

$$x + 4 = 0 \iff x = -4$$

$$S = \left\{-4\,;\,\tfrac{1}{2}\right\}$$

Deux facteurs, donc au plus deux solutions. La seule positive vient du premier facteur.

PIÈGES ANTICIPÉS

`-4` → -4 est bien une solution, mais elle est négative. La consigne demande la solution positive.

`1` → Tu es arrivé à $2x = 1$ et tu t'es arrêté. Il reste à diviser par 2.

EXERCICE 7 · BASE

Du programme à l'expression

On choisit un entier b, on le multiplie par 11, on ajoute 4 au résultat, on multiplie le tout par 9, puis on retranche le double du carré du nombre de départ.

Écrire l'expression réduite du nombre obtenu, en fonction de b.

Donner l'expression en fonction de b, développée et réduite.

Réponse attendue : `-2*b^2 + 99*b + 36` — aussi acceptées : `99*b + 36 - 2*b^2`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Traduis une ligne à la fois, sans chercher à réduire. La première donne $11b$, la deuxième ajoute 4.
2. « Multiplier le tout par 9 » porte sur ce qui précède en entier : il faut une parenthèse.
   $9(11b + 4)$
3. La dernière ligne retranche le double du carré du nombre de **départ**. Le nombre de départ, c'est b — pas le résultat précédent.

CORRECTION

Ligne par ligne —

$$11b \longrightarrow 11b + 4 \longrightarrow 9(11b + 4)$$

La dernière ligne — Le double du carré du nombre de départ vaut $2b^2$.

$$9(11b + 4) - 2b^2$$

On développe —

$$99b + 36 - 2b^2$$

Une fois cette expression écrite, le programme ne sert plus à rien : pour $b = 17$ on remplace et on trouve 1141, sans refaire les quatre étapes.

PIÈGES ANTICIPÉS

`11*b + 36 - 2*b^2` → Tu n'as multiplié que le 4 par 9. « Multiplier le résultat obtenu » porte sur $11b + 4$ en entier, donc $9(11b + 4)$.

`99*b + 36` → Il manque la dernière ligne du programme : retrancher $2b^2$.

`99*b + 4 - 2*b^2` → Le 4 doit lui aussi être multiplié par 9, ce qui donne 36.

EXERCICE 8 · PRATIQUE

Le cube d'une somme

Développer et réduire $A = (x + 2)^3$.

Réponse attendue : `x^3 + 6*x^2 + 12*x + 8`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Quatre termes t'attendent, avec les coefficients $1, 3, 3, 1$. Commence par identifier a et b.
2. Ici $a = x$ et $b = 2$. Écris la formule en entier avant de calculer quoi que ce soit.
   $(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$

3. Attention au troisième terme : c'est $3 \times a \times b^2$, donc le 2 y est au carré.

CORRECTION

La formule —

$$(x+2)^3 = x^3 + 3x^2 \times 2 + 3x \times 2^2 + 2^3$$

Chaque terme —

$$3x^2 \times 2 = 6x^2 \quad ; \quad 3x \times 4 = 12x \quad ; \quad 2^3 = 8$$

$$A = x^3 + 6x^2 + 12x + 8$$

Un contrôle rapide : pour $x = 1$, $(1+2)^3 = 27$, et $1 + 6 + 12 + 8 = 27$. Les deux écritures concordent.

PIÈGES ANTICIPÉS

`x^3 + 8` → Tu as écrit $(x+2)^3 = x^3 + 2^3$. Vérifie avec $x = 1$: $27 \neq 9$. Les deux termes du milieu manquent.

`x^3 + 6*x^2 + 6*x + 8` → Ton troisième terme est $3 \times x \times 2 = 6x$. La formule demande $3ab^2$, donc $3 \times x \times 2^2 = 12x$.

EXERCICE 9 · PRATIQUE

Une différence de cubes

Factoriser $B = x^3 - 8$.

Réponse attendue : `(x - 2)*(x^2 + 2*x + 4)`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Deux termes, une soustraction. Mais ce ne sont pas des carrés : regarde les exposants de plus près.
2. $8 = 2^3$, donc B est une différence de deux cubes, avec $a = x$ et $b = 2$.
   $$a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2)$$
3. Dans le second facteur, le terme du milieu porte le signe opposé à celui du premier facteur, et il n'est **pas** doublé.

CORRECTION

Reconnaître — x^3 et $8 = 2^3$ sont deux cubes, séparés par un moins.

$$B = x^3 - 2^3$$

Appliquer —

$$B = (x-2)(x^2 + x \times 2 + 2^2)$$

$$B = (x-2)(x^2 + 2x + 4)$$

Le second facteur ne se factorise pas davantage. On peut vérifier en développant : les termes en x^2 et en x se compensent deux à deux, et il ne reste que $x^3 - 8$.

PIÈGES ANTICIPÉS

`(x - 2)*(x^2 - 2*x + 4)` → Tu as mis un moins au milieu du second facteur. C'est le carré d'une différence qui fait cela ; pour les cubes, le signe du milieu est l'opposé de celui du premier facteur, donc un plus ici.

`(x - 2)^3` → Tu as factorisé comme si B était $(x-2)^3$. Développe-le pour voir : tu obtiens $x^3 - 6x^2 + 12x - 8$, et non $x^3 - 8$.

EXERCICE 10 · RAISONNEMENT

De tête, sans poser le calcul

Calculer $102^2 - 98^2$ **sans calculer les deux carrés**, en reconnaissant une identité remarquable.

Donner le résultat.

Réponse attendue : `800`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Deux termes, une soustraction, et chacun est un carré. Quelle identité a exactement cette forme ?
2. Applique-la avec $a = 102$ et $b = 98$. Les deux facteurs obtenus sont des nombres ronds.
   $a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$

CORRECTION

La forme — C'est une différence de deux carrés, avec $a = 102$ et $b = 98$.

$$102^2 - 98^2 = (102 - 98)(102 + 98)$$

Deux calculs faciles —

$$= 4 \times 200$$

$$= 800$$

Par l'autre chemin il aurait fallu calculer $10\,404 - 9\,604$. Même résultat, mais deux carrés à quatre chiffres : c'est précisément ce que l'identité évite.

PIÈGES ANTICIPÉS

`4` → Tu t'es arrêté à $102 - 98$. C'est le premier facteur ; il reste à le multiplier par $102 + 98$.

`200` → Tu as donné $102 + 98$. C'est le second facteur ; le résultat est le produit des deux.

`16` → Tu as calculé $(102 - 98)^2$. Or $a^2 - b^2$ n'est pas $(a-b)^2$: ce sont deux facteurs différents.

EXERCICE 11 · DEFI

Une expression qui ne dépend pas de x

On pose $E = (3x - 2)^2 - (1 - 3x)^2 + 6x$.

Montrer que E garde la même valeur quel que soit le réel x, et donner cette valeur.

Donner la valeur constante de E.

Réponse attendue : `3`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Développe les deux carrés séparément, et n'essaie pas de simplifier avant de les avoir tous les deux écrits.
2. Attention au signe : le second carré est **retranché**, donc tous les termes de son développement changent de signe.

3. Les termes en x^2 sont identiques dans les deux carrés : ils disparaissent dans la soustraction. Regarde ensuite ce que deviennent les termes en x, en tenant compte du $+6x$ de la fin.

CORRECTION

Premier carré —

$$(3x-2)^2 = 9x^2 - 12x + 4$$

Second carré —

$$(1-3x)^2 = 1 - 6x + 9x^2$$

La soustraction — On retranche le second développement en entier, donc on change le signe de chacun de ses termes.

$$E = 9x^2 - 12x + 4 - 9x^2 + 6x - 1 + 6x$$

On regroupe — Les $9x^2$ se compensent. Pour les termes en x : $-12x + 6x + 6x = 0$. Restent les constantes $4 - 1$.

$$E = 0 \times x^2 + 0 \times x + 3$$

$$E = 3$$

Il ne reste aucun x : l'expression est constante. C'est pour cela qu'on ne pouvait pas répondre en testant des valeurs — il fallait développer, comme dans la section sur l'égalité de deux expressions.

PIÈGES ANTICIPÉS

`-6*x + 3` → Il te reste un terme en x : tu as oublié le $+6x$ de la fin, ou tu ne l'as compté qu'une fois. Après la soustraction il reste $-12x + 6x$, et le $+6x$ final annule le tout.

`0` → Tu as fait disparaître aussi les constantes. Elles ne se compensent pas : $4 - 1 = 3$.

EXERCICE 12 · BASE

Un programme qui se simplifie

On choisit un nombre a. On lui ajoute 5, on multiplie le résultat par 3, puis on retranche 15.

Écrire l'expression réduite du nombre obtenu, en fonction de a.

Donner l'expression en fonction de a, développée et réduite.

Réponse attendue : `3*a`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Traduis ligne par ligne : ajouter 5 donne $a + 5$.
2. « Multiplier le résultat par 3 » porte sur $a + 5$ en entier : il faut une parenthèse.
3. Développe, puis regarde ce que deviennent les constantes.

CORRECTION

Ligne par ligne —

$$a \longrightarrow a + 5 \longrightarrow 3(a+5) \longrightarrow 3(a+5) - 15$$

On développe —

$$3a + 15 - 15$$

Les constantes se compensent.

$3a$

Le programme rend toujours le triple du nombre de départ : l'expression le montre d'un coup d'œil, ce que dix essais n'auraient pas prouvé.

PIÈGES ANTICIPÉS

`a` → Tu as écrit $a + 5 \times 3 - 15$: sans parenthèse, le 3 ne multiplie que le 5. Le résultat obtenu, c'est $a + 5$ en entier.

`3*a-10` → Tu as écrit $3a + 5 - 15$: le 5 doit lui aussi être multiplié par 3.

EXERCICE 13 · BASE

Appliquer un programme à un nombre négatif

On choisit un nombre, on le multiplie par 4, on ajoute 7 au résultat, puis on multiplie ce résultat par le nombre de départ.

Calculer le nombre obtenu quand le nombre de départ est -3.

Donner le nombre obtenu.

Réponse attendue : 15

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Écris d'abord l'expression : si le nombre de départ est x, on obtient $(4x + 7) \times x$.
2. Remplace x par -3 en gardant les parenthèses, et calcule d'abord le contenu de la parenthèse.
3. Le produit de deux nombres négatifs est positif.

CORRECTION

L'expression —

$(4x + 7)\,x$

On remplace x par −3 —

$(4 \times (-3) + 7) \times (-3)$

La parenthèse —

$-12 + 7 = -5$

$(-5) \times (-3) = 15$

On calcule toujours le contenu de la parenthèse en premier : c'est elle qui dit que le 7 est ajouté **avant** la dernière multiplication.

PIÈGES ANTICIPÉS

`-33` → Tu as calculé $4 \times (-3) + 7 \times (-3)$: le 7 a été multiplié seul. C'est le résultat $4x + 7$ en entier qu'on multiplie.

`-15` → $(-5) \times (-3)$ est le produit de deux négatifs : il est positif.

EXERCICE 14 · PRATIQUE

Un carré qui en efface un autre

On choisit un nombre x. On calcule son carré, on y ajoute le triple de x, puis on retranche le carré du nombre $x + 1$.

Écrire l'expression réduite du nombre obtenu, en fonction de x.

Donner l'expression en fonction de x, développée et réduite.

Réponse attendue : `x-1`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Traduis sans réduire : $x^2 + 3x$, puis on retranche $(x + 1)^2$ — avec ses parenthèses.
2. Développe le carré avec l'identité, sans oublier le double produit.
   $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
3. Le moins devant le carré change le signe de **chacun** des trois termes de son développement.

CORRECTION

Traduire —

$x^2 + 3x - (x + 1)^2$

Le carré —

$(x + 1)^2 = x^2 + 2x + 1$

Retrancher — On change le signe des trois termes.

$x^2 + 3x - x^2 - 2x - 1$

$x - 1$

Les carrés se compensent : le programme revient simplement à retirer 1 au nombre de départ.

PIÈGES ANTICIPÉS

`3*x-1` → Tu as écrit $(x + 1)^2 = x^2 + 1$. Il manque le double produit $2x$.

`5*x+1` → Le moins devant $(x + 1)^2$ porte sur tous ses termes : on retranche x^2, **et** $2x$, **et** 1.

EXERCICE 15 · PRATIQUE

Une hausse puis une remise

Un commerçant augmente de $20\,\%$ le prix p (en dinars) d'un article, puis il accorde une remise de $20\,\%$ sur ce nouveau prix.

Écrire le prix final en fonction de p.

Donner le prix final en fonction de p, sous la forme $k \times p$.

Réponse attendue : `0.96*p` — aussi acceptées : `24/25*p`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Augmenter de $20\,\%$, c'est multiplier par $1 + \dfrac{20}{100} = 1{,}2$.
2. Une remise de $20\,\%$ multiplie le **nouveau** prix par $1 - \dfrac{20}{100}$.
3. Les deux coefficients se multiplient : ils ne s'annulent pas.

CORRECTION

La hausse —

$p \times 1{,}2 = 1{,}2\,p$

La remise — Elle porte sur le prix augmenté.

$1{,}2\,p \times 0{,}8$

$0{,}96\,p$

Le prix final est inférieur au prix de départ : $20\,\%$ de remise portent sur un prix plus grand que celui qui a subi la hausse. Les pourcentages successifs se multiplient, ils ne s'additionnent pas.

PIÈGES ANTICIPÉS

`p` → $+20\,\%$ puis $-20\,\%$ ne se compensent pas : la remise est calculée sur le prix **déjà augmenté**. Multiplie $1{,}2$ par $0{,}8$.

`1.2*p` → Tu t'es arrêté après la hausse. Il reste la remise : on multiplie encore par $0{,}8$.

EXERCICE 16 · RAISONNEMENT

Un programme qui donne toujours le même nombre

Programme de calcul : choisir un nombre ; lui ajouter 3 ; élever le résultat au carré ; retrancher le carré du nombre de départ ; retrancher enfin 6 fois le nombre de départ.

Montrer que le résultat ne dépend pas du nombre choisi, et donner ce résultat.

Donner le résultat du programme.

Réponse attendue : 9

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Appelle x le nombre de départ et traduis chaque ligne, avec les parenthèses nécessaires.
2. Tu dois obtenir $(x+3)^2 - x^2 - 6x$. Développe le carré avec une identité remarquable.
3. Regarde ce que deviennent les termes en x^2, puis les termes en x.

CORRECTION

Traduire —

$(x+3)^2 - x^2 - 6x$

Le carré —

$(x+3)^2 = x^2 + 6x + 9$

Réduire — Les termes en x^2 et en x se compensent.

$x^2 + 6x + 9 - x^2 - 6x$

9

Le nombre de départ a disparu de l'expression : le programme rend 9 pour tout nombre. Essayer quelques valeurs l'aurait suggéré ; seul le développement le prouve.

PIÈGES ANTICIPÉS

`9-6*x` → Tu as écrit $(x+3)^2 = x^2 + 9$. Le double produit $6x$ manque : c'est lui qui compense le $-6x$ de la fin.

`0` → Les termes en x^2 et en x disparaissent, mais pas la constante : $3^2 = 9$ reste.

EXERCICE 17 · DEFI

Deux produits d'entiers voisins

On choisit un entier n.

- Programme A : multiplier n par l'entier qui le suit.
- Programme B : multiplier l'entier qui précède n par l'entier qui suit n.

Écrire, développée et réduite, la différence (résultat de A) − (résultat de B), en fonction de n.

Donner la différence A − B en fonction de n.

Réponse attendue : n+1

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Écris les trois entiers consécutifs avec la lettre : celui qui précède n est $n-1$, celui qui le suit s'obtient en ajoutant 1.
2. Le résultat de B est un produit que tu sais développer d'un coup : une différence de carrés.
3. Retranche le résultat de B **en entier** : mets-le entre parenthèses.

CORRECTION

Les deux résultats —

$$A = n(n+1) = n^2 + n \quad ; \quad B = (n-1)(n+1) = n^2 - 1$$

La différence —

$$A - B = n^2 + n - (n^2 - 1)$$

Le moins change le signe du -1.

$$A - B = n^2 + n - n^2 + 1$$

$$A - B = n + 1$$

Par exemple $2026 \times 2027 - 2025 \times 2027 = 2027$, sans poser une seule multiplication. Retrancher une expression, c'est retrancher chacun de ses termes.

PIÈGES ANTICIPÉS

`n-1` → Tu as retranché $n^2 - 1$ sans changer le signe du -1 : $-(n^2 - 1) = -n^2 + 1$.

`-n-1` → Tu as calculé B − A. La consigne demande A − B.

EXERCICE 18 · BASE

Remplacer par un nombre négatif

On pose $A(x) = 2x^2 - 5x + 1$. Calculer $A(-2)$.

Donner la valeur de $A(-2)$.

Réponse attendue : 19

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Remplace chaque x par (-2), **avec ses parenthèses**.
2. Le carré porte sur -2 tout entier : $(-2)^2$ est positif.
3. $-5 \times (-2)$: deux signes moins, donc un produit positif.

CORRECTION

On remplace —

$$A(-2) = 2 \times (-2)^2 - 5 \times (-2) + 1$$

Chaque terme —

$$2 \times 4 = 8 \quad ; \quad -5 \times (-2) = 10$$

$$A(-2) = 8 + 10 + 1 = 19$$

Un nombre négatif se remplace toujours entre parenthèses : c'est la parenthèse qui fait porter le carré sur le signe.

PIÈGES ANTICIPÉS

3 → Tu as écrit $-2^2 = -4$. Avec la parenthèse, $(-2)^2 = 4$: un carré n'est jamais négatif.

-1 → $-5 \times (-2) = +10$: le produit de deux négatifs est positif.

EXERCICE 19 · BASE **La valeur d'un produit**

On pose $B(x) = (x - 4)(2x + 1)$. Calculer $B(3)$.

Donner la valeur de $B(3)$.

Réponse attendue : -7

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Inutile de développer : remplace x par 3 dans chaque facteur.
2. Calcule chaque parenthèse, puis multiplie les deux résultats.

CORRECTION

Chaque facteur —

$$3 - 4 = -1 \quad ; \quad 2 \times 3 + 1 = 7$$

$$B(3) = (-1) \times 7 = -7$$

Sous forme de produit, une valeur numérique se calcule facteur par facteur : c'est souvent la forme la plus rapide.

PIÈGES ANTICIPÉS

7 → Le premier facteur vaut $3 - 4 = -1$: le produit est négatif.

EXERCICE 20 · PRATIQUE **Une valeur exacte en fraction**

On pose $C(x) = 3x^2 - x$. Calculer la valeur exacte de $C\left(\frac{2}{3}\right)$.

Donner la valeur exacte, sous forme de fraction irréductible.

Réponse attendue : 2/3

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Le carré porte sur $\frac{2}{3}$ seulement, pas sur le 3 placé devant : $3x^2 = 3 \times x^2$.
2. $\left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{4}{9}$, puis multiplie par 3 et simplifie.
3. Mets les deux fractions au même dénominateur avant de soustraire.

CORRECTION

On remplace —

$$C\left(\frac{2}{3}\right) = 3 \times \left(\frac{2}{3}\right)^2 - \frac{2}{3}$$

Le carré —

$$3 \times \frac{4}{9} = \frac{12}{9} = \frac{4}{3}$$

$$\frac{4}{3} - \frac{2}{3} = \frac{2}{3}$$

Pour une valeur exacte, on garde les fractions jusqu'au bout : une valeur approchée n'est pas la valeur demandée.

PIÈGES ANTICIPÉS

`10/3` → Tu as calculé $(3x)^2$. Dans $3x^2$, seul x est au carré : $3 \times \frac{4}{9}$.

`0.67` / `0.667` / `0.6667` / `0.66` / `0.666` / `0.7` → C'est une valeur approchée. La consigne demande la valeur exacte : garde la fraction.

EXERCICE 21 · PRATIQUE

Deux lettres à remplacer

Calculer la valeur de $E = a^2 - 3ab + b^2$ pour $a = -1$ et $b = 2$.

Donner la valeur de E.

Réponse attendue : 11

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Remplace a par (-1) et b par 2, en gardant les parenthèses autour de -1.
2. Le terme du milieu est $-3 \times a \times b$: compte bien les signes moins.

CORRECTION

On remplace —

$$E = (-1)^2 - 3 \times (-1) \times 2 + 2^2$$

Chaque terme —

$$(-1)^2 = 1 \quad ; \quad -3 \times (-1) \times 2 = 6 \quad ; \quad 2^2 = 4$$

$$E = 1 + 6 + 4 = 11$$

Deux signes moins dans un même produit donnent un produit positif : c'est là que la plupart des erreurs se glissent.

PIÈGES ANTICIPÉS

`-1` → $-3 \times (-1) \times 2 = +6$: deux facteurs négatifs, le produit est positif.

`9` → $(-1)^2 = 1$ et non -1 : un carré est toujours positif.

EXERCICE 22 · PRATIQUE

Le prix d'une course

Un taxi facture $0{,}500$ dinar à la prise en charge, puis $0{,}450$ dinar par kilomètre parcouru.

Écrire le prix P d'une course de d kilomètres, puis calculer ce prix pour une course de 12 km.

Donner le prix de la course de 12 km, en dinars.

Réponse attendue : `5.9`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Le prix est la somme d'une partie fixe et d'une partie qui dépend de d.
2. La partie variable vaut $0{,}45 \times d$. La prise en charge, elle, ne se multiplie pas.
3. Remplace ensuite d par 12.

CORRECTION

L'expression —

$$P = 0{,}5 + 0{,}45\,d$$

Pour d égal à 12 —

$$P = 0{,}5 + 0{,}45 \times 12 = 0{,}5 + 5{,}4$$

$$P = 5{,}9$$

La course de 12 km coûte $5{,}900$ dinars. Une expression littérale sépare clairement ce qui est fixe de ce qui dépend de la lettre.

PIÈGES ANTICIPÉS

`5.4` → Tu as oublié la prise en charge de $0{,}500$ dinar, payée une fois quelle que soit la distance.

`11.4` → Tu as multiplié la prise en charge par 12 aussi. Elle n'est payée qu'une fois : $0{,}5 + 0{,}45 \times 12$.

EXERCICE 23 · PRATIQUE

L'aire d'un rectangle

Un rectangle a pour longueur $x + 4$ et pour largeur $x - 1$ (en cm, avec $x > 1$).

Écrire son aire en fonction de x, développée et réduite.

Donner l'aire en fonction de x, développée et réduite.

Réponse attendue : `x^2+3*x-4`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. L'aire d'un rectangle est le produit de sa longueur par sa largeur : $(x+4)(x-1)$.
2. Double distributivité : quatre produits en tout.
3. Regroupe les deux termes en x, en tenant compte du signe de -1.

CORRECTION

Le produit —

$(x+4)(x-1)$

Quatre produits —

$x^2 - x + 4x - 4$

$x^2 + 3x - 4$

Une aire en fonction de x s'écrit d'abord comme un produit ; on ne développe qu'ensuite, et on vérifie les signes des produits croisés.

PIÈGES ANTICIPÉS

`x^2-4` → Il manque les deux produits croisés : $x \times (-1)$ et $4 \times x$.

`x^2+5*x-4` → Le produit $x \times (-1)$ vaut $-x$: les termes en x font $4x - x = 3x$.

EXERCICE 24 · RAISONNEMENT

Choisir la bonne forme

Une même expression s'écrit de trois façons :

$$A(x) = (x-3)^2 - 1, \quad A(x) = (x-4)(x-2) \text{ et } \quad A(x) = x^2 - 6x + 8.$$

Calculer $A(4) + A(3) + A(0)$, en choisissant pour chaque valeur la forme la plus commode.

Donner la valeur de $A(4) + A(3) + A(0)$.

Réponse attendue : 7

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Pour $x = 4$, une des formes contient un facteur qui s'annule.
2. Pour $x = 3$, une des formes fait disparaître la parenthèse au carré.
3. Pour $x = 0$, la forme développée donne la réponse sans calcul.

CORRECTION

x égal à 4 — Forme factorisée : le facteur $x - 4$ est nul.

$A(4) = 0 \times 2 = 0$

x égal à 3 — Première forme.

$A(3) = 0^2 - 1 = -1$

x égal à 0 — Forme développée.

$A(0) = 8$

$A(4) + A(3) + A(0) = 0 - 1 + 8 = 7$

Trois valeurs, trois formes : chaque forme a sa valeur préférée. C'est pour cela qu'on apprend à passer de l'une à l'autre.

PIÈGES ANTICIPÉS

9 → $A(3) = 0^2 - 1 = -1$, et non $+1$: le -1 est retranché après le carré.

EXERCICE 25 · RAISONNEMENT **Retrouver un coefficient**

On pose $A(x) = 2x^2 + mx - 3$, où m est un réel.

Déterminer m sachant que $A(2) = 9$.

Donner la valeur de m.

Réponse attendue : 2

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Calcule $A(2)$ en fonction de m : m reste une lettre.
2. Tu obtiens une égalité du type $\ldots + 2m = 9$: isole m.
3. Attention : $2 \times 2^2 = 8$, le carré porte sur 2.

CORRECTION

A(2) en fonction de m —

$A(2) = 2 \times 2^2 + 2m - 3 = 5 + 2m$

L'égalité —

$5 + 2m = 9 \iff 2m = 4$

$m = 2$

Une valeur numérique connue donne une égalité, et l'égalité donne le coefficient inconnu. On peut vérifier : $8 + 4 - 3 = 9$.

PIÈGES ANTICIPÉS

4 → Tu as calculé $2 \times 2 = 4$ au lieu de $2 \times 2^2 = 8$: le carré a disparu.

7 → En passant 5 de l'autre côté, on le retranche : $2m = 9 - 5 = 4$, et non $9 + 5$.

-1 → Le terme constant est -3 : $A(2) = 8 + 2m - 3 = 5 + 2m$. Tu as compté $+3$.

EXERCICE 26 · BASE **Ce qui manque à a² + b²**

Pour $a = 6$ et $b = 5$, calculer l'écart $(a + b)^2 - (a^2 + b^2)$.

Donner la valeur de l'écart.

Réponse attendue : 60

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Calcule d'abord la somme $a + b$, puis son carré.
2. Calcule séparément $a^2 + b^2$, puis la différence.
3. Compare ton résultat au nombre $2ab$.

CORRECTION

Le carré de la somme —

$(6+5)^2 = 11^2 = 121$

La somme des carrés —

$6^2 + 5^2 = 36 + 25 = 61$

L'écart est exactement $2 \times 6 \times 5$.

$121 - 61 = 60$

L'écart vaut $2ab$: c'est le double produit, le terme qu'on oublie quand on écrit $(a+b)^2 = a^2 + b^2$.

PIÈGES ANTICIPÉS

`0` → $(a+b)^2$ et $a^2 + b^2$ ne sont pas égaux : $121 \neq 61$. Il y a bien un écart.

`30` → 30 vaut ab. Recalcule : l'écart est le **double** produit.

EXERCICE 27 · RAISONNEMENT

Le carré d'une différence sans connaître a et b

Deux réels a et b vérifient $a + b = 7$ et $a^2 + b^2 = 29$.

Calculer $(a-b)^2$ sans chercher a et b.

Donner la valeur de $(a-b)^2$.

Réponse attendue : 9

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Développe $(a+b)^2$: tu en déduis la valeur de $2ab$.
2. Écris ensuite le carré de la différence avec les mêmes morceaux.
   $(a-b)^2 = a^2 + b^2 - 2ab$

CORRECTION

Le double produit —

$(a+b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab \iff 49 = 29 + 2ab$

$2ab = 20$

La différence —

$(a-b)^2 = 29 - 20 = 9$

Les deux identités partagent les mêmes morceaux, $a^2 + b^2$ et $2ab$: connaître l'une, c'est connaître l'autre.

PIÈGES ANTICIPÉS

`29` → $(a-b)^2$ n'est pas $a^2 + b^2$: il faut retrancher le double produit $2ab$.

`-11` → 20 est la valeur de $2ab$, pas de ab. On retranche donc 20, pas 2×20.

EXERCICE 28 · PRATIQUE

La somme des carrés

Deux réels a et b vérifient $a + b = 9$ et $ab = 14$.

Calculer $a^2 + b^2$ sans chercher a et b.

Donner la valeur de $a^2 + b^2$.

Réponse attendue : 53

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Quelle identité fait apparaître à la fois $a + b$, ab et $a^2 + b^2$?
2. Isole $a^2 + b^2$ dans le carré de la somme.

$$a^2 + b^2 = (a + b)^2 - 2ab$$

CORRECTION

L'identité —

$$(a + b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$$

Isoler —

$$a^2 + b^2 = 9^2 - 2 \times 14$$

$$a^2 + b^2 = 81 - 28 = 53$$

On n'a jamais eu besoin de a et b : l'identité relie directement les quantités connues à celle qu'on cherche.

PIÈGES ANTICIPÉS

81 → $81 = (a + b)^2$, et $(a + b)^2$ n'est pas $a^2 + b^2$: il faut retirer le double produit.

67 → Tu as retiré $ab = 14$. Le terme à retirer est le **double** produit, $2ab = 28$.

EXERCICE 29 · RAISONNEMENT

Retrouver le produit

Deux réels a et b vérifient $a - b = 4$ et $a^2 + b^2 = 40$.

Calculer le produit ab.

Donner la valeur de ab.

Réponse attendue : 12

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Choisis l'identité qui contient $a - b$.
2. Remplace ce que tu connais, puis isole ab.

$$(a - b)^2 = a^2 + b^2 - 2ab$$

CORRECTION

L'identité —

$$(a - b)^2 = a^2 + b^2 - 2ab$$

Remplacer —

$$16 = 40 - 2ab \iff 2ab = 24$$

$$ab = 12$$

Contrôle possible : $a = 6$ et $b = 2$ conviennent, et $6 \times 2 = 12$. L'identité donne la réponse sans avoir à les trouver.

PIÈGES ANTICIPÉS

`24` → 24 est la valeur de $2ab$. Il reste à diviser par 2.

`-12` → Le carré d'une **différence** contient $-2ab$: $16 = 40 - 2ab$, donc $2ab = 24$.

EXERCICE 30 · PRATIQUE

Le carré découpé

Un carré de côté $a + b$ est découpé en un carré de côté a, un carré de côté b et deux rectangles de côtés a et b.

Avec $a = 8$ et $b = 3$ (en cm), calculer l'aire totale des deux rectangles.

Donner le nombre de centimètres carrés.

Réponse attendue : `48`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Chaque rectangle a pour aire $a \times b$.
2. Il y en a deux : c'est le double produit de l'identité.

CORRECTION

Un rectangle —

$8 \times 3 = 24$

Les deux —

$2 \times 24 = 48$

Contrôle — Le grand carré moins les deux petits.

$11^2 - 8^2 - 3^2 = 121 - 64 - 9 = 48$

Les deux rectangles sont la traduction géométrique du double produit $2ab$: sans eux, les deux petits carrés ne remplissent pas le grand.

PIÈGES ANTICIPÉS

`24` → 24 est l'aire d'un seul rectangle. Il y en a deux.

`121` → 121 est l'aire du grand carré entier. On demande seulement les deux rectangles.

EXERCICE 31 · BASE

Deux distributivités simples

Développer et réduire $A = 3(2x - 5) - 2(x - 4)$.

Réponse attendue : `4*x-7`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Distribue le 3 sur la première parenthèse, puis le -2 sur la seconde.

2. Le facteur est -2, signe compris : $-2 \times (-4)$ est positif.
3. Regroupe ensuite les termes en x, puis les constantes.

CORRECTION

Première parenthèse —

$3(2x - 5) = 6x - 15$

Seconde parenthèse — On distribue -2.

$-2(x - 4) = -2x + 8$

Réduire —

$A = 6x - 15 - 2x + 8$

$A = 4x - 7$

On distribue le facteur **avec son signe** : c'est le moyen le plus sûr de ne pas se tromper devant une parenthèse précédée d'un moins.

PIÈGES ANTICIPÉS

`4*x-23` → $-2 \times (-4) = +8$: deux négatifs donnent un positif.

`4*x-11` → Le -2 multiplie aussi le -4 : $-2(x - 4) = -2x + 8$, pas $-2x + 4$.

EXERCICE 32 · BASE

Un produit qui commence par un nombre

Développer et réduire $B = (5 - x)(x + 3)$.

Réponse attendue : `-x^2+2*x+15`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Quatre produits : $5 \times x$, 5×3, $(-x) \times x$ et $(-x) \times 3$.
2. Le terme $-x$ garde son signe dans chaque produit.
3. Range ensuite selon les puissances de x.

CORRECTION

Quatre produits —

$B = 5x + 15 - x^2 - 3x$

$B = -x^2 + 2x + 15$

Le signe de chaque terme voyage avec lui dans tous les produits : $-x$ fois x donne $-x^2$.

PIÈGES ANTICIPÉS

`x^2+2*x+15` → $(-x) \times x = -x^2$: le terme en x^2 est négatif.

`-x^2+8*x+15` → $(-x) \times 3 = -3x$: il se retranche du $5x$.

EXERCICE 33 · PRATIQUE

Des parenthèses emboîtées

Développer et réduire $C = 2x - [3 - (x - 4)] - (5 - x)$.

Réponse attendue : `4*x-12`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Commence par l'intérieur : réduis d'abord le crochet.
2. Un moins devant une parenthèse change le signe de **tous** ses termes : $-(x-4) = -x+4$.
3. Fais de même pour le crochet, puis pour $-(5-x)$.

CORRECTION

Le crochet —

$3-(x-4) = 3-x+4 = 7-x$

Retirer les parenthèses —

$C = 2x-(7-x)-(5-x) = 2x-7+x-5+x$

$C = 4x-12$

Avec des parenthèses emboîtées, on travaille de l'intérieur vers l'extérieur, une parenthèse à la fois.

PIÈGES ANTICIPÉS

`4*x-4` → $-(x-4) = -x+4$: le -4 devient $+4$. Le crochet vaut $7-x$.

`2*x-12` → $-(5-x) = -5+x$: le $-x$ devient $+x$.

EXERCICE 34 · PRATIQUE

Retrancher un produit

Développer et réduire $D = (2x+1)(3x-4) - (x-5)(x+2)$.

Réponse attendue : `5*x^2-2*x+6`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Développe chaque produit à part, et garde le second entre parenthèses.
2. Le second produit vaut $x^2-3x-10$.
3. Le moins devant change le signe de ses trois termes.

CORRECTION

Premier produit —

$(2x+1)(3x-4) = 6x^2-8x+3x-4 = 6x^2-5x-4$

Second produit —

$(x-5)(x+2) = x^2+2x-5x-10 = x^2-3x-10$

Retrancher —

$D = 6x^2-5x-4-x^2+3x+10$

$D = 5x^2-2x+6$

Développer un produit qu'on retranche, c'est le garder entre parenthèses jusqu'au bout, puis changer **tous** les signes.

PIÈGES ANTICIPÉS

`5*x^2-8*x-14` → Tu n'as changé que le signe de x^2. Retrancher $x^2 - 3x - 10$, c'est ajouter $-x^2 + 3x + 10$.

EXERCICE 35 · PRATIQUE

Un produit de trois facteurs

Développer et réduire $E = x(x-2)(x+3)$.

Réponse attendue : `x^3+x^2-6*x`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Développe d'abord deux facteurs seulement, par exemple $(x-2)(x+3)$.
2. Multiplie ensuite chaque terme du résultat par x.

CORRECTION

Deux facteurs —

$$(x-2)(x+3) = x^2 + 3x - 2x - 6 = x^2 + x - 6$$

Le troisième —

$$E = x(x^2 + x - 6)$$

$$E = x^3 + x^2 - 6x$$

Avec trois facteurs, on développe deux par deux : la multiplication est associative, l'ordre est libre.

PIÈGES ANTICIPÉS

`x^3+x^2-6` → Le x multiplie **chaque** terme : $x \times (-6) = -6x$.

`x^2+x-6` → Tu as développé $(x-2)(x+3)$, mais il reste à multiplier par x.

EXERCICE 36 · DEFI

Des fractions et deux identités

Développer et réduire $F = \left(\frac{x}{2} - \frac{1}{3}\right)\left(\frac{x}{2} + \frac{1}{3}\right) - \left(\frac{x}{2} - 1\right)^2$.

Donner F sous la forme $ax + b$, développée et réduite.

Réponse attendue : `x-10/9`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Le premier produit est de la forme $(a-b)(a+b)$; le second terme est un carré d'une différence.
2. $\left(\frac{x}{2}\right)^2 = \frac{x^2}{4}$: ce terme apparaît dans les deux développements.
3. Le carré est retranché : change le signe de ses trois termes.

CORRECTION

Différence de carrés —

$$\left(\frac{x}{2} - \frac{1}{3}\right)\left(\frac{x}{2} + \frac{1}{3}\right) = \frac{x^2}{4} - \frac{1}{9}$$

Carré d'une différence — Le double produit vaut $2 \times \frac{x}{2} \times 1 = x$.

$$\left(\frac{x}{2} - 1\right)^2 = \frac{x^2}{4} - x + 1$$

Retrancher —

$$F = \frac{x^2}{4} - \frac{1}{9} - \frac{x^2}{4} + x - 1$$

Les $\frac{x^2}{4}$ se compensent, et $-\frac{1}{9} - 1 = -\frac{10}{9}$.

$$F = x - \frac{10}{9}$$

Reconnaître les identités évite de poser huit produits de fractions. Le moins devant le carré s'applique à ses trois termes.

PIÈGES ANTICIPÉS

`x+8/9` → Le $+1$ du carré devient -1 quand on retranche : $-\frac{1}{9} - 1 = -\frac{10}{9}$.

`x/2-10/9` → Le double produit de $\left(\frac{x}{2} - 1\right)^2$ vaut $2 \times \frac{x}{2} \times 1 = x$, pas $\frac{x}{2}$.

EXERCICE 37 · RAISONNEMENT

Choisir un coefficient

On pose $P = (ax + 2)(x - 3)$, où a est un réel.

Déterminer a pour que le coefficient de x dans la forme développée de P soit égal à -10.

Donner la valeur de a.

Réponse attendue : 4

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Développe P en gardant a comme une lettre.
2. Les termes en x viennent de deux produits croisés : $ax \times (-3)$ et $2 \times x$.
3. Écris que leur coefficient total vaut -10, puis isole a.

CORRECTION

Développer —

$$P = ax^2 - 3ax + 2x - 6$$

Le coefficient de x —

$$-3a + 2 = -10$$

$$-3a = -12 \iff a = 4$$

Contrôle : $(4x + 2)(x - 3) = 4x^2 - 10x - 6$. Le coefficient de x se lit sur les produits croisés seulement.

PIÈGES ANTICIPÉS

`-4` → Le produit croisé est $ax \times (-3) = -3ax$: son coefficient est $-3a$, pas $3a$.

`10/3` → Tu as oublié le produit croisé $2 \times x = 2x$: le coefficient de x est $-3a + 2$.

EXERCICE 38 · RAISONNEMENT

Un carré contre un rectangle

Un carré a pour côté $x + 3$ (en cm, avec $x > 0$). On fabrique un rectangle en diminuant un côté de 2 et en augmentant l'autre de 2.

Calculer, en fonction de x, l'aire du carré moins l'aire du rectangle.

Donner la différence des deux aires, réduite.

Réponse attendue : 4

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Les côtés du rectangle sont $x + 1$ et $x + 5$.
2. Développe l'aire du carré avec une identité, celle du rectangle par double distributivité.
3. Retranche l'aire du rectangle **en entier**.

CORRECTION

Le carré —

$(x + 3)^2 = x^2 + 6x + 9$

Le rectangle —

$(x + 1)(x + 5) = x^2 + 6x + 5$

La différence —

$x^2 + 6x + 9 - x^2 - 6x - 5$

4

Quel que soit x, le carré a 4 cm² de plus : à périmètre égal, le carré l'emporte sur le rectangle. Seul le développement permet de l'affirmer pour tout x.

PIÈGES ANTICIPÉS

`0` → Les deux figures ont le même périmètre, mais pas la même aire. Développe les deux pour comparer.

`-4` → Tu as calculé l'aire du rectangle moins celle du carré. La consigne demande l'inverse.

EXERCICE 39 · DEFI

Deux trinômes jumeaux

Développer et réduire $G = (x^2 - x + 1)(x^2 + x + 1)$.

Réponse attendue : x^4+x^2+1

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Neuf produits, c'est long. Regroupe plutôt : $x^2 + 1$ apparaît dans les deux facteurs.
2. Pose $a = x^2 + 1$: le produit devient $(a - x)(a + x)$.
3. Une différence de carrés, puis un carré d'une somme.

CORRECTION

Regrouper —

$G = \left[(x^2+1) - x\right]\left[(x^2+1) + x\right]$

Différence de carrés —

$G = (x^2+1)^2 - x^2$

Carré d'une somme —

$G = x^4 + 2x^2 + 1 - x^2$

$G = x^4 + x^2 + 1$

Repérer une identité derrière des parenthèses longues transforme neuf produits en deux lignes.

PIÈGES ANTICIPÉS

x^4+1 → Tu as écrit $(x^2+1)^2 = x^4 + 1$: il manque le double produit $2x^2$.

x^4-x^2+1 → $(x^2+1)^2 = x^4 + 2x^2 + 1$; on retranche ensuite x^2, ce qui laisse $+x^2$.

EXERCICE 40 · BASE

Le carré d'une somme

Développer $A = (x+7)^2$.

Réponse attendue : x^2+14*x+49

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Applique le carré d'une somme avec $a = x$ et $b = 7$.
   $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
2. Le terme du milieu est le **double** produit.

CORRECTION

Identifier —

$a = x \quad ; \quad b = 7$

Les trois termes —

$x^2 \quad ; \quad 2 \times x \times 7 = 14x \quad ; \quad 7^2 = 49$

$A = x^2 + 14x + 49$

Trois termes, toujours : deux carrés et le double produit.

PIÈGES ANTICIPÉS

x^2+49 → $(a+b)^2$ n'est pas $a^2 + b^2$: il manque le double produit $14x$.

x^2+7*x+49 → Le terme du milieu est $2ab = 2 \times x \times 7$: tu as oublié le facteur 2.

EXERCICE 41 · BASE

Un coefficient sous le carré

Développer $B = (5-2x)^2$.

Réponse attendue : 4*x^2-20*x+25

INDICES, DANS L'ORDRE

Maths à la carte
TELLADER HAMMAMI

1. Carré d'une différence, avec $a = 5$ et $b = 2x$.
   $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
2. Le carré de $2x$ porte aussi sur le 2.
3. Le double produit vaut $2 \times 5 \times 2x$.

CORRECTION

Identifier —

$a = 5 \quad ; \quad b = 2x$

Les trois termes —

$5^2 = 25 \quad ; \quad 2 \times 5 \times 2x = 20x \quad ; \quad (2x)^2 = 4x^2$

$B = 25 - 20x + 4x^2 = 4x^2 - 20x + 25$

$(2x)^2 = 4x^2$: dans un carré, le coefficient est élevé au carré lui aussi.

PIÈGES ANTICIPÉS

`25-10*x+4*x^2` → Le double produit vaut $2 \times 5 \times 2x = 20x$: le facteur 2 de l'identité manque.

`25-20*x+2*x^2` → $(2x)^2 = 2x \times 2x = 4x^2$, et non $2x^2$.

`25+4*x^2` → Il manque le double produit : c'est justement le terme en x.

EXERCICE 42 · BASE Une différence de carrés, dans le sens du développement

Développer $C = (6x - 5)(6x + 5)$.

Réponse attendue : `36*x^2-25`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Reconnais la troisième identité, avec $a = 6x$ et $b = 5$.
   $(a - b)(a + b) = a^2 - b^2$
2. Les produits croisés se compensent : il ne reste que deux termes.

CORRECTION

Identifier —

$a = 6x \quad ; \quad b = 5$

$C = (6x)^2 - 5^2 = 36x^2 - 25$

Deux facteurs qui ne diffèrent que par le signe du milieu : on écrit directement la différence des carrés.

PIÈGES ANTICIPÉS

`6*x^2-25` → $(6x)^2 = 36x^2$: le 6 est élevé au carré lui aussi.

`36*x^2+25` → Le produit -5×5 vaut -25 : c'est une **différence** de carrés.

EXERCICE 43 · PRATIQUE Un carré avec une fraction

Développer $D = \left(\frac{x}{2} + 4\right)^2$.

Réponse attendue : `x^2/4+4*x+16` — aussi acceptées : `1/4*x^2+4*x+16`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Carré d'une somme, avec $a = \frac{x}{2}$ et $b = 4$.
2. $\left(\frac{x}{2}\right)^2$: on élève au carré le numérateur **et** le dénominateur.
3. Le double produit vaut $2 \times \frac{x}{2} \times 4$: simplifie avant de conclure.

CORRECTION

Le premier carré —

$$\left(\frac{x}{2}\right)^2 = \frac{x^2}{4}$$

Le double produit —

$$2 \times \frac{x}{2} \times 4 = 4x$$

Le second carré —

$$4^2 = 16$$

$$D = \frac{x^2}{4} + 4x + 16$$

Une fraction ne change rien à l'identité : on identifie a et b, puis on calcule les trois termes un par un.

PIÈGES ANTICIPÉS

`x^2/4+16` → Il manque le double produit $2 \times \frac{x}{2} \times 4 = 4x$.

`x^2/2+4*x+16` → $\left(\frac{x}{2}\right)^2 = \frac{x^2}{4}$: le dénominateur aussi est élevé au carré.

`x^2/4+2*x+16` → Tu as calculé $\frac{x}{2} \times 4 = 2x$ sans le facteur 2 du double produit.

EXERCICE 44 · PRATIQUE

La différence de deux carrés développés

Développer et réduire $E = (x+3)^2 - (x-2)^2$.

Réponse attendue : `10*x+5`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Développe chaque carré à part, et garde le second entre parenthèses.
2. Le moins devant $(x-2)^2$ change le signe de ses trois termes.
3. Les x^2 se compensent.

CORRECTION

Premier carré —

$$(x+3)^2 = x^2 + 6x + 9$$

Second carré —

$(x-2)^2 = x^2 - 4x + 4$

Retrancher —

$E = x^2 + 6x + 9 - x^2 + 4x - 4$

$E = 10x + 5$

On aurait pu factoriser directement avec $a^2 - b^2$: $(5)(2x+1) = 10x + 5$. Deux chemins, un seul résultat.

PIÈGES ANTICIPÉS

`2*x+5` → Le $-4x$ de $(x-2)^2$ change de signe quand on retranche le carré : il devient $+4x$.

`10*x+13` → Le $+4$ de $(x-2)^2$ devient -4 quand on retranche : $9 - 4 = 5$.

EXERCICE 45 · PRATIQUE

Deux identités dans une somme

Développer et réduire $F = (2x-1)^2 + (x+2)(x-2)$.

Réponse attendue : `5*x^2-4*x-3`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Le premier terme est un carré d'une différence ; le second, une différence de carrés.
2. $(x+2)(x-2)$ ne contient que deux termes une fois développé.

CORRECTION

Le carré —

$(2x-1)^2 = 4x^2 - 4x + 1$

Le produit —

$(x+2)(x-2) = x^2 - 4$

$F = 4x^2 - 4x + 1 + x^2 - 4 = 5x^2 - 4x - 3$

Chaque morceau a son identité : on les reconnaît d'abord, on calcule ensuite.

PIÈGES ANTICIPÉS

`5*x^2-4*x+5` → $(x+2)(x-2) = x^2 - 4$: c'est une **différence** de carrés.

`5*x^2-2*x-3` → Le double produit de $(2x-1)^2$ vaut $2 \times 2x \times 1 = 4x$.

EXERCICE 46 · RAISONNEMENT

Compléter un carré parfait

Déterminer le réel k pour que $x^2 + kx + 36$ soit égal à $(x+c)^2$ pour un certain réel $c > 0$.

Donner la valeur de k.

Réponse attendue : `12`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. 36 doit être le carré de c : comme $c > 0$, c est connu.

2. k est alors le coefficient du double produit $2 \times x \times c$.

CORRECTION

Le carré —

$c^2 = 36 \quad \text{et} \quad c > 0 \iff c = 6$

Le double produit —

$(x+6)^2 = x^2 + 12x + 36$

$k = 12$

Un trinôme est un carré parfait quand son terme du milieu est exactement le double produit des racines des deux carrés.

PIÈGES ANTICIPÉS

6 → 6 est la valeur de c. Le terme du milieu est le **double** produit : 2×6.

36 → 36 est c^2, le dernier terme. Le coefficient k vient du double produit.

-12 → -12 correspondrait à $(x-6)^2$, donc à $c = -6$. L'énoncé impose $c > 0$.

EXERCICE 47 · DEFI

Une somme et son inverse

Un réel x non nul vérifie $x + \dfrac{1}{x} = 5$.

Calculer $x^2 + \dfrac{1}{x^2}$.

Donner la valeur de $x^2 + \dfrac{1}{x^2}$.

Réponse attendue : 23

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Élève au carré l'égalité donnée.
2. Dans $\left(x + \dfrac{1}{x}\right)^2$, le double produit vaut $2 \times x \times \dfrac{1}{x}$: calcule-le.
3. Isole ensuite $x^2 + \dfrac{1}{x^2}$.

CORRECTION

Élever au carré —

$\left(x + \dfrac{1}{x}\right)^2 = x^2 + 2 \times x \times \dfrac{1}{x} + \dfrac{1}{x^2}$

Le double produit — $x \times \dfrac{1}{x} = 1$.

$25 = x^2 + 2 + \dfrac{1}{x^2}$

$x^2 + \dfrac{1}{x^2} = 23$

Le double produit d'un nombre et de son inverse vaut toujours 2 : l'identité donne la réponse sans jamais chercher x.

PIÈGES ANTICIPÉS

25 → 25 est $\left(x+\dfrac{1}{x}\right)^2$, qui contient aussi le double produit 2.

27 → On retire le double produit : $25-2=23$, pas $25+2$.

EXERCICE 48 · BASE

Le cube d'une somme

Développer et réduire $A=(x+3)^3$.

Réponse attendue : `x^3+9*x^2+27*x+27`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Quatre termes, coefficients $1, 3, 3, 1$. Ici $a=x$ et $b=3$.
   $(a+b)^3=a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$
2. Dans le troisième terme, $3ab^2$, c'est 3 qui est au carré : $3\times x\times 9$.

CORRECTION

La formule —

$(x+3)^3=x^3+3x^2\times 3+3x\times 3^2+3^3$

Chaque terme —

$9x^2 \quad ; \quad 27x \quad ; \quad 27$

$A=x^3+9x^2+27x+27$

Contrôle pour $x=1$: $4^3=64$ et $1+9+27+27=64$.

PIÈGES ANTICIPÉS

`x^3+27` → Tu as écrit $(a+b)^3=a^3+b^3$. Les deux termes du milieu manquent.

`x^3+9*x^2+9*x+27` → Le troisième terme est $3ab^2=3\times x\times 3^2=27x$: le 3 y est au carré.

EXERCICE 49 · BASE

Le cube d'une différence

Développer et réduire $B=(x-1)^3$.

Réponse attendue : `x^3-3*x^2+3*x-1`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Applique le cube d'une différence avec $a=x$ et $b=1$.
   $(a-b)^3=a^3-3a^2b+3ab^2-b^3$
2. Les signes alternent : $+, -, +, -$.

CORRECTION

La formule —

$(x-1)^3 = x^3 - 3x^2 \times 1 + 3x \times 1^2 - 1^3$

$B = x^3 - 3x^2 + 3x - 1$

Pour une différence, les signes alternent : le terme en b^2 est positif, car $(-1)^2 = 1$.

PIÈGES ANTICIPÉS

`x^3-1` → $(a-b)^3$ n'est pas $a^3 - b^3$: il y a quatre termes.

`x^3-3*x^2-3*x-1` → Les signes alternent : le troisième terme, $3ab^2$, est positif.

EXERCICE 50 · PRATIQUE

Un coefficient dans le cube

Développer et réduire $C = (2x+1)^3$.

Réponse attendue : `8*x^3+12*x^2+6*x+1`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Ici $a = 2x$ et $b = 1$.
2. $(2x)^3 = 8x^3$ et $(2x)^2 = 4x^2$: le coefficient suit l'exposant.
3. Calcule les quatre termes un par un avant de les écrire ensemble.

CORRECTION

La formule —

$(2x)^3 + 3(2x)^2 \times 1 + 3 \times 2x \times 1^2 + 1^3$

Chaque terme —

$8x^3 \quad ; \quad 3 \times 4x^2 = 12x^2 \quad ; \quad 6x \quad ; \quad 1$

$C = 8x^3 + 12x^2 + 6x + 1$

Quand a porte un coefficient, on l'élève à la puissance avec x : c'est la première source d'erreur dans les cubes.

PIÈGES ANTICIPÉS

`2*x^3+6*x^2+6*x+1` → Tu as écrit $(2x)^3 = 2x^3$ et $(2x)^2 = 2x^2$. Le 2 est élevé à la puissance lui aussi : $8x^3$ et $4x^2$.

`8*x^3+1` → Les deux termes du milieu manquent : $(a+b)^3$ a quatre termes.

EXERCICE 51 · PRATIQUE

Le cube d'une différence qui commence par un nombre

Développer et réduire $D = (3-x)^3$.

Réponse attendue : `-x^3+9*x^2-27*x+27`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Cube d'une différence, avec $a = 3$ et $b = x$.

2. L'exposant de 3 descend de 3 à 0 pendant que celui de x monte.
3. Les signes alternent, en commençant par $+$.

CORRECTION

La formule —

$$3^3 - 3 \times 3^2 \times x + 3 \times 3 \times x^2 - x^3$$

Chaque terme —

$$27 \quad ; \quad -27x \quad ; \quad +9x^2 \quad ; \quad -x^3$$

$$D = -x^3 + 9x^2 - 27x + 27$$

Ici a est le nombre et b la lettre : on applique la même formule, puis on range selon les puissances de x.

PIÈGES ANTICIPÉS

`27-x^3` → Les deux termes du milieu manquent : un cube de binôme a quatre termes.

`27-27*x-9*x^2-x^3` → Les signes alternent : le terme $3ab^2 = 9x^2$ est positif.

EXERCICE 52 · PRATIQUE

Un cube de tête

Calculer 11^3 en écrivant $11 = 10 + 1$ et en utilisant le cube d'une somme.

Donner la valeur de 11^3.

Réponse attendue : `1331`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Avec $a = 10$ et $b = 1$, chaque terme est une puissance de 10 facile à calculer.
2. Les coefficients sont $1, 3, 3, 1$.

CORRECTION

La formule —

$$(10 + 1)^3 = 10^3 + 3 \times 10^2 \times 1 + 3 \times 10 \times 1^2 + 1^3$$

Chaque terme —

$$1\,000 + 300 + 30 + 1$$

$$11^3 = 1\,331$$

Les chiffres $1, 3, 3, 1$ de $1\,331$ sont exactement les coefficients de l'identité.

PIÈGES ANTICIPÉS

`1001` → $10^3 + 1^3 = 1\,001$: il manque les deux termes du milieu, 300 et 30.

EXERCICE 53 · RAISONNEMENT

La différence de deux cubes de binômes

Développer et réduire $E = (x + 1)^3 - (x - 1)^3$.

Réponse attendue : `6*x^2+2`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Développe chaque cube à part, et garde le second entre parenthèses.
2. Le moins devant le second cube change le signe de ses quatre termes.
3. Les termes en x^3 et en x se compensent.

CORRECTION

Premier cube —

$$(x+1)^3 = x^3 + 3x^2 + 3x + 1$$

Second cube —

$$(x-1)^3 = x^3 - 3x^2 + 3x - 1$$

Retrancher —

$$E = x^3 + 3x^2 + 3x + 1 - x^3 + 3x^2 - 3x + 1$$

$$E = 6x^2 + 2$$

Les termes de même signe dans les deux cubes disparaissent ; ceux de signes opposés doublent.

PIÈGES ANTICIPÉS

`6*x^2` → Le -1 du second cube devient $+1$ quand on le retranche : $1 - (-1) = 2$.

`2*x^3+6*x` → Tu as additionné les deux cubes. Le second est **retranché** : change le signe de ses quatre termes.

EXERCICE 54 · DEFI

La somme des cubes sans les nombres

Deux réels a et b vérifient $a + b = 3$ et $ab = 2$.

Calculer $a^3 + b^3$ sans chercher a et b.

Donner la valeur de $a^3 + b^3$.

Réponse attendue : 9

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Développe $(a+b)^3$: il contient $a^3 + b^3$ et deux autres termes.
2. Les deux termes du milieu, $3a^2b + 3ab^2$, se factorisent par $3ab$.
3. Tu obtiens une égalité où tout est connu sauf $a^3 + b^3$.

$$(a+b)^3 = a^3 + b^3 + 3ab(a+b)$$

CORRECTION

Le cube de la somme —

$$(a+b)^3 = a^3 + b^3 + 3a^2b + 3ab^2 = a^3 + b^3 + 3ab(a+b)$$

Remplacer —

$$27 = a^3 + b^3 + 3 \times 2 \times 3$$

$$a^3 + b^3 = 27 - 18 = 9$$

Contrôle : $a = 1$ et $b = 2$ conviennent, et $1 + 8 = 9$. Factoriser les termes du milieu par $3ab$ fait apparaître les quantités connues.

PIÈGES ANTICIPÉS

27 → $27 = (a+b)^3$, qui n'est pas $a^3 + b^3$: il faut retirer les deux termes du milieu.

21 → Tu as retiré $3ab = 6$. Les termes du milieu valent $3ab(a+b) = 6 \times 3 = 18$.

EXERCICE 55 · BASE

Une différence de cubes

Factoriser $A = x^3 - 27$.

Réponse attendue : `(x-3)*(x^2+3*x+9)`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. 27 est un cube : $27 = 3^3$.
2. Applique l'identité avec $a = x$ et $b = 3$.
   $a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2)$
3. Le terme du milieu du second facteur est ab, sans facteur 2.

CORRECTION

Reconnaître —

$A = x^3 - 3^3$

Appliquer —

$A = (x-3)(x^2 + x \times 3 + 3^2)$

$A = (x-3)(x^2 + 3x + 9)$

Le premier facteur garde le signe de l'énoncé ; dans le second, le terme du milieu a le signe opposé et n'est pas doublé.

PIÈGES ANTICIPÉS

`(x-3)*(x^2+6*x+9)` → Le terme du milieu est $ab = 3x$, pas $2ab$: ce n'est pas un carré.

`(x-3)*(x^2-3*x+9)` → Pour $a^3 - b^3$, le terme du milieu du second facteur est **positif** : $+ab$.

`(x-3)^3` → $(x-3)^3$ a quatre termes une fois développé. $x^3 - 27$ n'en a que deux.

EXERCICE 56 · BASE

Une somme de cubes

Factoriser $B = x^3 + 64$.

Réponse attendue : `(x+4)*(x^2-4*x+16)`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Une somme de deux cubes se factorise, contrairement à une somme de deux carrés. $64 = 4^3$.
2. Applique l'identité avec $a = x$ et $b = 4$.
   $a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2)$

CORRECTION

Reconnaître —

$B = x^3 + 4^3$

Appliquer —

$B = (x+4)(x^2 - x \times 4 + 4^2)$

$B = (x+4)(x^2 - 4x + 16)$

Pour une somme de cubes : un $+$ dans le premier facteur, un $-$ au milieu du second, et pas de facteur 2.

PIÈGES ANTICIPÉS

`(x+4)*(x^2+4*x+16)` → Pour $a^3 + b^3$, le terme du milieu du second facteur est **négatif** : $-ab$.

`(x+4)*(x^2-8*x+16)` → Le terme du milieu est $ab = 4x$, pas $2ab = 8x$.

`(x+4)^3` → $(x+4)^3$ a quatre termes une fois développé ; $x^3 + 64$ n'en a que deux.

EXERCICE 57 · PRATIQUE

Des cubes avec coefficients

Factoriser $C = 27x^3 - 8$.

Réponse attendue : `(3*x-2)*(9*x^2+6*x+4)`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. $27x^3 = (3x)^3$ et $8 = 2^3$: c'est une différence de cubes avec $a = 3x$ et $b = 2$.
2. Dans le second facteur, $a^2 = (3x)^2$: le coefficient est au carré.
3. Le terme du milieu vaut $ab = 3x \times 2$.

CORRECTION

Reconnaître —

$C = (3x)^3 - 2^3$

Appliquer —

$C = (3x - 2)\big((3x)^2 + 3x \times 2 + 2^2\big)$

$C = (3x - 2)(9x^2 + 6x + 4)$

On écrit chaque terme comme un cube **avant** d'appliquer l'identité : c'est là qu'on lit a et b.

PIÈGES ANTICIPÉS

`(3*x-2)*(9*x^2+12*x+4)` → Le terme du milieu est $ab = 6x$, pas $2ab = 12x$.

`(3*x-2)*(3*x^2+6*x+4)` → $a^2 = (3x)^2 = 9x^2$: le 3 est élevé au carré lui aussi.

EXERCICE 58 · RAISONNEMENT

Un cube qui cache une parenthèse

Factoriser $D = (x+1)^3 - 8$, puis réduire chaque facteur.

Réponse attendue : `(x-1)*(x^2+4*x+7)`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. a n'est pas forcément une lettre seule : ici $a = x + 1$ et $b = 2$.
2. Le premier facteur vaut $(x + 1) - 2$.
3. Dans le second, développe $(x + 1)^2$ et $2(x + 1)$, puis réduis.

CORRECTION

Reconnaître —

$D = (x + 1)^3 - 2^3$

Appliquer —

$D = \big[(x + 1) - 2\big]\big[(x + 1)^2 + 2(x + 1) + 4\big]$

Réduire —

$(x + 1)^2 + 2(x + 1) + 4 = x^2 + 2x + 1 + 2x + 2 + 4 = x^2 + 4x + 7$

$D = (x - 1)(x^2 + 4x + 7)$

Une identité s'applique à n'importe quelle expression mise à la place de a : on la garde entre parenthèses jusqu'à la réduction.

PIÈGES ANTICIPÉS

`(x-1)*(x^2+2*x+7)` → $(x + 1)^2 = x^2 + 2x + 1$: tu as oublié son double produit $2x$.

EXERCICE 59 · RAISONNEMENT **Diviser sans calculer les cubes**

Calculer $\dfrac{37^3 - 13^3}{24}$ sans calculer les deux cubes.

Donner la valeur du quotient.

Réponse attendue : `2019`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. $24 = 37 - 13$: ce n'est pas un hasard.
2. Factorise le numérateur avec la différence de cubes.
   $a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$
3. Le facteur $a - b$ se simplifie avec le dénominateur.

CORRECTION

Factoriser —

$37^3 - 13^3 = (37 - 13)(37^2 + 37 \times 13 + 13^2)$

Simplifier —

$\dfrac{37^3 - 13^3}{24} = 37^2 + 37 \times 13 + 13^2$

Calculer —

$1\,369 + 481 + 169$

$2\,019$

La factorisation fait apparaître le dénominateur : on simplifie avant de calculer, et les cubes à cinq chiffres disparaissent.

PIÈGES ANTICIPÉS

`1057` → Pour une différence de cubes, le terme du milieu est $+ab$: $37^2 + 37 \times 13 + 13^2$.

`1538` → Il manque le terme du milieu $ab = 37 \times 13 = 481$.

EXERCICE 60 · RAISONNEMENT

Simplifier une fraction

Simplifier l'expression $\dfrac{x^3+1}{x+1}$, pour $x \neq -1$.

Donner l'expression simplifiée, développée et réduite.

Réponse attendue : `x^2-x+1`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Le numérateur est une somme de deux cubes : $1 = 1^3$.
2. Factorise-le : un des facteurs est exactement le dénominateur.
3. Comme $x \neq -1$, on peut simplifier par $x+1$.

CORRECTION

Factoriser —

$x^3 + 1 = (x+1)(x^2 - x + 1)$

Simplifier — $x + 1 \neq 0$, on simplifie.

$$\frac{(x+1)(x^2-x+1)}{x+1} = x^2 - x + 1$$

$x^2 - x + 1$

On ne simplifie une fraction qu'entre **facteurs** : il faut d'abord factoriser le numérateur.

PIÈGES ANTICIPÉS

`x^2+x+1` → Pour une somme de cubes, le second facteur est $a^2 - ab + b^2$: le milieu est négatif.

`x^2+1` → Il manque le terme du milieu $-ab = -x$.

EXERCICE 61 · DEFI

Un facteur commun à faire apparaître

Factoriser $E = x^3 - 8 + (x-2)(x+5)$, puis réduire chaque facteur.

Réponse attendue : `(x-2)*(x^2+3*x+9)`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Aucun facteur commun n'est visible tant que $x^3 - 8$ reste sous cette forme.
2. Factorise d'abord $x^3 - 8$: une différence de cubes.
3. Le facteur $(x-2)$ apparaît alors dans les deux termes.

CORRECTION

La différence de cubes —

$x^3 - 8 = (x-2)(x^2+2x+4)$

Le facteur commun —

$E = (x-2)\big[(x^2+2x+4)+(x+5)\big]$

$E = (x-2)(x^2+3x+9)$

Quand le facteur commun ne se voit pas, on factorise d'abord chaque morceau : il apparaît souvent à ce moment-là.

PIÈGES ANTICIPÉS

`(x-2)*(x^2+2*x+4)*(x+5)` → Les deux termes sont **additionnés** : on met $(x-2)$ en facteur et on additionne ce qui reste dans le crochet.

EXERCICE 62 · BASE

Un nombre et une lettre en facteur

Factoriser complètement $A = 6x^2 - 9x$.

Réponse attendue : `3*x*(2*x-3)`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Cherche le plus grand nombre qui divise 6 et 9, et la lettre commune aux deux termes.
2. Le facteur commun est $3x$: divise chaque terme par $3x$.

CORRECTION

Le facteur commun —

$6x^2 = 3x \times 2x \quad ; \quad 9x = 3x \times 3$

$A = 3x(2x-3)$

« Complètement » : on sort à la fois le nombre et la lettre. $x(6x-9)$ n'est pas fini, on peut encore sortir 3.

PIÈGES ANTICIPÉS

`3*x*(2*x-9)` → Tu n'as divisé que le premier terme par $3x$: $9x \div 3x = 3$.

EXERCICE 63 · PRATIQUE

Une puissance en facteur

Factoriser complètement $B = 4x^3 + 10x^2$.

Réponse attendue : `2*x^2*(2*x+5)`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Le facteur commun contient le plus grand diviseur commun de 4 et 10.
2. Pour la lettre, on prend la plus petite puissance présente : x^2.

CORRECTION

Le facteur commun —

$4x^3 = 2x^2 \times 2x \quad ; \quad 10x^2 = 2x^2 \times 5$

$B = 2x^2(2x + 5)$

Pour les puissances d'une même lettre, le facteur commun est la plus petite puissance qui apparaît.

PIÈGES ANTICIPÉS

`2*x^2*(x+5)` → $4x^3 \div 2x^2 = 2x$: le coefficient 4 se divise aussi par 2.

EXERCICE 64 · BASE

Une parenthèse en facteur

Factoriser $C = (x + 2)(3x - 1) + (x + 2)(x + 4)$, puis réduire chaque facteur.

Réponse attendue : `(x+2)*(4*x+3)`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Cherche la parenthèse qui se répète dans les deux termes.
2. Mets-la en facteur, et additionne ce qui reste dans un crochet.

CORRECTION

Facteur commun —

$C = (x + 2)\big[(3x - 1) + (x + 4)\big]$

$C = (x + 2)(4x + 3)$

Le facteur commun peut être une parenthèse entière : on la sort, et on garde le reste de chaque terme.

PIÈGES ANTICIPÉS

`(x+2)*(3*x-1)*(x+4)` → Les deux termes sont additionnés : en factorisant, on additionne ce qui reste, on ne le multiplie pas.

EXERCICE 65 · PRATIQUE

Un moins devant le second terme

Factoriser $D = (2x - 5)(x + 1) - (2x - 5)(3x - 2)$, puis réduire chaque facteur.

Réponse attendue : `(2*x-5)*(-2*x+3)`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Le facteur commun est $(2x - 5)$.
2. Dans le crochet, le second reste est **retranché** : garde-le entre parenthèses.
3. $-(3x - 2) = -3x + 2$.

CORRECTION

Facteur commun —

$D = (2x - 5)\big[(x + 1) - (3x - 2)\big]$

Le crochet —

$x + 1 - 3x + 2 = -2x + 3$

$D = (2x - 5)(-2x + 3)$

Le moins entre les deux termes s'applique à tout ce qui reste du second : on le traite comme devant une parenthèse.

PIÈGES ANTICIPÉS

`(2*x-5)*(-2*x-1)` → $-(3x-2) = -3x+2$: le -2 devient $+2$, donc le crochet vaut $-2x+3$.

EXERCICE 66 · PRATIQUE

Le 1 qui reste

Factoriser $E = (x-3)^2 + x - 3$, puis réduire chaque facteur.

Réponse attendue : `(x-3)*(x-2)`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. $(x-3)^2 = (x-3)(x-3)$, et $x-3$ est déjà le facteur lui-même.
2. Quand un terme est exactement le facteur commun, il laisse un 1 derrière lui.

CORRECTION

Faire apparaître le facteur —

$$E = (x-3)(x-3) + (x-3) \times 1$$

Facteur commun —

$$E = (x-3)\big[(x-3)+1\big]$$

$$E = (x-3)(x-2)$$

Un terme égal au facteur commun s'écrit « facteur $\times 1$ » : le 1 ne disparaît jamais.

PIÈGES ANTICIPÉS

`(x-3)^2` → Le terme $x-3$ vaut $(x-3)\times 1$: en le factorisant, il laisse un 1 dans le crochet.

EXERCICE 67 · RAISONNEMENT

Des facteurs opposés

Factoriser $F = (x-4)(2x+1) + (4-x)(x+3)$, puis réduire chaque facteur.

Réponse attendue : `(x-4)*(x-2)`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. $x-4$ et $4-x$ ne sont pas égaux, mais ils sont opposés : $4-x = -(x-4)$.
2. Réécris le second terme avec $(x-4)$ et un signe moins devant.
3. Mets $(x-4)$ en facteur et réduis le crochet.

CORRECTION

Faire apparaître le facteur —

$$(4-x)(x+3) = -(x-4)(x+3)$$

Facteur commun —

$$F = (x-4)\big[(2x+1)-(x+3)\big]$$

$F = (x-4)(x-2)$

Deux facteurs opposés sont un facteur commun déguisé : on sort un signe moins pour le faire apparaître.

PIÈGES ANTICIPÉS

`(x-4)*(3*x+4)` → $4-x$ n'est pas $x-4$: c'est son opposé. Le second reste doit être **retranché** dans le crochet.

EXERCICE 68 · RAISONNEMENT

Une identité pour trouver le facteur commun

Factoriser $G = 3x^2 - 12 + (x-2)(5x+1)$, puis réduire chaque facteur.

Réponse attendue : `(x-2)*(8*x+7)`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Factorise d'abord $3x^2 - 12$: commence par sortir le 3.
2. $x^2 - 4$ est une différence de carrés : le facteur $(x-2)$ apparaît.
3. Mets $(x-2)$ en facteur dans toute l'expression.

CORRECTION

Le premier morceau —

$3x^2 - 12 = 3(x^2-4) = 3(x-2)(x+2)$

Facteur commun —

$G = (x-2)\big[3(x+2) + (5x+1)\big]$

Le crochet —

$3x + 6 + 5x + 1 = 8x + 7$

$G = (x-2)(8x+7)$

Factoriser un morceau par une identité fait souvent apparaître le facteur commun du reste.

PIÈGES ANTICIPÉS

`(x-2)*(8*x+3)` → $3(x+2) = 3x+6$: le 3 multiplie aussi le 2.

EXERCICE 69 · DEFI

Un facteur commun à faire sortir d'un nombre

Factoriser complètement $H = (2x+6)(x-1) - (x+3)^2$.

Réponse attendue : `(x+3)*(x-5)`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. $2x + 6$ cache le facteur $x+3$: sors d'abord le 2.
2. Écris $(x+3)^2 = (x+3)(x+3)$, puis mets $(x+3)$ en facteur.
3. Le second reste est retranché : garde-le entre parenthèses.

CORRECTION

Faire apparaître le facteur —

$2x + 6 = 2(x + 3)$

Facteur commun —

$H = (x + 3)\big[2(x - 1) - (x + 3)\big]$

Le crochet —

$2x - 2 - x - 3 = x - 5$

$H = (x + 3)(x - 5)$

Un facteur commun peut être caché derrière un coefficient : $2x + 6$ et $x + 3$ ne diffèrent que d'un facteur 2.

PIÈGES ANTICIPÉS

`(x+3)*(x+1)` → $-(x + 3) = -x - 3$: le 3 est retranché, ce qui donne $x - 5$.

EXERCICE 70 · PRATIQUE

Une différence de carrés avec une fraction

Factoriser $A = \dfrac{x^2}{4} - 9$.

Réponse attendue : `(x/2-3)*(x/2+3)`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. $\dfrac{x^2}{4}$ est le carré de $\dfrac{x}{2}$, et 9 est le carré de 3.
2. Applique la différence de carrés.
   $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$

CORRECTION

Écrire en carrés —

$A = \left(\dfrac{x}{2}\right)^2 - 3^2$

$A = \left(\dfrac{x}{2} - 3\right)\left(\dfrac{x}{2} + 3\right)$

Une fraction n'empêche pas de reconnaître un carré : $\dfrac{x^2}{4} = \left(\dfrac{x}{2}\right)^2$.

PIÈGES ANTICIPÉS

`(x/2-9)*(x/2+9)` → 9 est le carré de 3 : dans les facteurs, on écrit 3, pas 9.

`(x/4-3)*(x/4+3)` → $\left(\dfrac{x}{4}\right)^2 = \dfrac{x^2}{16}$. La racine de $\dfrac{x^2}{4}$ est $\dfrac{x}{2}$.

`(x-6)*(x+6)` → $(x - 6)(x + 6) = x^2 - 36$, c'est $4A$ et non A. Garde $\dfrac{x}{2}$ dans les facteurs, ou le facteur $\dfrac{1}{4}$ devant.

EXERCICE 71 · BASE

Un carré parfait

Factoriser $B = x^2 - 10x + 25$.

Réponse attendue : `(x-5)^2`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Trois termes, dont deux carrés : x^2 et $25 = 5^2$.
2. Vérifie que le terme du milieu est bien le double produit : $2 \times x \times 5$.
3. Le signe du milieu dit s'il s'agit d'une somme ou d'une différence.

CORRECTION

Les carrés —

$x^2 \quad ; \quad 25 = 5^2$

Le double produit —

$2 \times x \times 5 = 10x$

Le milieu est négatif : carré d'une différence.

$B = (x - 5)^2$

On contrôle toujours le double produit avant d'écrire le carré : sans lui, ce n'est pas un carré parfait.

PIÈGES ANTICIPÉS

`(x+5)^2` → Le terme du milieu est $-10x$: c'est le carré d'une **différence**.

`(x-5)*(x+5)` → $(x - 5)(x + 5) = x^2 - 25$: il n'y a pas de terme en x. Ici, trois termes : c'est un carré.

EXERCICE 72 · PRATIQUE

Un carré parfait avec coefficients

Factoriser $C = 4x^2 + 12x + 9$.

Réponse attendue : `(2*x+3)^2`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. $4x^2 = (2x)^2$ et $9 = 3^2$.
2. Le double produit $2 \times 2x \times 3$ vaut-il bien $12x$?

CORRECTION

Les carrés —

$4x^2 = (2x)^2 \quad ; \quad 9 = 3^2$

Le double produit —

$2 \times 2x \times 3 = 12x$

$C = (2x + 3)^2$

Les racines des deux carrés donnent les deux termes de la parenthèse ; le double produit confirme.

PIÈGES ANTICIPÉS

`(4*x+3)^2` → La racine de $4x^2$ est $2x$, pas $4x$: le coefficient passe à la racine.

`(2*x-3)^2` → Le terme du milieu est $+12x$: c'est le carré d'une **somme**.

EXERCICE 73 · PRATIQUE

Une parenthèse au carré moins un nombre

Factoriser $D = (x+1)^2 - 16$, puis réduire chaque facteur.

Réponse attendue : `(x-3)*(x+5)`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. $16 = 4^2$: c'est une différence de carrés avec $a = x+1$ et $b = 4$.
2. Garde $x+1$ entre parenthèses dans chaque facteur, puis réduis.

CORRECTION

Différence de carrés —

$$D = (x+1)^2 - 4^2$$

Appliquer —

$$D = \big[(x+1) - 4\big]\big[(x+1) + 4\big]$$

$$D = (x-3)(x+5)$$

a peut être une parenthèse entière : on ne développe surtout pas le carré, on factorise directement.

PIÈGES ANTICIPÉS

`(x-15)*(x+17)` → 16 est le carré de 4 : dans les facteurs, on écrit 4, pas 16.

EXERCICE 74 · PRATIQUE

La différence de deux carrés de binômes

Factoriser $E = (3x-1)^2 - (x+2)^2$, puis réduire chaque facteur.

Réponse attendue : `(2*x-3)*(4*x+1)`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Différence de carrés avec $a = 3x-1$ et $b = x+2$.
2. Dans le premier facteur, $a - b = (3x-1) - (x+2)$: garde la parenthèse.

CORRECTION

Appliquer —

$$E = \big[(3x-1) - (x+2)\big]\big[(3x-1) + (x+2)\big]$$

Réduire —

$$3x - 1 - x - 2 = 2x - 3 \quad ; \quad 3x - 1 + x + 2 = 4x + 1$$

$$E = (2x-3)(4x+1)$$

Le premier facteur retranche b **en entier** : c'est là que se glisse l'erreur de signe.

PIÈGES ANTICIPÉS

`(2*x+1)*(4*x+1)` → $-(x+2) = -x-2$: le 2 est retranché, ce qui donne $2x-3$.

EXERCICE 75 · RAISONNEMENT

Un nombre moins un carré

Factoriser complètement $F = 25 - (2x-1)^2$.

Réponse attendue : `-4*(x-3)*(x+2)` — aussi acceptées : 4*(3-x)*(x+2)

INDICES, DANS L'ORDRE

1. $25 = 5^2$: différence de carrés avec $a = 5$ et $b = 2x-1$.
2. Dans le premier facteur, $5 - (2x-1)$: le -1 devient $+1$.
3. Chaque facteur obtenu a encore un 2 à sortir.

CORRECTION

Appliquer —

$$F = \left[5 - (2x-1)\right]\left[5 + (2x-1)\right]$$

Réduire —

$$F = (6-2x)(2x+4)$$

Sortir les 2 —

$$6 - 2x = 2(3-x) \quad ; \quad 2x + 4 = 2(x+2)$$

$$F = 4(3-x)(x+2)$$

« Complètement » : après l'identité, on regarde encore si chaque facteur contient un nombre à sortir.

PIÈGES ANTICIPÉS

`(4-2*x)*(2*x+4)` → $5 - (2x-1) = 5 - 2x + 1 = 6 - 2x$: le -1 devient $+1$.

`4*(x-3)*(x+2)` → $6 - 2x = 2(3-x)$: en écrivant $2(x-3)$, tu as changé le signe du facteur. Le résultat est $4(3-x)(x+2)$, ou $-4(x-3)(x+2)$.

EXERCICE 76 · RAISONNEMENT

Un nombre qui n'est pas un carré d'entier

Factoriser $G = x^2 - 3$ dans $\mathbb{R}$.

Réponse attendue : `(x-sqrt(3))*(x+sqrt(3))`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. 3 n'est pas le carré d'un entier, mais c'est le carré d'un réel positif.
2. $3 = (\sqrt{3})^2$: c'est donc une différence de carrés.

CORRECTION

Écrire en carrés —

$$G = x^2 - (\sqrt{3})^2$$

$$G = (x-\sqrt{3})(x+\sqrt{3})$$

Dans $\mathbb{R}$, tout nombre positif est un carré : une différence $x^2 - c$ avec $c > 0$ se factorise toujours.

PIÈGES ANTICIPÉS

`(x-3)*(x+3)` → $(x-3)(x+3) = x^2 - 9$. Le nombre dont le carré vaut 3 est $\sqrt{3}$.

EXERCICE 77 · DEFI

Deux identités l'une après l'autre

Factoriser complètement $H = x^4 - 16$ dans $\mathbb{R}$.

Réponse attendue : `(x-2)*(x+2)*(x^2+4)`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. $x^4 = (x^2)^2$ et $16 = 4^2$: première différence de carrés.
2. L'un des deux facteurs obtenus est encore une différence de carrés.
3. L'autre est une **somme** de deux carrés : elle ne se factorise pas dans $\mathbb{R}$.

CORRECTION

Première identité —

$$H = (x^2)^2 - 4^2 = (x^2 - 4)(x^2 + 4)$$

Seconde identité —

$$x^2 - 4 = (x - 2)(x + 2)$$

$$H = (x - 2)(x + 2)(x^2 + 4)$$

On s'arrête quand chaque facteur est irréductible : $x^2 + 4$, somme de deux carrés, ne se factorise pas.

PIÈGES ANTICIPÉS

`(x-2)^2*(x+2)^2` → $x^2 + 4$ n'est pas $(x-2)(x+2)$: ce produit vaut $x^2 - 4$. Une somme de carrés ne se factorise pas.

EXERCICE 78 · BASE

Un carré proche de 200

Calculer de tête 201^2 en écrivant $201 = 200 + 1$.

Donner la valeur de 201^2.

Réponse attendue : `40401`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Carré d'une somme avec $a = 200$ et $b = 1$.
2. Le double produit vaut $2 \times 200 \times 1$.

CORRECTION

L'identité —

$$201^2 = 200^2 + 2 \times 200 \times 1 + 1^2$$

$$40\,000 + 400 + 1 = 40\,401$$

Trois calculs faciles remplacent une multiplication à trois chiffres.

PIÈGES ANTICIPÉS

`40001` → Il manque le double produit $2 \times 200 \times 1 = 400$.

`40201` → Le double produit vaut $2 \times 200 = 400$, pas 200.

EXERCICE 79 · DEFI

Le carré du nombre suivant

On donne $123\,456^2 = 15\,241\,383\,936$.

Calculer $123\,457^2$ sans poser la multiplication.

Donner la valeur de $123\,457^2$.

Réponse attendue : `15241630849`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Écris $123\,457 = 123\,456 + 1$.
2. Le carré d'une somme donne le carré connu, plus un double produit, plus 1.

CORRECTION

L'identité —

$123\,457^2 = 123\,456^2 + 2 \times 123\,456 + 1$

Le double produit —

$2 \times 123\,456 + 1 = 246\,913$

$15\,241\,383\,936 + 246\,913 = 15\,241\,630\,849$

Passer de n^2 à $(n+1)^2$, c'est ajouter $2n + 1$: une addition au lieu d'une multiplication géante.

PIÈGES ANTICIPÉS

`15241383937` → $(n+1)^2$ n'est pas $n^2 + 1$: il manque le double produit $2n$.

`15241507393` → Tu as ajouté $n + 1$. Le double produit est $2n$: il faut ajouter $2n + 1 = 246\,913$.

EXERCICE 80 · PRATIQUE

Deux nombres de part et d'autre de 60

Calculer de tête 57×63.

Donner la valeur de 57×63.

Réponse attendue : `3591`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. 57 et 63 sont à égale distance de 60.
2. Écris $57 \times 63 = (60 - 3)(60 + 3)$: quelle identité reconnais-tu ?

CORRECTION

Écrire autour de 60 —

$57 \times 63 = (60 - 3)(60 + 3)$

Différence de carrés —

$= 60^2 - 3^2 = 3\,600 - 9$

$= 3\,591$

Le produit de deux nombres symétriques autour d'un nombre rond est une différence de carrés.

PIÈGES ANTICIPÉS

`3609` → $(a - b)(a + b) = a^2 - b^2$: on **retranche** 9.

`3600` → $3\,600 = 60^2$: il reste à retrancher $3^2 = 9$.

EXERCICE 81 · PRATIQUE

Une différence de carrés à deux chiffres

Calculer $86^2 - 14^2$ sans calculer les deux carrés.

Donner le résultat.

Réponse attendue : `7200`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Reconnais une différence de carrés.
   $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$
2. $86 + 14$ est un nombre très rond.

CORRECTION

Factoriser —

$86^2 - 14^2 = (86 - 14)(86 + 14)$

$= 72 \times 100 = 7\,200$

La factorisation rend le calcul presque immédiat dès que la somme ou la différence est ronde.

PIÈGES ANTICIPÉS

`72` → $72 = 86 - 14$ n'est que le premier facteur : multiplie-le par $86 + 14$.

`100` → $100 = 86 + 14$ n'est que le second facteur : multiplie-le par $86 - 14$.

`5184` → Tu as calculé $(86 - 14)^2$. Or $a^2 - b^2$ n'est pas $(a - b)^2$.

EXERCICE 82 · DEFI

Un double produit déguisé

Calculer $7{,}3^2 + 5{,}4 \times 7{,}3 + 2{,}7^2$ sans calculatrice.

Donner le résultat.

Réponse attendue : `100`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Deux carrés, $7{,}3^2$ et $2{,}7^2$, et un terme au milieu : pense au carré d'une somme.

2. $5{,}4 = 2 \times 2{,}7$: le terme du milieu est-il le double produit ?

CORRECTION

Le double produit —

$5{,}4 \times 7{,}3 = 2 \times 7{,}3 \times 2{,}7$

Carré d'une somme —

$7{,}3^2 + 2 \times 7{,}3 \times 2{,}7 + 2{,}7^2 = (7{,}3 + 2{,}7)^2$

$= 10^2 = 100$

Une identité se lit aussi de droite à gauche sur des nombres : repérer le double produit transforme trois calculs décimaux en 10^2.

PIÈGES ANTICIPÉS

`10` → $7{,}3 + 2{,}7 = 10$, mais l'expression vaut le **carré** de cette somme.

EXERCICE 83 · RAISONNEMENT

Un carré contre deux voisins

Calculer $A = 2027^2 - 2026 \times 2028$ sans calculatrice.

Donner la valeur de A.

Réponse attendue : 1

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Pose $n = 2027$: les deux autres nombres sont $n - 1$ et $n + 1$.
2. $(n - 1)(n + 1)$ est une différence de carrés.

CORRECTION

Avec une lettre —

$A = n^2 - (n - 1)(n + 1)$

Différence de carrés —

$A = n^2 - (n^2 - 1)$

$A = 1$

Remplacer un grand nombre par une lettre révèle la structure : le résultat vaut 1 pour **tout** n.

PIÈGES ANTICIPÉS

`-1` → $-(n^2 - 1) = -n^2 + 1$: le résultat est $+1$.

EXERCICE 84 · RAISONNEMENT

Un produit de décimaux

Calculer de tête $10{,}2 \times 9{,}8$.

Donner la valeur du produit.

Réponse attendue : `99.96`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. $10{,}2$ et $9{,}8$ sont à égale distance de 10.
2. Écris le produit sous la forme $(10+0{,}2)(10-0{,}2)$.
3. Attention au carré d'un décimal : $0{,}2^2$ a deux chiffres après la virgule.

CORRECTION

Autour de 10 —

$10{,}2 \times 9{,}8 = (10+0{,}2)(10-0{,}2)$

Différence de carrés —

$= 10^2 - 0{,}2^2 = 100 - 0{,}04$

$= 99{,}96$

La même identité marche avec des décimaux ; il faut seulement calculer correctement le petit carré.

PIÈGES ANTICIPÉS

`99.6` → $0{,}2^2 = 0{,}04$, et non $0{,}4$: on multiplie $0{,}2$ par $0{,}2$.

`100` → $100 = 10^2$: il reste à retrancher $0{,}2^2$.

EXERCICE 85 · BASE **Deux écritures de la même expression**

On pose $A = (x+2)^2 - 4$ et $B = x(x+4)$.

Développer et réduire A et B pour vérifier qu'elles sont égales pour tout réel x, et donner leur forme réduite commune.

Donner la forme développée réduite commune.

Réponse attendue : `x^2+4*x`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Développe $(x+2)^2$ avec une identité, puis retranche 4.
2. Développe B par distributivité simple, et compare.

CORRECTION

A —

$A = x^2 + 4x + 4 - 4 = x^2 + 4x$

B —

$B = x \times x + x \times 4 = x^2 + 4x$

Les formes réduites sont identiques.

$x^2 + 4x$

Pour prouver une égalité valable pour tout réel, on compare les formes réduites : c'est une preuve, pas un essai.

PIÈGES ANTICIPÉS

`x^2` → $(x+2)^2 = x^2 + 4x + 4$: il manque le double produit $4x$.

EXERCICE 86 · BASE

Un contre-exemple suffit

On pose $A = (x+3)^2$ et $B = x^2 + 9$.

Calculer $A - B$ pour $x = 1$. Que peut-on en conclure ?

Donner la valeur de $A - B$ pour $x = 1$.

Réponse attendue : 6

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Calcule A et B séparément pour $x = 1$.
2. Si la différence n'est pas nulle, une seule valeur suffit à conclure.

CORRECTION

Pour x égal à 1 —

$A = (1+3)^2 = 16 \quad ; \quad B = 1 + 9 = 10$

$A - B = 6$

$A - B \neq 0$ pour $x = 1$: A et B ne sont pas égales pour tout réel. Un seul contre-exemple est une preuve complète.

PIÈGES ANTICIPÉS

`0` → Calcule vraiment : $(1+3)^2 = 16$ et $1 + 9 = 10$. La différence n'est pas nulle.

EXERCICE 87 · RAISONNEMENT

Deux expressions qui se croisent

On pose $A(x) = (x-2)(x-3)$ et $B(x) = x - 2$.

Déterminer les réels x pour lesquels $A(x) = B(x)$.

Écrire l'ensemble des solutions entre accolades, valeurs séparées par « ; ».

Réponse attendue : `{2;4}` — aussi acceptées : {4;2} · 2;4 · 2 et 4 · x = 2 ou x = 4

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Passe tout dans le même membre : $A(x) - B(x) = 0$.
2. $(x-2)$ est un facteur commun : factorise au lieu de diviser.
3. Un produit est nul si et seulement si l'un de ses facteurs est nul.

CORRECTION

Tout d'un côté —

$(x-2)(x-3) - (x-2) = 0$

Facteur commun —

$(x-2)\big[(x-3) - 1\big] = (x-2)(x-4) = 0$

Produit nul —

$x - 2 = 0 \ \text{ ou } \ x - 4 = 0$

$S = \{2\,;\,4\}$

Les deux expressions coïncident en deux points seulement. Diviser par $x - 2$ aurait fait perdre la solution $x = 2$: on factorise, on ne divise pas.

PIÈGES ANTICIPÉS

{4} → En divisant par $x - 2$, tu as perdu $x = 2$: pour $x = 2$, A et B valent toutes deux 0. Factorise plutôt.

EXERCICE 88 · PRATIQUE

Une identité à compléter

Déterminer le réel a pour que, pour tout réel x, on ait $(x - 3)(x + a) = x^2 - x - 6$.

Donner la valeur de a.

Réponse attendue : 2

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Développe le membre de gauche en gardant a comme une lettre.
2. Deux expressions réduites sont égales pour tout x quand leurs coefficients sont égaux un à un.
3. Compare les termes constants, puis vérifie avec le coefficient de x.

CORRECTION

Développer —

$(x - 3)(x + a) = x^2 + (a - 3)x - 3a$

Identifier —

$-3a = -6 \quad \text{et} \quad a - 3 = -1$

Les deux conditions donnent la même valeur.

$a = 2$

Égalité pour tout réel = mêmes coefficients. On vérifie toujours que **toutes** les conditions donnent la même valeur.

PIÈGES ANTICIPÉS

-4 → Le coefficient de x est $a - 3$ (produit croisé $-3 \times x$), pas $a + 3$.

EXERCICE 89 · RAISONNEMENT

Une différence nulle pour tout réel

On pose $A = (2x - 1)^2 - (x + 1)^2$ et $B = 3x(x - 2)$.

Développer et réduire $A - B$.

Donner la forme réduite de $A - B$.

Réponse attendue : `0`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Développe les deux carrés de A, puis le produit B.
2. Retranche $(x+1)^2$ en entier : ses trois termes changent de signe.
3. Retranche ensuite B en entier.

CORRECTION

A —

$A = 4x^2 - 4x + 1 - x^2 - 2x - 1 = 3x^2 - 6x$

B —

$B = 3x^2 - 6x$

$A - B = 0$

$A - B = 0$ pour tout réel x : A et B sont deux écritures de la même expression. C'est ce que prouve le développement.

PIÈGES ANTICIPÉS

`4*x+2` → $-(x+1)^2 = -x^2 - 2x - 1$: les trois termes changent de signe, pas seulement le premier.

EXERCICE 90 · RAISONNEMENT

Trois coïncidences ne prouvent rien

On pose $A = x^3 + 2x$ et $B = 3x^2$.

On vérifie que $A = B$ pour $x = 0$, $x = 1$ et $x = 2$. Calculer $A - B$ pour $x = 3$: a-t-on $A = B$ pour tout réel ?

Donner la valeur de $A - B$ pour $x = 3$.

Réponse attendue : 6

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Calcule A et B séparément pour $x = 3$.
2. Si la différence n'est pas nulle, tu tiens un contre-exemple.

CORRECTION

Les trois valeurs —

$A(0) = B(0) = 0 \quad ; \quad A(1) = B(1) = 3 \quad ; \quad A(2) = B(2) = 12$

Pour x égal à 3 —

$A(3) = 27 + 6 = 33 \quad ; \quad B(3) = 27$

$A(3) - B(3) = 6$

Trois valeurs où les expressions coïncident ne prouvent pas l'égalité : la quatrième donne un contre-exemple, donc $A \neq B$ en général.

PIÈGES ANTICIPÉS

`0` → Trois valeurs qui marchent ne prouvent rien. Calcule vraiment pour $x = 3$: $33 \neq 27$.

EXERCICE 91 · DEFI

Retrouver deux coefficients

Déterminer les réels a et b tels que, pour tout réel x :

$$2x^2 + 7x + 8 = (2x + 1)(x + a) + b.$$

Donner la valeur de b.

Réponse attendue : 5

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Développe le membre de droite en gardant a et b comme des lettres.
2. Identifie le coefficient de x : il donne a.
3. Identifie ensuite les termes constants : $a + b = 8$.

CORRECTION

Développer —

$(2x + 1)(x + a) + b = 2x^2 + (2a + 1)x + a + b$

Coefficient de x —

$2a + 1 = 7 \iff a = 3$

Terme constant —

$a + b = 8 \iff b = 5$

$a = 3 \quad ; \quad b = 5$

Contrôle : $(2x + 1)(x + 3) + 5 = 2x^2 + 7x + 3 + 5$. On identifie les coefficients un par un, du plus haut degré au terme constant.

PIÈGES ANTICIPÉS

8 → Le produit $(2x + 1)(x + a)$ a lui aussi un terme constant, a : on a $a + b = 8$.

9/2 → Le coefficient de x est $2a + 1$: il y a aussi le produit croisé $1 \times x$. Donc $a = 3$.

EXERCICE 92 · BASE

Diviser les deux membres

Deux réels a et b vérifient $3a = 3b + 12$. Calculer $a - b$.

Donner la valeur de $a - b$.

Réponse attendue : 4

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Retranche $3b$ aux deux membres : l'égalité ne change pas.
2. Multiplie ensuite les deux membres par $\frac{1}{3}$, un nombre non nul.

CORRECTION

Retrancher 3b —

$3a - 3b = 12$

Factoriser —

$3(a-b)=12$

Multiplier par 1/3 —

$a-b=4$

Ajouter un même terme aux deux membres, ou les multiplier par un même nombre non nul, conserve l'égalité.

PIÈGES ANTICIPÉS

12 → 12 vaut $3(a-b)$. Il reste à multiplier les deux membres par $\frac{1}{3}$.

EXERCICE 93 · PRATIQUE

Des moitiés à faire disparaître

Deux réels a et b vérifient $\frac{a}{2}+3=\frac{b}{2}+1$. Calculer $a-b$.

Donner la valeur de $a-b$.

Réponse attendue : `-4`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Multiplie les deux membres par 2 pour faire disparaître les fractions.
2. Retranche ensuite le même terme aux deux membres pour isoler $a-b$.

CORRECTION

Multiplier par 2 —

$a+6=b+2$

Retrancher b + 6 —

$a-b=2-6$

$a-b=-4$

On choisit l'opération qui simplifie le plus : multiplier par 2 chasse les deux dénominateurs à la fois.

PIÈGES ANTICIPÉS

-2 → -2 vaut $\frac{a-b}{2}$. Multiplie encore par 2.

4 → En passant 6 dans l'autre membre, on le retranche : $a-b=2-6$.

EXERCICE 94 · RAISONNEMENT

Exprimer une lettre en fonction d'une autre

Deux réels a et b vérifient $5a-2b=3a+4b$. Exprimer a en fonction de b.

Donner a en fonction de b.

Réponse attendue : `3*b`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Retranche $3a$ aux deux membres, puis ajoute $2b$ aux deux membres.
2. Tu obtiens une égalité du type $2a = \ldots$: multiplie par $\frac{1}{2}$.

CORRECTION

Retrancher 3a —

$2a - 2b = 4b$

Ajouter 2b —

$2a = 6b$

Multiplier par 1/2 —

$a = 3b$

Chaque étape applique l'une des deux règles aux **deux** membres : c'est ce qui garantit que l'égalité finale est équivalente à celle de départ.

PIÈGES ANTICIPÉS

`6*b` → $6b$ vaut $2a$. Il reste à multiplier les deux membres par $\frac{1}{2}$.

`b` → En ajoutant $2b$ aux deux membres : $4b + 2b = 6b$, pas $4b - 2b$.

EXERCICE 95 · BASE

Un produit de deux facteurs du premier degré

Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $(x - 5)(3x + 6) = 0$.

Écrire l'ensemble des solutions entre accolades, valeurs séparées par « ; ».

Réponse attendue : `{-2;5}` — aussi acceptées : {5;-2} · -2;5 · -2 et 5 · x = -2 ou x = 5

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Un produit est nul si et seulement si l'un de ses facteurs est nul.
2. Résous séparément $x - 5 = 0$ et $3x + 6 = 0$.

CORRECTION

Produit nul —

$x - 5 = 0 \ \text{ ou } \ 3x + 6 = 0$

Premier facteur —

$x = 5$

Second facteur —

$3x = -6 \iff x = -2$

$S = \{-2\,;\,5\}$

On ne développe jamais une équation déjà factorisée : chaque facteur donne directement une solution.

PIÈGES ANTICIPÉS

`{-6;5}` / `{5;-6}` → $3x + 6 = 0$ donne $3x = -6$: il reste à diviser par 3.

`{-5;2}` / `{2;-5}` → $x - 5 = 0$ donne $x = 5$, et non -5 : on ajoute 5 aux deux membres.

EXERCICE 96 · BASE

Ne pas oublier le facteur x

Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $x(4x - 3) = 0$.

Écrire l'ensemble des solutions entre accolades, valeurs séparées par « ; ».

Réponse attendue : `{0;3/4}` — aussi acceptées : {3/4;0} · 0;3/4 · 0 et 3/4 · x = 0 ou x = 3/4 · {0;0.75} · {0;0,75}

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Le produit a deux facteurs : x et $4x - 3$.
2. Le facteur x est nul pour une valeur évidente.

CORRECTION

Produit nul —

$x = 0 \text{ ou } 4x - 3 = 0$

Second facteur —

$4x = 3 \iff x = \dfrac{3}{4}$

$S = \left\{0 ; \dfrac{3}{4}\right\}$

Un facteur réduit à x donne la solution 0 : c'est la plus facile à oublier.

PIÈGES ANTICIPÉS

`{3/4}` → Le facteur x peut lui aussi être nul : $x = 0$ est une solution.

`{0;4/3}` → $4x = 3$ donne $x = \dfrac{3}{4}$: on divise 3 par 4.

EXERCICE 97 · PRATIQUE

Factoriser avant de résoudre

Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $x^2 - 7x = 0$.

Écrire l'ensemble des solutions entre accolades, valeurs séparées par « ; ».

Réponse attendue : `{0;7}` — aussi acceptées : {7;0} · 0;7 · 0 et 7 · x = 0 ou x = 7

INDICES, DANS L'ORDRE

1. L'équation n'est pas un produit : factorise d'abord le membre de gauche.
2. x est un facteur commun aux deux termes.
3. Ne divise pas par x : tu perdrais une solution.

CORRECTION

Factoriser —

$x^2 - 7x = x(x - 7)$

Produit nul —

$x = 0 \text{ ou } x - 7 = 0$

$S = \{0\,;\,7\}$

Pour résoudre, on factorise ; diviser par x suppose $x \neq 0$ et fait disparaître la solution 0.

PIÈGES ANTICIPÉS

`{7}` → En divisant par x, tu as perdu la solution $x = 0$. Factorise plutôt : $x(x - 7) = 0$.

EXERCICE 98 · PRATIQUE

Une différence de carrés égale à zéro

Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $9x^2 - 4 = 0$.

Écrire l'ensemble des solutions entre accolades, valeurs séparées par « ; ».

Réponse attendue : `{-2/3;2/3}` — aussi acceptées : {2/3;-2/3} · -2/3;2/3 · -2/3 et 2/3 · x = -2/3 ou x = 2/3 · ±2/3

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Le membre de gauche est une différence de carrés : $9x^2 = (3x)^2$ et $4 = 2^2$.
2. Factorise, puis applique la règle du produit nul.

CORRECTION

Factoriser —

$9x^2 - 4 = (3x - 2)(3x + 2)$

Produit nul —

$3x - 2 = 0 \text{ ou } 3x + 2 = 0$

$S = \left\{-\frac{2}{3}\,;\,\frac{2}{3}\right\}$

Une différence de carrés donne deux facteurs, donc deux solutions opposées.

PIÈGES ANTICIPÉS

`{2/3}` → Le facteur $3x + 2$ s'annule aussi : $x = -\frac{2}{3}$ est une solution.

`{-4/9;4/9}` → $x^2 = \frac{4}{9}$ ne donne pas $x = \frac{4}{9}$: factorise $(3x - 2)(3x + 2)$.

EXERCICE 99 · RAISONNEMENT

Un facteur commun dans une équation

Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $(2x + 1)(x - 3) + (2x + 1)(x + 7) = 0$.

Écrire l'ensemble des solutions entre accolades, valeurs séparées par « ; ».

Réponse attendue : `{-2;-1/2}` — aussi acceptées : {-1/2;-2} · -2;-1/2 · -2 et -1/2 · x = -2 ou x = -1/2 · {-2;-0.5} · {-2;-0,5}

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Le membre de gauche est une **somme** : la règle du produit nul ne s'applique pas encore.
2. Factorise par $(2x+1)$, puis réduis le crochet.
3. Le second facteur se simplifie encore : $2x+4 = 2(x+2)$.

CORRECTION

Factoriser —

$$(2x+1)\big[(x-3)+(x+7)\big] = (2x+1)(2x+4)$$

Produit nul —

$$2x+1=0 \ \text{ ou } \ 2x+4=0$$

$$S = \left\{-2\,;\,-\frac{1}{2}\right\}$$

La règle du produit nul ne vaut que pour un produit : on factorise d'abord la somme, sinon on invente de fausses solutions.

PIÈGES ANTICIPÉS

`{-1/2;3;-7}` → L'expression est une somme de deux produits, pas un produit. $x=3$ donne $(7)(0)+(7)(10)=70\neq 0$. Factorise d'abord.

`{-1/2}` → Le second facteur $2x+4$ s'annule lui aussi : $x=-2$ est une solution.

EXERCICE 100 · DEFI

Deux carrés égaux

Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $(x+4)^2 = (2x-1)^2$.

Écrire l'ensemble des solutions entre accolades, valeurs séparées par « ; ».

Réponse attendue : `{-1;5}` — aussi acceptées : {5;-1} · -1;5 · -1 et 5 · x = -1 ou x = 5

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Passe tout dans le même membre : $(x+4)^2-(2x-1)^2=0$.
2. C'est une différence de carrés : factorise-la, sans développer.
3. Deux carrés égaux ne veulent pas dire deux nombres égaux : ils peuvent être opposés.

CORRECTION

Tout d'un côté —

$$(x+4)^2-(2x-1)^2=0$$

Différence de carrés —

$$\big[(x+4)-(2x-1)\big]\big[(x+4)+(2x-1)\big]=0$$

Réduire —

$$(-x+5)(3x+3)=0$$

$$S=\{-1\,;\,5\}$$

$a^2=b^2$ équivaut à $a=b$ **ou** $a=-b$: la factorisation donne les deux cas d'un coup.

PIÈGES ANTICIPÉS

{5} → Tu as seulement résolu $x + 4 = 2x - 1$. Les deux nombres peuvent aussi être opposés : $x + 4 = -(2x - 1)$ donne $x = -1$.

EXERCICE 101 · DEFI

Une équation du troisième degré

Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $x^3 + x^2 - x - 1 = 0$.

Écrire l'ensemble des solutions entre accolades, valeurs séparées par « ; ».

Réponse attendue : `{-1;1}` — aussi acceptées : {1;-1} · -1;1 · -1 et 1 · x = -1 ou x = 1

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Regroupe les termes deux par deux : $x^3 + x^2$ d'un côté, $-x - 1$ de l'autre.
2. $x^3 + x^2 = x^2(x + 1)$ et $-x - 1 = -(x + 1)$: un facteur commun apparaît.
3. Le facteur $x^2 - 1$ obtenu se factorise encore.

CORRECTION

Regrouper —

$$x^2(x + 1) - (x + 1) = (x + 1)(x^2 - 1)$$

Différence de carrés —

$$(x + 1)(x - 1)(x + 1) = 0$$

Produit nul —

$$x + 1 = 0 \text{ ou } x - 1 = 0$$

$$S = \{-1\,;\,1\}$$

Un regroupement bien choisi fait apparaître un facteur commun ; on factorise ensuite jusqu'à n'avoir que des facteurs du premier degré.

PIÈGES ANTICIPÉS

{-1} → Le facteur $x^2 - 1$ s'annule aussi : $x^2 - 1 = (x - 1)(x + 1)$ donne $x = 1$.

{1} → Le facteur $x + 1$ s'annule pour $x = -1$: c'est aussi une solution.
