– Maths à la carte –

ABDELKADER HAMMAMI

Activités numériques I

1re année secondaire · Pr Abdelkader Hammami

Le cours

CE QU'IL DIT EN ACCUEILLANT

3aslema ! Lyoum bech nabdaw le chapitre numéro 9 : les activités numériques. 9bal ma ta7seb b ay nombre, lezmek ta3ref chnowa houwa hal nombre. Bech nchoufou m3a b3adhna les ensembles de nombres, les facteurs premiers, le PGCD et le PPCM, l'ordre, les intervalles et la valeur absolue.

عسلامة ! لْيوم باش نبداو le chapitre numéro 9 : les activités numériques. قُبَلْ ما تحسب بأيّ nombre، لازمك تعرف شنوّة هو هالـ nombre. باش نشوفو مع بعضنا le les ensembles de nombres, les facteurs premiers, le PGCD et le PPCM, l'ordre, les intervalles et la valeur absolue.

Bonjour ! Aujourd'hui on commence le chapitre numéro 9 : les activités numériques. Avant de calculer avec un nombre, il faut savoir quel nombre c'est. On va voir ensemble les ensembles de nombres, les facteurs premiers, le PGCD et le PPCM, l'ordre, les intervalles, et la valeur absolue.

Tout le chapitre tient dans une idée : **avant de calculer avec un nombre, il faut savoir quel nombre c'est**. Est-ce un entier ? Un décimal ? Une fraction qui ne tombe pas juste ? Un nombre qu'on ne peut écrire qu'avec un symbole, comme $\sqrt{2}$?

On apprend ensuite à les ranger — comparer, encadrer — et à mesurer la distance qui les sépare, avec la valeur absolue. Ce sont les outils de toute l'année : on s'en sert dans chaque chapitre qui suit.

OBJECTIFS ANNONCÉS

CE QU'IL DIT EN LES ANNONÇANT

Fi e5er el chapitre hedha, bech tkoun ta3ref :

في آخر الـ chapitre هذا ، باش تكون تعرف :

À la fin de ce chapitre, tu sauras :

- Reconnaître à quel ensemble appartient un nombre : $\mathbb{N}$, $\mathbb{Z}$, $\mathbb{D}$, $\mathbb{Q}$ ou $\mathbb{R}$

  > Reconnaître à quel ensemble appartient un nombre : $\mathbb{N}$, $\mathbb{Z}$, $\mathbb{D}$, $\mathbb{Q}$ ou $\mathbb{R}$.
  > *Reconnaître à quel ensemble appartient un nombre : $\mathbb{N}$, $\mathbb{Z}$, $\mathbb{D}$, $\mathbb{Q}$ ou $\mathbb{R}$.*

- Décomposer un entier en produit de facteurs premiers, et en déduire la liste de ses diviseurs
  > Décomposer un entier en produit de facteurs premiers, et en déduire la liste de ses diviseurs.
  > *Décomposer un entier en produit de facteurs premiers, et en déduire la liste de ses diviseurs.*
- Déterminer le PGCD et le PPCM de deux entiers à partir de leurs décompositions
  > Déterminer le PGCD et le PPCM de deux entiers à partir de leurs décompositions.
  > *Déterminer le PGCD et le PPCM de deux entiers à partir de leurs décompositions.*
- Utiliser $\mathrm{PPCM}(a,b) \times \mathrm{PGCD}(a,b) = a \times b$
  > Utiliser la relation : le PPCM fois le PGCD égale a fois b.
  > *Utiliser la relation : le PPCM fois le PGCD égale a fois b.*
- Reconnaître deux entiers premiers entre eux, et rendre une fraction irréductible
  > Reconnaître deux entiers premiers entre eux, et rendre une fraction irréductible.
  > *Reconnaître deux entiers premiers entre eux, et rendre une fraction irréductible.*
- Comparer deux réels en étudiant le signe de leur différence
  > Comparer deux réels en étudiant le signe de leur différence.
  > *Comparer deux réels en étudiant le signe de leur différence.*
- Traduire une inégalité par un intervalle, et calculer une intersection ou une réunion
  > Traduire une inégalité par un intervalle, et calculer une intersection ou une réunion.
  > *Traduire une inégalité par un intervalle, et calculer une intersection ou une réunion.*
- Encadrer une somme, un produit, une différence à partir d'encadrements donnés
  > Encadrer une somme, un produit, une différence à partir d'encadrements donnés.
  > *Encadrer une somme, un produit, une différence à partir d'encadrements donnés.*
- Calculer une valeur absolue, l'interpréter comme une distance, et résoudre $|A| = k$
  > Calculer une valeur absolue, l'interpréter comme une distance, et résoudre l'équation valeur absolue de A égale k.
  > *Calculer une valeur absolue, l'interpréter comme une distance, et résoudre l'équation valeur absolue de A égale k.*

1. ACTIVITÉ

Toutes les fractions se ressemblent-elles ?

CE QU'IL DIT

Barra nabdaw b une activité. 3andna quatre nombres : A, B, C et D. A7seb l'écriture décimale mte3 koll wa7ed. W chouf anhi écriture tekmel, w anhi ma tekmelch. Elli bech tlé7edh, houwa elli bech yfassarelna les ensembles el koll.

> برّة نبداو بـ une activité عندنا quatre nombres : A, B, C et D. أحسب l'écriture décimale متاع كل واحد. w شوف أنهي écriture تكمل، w أنهي ما تكملش. الّي باش تلاحظو، هوّ الّي باش يفسّرلنا les ensembles الكلّ.

On commence par une activité. On a quatre nombres : A, B, C et D. Calcule l'écriture décimale de chacun, et regarde laquelle s'arrête et laquelle ne s'arrête jamais. Ce que tu vas observer, c'est ce qui justifie tout le vocabulaire des ensembles.

On considère les quatre nombres suivants :

$$A = \frac{12}{4} \quad ; \quad B = \frac{7}{2} \quad ; \quad C = \frac{1}{7} \quad ; \quad D = \sqrt{16}$$

1. Donne l'écriture décimale de chacun d'eux.
2. Lesquelles de ces écritures s'arrêtent ? Laquelle ne s'arrête jamais ?
3. Que remarques-tu à propos de A et de D ?

Cherche avant de lire la suite : c'est ce que tu vas observer qui justifie tout le vocabulaire du chapitre.

EXEMPLE TRAITÉ

Ce que donnent les quatre calculs.

> Tawa nchoufou chnowa ta3tina les quatre calculs.
>
> توّا نشوفو شنوّة تعطينا les quatre calculs.

A et D — Les deux tombent sur un entier, malgré des écritures très différentes.

$A = \frac{12}{4} = 3 \quad ; \quad D = \sqrt{16} = 4$

> A et D : ezzouz ytal3ou un entier, ama l'écriture mte3hom mokhtalfa barcha.
>
> A et D: الزوز يطلعو un entier، أما l'écriture متاعهم مختلفة برشا.

B — L'écriture décimale s'arrête après un chiffre.

$B = \frac{7}{2} = 3{,}5$

> B : l'écriture décimale tekmel ba3d un seul chiffre.
>
> B: l'écriture décimale تكمل بعد un seul chiffre.

C — Ici l'écriture ne s'arrête pas : elle répète indéfiniment le même groupe de chiffres.

$C = \frac{1}{7} = 0{,}142857\,142857\ldots$

> C : hna l'écriture ma tekmelch. T3awed nafs le groupe de chiffres, bla nihaya.
>
> C: هنا l'écriture ما تكملش. تعاود نفس le groupe de chiffres، بلا نهاية.

Quatre écritures, trois comportements différents

> Ya3ni 3andna quatre écritures, ama trois comportements différents.
>
> يعني عندنا quatre écritures، أما trois comportements différents.

AUTRE EXEMPLE 1 — POUR « UN AUTRE EXEMPLE »

Même travail avec quatre autres nombres : $E = \frac{18}{6}$; $F = \frac{9}{4}$; $G = \frac{2}{3}$; $H = \sqrt{25}$.

> Nafs el khedma m3a quatre autres nombres : $E = \frac{18}{6}$; $F = \frac{9}{4}$; $G = \frac{2}{3}$; $H = \sqrt{25}$.

quatre autres nombres: E égale 18 sur 6; F égale 9 sur 4; G égale 2 sur 3; H égale نفس الخدمة مع racine carrée de 25.

E et H — Les deux tombent encore sur un entier.

$E = \frac{18}{6} = 3 \quad ; \quad H = \sqrt{25} = 5$

E et H : ezzouz ytal3ou zeda un entier.

E et H: الزوز يطلعو زادة un entier.

F — L'écriture décimale s'arrête après deux chiffres.

$F = \frac{9}{4} = 2{,}25$

F : l'écriture décimale tekmel ba3d deux chiffres.

F: l'écriture décimale تكمل بعد deux chiffres.

G — L'écriture ne s'arrête jamais : le chiffre 6 se répète sans fin.

$G = \frac{2}{3} = 0{,}666\ldots$

G : hna l'écriture ma tekmelch : le chiffre 6 yet3awed bla nihaya.

G: هنا l'écriture ما تكملش: le chiffre 6 يتعاود بلا نهاية.

Les mêmes trois comportements

Ya3ni nel9aw nafs les trois comportements.

يعني نلقاو نفس les trois comportements.

À ne pas faire : Une fraction n'est jamais un entier — $\frac{12}{4} = 3$ est un entier. L'écriture d'un nombre ne dit pas à quelle famille il appartient. Il faut d'abord calculer.

Rodd belek : l'écriture mte3 nombre ma t9ollekch men anhi 3a2ila houwa. Lezem na7sbou 9bal.

رد بالك: l'écriture متاع nombre ما تقلّكش من أنهي عائلة هو. لازم نحسبو قُبَلْ.

---

2. DÉFINITION

Les ensembles de nombres

CE QU'IL DIT

9bal ma ta7seb, rodd belek : chaque nombre 3andou 3a2iltou. 3andna les entiers naturels, les entiers relatifs, les décimaux, les rationnels et les réels. W hedhouma dekhlin fi ba3dhhom.

قُبَلْ ما تحسب، رد بالك : chaque nombre عندو عائلتو. عندنا les entiers naturels, les entiers relatifs, décimaux, les rationnels et les réels. w هاذوما داخلين في بعضهم.

Avant de calculer, fais attention : chaque nombre a sa famille. On a les entiers naturels, les entiers relatifs, les décimaux, les rationnels, et les réels. Et ils sont emboîtés les uns dans les autres.

Les nombres se rangent dans des familles **emboîtées** : chaque famille contient toutes les précédentes.

- $\mathbb{N}$ — les entiers naturels : $0, 1, 2, 3, \ldots$

- $\mathbb{Z}$ — les entiers relatifs : on ajoute les négatifs, $\ldots, -2, -1, 0, 1, 2, \ldots$
- $\mathbb{D}$ — les décimaux : ceux qui s'écrivent $\dfrac{a}{10^n}$ avec $a \in \mathbb{Z}$ et $n \in \mathbb{N}$, c'est-à-dire avec un nombre **fini** de chiffres après la virgule
- $\mathbb{Q}$ — les rationnels : ceux qui s'écrivent $\dfrac{a}{b}$ avec $a \in \mathbb{Z}$ et $b \in \mathbb{Z}^*$
- $\mathbb{R}$ — les réels : tous les précédents, plus les irrationnels comme $\sqrt{2}$ ou π

Retiens le sens de lecture : un entier est toujours un décimal, mais un décimal n'est pas toujours un entier.

L'EMBOÎTEMENT

$$\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{D} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$$

EXEMPLE TRAITÉ

Ranger chacun de ces nombres dans le plus petit ensemble qui le contient : -4 ; $2{,}75$; $\dfrac{1}{3}$; $\sqrt{9}$; π

> Koll nombre men hedhouma, 7ottou fi **le plus petit** ensemble elli fih : -4 ; $2{,}75$; $\dfrac{1}{3}$; $\sqrt{9}$; π
>
> كل nombre من هاذوما، حطّو في le plus petit ensemble اللّي فيه: moins 4; 2,75; 1 sur 3; racine carrée de 9; pie

On calcule d'abord — $\sqrt{9}$ n'est pas irrationnel : c'est un entier déguisé.

$\sqrt{9} = 3 \in \mathbb{N}$

> Awel 7aja na7sbou. $\sqrt{9}$ mouch irrationnel : houwa un entier, mkhabbi ta7t la racine.
>
> أوّل حاجة نحسبو. racine carrée de 9 موش irrationnel: هو un entier، مخبّي تحت la racine.

-4 est entier mais négatif.

$-4 \in \mathbb{Z}$

> -4 houwa entier, ama négatif.
>
> moins 4 هو entier، أما négatif.

$2{,}75$ a deux chiffres après la virgule : il s'écrit sur une puissance de 10.

$2{,}75 = \frac{275}{100} \in \mathbb{D}$

> $2{,}75$ 3andou deux chiffres ba3d la virgule : najjmou nektbouh sur une puissance de 10.
>
> 2,75 عندو deux chiffres بعد la virgule: نجّمو نكتبوه sur une puissance de 10.

$\dfrac{1}{3} = 0{,}333\ldots$ ne s'arrête jamais : c'est une fraction, mais pas un décimal.

$\frac{1}{3} \in \mathbb{Q}$ et $\frac{1}{3} \notin \mathbb{D}$

> $\dfrac{1}{3} = 0{,}333\ldots$ 3omrou ma yekmel : houwa une fraction, ama mouch un décimal.
>
> عمرو ما يكمل: هو une fraction، أما موش un décimal. sur 3 égale 0,333 et ainsi de suite 1

π ne s'écrit sous forme de fraction d'aucune manière.

$\pi \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$

> Le nombre π ma najjmouch nektbouh fraction b 7atta tari9a.
>
> le nombre pie ما نجّموش نكتبوه fraction بحتّى طريقة.

AUTRE EXEMPLE 1 — POUR « UN AUTRE EXEMPLE »

Ranger chacun de ces nombres dans le plus petit ensemble qui le contient : $\frac{12}{3}$; -7 ; $-0{,}6$; $\frac{2}{7}$; $\sqrt{5}$

> Koll nombre men hedhouma, 7ottou fi **le plus petit** ensemble elli fih : $\frac{12}{3}$; -7 ; $-0{,}6$; $\frac{2}{7}$; $\sqrt{5}$
>
> كل nombre من هاذوما، حطّو في le plus petit ensemble اللّي فيه: 12 sur 3; moins 7; moins 0,6; 2 sur 7; racine carrée de 5

On simplifie d'abord — $\frac{12}{3}$ cache un entier naturel.

$\frac{12}{3} = 4 \in \mathbb{N}$

> Awel 7aja nsimplifier. $\frac{12}{3}$ mkhabbi un entier naturel.
>
> أوّل حاجة نـ simplifier. 12 sur 3 مخبّي un entier naturel.

-7 est entier mais négatif.

$-7 \in \mathbb{Z}$

> -7 houwa entier, ama négatif.
>
> moins 7 هو entier، أما négatif.

$-0{,}6$ a un seul chiffre après la virgule : il s'écrit sur une puissance de 10.

$-0{,}6 = -\frac{6}{10} \in \mathbb{D}$

> $-0{,}6$ 3andou un seul chiffre ba3d la virgule : najjmou nektbouh sur une puissance de 10.
>
> moins 0,6 عندو un seul chiffre بعد la virgule: نجّمو نكتبوه sur une puissance de 10.

$\frac{2}{7} = 0{,}285714\ldots$ ne s'arrête jamais : c'est un rationnel, mais pas un décimal.

$\frac{2}{7} \in \mathbb{Q}$ et $\frac{2}{7} \notin \mathbb{D}$

> $\frac{2}{7} = 0{,}285714\ldots$ 3omrou ma yekmel : houwa un rationnel, ama mouch un décimal.
>
> sur 7 égale 0,285714 et ainsi de suite 2 عمرو ما يكمل: هو un rationnel، أما موش un décimal.

5 n'est pas un carré parfait : $\sqrt{5}$ est irrationnel.

$\sqrt{5} \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$

> 5 mouch un carré parfait : donc $\sqrt{5}$ irrationnel.
>
> 5 موش un carré parfait: donc racine carrée de 5 irrationnel.

À ne pas faire : $\sqrt{9}$ est irrationnel — $\sqrt{9} = 3 \in \mathbb{N}$. Le symbole racine ne rend pas un nombre irrationnel. On calcule d'abord, on classe ensuite.

> Rodd belek : le symbole racine wa7dou ma y5allich nombre irrationnel. Na7sbou 9bal, w ba3d nsannfou.
>
> رد بالك: le symbole racine وحدو ما يخلّيش nombre irrationnel. نحسبو قُبَلْ، w بعد نصنّفو.

À ne pas faire : $\frac{1}{3} \in \mathbb{D}$ — $\frac{1}{3} \in \mathbb{Q}$ seulement. Un décimal a un nombre fini de chiffres après la virgule. $0{,}333\ldots$ n'en a pas.

> Rodd belek : un décimal 3andou un nombre fini de chiffres ba3d la virgule. W $0{,}333\ldots$ ma yekmelch.
>
> رد بالك: un décimal عندو un nombre fini de chiffres بعد la virgule. w 0,333 et ainsi de suite ما يكملش.

3. ACTIVITÉ

Remplir une caisse sans rien couper

CE QU'IL DIT

Rodd belek 3al question numéro 2. Ma fihech calcul, fiha condition. Lezem a ydiviser 105 w ydiviser 165, ma3neha un diviseur commun. W ken t7ebb a9all ma yomken men boîtes, tekhou el akbar : le plus grand diviseur commun. Hedha houwa le PGCD.

رد بالك عالـ question numéro 2. ما فيهاش calcul، فيها condition. لازم a يـ diviser 105 w يـ diviser 165، معناها un diviseur commun. w كان تحب أقل ما يمكن من boîtes، تاخو الأكبر : le plus grand diviseur commun. هذا هو le PGCD.

Fais attention à la question numéro 2 : elle ne demande pas un calcul, elle demande une condition. Il faut que a divise 105 et divise 165, autrement dit un diviseur commun. Et si tu veux le moins de boîtes possible, tu prends le plus grand : le plus grand commun diviseur. C'est le PGCD.

Un magasinier veut ranger des boîtes cubiques d'arête a (en centimètres, a entier) dans une caisse en forme de parallélépipède rectangle, de dimensions 105 cm, 105 cm et 165 cm.

1. On suppose $a = 21$. Peut-on remplir **entièrement** la caisse ?
2. Quelle condition a doit-il vérifier pour que la caisse soit entièrement remplie ?
3. On veut que la caisse soit entièrement remplie **avec le moins de boîtes possible**. Détermine a.

La question 2 est celle qui compte : elle ne demande pas un calcul mais une **condition**. Et cette condition porte un nom, qu'on va lui donner juste après.

EXEMPLE TRAITÉ

Répondre à la question 1, puis dégager la condition sur a.

> Njewbou 3al question numéro 1, w ba3d nel9aw la condition 3la l'arête a.
>
> نجاوبو عالـ question numéro 1، w بعد نلقاو la condition على l'arête a.

Avec a égal à 21 — On regarde si 21 tombe juste dans chaque dimension.

$$105 = 21 \times 5 \quad ; \quad 165 = 21 \times 7 + 18$$

> Ki nekhdhou a égale 21 : nchoufou 21 yji bedhabt fi koll dimension walla le.
>
> كي ناخذو a égale 21: نشوفو 21 يجي بالضبط في كل dimension ولّا لا.

165 n'est pas un multiple de 21 : il resterait une bande de 18 cm. La caisse ne peut pas être entièrement remplie.

> 165 mouch un multiple de 21 : il reste une bande de 18 cm. Donc la caisse ma tet3abbech lkol.
>
> 165 موش un multiple de 21: il reste une bande de 18 centimètres. donc la caisse ما تتعبّاش الكلّ.

La condition — Pour que rien ne reste, a doit tomber juste dans les **trois** dimensions : a doit être un diviseur commun de 105 et de 165.

> La condition : bech ma yfadhel chay, a lezem yji bedhabt fi les **trois** dimensions. Ya3ni a lezem ykoun un diviseur commun de 105 et de 165.

la condition: باش ما يفضل شي، a لازم يجي بالضبط في les trois dimensions. يعني a لازم يكون un diviseur commun de 105 et de 165.

Et pour avoir le moins de boîtes possible, il faut les prendre les plus grosses : a doit être le **plus grand** de ces diviseurs communs.

W bech ykoun 3andna a9all 3adad de boîtes, lezem nekhdhou les plus grosses : a lezem ykoun le **plus grand** men les diviseurs communs.

w باش يكون عندنا أقلّ عدد de boîtes، لازم ناخذو les plus grosses: a لازم يكون le plus grand من les diviseurs communs.

a divise 105 et 165

Ya3ni la condition : a divise 105 et 165

يعني la condition: a divise 105 et 165

AUTRE EXEMPLE 1 — POUR « UN AUTRE EXEMPLE »

Une autre caisse mesure 90 cm, 90 cm et 126 cm. Peut-on la remplir avec des boîtes d'arête 15 cm ? Quelle condition a doit-il vérifier ?

Caisse o5ra 9iyesetha 90 cm, 90 cm et 126 cm. Najjmou n3abbiwha b des boîtes d'arête 15 cm ? W chnowa la condition elli lezem a y7a99a9ha ?

caisse أخرى قياساتها 90 centimètres، 90 centimètres et 126 centimètres. نجّمو نعبّيوها بـ des boîtes d'arête 15 centimètres؟ w شنوّة la condition اللّي لازم a يحقّقها؟

Avec a égal à 15 — On regarde si 15 tombe juste dans chaque dimension.

$$90 = 15 \times 6 \quad ; \quad 126 = 15 \times 8 + 6$$

Ken a égale 15 : nchoufou 15 yji bedhabt fi koll dimension walla le.

كان a égale 15: نشوفو 15 يجي بالضبط في كل dimension ولّا لا.

126 n'est pas un multiple de 15 : il resterait une bande de 6 cm. Cette caisse ne peut pas être entièrement remplie.

126 mouch un multiple de 15 : il reste une bande de 6 cm. Donc la caisse hedhi ma tet3abbech lkol.

126 موش un multiple de 15: il reste une bande de 6 centimètres. donc la caisse هاذي ما تتعبّاش الكلّ.

La condition — Pour que rien ne reste, a doit être un diviseur commun de 90 et de 126. Par exemple $a = 18$ convient.

$$90 = 18 \times 5 \quad ; \quad 126 = 18 \times 7$$

La condition : bech ma yfadhel chay, a lezem ykoun un diviseur commun de 90 et de 126. Mathalan $a = 18$ yemchi.

la condition: باش ما يفضل شي، a لازم يكون un diviseur commun de 90 et de 126. مثلا a égale 18 يمشي.

a divise 90 et 126

Ya3ni la condition : a divise 90 et 126

يعني la condition: a divise 90 et 126

4. DÉFINITION

Décomposition en produit de facteurs premiers

CE QU'IL DIT

Koll entier naturel akbar men 1 najjmou nektbouh produit de facteurs premiers. W hedhi el décomposition hiya bta9et et ta3rif mte3ou : ta3tik les diviseurs, le PGCD et le PPCM. Tdiviser par 2, men ba3d par 3, men ba3d par 5, 7atta ma yeb9a ken des nombres premiers.

كل entier naturel أكبر من 1 نجّمو نكتبوه produit de facteurs premiers. w هاذي الـ décomposition هي بطاقة التعريف متاعو : تعطيك les diviseurs, le PGCD et le PPCM. تـ diviser par 2، من بعد par 3، من بعد par 5، حتّى ما يبقى كان des nombres premiers.

Tout entier naturel plus grand que 1 se décompose en produit de facteurs premiers, et cette décomposition est sa carte d'identité : elle te donne ses diviseurs, son PGCD et son PPCM. Tu divises par 2, puis par 3, puis par 5… jusqu'à ce qu'il ne reste que des nombres premiers.

Un entier naturel est **premier** lorsqu'il admet exactement deux diviseurs : 1 et lui-même. Les premiers sont $2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, \ldots$

Tout entier naturel non nul et différent de 1 se décompose en produit de facteurs premiers. Cette décomposition est la carte d'identité du nombre : elle donne d'un coup tous ses diviseurs, son PGCD avec un autre, son PPCM.

Pour décomposer, on divise par les nombres premiers dans l'ordre croissant, aussi longtemps que possible.

DÉCOMPOSITION DE 126

$$126 = 2 \times 3^2 \times 7$$

DÉCOMPOSITION DE 210

$$210 = 2 \times 3 \times 5 \times 7$$

EXEMPLE TRAITÉ

Décompose 126 en produit de facteurs premiers, puis donner la liste de tous ses diviseurs.

> Na3mlou la décomposition de 126 en produit de facteurs premiers, w ba3d na3tiw la liste mte3 les diviseurs mte3ou lkol.
>
> نعملو la décomposition de 126 en produit de facteurs premiers، w بعد نعطيو la liste متاع les diviseurs متاعو الكلّ.

On divise, dans l'ordre —

$$126 = 2 \times 63 = 2 \times 3 \times 21 = 2 \times 3 \times 3 \times 7$$

> Ndiviser, bettartib : $126 = 2 \times 63 = 2 \times 3 \times 21 = 2 \times 3 \times 3 \times 7$
>
> نـ diviser، بالترتيب: 126 égale 2 fois 63 égale 2 fois 3 fois 21 égale 2 fois 3 fois 3 fois 7

On regroupe les facteurs égaux en puissances.

$$126 = 2 \times 3^2 \times 7$$

> Nlemmou les facteurs égaux en puissances.

.les facteurs égaux en puissances نلمّو

Les diviseurs — Un diviseur de 126 s'obtient en prenant 2 au plus une fois, 3 zéro, une ou deux fois, et 7 au plus une fois.

> Les diviseurs : bech tal9a un diviseur de 126, tekhou 2 au plus une fois, 3 zéro, une ou deux fois, w 7 au plus une fois.
>
> au plus une fois، 3 zéro، une ou deux fois، w 7 au 2 تاخو ، un diviseur de 126 باش تلقى :les diviseurs .plus une fois

$1,\ 2,\ 3,\ 6,\ 7,\ 9,\ 14,\ 18,\ 21,\ 42,\ 63,\ 126$

$$126 = 2 \times 3^2 \times 7 \quad (12 \text{ diviseurs})$$

> Ya3ni $126 = 2 \times 3^2 \times 7 \quad (12 \text{ diviseurs})$
>
> égale 2 fois 3 au carré fois 7, 12 diviseurs 126 يعني

AUTRE EXEMPLE 1 — POUR « UN AUTRE EXEMPLE »

Décompose 84 en produit de facteurs premiers, puis donner la liste de tous ses diviseurs.

> Na3mlou la décomposition de 84 en produit de facteurs premiers, w ba3d na3tiw la liste mte3 les diviseurs mte3ou lkol.
>
> les diviseurs متاع la liste بعد نعطيو la décomposition de 84 en produit de facteurs premiers، w نعملو متاعو الكلّ.

On divise, dans l'ordre —

$84 = 2 \times 42 = 2 \times 2 \times 21 = 2 \times 2 \times 3 \times 7$

> Ndiviser, bettartib : $84 = 2 \times 42 = 2 \times 2 \times 21 = 2 \times 2 \times 3 \times 7$
>
> égale 2 fois 42 égale 2 fois 2 fois 21 égale 2 fois 2 fois 3 fois 7 84 :نـ diviser، بالترتيب

On regroupe les facteurs égaux en puissances.

$84 = 2^2 \times 3 \times 7$

> Nlemmou les facteurs égaux en puissances.
>
> .les facteurs égaux en puissances نلمّو

Les diviseurs — Un diviseur de 84 s'obtient en prenant 2 zéro, une ou deux fois, 3 au plus une fois, et 7 au plus une fois.

> Les diviseurs : bech tal9a un diviseur de 84, tekhou 2 zéro, une ou deux fois, 3 au plus une fois, w 7 au plus une fois.
>
> zéro، une ou deux fois، 3 au plus une fois، w 7 au plus 2 تاخو ، un diviseur de 84 باش تلقى :les diviseurs .une fois

$1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 6,\ 7,\ 12,\ 14,\ 21,\ 28,\ 42,\ 84$

$$84 = 2^2 \times 3 \times 7 \quad (12 \text{ diviseurs})$$

> Ya3ni $84 = 2^2 \times 3 \times 7 \quad (12 \text{ diviseurs})$
>
> égale 2 au carré fois 3 fois 7, 12 diviseurs 84 يعني

À ne pas faire : 1 est un nombre premier. — 1 n'est pas premier.. Un premier a **exactement deux** diviseurs. 1 n'en a qu'un, lui-même. C'est aussi pourquoi l'énoncé exclut 1 de la décomposition.

> Rodd belek : un nombre premier 3andou **exactement deux** diviseurs. W 1 3andou un seul diviseur : houwa bidou. Hedha 3lech l'énoncé y5arrej 1 mel décomposition.
>
> رد بالك: un nombre premier عندو exactement deux diviseurs. w 1 عندو un seul diviseur: هو بيدو. هذا علاش l'énoncé يخرّج 1 مالـ décomposition.

À ne pas faire : $126 = 2 \times 63$, c'est décomposé. — $126 = 2 \times 3^2 \times 7$. 63 n'est pas premier : la décomposition n'est finie que quand **tous** les facteurs sont premiers.

> Rodd belek : 63 mouch premier. La décomposition ma tekmel ken ki ykounou les facteurs **lkol** premiers.
>
> رد بالك: 63 موش premier. la décomposition ما تكمل كان كي يكونو les facteurs الكلّ premiers.

---

5. PROPRIÉTÉ

PGCD et PPCM

CE QU'IL DIT

3ala el décompositions, ezzouz na9rawhom direct. Le PGCD : les facteurs communs, au plus petit exposant. Le PPCM : tous les facteurs, au plus grand exposant. W tfakker la relation : le PPCM fois le PGCD égale a fois b. Hedhi tokhdmek ki ta3ref wa7ed menhom w t7ebb tal9a el e5er.

direct. le PGCD : les facteurs communs، au plus petit exposant. le على الـ décompositions، الزوز نقراوهم la relation : le PPCM fois le PGCD égale a fois تفكّر PPCM : tous les facteurs، au plus grand exposant. w bé. هاذي تخدمك كي تعرف واحد منهم w تحب تلقى الآخر.

Sur les décompositions, les deux se lisent directement. Le PGCD : les facteurs communs avec le plus petit exposant. Le PPCM : tous les facteurs, avec le plus grand exposant. Et retiens la relation : PPCM fois PGCD donne a fois b. Elle sert quand tu connais l'un et que tu cherches l'autre.

Soit a et b deux entiers naturels non nuls.

- Le **plus grand diviseur commun** à a et b s'appelle le plus grand commun diviseur, noté $\text{PGCD}(a, b)$;
- le **plus petit multiple commun non nul** à a et b s'appelle le plus petit commun multiple, noté $\text{PPCM}(a, b)$.

Les deux se lisent directement sur les décompositions : pour le PGCD on garde les facteurs **communs**, avec le **plus petit** exposant ; pour le PPCM on garde **tous** les facteurs, avec le **plus grand** exposant.

Deux résultats à connaître, et le second est un outil de calcul :

$$\text{si } a \text{ est un multiple non nul de } b, \text{ alors } \text{PPCM}(a, b) = a$$

LE PRODUIT

$$\text{PPCM}(a, b) \times \text{PGCD}(a, b) = a \times b$$

Maths à la carte — ABDELKADER HAMMAMI

EXEMPLE TRAITÉ

Déterminer $\mathrm{PGCD}(126, 210)$ et $\mathrm{PPCM}(126, 210)$, puis vérifier la relation du produit.

> Nel9aw $\mathrm{PGCD}(126, 210)$ et $\mathrm{PPCM}(126, 210)$, w ba3d nvérifier la relation du produit.
>
> نلقاو PGCD de 126 et 210 et PPCM de 126 et 210 ، w بعد نـ vérifier la relation du produit.

Les décompositions —

$126 = 2 \times 3^2 \times 7 \quad ; \quad 210 = 2 \times 3 \times 5 \times 7$

> Awel 7aja les décompositions : $126 = 2 \times 3^2 \times 7 \quad ; \quad 210 = 2 \times 3 \times 5 \times 7$
>
> أوّل حاجة les décompositions: 126 égale 2 fois 3 au carré fois 7; 210 égale 2 fois 3 fois 5 fois 7

PGCD : plus petit exposant — Communs : 2, 3 et 7. L'exposant de 3 est 2 d'un côté, 1 de l'autre : on garde 1. Le facteur 5 n'est pas commun.

$\mathrm{PGCD}(126, 210) = 2 \times 3 \times 7 = 42$

> Le PGCD : au plus petit exposant. Les facteurs communs : 2, 3 et 7. L'exposant de 3 houwa 2 men jiha, w 1 men jiha o5ra : n5alliw 1. W le facteur 5 mouch commun.
>
> من w 1 ،هو 2 من جيهة le PGCD: au plus petit exposant. les facteurs communs: 2 ، 3 et 7. l'exposant de 3 جيهة أخرى: نخلّيو 1. 5 موش w le facteur commun.

PPCM : plus grand exposant —

$\mathrm{PPCM}(126, 210) = 2 \times 3^2 \times 5 \times 7 = 630$

> Le PPCM : les facteurs lkol, au plus grand exposant : $\mathrm{PPCM}(126, 210) = 2 \times 3^2 \times 5 \times 7 = 630$
>
> الكلّ، le PPCM: les facteurs au plus grand exposant: PPCM de 126 et 210 égale 2 fois 3 au carré fois 5 fois 7 égale 630

La vérification —

$42 \times 630 = 26\,460 \quad \text{et} \quad 126 \times 210 = 26\,460$

> Tawa nvérifier : $42 \times 630 = 26\,460$ et $126 \times 210 = 26\,460$
>
> تو نـ vérifier: 42 fois 630 égale 26 460 et 126 fois 210 égale 26 460

$$\mathrm{PGCD} = 42 \quad ; \quad \mathrm{PPCM} = 630$$

AUTRE EXEMPLE 1 — POUR « UN AUTRE EXEMPLE »

Déterminer $\mathrm{PGCD}(84, 90)$ et $\mathrm{PPCM}(84, 90)$, puis vérifier la relation du produit.

> Nel9aw $\mathrm{PGCD}(84, 90)$ et $\mathrm{PPCM}(84, 90)$, w ba3d nvérifier la relation du produit.
>
> نلقاو PGCD de 84 et 90 et PPCM de 84 et 90 ، w بعد نـ vérifier la relation du produit.

Les décompositions —

$84 = 2^2 \times 3 \times 7 \quad ; \quad 90 = 2 \times 3^2 \times 5$

> Awel 7aja les décompositions : $84 = 2^2 \times 3 \times 7 \quad ; \quad 90 = 2 \times 3^2 \times 5$
>
> أوّل حاجة les décompositions: 84 égale 2 au carré fois 3 fois 7; 90 égale 2 fois 3 au carré fois 5

PGCD : plus petit exposant — Communs : 2 et 3, chacun avec l'exposant 1. Les facteurs 5 et 7 ne sont pas communs.

$\mathrm{PGCD}(84, 90) = 2 \times 3 = 6$

> Le PGCD : au plus petit exposant. Les facteurs communs : 2 et 3, koll wa7ed b l'exposant 1. W les facteurs 5 et 7 mouch communs.

l'exposant 1. w les facteurs 5 كل واحد بـ ، le PGCD: au plus petit exposant. les facteurs communs: 2 et 3 موش communs. et 7

PPCM : plus grand exposant —

$\mathrm{PPCM}(84, 90) = 2^2 \times 3^2 \times 5 \times 7 = 1\,260$

Le PPCM : les facteurs lkol, au plus grand exposant : $\mathrm{PPCM}(84, 90) = 2^2 \times 3^2 \times 5 \times 7 = 1\,260$

au plus grand exposant: PPCM de 84 et 90 égale 2 au carré fois 3 au carré ،الكلّ le PPCM: les facteurs fois 5 fois 7 égale 1 260

La vérification —

$6 \times 1\,260 = 7\,560 \quad \text{et} \quad 84 \times 90 = 7\,560$

Tawa nvérifier : $6 \times 1\,260 = 7\,560$ et $84 \times 90 = 7\,560$

vérifier: 6 fois 1 260 égale 7 560 et 84 fois 90 égale 7 560 توّا نـ

$$\mathrm{PGCD} = 6 \quad ; \quad \mathrm{PPCM} = 1\,260$$

Ya3ni le $\mathrm{PGCD} = 6$ w le $\mathrm{PPCM} = 1\,260$

le PGCD égale 6 w le PPCM égale 1 260 يعني

À ne pas faire : $\mathrm{PGCD}(126, 210) = 2 \times 3^2 \times 7$ — $\mathrm{PGCD}(126, 210) = 2 \times 3 \times 7$. Pour le PGCD on prend le **plus petit** exposant de chaque facteur commun. 3^2 ne divise pas 210.

Rodd belek : fi le PGCD nekhdhou le **plus petit** exposant mte3 koll facteur commun. W 3^2 ne divise pas 210.

.facteur commun. w 3 au carré ne divise pas 210 متاع كل le plus petit exposant ناخذو le PGCD في :رد بالك

À ne pas faire : Le PPCM est plus petit que le PGCD. — $\mathrm{PGCD}(a, b) \leq a \leq \mathrm{PPCM}(a, b)$. Un diviseur commun ne dépasse pas les nombres, un multiple commun ne leur est pas inférieur. Si tu trouves l'inverse, tu les as échangés.

Rodd belek : un diviseur commun 3omrou ma ykoun akbar men les nombres, w un multiple commun 3omrou ma ykoun asghar menhom. Ken tal9a el 3aks, ma3neha baddelt binethom.

رد بالك: un diviseur commun عمرو ما يكون أكبر من les nombres، w un multiple commun عمرو ما يكون أصغر منهم. كان تلقى العكس، معناها بدّلت بيناتهم.

---

6. DÉFINITION

Entiers premiers entre eux, fraction irréductible

CE QU'IL DIT

Zouz entiers premiers entre eux ma3neha le seul diviseur commun mte3hom houwa 1. Ya3ni le PGCD égale 1. Rodd belek : 25 w 28 premiers entre eux, ama la 25 la 28 mahoumech premiers. Zouz hkayet mokhtalfa. W hedha houwa elli yokhdem fraction irréductible : tdiviser marra wa7da par le PGCD.

زوز entiers premiers entre eux معناها le seul diviseur commun متاعهم هو un. يعني le PGCD égale un. رد بالك : 25 et 28 premiers entre eux، أما لا 25 لا 28 ماهومش premiers. زوز حكايات مختلفة. w هذا هو اللي يخدم fraction irréductible : تـ diviser مرّة وحدة par le PGCD.

Deux entiers premiers entre eux, cela veut dire que leur seul diviseur commun est 1, autrement dit que leur PGCD vaut 1. Attention : 25 et 28 sont premiers entre eux, mais ni 25 ni 28 n'est un nombre premier. Ce sont deux choses différentes. Et c'est ce qui sert pour une fraction irréductible : tu divises une seule fois par le PGCD.

Si deux entiers naturels ont pour **seul** diviseur commun 1, on dit qu'ils sont **premiers entre eux**. Autrement dit : a et b sont premiers entre eux lorsque $\mathrm{PGCD}(a, b) = 1$.

Attention au vocabulaire : 25 et 28 sont premiers entre eux, et pourtant **ni l'un ni l'autre n'est un nombre premier**. « Premier » et « premiers entre eux » sont deux notions différentes.

Une fraction $\dfrac{a}{b}$ est **irréductible** lorsque a et b sont premiers entre eux. C'est à cela que sert le PGCD : diviser le numérateur et le dénominateur une seule fois par $\mathrm{PGCD}(a, b)$ rend la fraction irréductible d'un coup, sans tâtonner.

$$\tfrac{a}{b} \text{ irréductible} \iff \mathrm{PGCD}(a, b) = 1$$

EXEMPLE TRAITÉ

Rends la fraction $\dfrac{175}{196}$ irréductible.

> Nsimplifier la fraction $\dfrac{175}{196}$ 7atta twalli irréductible.
>
> نـ simplifier la fraction 175 sur 196 حتّى تولّي irréductible.

Les décompositions —

$175 = 5^2 \times 7 \quad ; \quad 196 = 2^2 \times 7^2$

> Awel 7aja les décompositions : $175 = 5^2 \times 7 \quad ; \quad 196 = 2^2 \times 7^2$
>
> les décompositions: 175 égale 5 au carré fois 7; 196 égale 2 au carré fois 7 au carré أوّل حاجة

Le PGCD — Le seul facteur commun est 7, avec l'exposant 1.

$\mathrm{PGCD}(175, 196) = 7$

> Le PGCD : le seul facteur commun houwa 7, b l'exposant 1.
>
> le PGCD: le seul facteur commun هو 7 ، بـ l'exposant 1.

On divise haut et bas par 7, une seule fois.

$\frac{175}{196} = \frac{175 \div 7}{196 \div 7} = \frac{25}{28}$

> Ndiviser el fou9 w el louta par 7, marra wa7da.
>
> نـ diviser الفوق w اللوطة par 7 ، مرّة وحدة.

Contrôle : $25 = 5^2$ et $28 = 2^2 \times 7$ n'ont aucun facteur commun, donc $\mathrm{PGCD}(25, 28) = 1$. La fraction est bien irréductible.

> Nvérifier : $25 = 5^2$ et $28 = 2^2 \times 7$ ma binethomch 7atta facteur commun, donc $\mathrm{PGCD}(25, 28) = 1$. Ya3ni la fraction irréductible.
>
> نـ vérifier: 25 égale 5 au carré et 28 égale 2 au carré fois 7 facteur commun، donc ما بيناتهمش حتّى PGCD de 25 et 28 égale 1. يعني la fraction irréductible.

$\frac{175}{196} = \frac{25}{28}$

AUTRE EXEMPLE 1 — POUR « UN AUTRE EXEMPLE »

Rends la fraction $\frac{60}{126}$ irréductible.

> Nsimplifier la fraction $\frac{60}{126}$ 7atta twalli irréductible.
>
> نـ simplifier la fraction 60 sur 126 حتّى تولّي irréductible.

Les décompositions —

$60 = 2^2 \times 3 \times 5 \quad ; \quad 126 = 2 \times 3^2 \times 7$

> Awel 7aja les décompositions : $60 = 2^2 \times 3 \times 5 \quad ; \quad 126 = 2 \times 3^2 \times 7$
>
> أوّل حاجة les décompositions: 60 égale 2 au carré fois 3 fois 5; 126 égale 2 fois 3 au carré fois 7

Le PGCD — Les facteurs communs sont 2 et 3, chacun avec l'exposant 1.

$\mathrm{PGCD}(60, 126) = 2 \times 3 = 6$

> Le PGCD : les facteurs communs houma 2 et 3, koll wa7ed b l'exposant 1.
>
> le PGCD: les facteurs communs هوما 2 et 3 ، كل واحد بـ 1 l'exposant.

On divise haut et bas par 6, une seule fois.

$\frac{60}{126} = \frac{60 \div 6}{126 \div 6} = \frac{10}{21}$

> Ndiviser el fou9 w el louta par 6, marra wa7da.
>
> نـ diviser الفوق w اللوطة par 6 ، مرّة وحدة.

Contrôle : $10 = 2 \times 5$ et $21 = 3 \times 7$ n'ont aucun facteur commun, donc $\mathrm{PGCD}(10, 21) = 1$. La fraction est bien irréductible.

> Nvérifier : $10 = 2 \times 5$ et $21 = 3 \times 7$ ma binethomch 7atta facteur commun, donc $\mathrm{PGCD}(10, 21) = 1$. Ya3ni la fraction irréductible.
>
> نـ 7 vérifier: 10 égale 2 fois 5 et 21 égale 3 fois 7 ما بيناتهمش حتّى facteur commun، donc PGCD de 10 et 21 égale 1. يعني la fraction irréductible.

$\frac{60}{126} = \frac{10}{21}$

> Ya3ni $\frac{60}{126} = \frac{10}{21}$
>
> يعني 60 sur 126 égale 10 sur 21

À ne pas faire : 25 et 28 ne sont pas premiers entre eux, puisqu'ils ne sont pas premiers. — $\mathrm{PGCD}(25, 28) = 1$, donc ils sont premiers entre eux.. « Premier entre eux » ne parle pas de chaque nombre mais du **couple** : on regarde seulement leurs diviseurs communs.

> Rodd belek : « premiers entre eux » ma t7kich 3la koll nombre wa7dou, t7ki 3la le **couple**. Nchoufou ken les diviseurs communs mte3hom.
>
> رد بالك: premiers entre eux ما تحكيش على كل nombre وحدو، تحكي على le couple. نشوفو كان les diviseurs communs متاعهم.

À ne pas faire : $\frac{126}{210} = \frac{63}{105}$, c'est irréductible. — $\frac{126}{210} = \frac{3}{5}$. Diviser par 2 simplifie, mais ne termine pas : 63 et 105 ont encore 21 en diviseur commun. Diviser par le PGCD, lui, termine du premier coup.

> Rodd belek : ki tdiviser par 2, tsimplifier, ama ma tkammelch : 63 et 105 mazel 3andhom 21 diviseur commun. Ama ki tdiviser par le PGCD, tkammel men awel marra.
>
> رد بالك: كي تـ diviser par 2 ، تـ simplifier، أما ما تكمّلش: 63 et 105 مازال عندهم 21 diviseur commun. أما كي تـ diviser par le PGCD، تكمّل من أوّل مرّة.

7. PROPRIÉTÉ

Comparer deux réels

CE QU'IL DIT

Bech ncomparer deux réels, ma n7akmouch bel 3in : na7sbou le signe de a moins b. Hedhi hiya la seule méthode elli tekhdem dima, 7atta ki les deux nombres yetchebhou. W ba3d 3andna trois règles. L'addition ma tbaddelch le sens. La multiplication par un nombre positif zeda ma tbaddelch. Amma par un nombre négatif, le sens yetbaddel.

باش نـ comparer deux réels، ما نحكموش بالعين : نحسبو le signe de a moins bé هاذي هي la seule méthode الّي تخدم ديما، حتّى كي les deux nombres يتشابهو. w بعد عندنا trois règles. l'addition ما تبدّلش le sens. la multiplication par un nombre positif زادة ما تبدّلش. أمّا le sens، par un nombre négatif يتبدّل.

Pour comparer deux réels, on ne les regarde pas : on étudie le signe de a moins b. C'est la seule méthode qui marche toujours, même quand les deux nombres se ressemblent. Ensuite, trois règles : l'addition ne change pas le sens, la multiplication par un nombre positif non plus, mais par un nombre négatif — le sens s'inverse.

Comparer a et b, ce n'est pas les regarder : c'est **étudier le signe de $a - b$**. C'est la seule méthode qui marche toujours, même quand les deux nombres se ressemblent.

Ensuite, trois règles gouvernent tout le chapitre :

- on peut **ajouter** le même nombre aux deux membres, le sens ne change pas ;
- on peut **multiplier** par un nombre strictement positif, le sens ne change pas ;
- si on multiplie par un nombre strictement **négatif**, le sens **change**.

Cette dernière règle est celle qui coûte le plus de points dans l'année. Elle reviendra au chapitre des inéquations.

LE PRINCIPE

$$a < b \iff a - b < 0$$

ADDITION

$$a < b \Rightarrow a + c < b + c$$

PAR UN POSITIF

$$a < b \text{ et } c > 0 \Rightarrow ac < bc$$

PAR UN NÉGATIF

$$a < b \text{ et } c < 0 \;\Rightarrow\; ac > bc$$

EXEMPLE TRAITÉ

Comparer $A = \dfrac{5}{7}$ et $B = \dfrac{7}{9}$.

> Ncomparer $A = \dfrac{5}{7}$ et $B = \dfrac{7}{9}$.
>
> نـ 9 sur 7 égale B et 7 sur 5 égale A comparer.

Même dénominateur — On choisit $7 \times 9 = 63$.

$A = \frac{45}{63} \quad ; \quad B = \frac{49}{63}$

> Lezemna nafs le dénominateur : nekhdhou $7 \times 9 = 63$.
>
> لازمنا نفس le dénominateur: ناخذو 7 63 égale 9 fois.

On calcule la différence.

$A - B = \frac{45-49}{63} = -\frac{4}{63}$

> Tawa na7sbou la différence.
>
> توّا نحسبو la différence.

Cette différence est négative.

$A - B < 0$

> W la différence 5arjet négative.
>
> w la différence خرجت négative.

$$A < B$$

AUTRE EXEMPLE 1 — POUR « UN AUTRE EXEMPLE »

Comparer $A = \dfrac{7}{8}$ et $B = \dfrac{6}{7}$.

> Ncomparer $A = \dfrac{7}{8}$ et $B = \dfrac{6}{7}$.
>
> نـ 7 sur 6 égale B et 8 sur 7 égale A comparer.

Même dénominateur — On choisit $8 \times 7 = 56$.

$A = \frac{49}{56} \quad ; \quad B = \frac{48}{56}$

> Lezemna nafs le dénominateur : nekhdhou $8 \times 7 = 56$.
>
> لازمنا نفس le dénominateur: ناخذو 8 56 égale 7 fois.

On calcule la différence.

$A - B = \frac{49-48}{56} = \frac{1}{56}$

> Tawa na7sbou la différence.
>
> توّا نحسبو la différence.

Cette fois, la différence est positive.

$A - B > 0$

> W el marra hedhi, la différence 5arjet positive.
>
> w المرّة هاذي، la différence خرجت positive.

$A > B$

> Ya3ni $A > B$
>
> يعني A supérieur à B

À ne pas faire : $-2x < 6 \Rightarrow x < -3$ — $-2x < 6 \Rightarrow x > -3$. On a divisé par -2, qui est négatif : le sens de l'inégalité s'inverse.

> Rodd belek : ki ndiviser par -2, w houwa négatif, le sens de l'inégalité yetbaddel.
>
> رد بالك: كي نـ diviser par moins 2 ، w هو négatif، le sens de l'inégalité يتبدّل.

---

8. DÉFINITION

Les intervalles de R

CE QU'IL DIT

L'intervalle houwa 9et3a mel droite réelle, ma fihech 7atta trou. W le crochet houwa elli y9oul el koll : crochet fermé ma3neha la borne mettekhdha, crochet ouvert ma3neha la borne mahich mettekhdha. W men na7yet l'infini, le crochet dima ouvert. 5ater l'infini n'est pas un nombre : on ne peut pas l'atteindre.

> crochet fermé : هو الّي يقول الكلّ trou. w le crochet ما فيهاش حتّى droite réelle، هو قطعة مالـ l'intervalle
> معناها la borne متاخذة، crochet ouvert معناها la borne ما هيش متاخذة. w le crochet من ناحية l'infini، ديما
> ouvert. خاطر l'infini n'est pas un nombre : on ne peut pas l'atteindre.

Un intervalle, c'est un morceau de la droite des réels, sans trou. Et c'est le crochet qui dit tout : crochet fermé, la borne est prise ; crochet ouvert, elle ne l'est pas. Du côté de l'infini, le crochet est toujours ouvert : l'infini n'est pas un nombre, on ne peut pas l'atteindre.

Un intervalle est un **morceau de la droite des réels, sans trou**. On l'écrit avec deux bornes et deux crochets, et le crochet dit tout :

- crochet **fermé** $[\ ]$: la borne est **prise** ;
- crochet **ouvert** $]\ [$: la borne n'est **pas** prise.

Du côté de l'infini, le crochet est toujours ouvert : $+\infty$ n'est pas un nombre, on ne peut pas l'atteindre.

Pour l'**intersection** $I \cap J$, on garde ce qui est dans les deux ; pour la **réunion** $I \cup J$, ce qui est dans au moins un des deux. Trace toujours les deux intervalles l'un sous l'autre avant de conclure — c'est plus sûr que de le faire de tête.

FERMÉ

$$[a\,;b] = \{x \in \mathbb{R} \mid a \leq x \leq b\}$$

OUVERT

$$]a\,;b[=\{x\in\mathbb{R}\mid a<x<b\}$$

NON BORNÉ

$$]-\infty\,;a]=\{x\in\mathbb{R}\mid x\leq a\}$$

EXEMPLE TRAITÉ

Soient $I=[-3\,;5[$ et $J=]1\,;7]$. Déterminer $I\cap J$ puis $I\cup J$.

> 3andna $I=[-3\,;5[$ et $J=]1\,;7]$. Nel9aw $I\cap J$, w ba3d $I\cup J$.
>
> عندنا I égale l'intervalle de moins 3 inclus à 5 exclu et J égale l'intervalle de 1 exclu à 7 inclus. نلقاو I inter J ، w بعد I union J.

Bornes de gauche — Pour l'intersection, on garde la **plus grande** : entre -3 et 1, c'est 1, et il est exclu de J.

$$1\notin J\ \Rightarrow\ 1\notin I\cap J$$

> Les bornes de gauche : fi l'intersection, n5alliw la **plus grande**. Bin -3 et 1, hiya 1, w 1 exclu de J.
>
> les bornes de gauche: في l'intersection، نخلّيو la plus grande. بين moins 3 et 1 ، هي 1 ، w 1 exclu de J.

Pour l'intersection, on garde la **plus petite** borne de droite : entre 5 et 7, c'est 5, exclu de I.

$$I\cap J=]1\,;5[$$

> W fi l'intersection zeda, n5alliw la **plus petite** borne de droite : bin 5 et 7, hiya 5, w 5 exclu de I.
>
> w في l'intersection زادة، نخلّيو la plus petite borne de droite: بين 5 et 7 ، هي 5 ، w 5 exclu de I.

Pour la réunion, les deux morceaux se recouvrent : on va de la plus petite borne à la plus grande.

$$I\cup J=[-3\,;7]$$

> Fi la réunion, les deux morceaux dekhlin fi ba3dhhom : nemchiw men la plus petite borne l la plus grande.
>
> في la réunion، les deux morceaux داخلين في بعضهم: نمشيو من la plus petite borne لـ la plus grande.

AUTRE EXEMPLE 1 — POUR « UN AUTRE EXEMPLE »

Soient $I=]-2\,;4]$ et $J=[0\,;6[$. Déterminer $I\cap J$ puis $I\cup J$.

> 3andna $I=]-2\,;4]$ et $J=[0\,;6[$. Nel9aw $I\cap J$, w ba3d $I\cup J$.
>
> عندنا I égale l'intervalle de moins 2 exclu à 4 inclus et J égale l'intervalle de 0 inclus à 6 exclu. نلقاو I inter J ، w بعد I union J.

Bornes de gauche — Pour l'intersection, on garde la **plus grande** : entre -2 et 0, c'est 0, et il est pris dans J comme dans I.

$$0\in J\text{ et }0\in I\ \Rightarrow\ 0\in I\cap J$$

> Les bornes de gauche : fi l'intersection, n5alliw la **plus grande**. Bin -2 et 0, hiya 0, w 0 inclus fi J kima fi I.
>
> les bornes de gauche: في l'intersection، نخلّيو la plus grande. بين moins 2 et 0 ، هي 0 ، w 0 inclus في J كيما في I.

Pour l'intersection, on garde la **plus petite** borne de droite : entre 4 et 6, c'est 4, pris dans I.

$$I\cap J=[0\,;4]$$

> W fi l'intersection zeda, n5alliw la **plus petite** borne de droite : bin 4 et 6, hiya 4, w 4 inclus fi I.

في l w 4 inclus ، هي 4 ، et 6 4 بين :la plus petite borne de droite نخلّيو زادة، l'intersection في w

Pour la réunion, les deux morceaux se recouvrent : on va de la plus petite borne à la plus grande.

$I \cup J =]-2\,;6[$

Fi la réunion, les deux morceaux dekhlin fi ba3dhhom : nemchiw men la plus petite borne l la plus grande.

في la réunion، les deux morceaux داخلين في بعضهم: نمشيو من la plus petite borne لـ la plus grande.

À ne pas faire : $]-\infty\,;3]$ s'écrit $[-\infty\,;3]$ — $]-\infty\,;3]$. $-\infty$ n'est pas un nombre : il n'appartient à aucun intervalle, donc son crochet est toujours ouvert.

Rodd belek : $-\infty$ mouch nombre. Ma yetba3 7atta intervalle, donc le crochet mte3ou dima ouvert.

رد بالك: moins l'infini موش nombre. ما يتبع حتّى intervalle، donc le crochet متاعو ديما ouvert.

9. MÉTHODE

Encadrer et approcher

CE QU'IL DIT

Encadrer un nombre ma3neha tal9a deux nombres ta3refhom : un en dessous, w un au-dessus. W l'amplitude hiya la différence binethom : koll ma ton9os, koll ma l'encadrement ywalli ada9. Rodd belek mel ghalta. La somme, nejem3ou les bornes normalement. Amma la différence, ma 3andnach le droit de soustraire membre à membre. Lezem nesta3mlou l'opposé.

un en dessous، w un au-dessus. w l'amplitude : تعرفهم deux nombres معناها تلقى encadrer un nombre هي la différence بيناتهم : كل ما تنقص، كل ما l'encadrement يولّي أدقّ. رد بالك مالغلطة. la somme، نجمعو les bornes normalement. أمّا la différence، ما عندناش le droit de soustraire membre à membre لازم نستعملو l'opposé.

Encadrer un nombre, c'est trouver deux nombres connus, un en dessous et un au-dessus. L'amplitude, c'est la différence entre les deux : plus elle est petite, plus l'encadrement est précis. Attention à l'erreur : les sommes s'ajoutent normalement, mais une différence ne se soustrait pas membre à membre — il faut passer par l'opposé.

Encadrer un nombre x, c'est trouver deux nombres connus a et b tels que $a \leq x \leq b$. La différence $b - a$ s'appelle l'**amplitude** de l'encadrement : plus elle est petite, plus l'encadrement est précis.

Pour combiner deux encadrements :

- **somme** : on ajoute les bornes de gauche entre elles, et celles de droite entre elles ;
- **différence** : on n'a pas le droit de soustraire membre à membre. On encadre d'abord $-y$ — les bornes **s'échangent et changent de signe** — puis on additionne ;
- **produit** de nombres positifs : on multiplie les bornes de gauche entre elles, et celles de droite entre elles.

SOMME

$$a \leq x \leq b \text{ et } c \leq y \leq d \;\Rightarrow\; a+c \leq x+y \leq b+d$$

OPPOSÉ

$$c \leq y \leq d \;\Rightarrow\; -d \leq -y \leq -c$$

EXEMPLE TRAITÉ

On sait que $1{,}41 < \sqrt{2} < 1{,}42$ et $1{,}73 < \sqrt{3} < 1{,}74$. Encadrer $\sqrt{2}+\sqrt{3}$, puis $\sqrt{2}-\sqrt{3}$.

> Na3rfou elli $1{,}41 < \sqrt{2} < 1{,}42$ et $1{,}73 < \sqrt{3} < 1{,}74$. Nencadrer $\sqrt{2}+\sqrt{3}$, w ba3d $\sqrt{2}-\sqrt{3}$.
>
> نعرفو اللّي 1,41 inférieur à racine carrée de 2 inférieur à 1,42 et 1,73 inférieur à racine carrée de 3 inférieur à 1,74. w نـ encadrer racine carrée de 2 plus racine carrée de 3 ، w بعد encadrer racine carrée de 2 moins racine carrée de 3.

Somme — On additionne les bornes de gauche, puis celles de droite.

$$1{,}41 + 1{,}73 < \sqrt{2}+\sqrt{3} < 1{,}42 + 1{,}74$$

> La somme : nejem3ou les bornes de gauche, w ba3d les bornes de droite.
>
> la somme: نجمعو les bornes de gauche، w بعد les bornes de droite.

$$3{,}14 < \sqrt{2}+\sqrt{3} < 3{,}16$$

Différence — On encadre d'abord $-\sqrt{3}$: les bornes s'échangent et changent de signe.

$$-1{,}74 < -\sqrt{3} < -1{,}73$$

> La différence : awel 7aja nencadrer $-\sqrt{3}$. Les bornes yetbaddlou blaysethom, w yetbaddel le signe mte3hom.
>
> la différence: أوّل حاجة نـ encadrer moins racine carrée de 3. les bornes يتبدّلو بلايصهم، w le signe يتبدّل متاعهم.

Puis on additionne, comme pour une somme.

$$1{,}41 - 1{,}74 < \sqrt{2}-\sqrt{3} < 1{,}42 - 1{,}73$$

> W ba3d nejem3ou, kima fi la somme.
>
> w بعد نجمعو، كيما في la somme.

$$-0{,}33 < \sqrt{2}-\sqrt{3} < -0{,}31$$

AUTRE EXEMPLE 1 — POUR « UN AUTRE EXEMPLE »

On sait que $2{,}23 < \sqrt{5} < 2{,}24$ et $1{,}41 < \sqrt{2} < 1{,}42$. Encadrer $\sqrt{5}+\sqrt{2}$, puis $\sqrt{5}-\sqrt{2}$.

> Na3rfou elli $2{,}23 < \sqrt{5} < 2{,}24$ et $1{,}41 < \sqrt{2} < 1{,}42$. Nencadrer $\sqrt{5}+\sqrt{2}$, w ba3d $\sqrt{5}-\sqrt{2}$.
>
> نعرفو اللّي 2,23 inférieur à racine carrée de 5 inférieur à 2,24 et 1,41 inférieur à racine carrée de 2 inférieur à 1,42. w نـ encadrer racine carrée de 5 plus racine carrée de 2 ، w بعد encadrer racine carrée de 5 moins racine carrée de 2.

Somme — On additionne les bornes de gauche, puis celles de droite.

$$2{,}23 + 1{,}41 < \sqrt{5}+\sqrt{2} < 2{,}24 + 1{,}42$$

> La somme : nejem3ou les bornes de gauche, w ba3d les bornes de droite.
>
> la somme: نجمعو les bornes de gauche، w بعد les bornes de droite.

$$3{,}64 < \sqrt{5}+\sqrt{2} < 3{,}66$$

Différence — On encadre d'abord $-\sqrt{2}$: les bornes s'échangent et changent de signe.

$$-1{,}42 < -\sqrt{2} < -1{,}41$$

> La différence : awel 7aja nencadrer $-\sqrt{2}$. Les bornes yetbaddlou blaysethom, w yetbaddel le signe mte3hom.
>
> la différence: أوّل حاجة نـ encadrer moins racine carrée de 2. les bornes يتبدّلو بلايصهم، w يتبدّل le signe متاعهم.

Puis on additionne, comme pour une somme.

$$2{,}23 - 1{,}42 < \sqrt{5} - \sqrt{2} < 2{,}24 - 1{,}41$$

> W ba3d nejem3ou, kima fi la somme.
>
> w بعد نجمعو، كيما في la somme.

$$0{,}81 < \sqrt{5} - \sqrt{2} < 0{,}83$$

À ne pas faire : $1{,}41 - 1{,}73 < \sqrt{2} - \sqrt{3} < 1{,}42 - 1{,}74$ — $1{,}41 - 1{,}74 < \sqrt{2} - \sqrt{3} < 1{,}42 - 1{,}73$. On ne soustrait jamais deux encadrements membre à membre. On passe par l'opposé, dont les bornes s'échangent.

> Rodd belek : ma 3andnach le droit de soustraire deux encadrements membre à membre. Nesta3mlou l'opposé, w les bornes mte3ou yetbaddlou blaysethom.
>
> رد بالك: ما عندناش le droit de soustraire deux encadrements membre à membre. نستعملو l'opposé، w les bornes متاعو يتبدّلو بلايصهم.

---

10. DÉFINITION

La valeur absolue

CE QU'IL DIT

La valeur absolue ma3neha une distance. W une distance 3omrha ma tkoun négative. W ki tal9a une équation avec valeur absolue, lezem ta3mel deux cas.

la valeur absolue معناها une distance. w une distance عمرها ما تكون négative. w une équation كي تلقى avec valeur absolue، لازم تعمل deux cas.

La valeur absolue, c'est une distance. C'est pour ça qu'elle ne peut jamais être négative : une distance n'est jamais négative. Et quand tu tombes sur une équation avec une valeur absolue, il faut traiter deux cas.

La valeur absolue de x, notée $|x|$, c'est x **débarrassé de son signe**. Autrement dit : la **distance** de x à 0 sur la droite des réels.

C'est pour ça qu'une valeur absolue n'est **jamais négative** : une distance ne l'est jamais.

Plus généralement, $|x - y|$ est la distance entre x et y. Cette lecture est souvent plus rapide que le calcul : $|x - 3| = 5$ se lit « les nombres situés à la distance 5 de 3 », et on les voit tout de suite.

DÉFINITION

$$|x| = \begin{cases} x & \text{si } x \geq 0 \\ -x & \text{si } x < 0 \end{cases}$$

TOUJOURS

$|x| \geq 0 \quad \text{et} \quad |x| = |-x|$

RACINE D'UN CARRÉ

$\sqrt{x^2} = |x|$

PRODUIT

$|x \times y| = |x| \times |y|$

DÉMONSTRATION

Soit x un réel. La racine carrée d'un nombre positif est, par définition, **le** nombre positif dont le carré vaut ce nombre. Il suffit donc de vérifier que $|x|$ est positif et que son carré vaut x^2.

- Si $x \geq 0$, alors $|x| = x \geq 0$ et $|x|^2 = x^2$.
- Si $x < 0$, alors $|x| = -x > 0$ et $|x|^2 = (-x)^2 = x^2$.

Dans les deux cas $|x|$ est positif et son carré vaut x^2 : c'est donc $\sqrt{x^2}$.

EXEMPLE TRAITÉ

Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $|x - 3| = 5$.

> Nrésoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $|x - 3| = 5$.
>
> .résoudre dans ère l'équation la valeur absolue de la parenthèse x moins 3, égale 5 نـ

Lecture en distance — On cherche les nombres situés à la distance 5 de 3.

$|x - 3| = 5 \iff x - 3 = 5 \text{ ou } x - 3 = -5$

> Na9rawha b la distance : nlawjou 3la les nombres situés à la distance 5 de 3.
>
> .les nombres situés à la distance 5 de 3 نلوّجو على :la distance بـ نقراوها

Premier cas.

$x - 3 = 5 \iff x = 8$

> Fi le premier cas : $x - 3 = 5 \iff x = 8$
>
> le premier cas: x moins 3 égale 5 équivaut à x égale 8 في

Second cas.

$x - 3 = -5 \iff x = -2$

> W fi le second cas : $x - 3 = -5 \iff x = -2$
>
> le second cas: x moins 3 égale moins 5 équivaut à x égale moins 2 في w

$$S = \{-2\,;8\}$$

AUTRE EXEMPLE 1 — POUR « UN AUTRE EXEMPLE »

Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $|x + 1| = 4$.

Nrésoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $|x+1|=4$.

.résoudre dans ère l'équation la valeur absolue de la parenthèse x plus 1, égale 4 نـ

Lecture en distance — Comme $x+1=x-(-1)$, on cherche les nombres situés à la distance 4 de -1.

$$|x+1|=4 \iff x+1=4 \text{ ou } x+1=-4$$

Na9rawha b la distance : $x+1=x-(-1)$, donc nlawjou 3la les nombres situés à la distance 4 de -1.

les nombres situés à la distance على نلوّجو la distance: x plus 1 égale x moins moins 1 ، donc بـ نقراوها .4 de moins 1

Premier cas.

$$x+1=4 \iff x=3$$

Fi le premier cas : $x+1=4 \iff x=3$

le premier cas: x plus 1 égale 4 équivaut à x égale 3 في

Second cas.

$$x+1=-4 \iff x=-5$$

W fi le second cas : $x+1=-4 \iff x=-5$

le second cas: x plus 1 égale moins 4 équivaut à x égale moins 5 في w

$$S=\{-5\,;3\}$$

Ya3ni 3andna zouz solutions : -5 et 3.

.solutions: moins 5 et 3 زوز عندنا يعني

À ne pas faire : $\sqrt{x^2}=x$ — $\sqrt{x^2}=|x|$. Si $x=-4$, alors $\sqrt{x^2}=\sqrt{16}=4$, et non -4. La racine carrée rend toujours un résultat positif.

Rodd belek : ken $x=-4$, $\sqrt{x^2}=\sqrt{16}=4$, mouch -4. La racine carrée dima ta3tik un résultat positif.

رد بالك: كان 4 égale racine carrée de 16 égale racine carrée de x au carré ، x égale moins 4 ، la موش moins 4. .un résultat positif تعطيك ديما racine carrée

À ne pas faire : $|A|=k$ donne une seule solution — $|A|=k$ avec $k>0$ donne $A=k$ **ou** $A=-k$. Deux nombres opposés sont à la même distance de 0 : il y a donc deux cas à traiter.

Rodd belek : deux nombres opposés 3andhom nafs la distance m3a 0. Donc fama deux cas lezem na3mlouhom.

رد بالك: deux nombres opposés عندهم نفس la distance مع 0. donc فمّا deux cas لازم نعملوهم.

À RETENIR

CE QU'IL DIT EN L'ÉCRIVANT

Hedha elli lezmek tetfakkrou :

هذا اللي لازمك تتفكّرو :

Voici ce qu'il faut retenir :

1. $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{D} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$ — on calcule avant de classer.

   > Les ensembles dekhlin fi ba3dhhom : $\mathbb{N}$ inclus dans $\mathbb{Z}$, $\mathbb{Z}$ inclus dans $\mathbb{D}$, $\mathbb{D}$ inclus dans $\mathbb{Q}$, $\mathbb{Q}$ inclus dans $\mathbb{R}$. W dima ta7seb 9bal ma tsannef.
   >
   > *$\mathbb{N}$ inclus dans $\mathbb{Z}$, inclus dans $\mathbb{D}$, inclus dans $\mathbb{Q}$, inclus dans $\mathbb{R}$. On calcule avant de classer.*

2. Tout entier naturel non nul et différent de 1 se décompose en produit de facteurs premiers.

   > Koll entier naturel akbar men 1 najjmou nektbouh produit de facteurs premiers.
   >
   > *Tout entier naturel non nul et différent de 1 se décompose en produit de facteurs premiers.*

3. PGCD : les facteurs **communs**, au **plus petit** exposant. PPCM : **tous** les facteurs, au **plus grand** exposant.

   > Le PGCD : les facteurs communs, au plus petit exposant. Le PPCM : tous les facteurs, au plus grand exposant.
   >
   > *Le PGCD : les facteurs communs, au plus petit exposant. Le PPCM : tous les facteurs, au plus grand exposant.*

4. $\mathrm{PPCM}(a,b) \times \mathrm{PGCD}(a,b) = a \times b$ — et si a est un multiple de b, alors $\mathrm{PPCM}(a,b) = a$.

   > Le PPCM fois le PGCD égale a fois b. W ken a multiple de b, le PPCM houwa a.
   >
   > *Le PPCM fois le PGCD égale a fois b. Et si a est un multiple de b, le PPCM, c'est a.*

5. Premiers entre eux $\iff \mathrm{PGCD} = 1$. Ce n'est pas la même chose qu'être premiers.

   > Premiers entre eux ma3neha le PGCD égale 1. W hedha mouch kif premiers.
   >
   > *Premiers entre eux veut dire que le PGCD égale 1. Ce n'est pas la même chose qu'être premiers.*

6. Diviser par le PGCD rend une fraction irréductible **du premier coup**.

   > Ki tdiviser par le PGCD, la fraction twalli irréductible direct.
   >
   > *Diviser par le PGCD rend une fraction irréductible du premier coup.*

7. Comparer a et b, c'est étudier le signe de $a - b$.

   > Bech tcomparer a et b, todrous le signe de a moins b.
   >
   > *Comparer a et b, c'est étudier le signe de a moins b.*

8. Multiplier une inégalité par un nombre négatif **inverse** son sens.

   > Ki todhrob une inégalité fi un nombre négatif, le sens yetbaddel.
   >
   > *Multiplier une inégalité par un nombre négatif inverse son sens.*

9. Un crochet fermé prend la borne, un crochet ouvert ne la prend pas. Du côté de l'infini, toujours ouvert.

   > Le crochet fermé ye5ou la borne, w le crochet ouvert ma ye5ouhech. W men jihet l'infini, dima ouvert.
   >
   > *Un crochet fermé prend la borne, un crochet ouvert ne la prend pas. Du côté de l'infini, toujours ouvert.*

10. Pour encadrer une différence, on passe par l'opposé : les bornes s'échangent et changent de signe.

    > Bech tencadrer une différence, t3addi bel opposé : les bornes yetbadlou blayes w ybadlou le signe.
    >
    > *Pour encadrer une différence, on passe par l'opposé : les bornes s'échangent et changent de signe.*

11. $|x|$ est une distance : jamais négative, et $\sqrt{x^2} = |x|$.

> La valeur absolue de x hiya une distance : 3omrha ma tkoun négative. W racine carrée de x au carré égale valeur absolue de x.
> *La valeur absolue de x est une distance : jamais négative. Et racine carrée de x au carré égale valeur absolue de x.*

Questions fréquentes — ses réponses toutes prêtes

Quand un élève tape une de ces questions pendant le cours, cette réponse part aussitôt, avec sa voix, sans passer par le modèle. Les formulations sont celles qu'on reconnaît.

QUESTION 1 · TOUTES LES FRACTIONS SE RESSEMBLENT-ELLES ?

une fraction peut être un entier ? · est-ce qu'une fraction peut etre un nombre entier · fraction tnajjem tkoun entier ? · 3lech 12/4 entier w houwa fraction · 12 sur 4 c'est une fraction ou un entier · el fraction dima mouch entier ?

CE QU'IL ÉCRIT AU TABLEAU

$$\frac{12}{4} = 3 \in \mathbb{N}$$

CE QU'IL RÉPOND

L'écriture mte3 nombre ma t9ollekch men anhi 3a2ila houwa. $\frac{12}{4}$ mektouba fraction, ama $\frac{12}{4} = 3$: ya3ni un entier. Na7sbou 9bal, w ba3d nsannfou.

un يعني : sur 4 égale 3 12 أما ، fraction مكتوبة sur 4 12 . هو عائلة أنهي من تقلّكش ما nombre متاع l'écriture entier . نحسبو قبل ، w من بعد نصنّفو .

L'écriture d'un nombre ne dit pas à quelle famille il appartient. 12 sur 4 s'écrit comme une fraction, et pourtant 12 sur 4 égale 3 : c'est un entier. On calcule d'abord, on classe ensuite.

QUESTION 2 · TOUTES LES FRACTIONS SE RESSEMBLENT-ELLES ?

3lech 1/7 ma tou9efch ? · pourquoi l'écriture décimale de 1/7 ne s'arrête jamais · pourquoi 1 sur 7 ne s arrete pas · 1/7 = 0,142857142857... pourquoi ça se répète · kifech 1/7 infini · 1/7 3lech el virgule ma tou9efch · pk 1/7 a une infinité de chiffres

CE QU'IL ÉCRIT AU TABLEAU

$$\frac{1}{7} = 0{,}142857\,142857\ldots$$

CE QU'IL RÉPOND

Ki n9asmou 1 3ala 7, les restes elli nal9awhom dima entre 1 et 6, 3omrhom ma ykounou 0. Ba3d six étapes, le reste 1 yarja3, w la division t3awed kif ma hiya : 0,142857 142857... L'écriture 3omrha ma tou9ef : $\frac{1}{7}$ rationnel, ama mouch décimal.

كي نقسمو 1 على 7 ، les restes اللي نلقاوهم ديما entre 1 et 6 ، عمرهم ما يكونو 0 . بعد six étapes ، le reste 1 يرجع ، la division w تعاود كيف ما هي : 0,142857 ، من بعد 1 4 2 8 5 7 ، w هكّا . l'écriture عمرها ما توقف : 1 sur 7 rationnel ، أما موش décimal .

Quand on divise 1 par 7, les restes qu'on trouve sont toujours entre 1 et 6, jamais 0. Au bout de six étapes, le reste 1 revient, et la division recommence exactement pareil : 0,142857, puis encore 1 4 2 8 5 7, et ainsi de suite. L'écriture ne s'arrête donc jamais : 1 sur 7 est un rationnel, mais pas un décimal.

QUESTION 3 · LES ENSEMBLES DE NOMBRES

chnowa ma3neha N inclus dans Z | pourquoi N est inclus dans Z | Z inclus dans N wala N inclus dans Z ? | les ensembles de nombres dekhlin fi ba3dhhom kifech | Q inclus dans D ou D inclus dans Q | c'est quoi l'emboîtement des ensembles | N w Z w D w Q w R, chkoun inclus fi chkoun

CE QU'IL ÉCRIT AU TABLEAU

$$\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{D} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$$

CE QU'IL RÉPOND

Les ensembles dekhlin fi ba3dhhom : $\mathbb{N}$ inclus dans $\mathbb{Z}$, inclus dans $\mathbb{D}$, inclus dans $\mathbb{Q}$, inclus dans $\mathbb{R}$. Ya3ni un entier naturel houwa zeda un relatif, un décimal, un rationnel et un réel. Ama mouch bel 3aks : -2 appartient à $\mathbb{Z}$ mais pas à $\mathbb{N}$, w $\frac{1}{3}$ appartient à $\mathbb{Q}$ mais pas à $\mathbb{D}$.

يعني . $\mathbb{N}$ inclus dans $\mathbb{Z}$ ، inclus dans $\mathbb{D}$ ، inclus dans $\mathbb{Q}$ ، inclus dans $\mathbb{R}$: داخلين في بعضهم les ensembles هو زادة un entier naturel un rationnel et un réel ، un décimal ، un relatif . أما موش بالعكس : moins 2 appartient à $\mathbb{Z}$ mais pas à $\mathbb{N}$ ، w 1 sur 3 appartient à $\mathbb{Q}$ mais pas à $\mathbb{D}$.

Les ensembles sont emboîtés : $\mathbb{N}$ est inclus dans $\mathbb{Z}$, inclus dans $\mathbb{D}$, inclus dans $\mathbb{Q}$, inclus dans $\mathbb{R}$. Un entier naturel est donc aussi un relatif, un décimal, un rationnel et un réel. Mais pas dans l'autre sens : moins 2 appartient à $\mathbb{Z}$ mais pas à $\mathbb{N}$, et 1 sur 3 appartient à $\mathbb{Q}$ mais pas à $\mathbb{D}$.

QUESTION 4 · LES ENSEMBLES DE NOMBRES

chnowa el far9 bin décimal w rationnel | quelle est la différence entre un nombre décimal et un nombre rationnel | c'est quoi un nombre décimal | 3lech 1/3 mouch décimal | pourquoi 1/3 n'est pas un decimal | D w Q chnowa el far9 | est-ce qu'un entier est un décimal

CE QU'IL ÉCRIT AU TABLEAU

$$2{,}75 = \frac{275}{100} \in \mathbb{D}$$

$$\frac{1}{3} \in \mathbb{Q} \quad \text{et} \quad \frac{1}{3} \notin \mathbb{D}$$

CE QU'IL RÉPOND

Un décimal nektbouh b un nombre fini de chiffres après la virgule : 2,75 = $\frac{275}{100}$. Un rationnel houwa quotient de deux entiers, le dénominateur non nul, kima $\frac{1}{3}$ walla $\frac{1}{7}$, w l'écriture mte3ou tnajjem 3omrha ma tou9ef. Koll entier décimal w koll décimal rationnel : $\mathbb{D}$ inclus dans $\mathbb{Q}$. Ama $\frac{1}{3} = 0{,}333\dots$: rationnel w mouch décimal.

هو un nombre fini de chiffres après la virgule : 2,75 égale 275 sur 100 . un rationnel نكتبوه بـ un décimal sur 7 ، متاعو تنجّم ولّا 1 sur 3 ، كيف quotient de deux entiers ، le dénominateur non nul w l'écriture sur 3 égale 0,333 w 1 أما . décimal rationnel : $\mathbb{D}$ inclus dans $\mathbb{Q}$ كل entier décimal w كل . عمرها ما توقف هكّا : w rationnel موش décimal .

Un décimal s'écrit avec un nombre fini de chiffres après la virgule : 2,75 égale 275 sur 100. Un rationnel, c'est un quotient de deux entiers, le dénominateur non nul, comme 1 sur 3 ou 1 sur 7, dont l'écriture peut ne jamais s'arrêter. Tout entier est décimal et tout décimal est rationnel : $\mathbb{D}$ est inclus dans $\mathbb{Q}$. Mais 1 sur 3 égale 0,333, et ainsi de suite : il est rationnel sans être décimal.

QUESTION 5 · LES ENSEMBLES DE NOMBRES

est-ce qu'une racine carrée est toujours irrationnelle | √9 irrationnel ? | racine de 9 fi anhi ensemble | 3lech racine 16 entier | racine carrée dima irrationnel ? | √2 rationnel wala irrationnel | racine de 9 entier naturel wala le | racine de 3 rationnel wala irrationnel ?

CE QU'IL ÉCRIT AU TABLEAU

$$\sqrt{9} = 3 \in \mathbb{N} \quad ; \quad \sqrt{16} = 4 \in \mathbb{N}$$
$$\sqrt{2} \notin \mathbb{Q} \quad ; \quad \sqrt{3} \notin \mathbb{Q}$$

CE QU'IL RÉPOND

Le symbole racine ma yroddech el nombre irrationnel : na7sbou 9bal, w ba3d nsannfou. √9 = 3 w √16 = 4 : hedhom des entiers naturels. Ama √2 walla √3 ma najjmouch nektbouhom la entier la fraction : houma irrationnels.

le symbole racine ما يردّش الـ nombre irrationnel : نحسبو قبل ، w من بعد نصنّفو . racine de 9 égale 3 et racine de 16 égale 4 : هاذوما des entiers naturels . أما racine de 2 وولّا racine de 3 ما نجّموش نكتبوهم لا fraction لا entier : هوما irrationnels .

Le symbole racine ne rend pas un nombre irrationnel : on calcule d'abord, on classe ensuite. Racine de 9 égale 3 et racine de 16 égale 4 : ce sont des entiers naturels. Mais racine de 2 ou racine de 3 ne s'écrivent ni comme un entier ni comme une fraction : eux sont irrationnels.

QUESTION 6 · LES ENSEMBLES DE NOMBRES

est-ce que π est égal à 3,14 | pi = 3,14 wala le | pi décimal wala rationnel ? | pourquoi π n'est pas un rationnel | pi = 22/7 ? | π fi anhi ensemble | 3,14 c'est la valeur exacte de pi ?

CE QU'IL ÉCRIT AU TABLEAU

$$\pi \approx 3{,}14$$
$$\pi \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$$

CE QU'IL RÉPOND

3,14 ma hiya ken valeur approchée de π, kima $\frac{22}{7}$. Les mathématiciens barhnou elli π ma najjmouch nektbouh fraction b ay tari9a ; l'écriture décimale mte3ou 3omrha ma tou9ef, w 3omrha ma

t3awed nafs el groupe de chiffres. Houwa réel mouch rationnel, donc mouch décimal zeda.

3,14 ما هي كان valeur approchée de pi ، كيف 22 sur 7 . les mathématiciens برهنو اللي pi ما نجّموش نكتبوه بأيّ طريقة ؛ fraction l'écriture décimale متاعو عمرها ما توقف ، w عمرها ما تعاود نفس الـ groupe de chiffres . هو réel موش rationnel ، donc décimal موش زادة .

3,14 n'est qu'une valeur approchée de pi, comme 22 sur 7. On a démontré que pi ne s'écrit sous forme de fraction d'aucune manière ; son écriture décimale ne s'arrête jamais et ne se répète pas. C'est un réel qui n'est pas rationnel, donc pas décimal non plus.

QUESTION 7 · LES ENSEMBLES DE NOMBRES

est-ce que les nombres négatifs sont dans N | les négatifs fi N wala Z | un nombre négatif peut être un entier naturel ? | pourquoi un nombre négatif n'est pas un entier naturel | 3lech el a3dad bel na9es mouch fi N | -4 entier naturel ? rahou négatif

CE QU'IL ÉCRIT AU TABLEAU

$$-4 \in \mathbb{Z} \quad \text{et} \quad -4 \notin \mathbb{N}$$

CE QU'IL RÉPOND

ℕ fih ken 0, 1, 2, 3 w hakka : ma fih 7atta nombre strictement négatif. Les entiers strictement négatifs ma yjiw ken m3a ℤ, les entiers relatifs. Par exemple, −4 appartient à ℤ mais pas à ℕ.

ℕ فيه كان 0 ، 1 ، 2 w 3 هكّا : ما فيه حتّى ما nombre strictement négatif . les entiers strictement négatifs يجيو كان مع ℕ mais pas à ℤ ، moins 4 appartient ، par exemple . les entiers relatifs ، ℤ .

ℕ ne contient que 0, 1, 2, 3 et ainsi de suite : aucun nombre strictement négatif. Les entiers strictement négatifs n'arrivent qu'avec ℤ, les entiers relatifs. Par exemple, moins 4 appartient à ℤ mais pas à ℕ.

QUESTION 8 · LES ENSEMBLES DE NOMBRES

est-ce que 0 est un entier naturel | 0 fi N wala le | zéro positif ou négatif ? | el sfer positif wala négatif | 0 appartient à N ? | est-ce que zero est positif | 0 naturel ?

CE QU'IL ÉCRIT AU TABLEAU

$$0 \in \mathbb{N}$$

$$0 \geq 0 \quad \text{et} \quad 0 \leq 0$$

CE QU'IL RÉPOND

0 houwa entier naturel : ℕ yebda men 0. W 0 positif w négatif fi nafs el wa9t : houwa el nombre el wa7id elli houwa ezzouz. Ken t7eb tna77ih, t9oul strictement positif walla strictement négatif.

ℕ هو : entier naturel يبدا من 0 . 0 positif et négatif w 0 في نفس الوقت : هو الـ nombre الوحيد اللي هو الزوز . كان تحب تنحّيه ، تقول strictement positif ولّا strictement négatif .

0 est bien un entier naturel : ℕ commence à 0. Et 0 est à la fois positif et négatif : c'est le seul nombre qui soit les deux. Pour l'exclure, on dit strictement positif ou strictement négatif.

QUESTION 9 · REMPLIR UNE CAISSE SANS RIEN COUPER

3lech PGCD mouch PPCM fel caisse | pourquoi on prend le PGCD pour les boîtes et pas le PPCM | pourquoi le plus grand diviseur commun pour remplir la caisse | fel caisse w les boîtes 3lech el PGCD | caisse boites PGCD wala PPCM | pourquoi l'arête doit être le PGCD | 3lech nesta3mlou el PGCD fel caisse

CE QU'IL ÉCRIT AU TABLEAU

a divise 105 et 165

CE QU'IL RÉPOND

Bech n3abbiw la caisse bla ma n9ossou chay, l'arête a lezemha tji 9ad 9ad fi koll dimension : a divise 105 et 165, ya3ni diviseur commun. W bech ykounou les boîtes a9all ma yomken, nekhdhouhom akbar ma yomken : le plus grand diviseur commun, el PGCD. El PPCM houwa multiple : yfout 165, w boîte kbira hakka ma todkhelch 7atta fel caisse.

باش نعبّيو la caisse بلا ما نقصّو شيء ، l'arête a لازمها تجي قد قد في كل dimension : a divise 105 et 165 ، يعني w . diviseur commun باش يكونو les boîtes أقل ما يمكن ، ناخذوهم أكبر ما يمكن : le plus grand diviseur commun ، الـ PGCD . الـ PPCM هو multiple : يفوت 165 ، w boîte كبيرة هكّا ما تدخلش حتّى في la caisse .

Pour remplir la caisse sans rien couper, l'arête a doit tomber juste dans chaque dimension : a divise 105 et 165, c'est un diviseur commun. Pour avoir le moins de boîtes, on les prend les plus grosses possible : le plus grand diviseur commun, le PGCD. Le PPCM, lui, est un multiple : il dépasse 165, et une boîte aussi grande n'entrerait même pas dans la caisse.

QUESTION 10 · REMPLIR UNE CAISSE SANS RIEN COUPER

3lech a = 21 ma ye5demch fel caisse | pourquoi 21 ne marche pas pour la caisse | avec 21 on peut remplir la caisse ? | boîtes de 21 cm tnajjem t3abbi el caisse ? | pourquoi des boîtes de 21 ne remplissent pas la caisse | arête 21 3lech ghalta

CE QU'IL ÉCRIT AU TABLEAU

$105 = 21 \times 5 \quad ; \quad 165 = 21 \times 7 + 18$

CE QU'IL RÉPOND

B 21, les deux dimensions mte3 105 yjiw 9ad 9ad, 5ater 105 = 21 × 5. Ama 165 = 21 × 7 + 18 : yob9a chrit mte3 18 cm. 21 divise 105 mais pas 165 : mouch diviseur commun.

بـ 21 ، les deux dimensions متاع 105 يجيو قد قد ، خاطر 105 égale 21 fois 5 . أما 165 égale 21 fois 7 plus 18 : يبقى شريط متاع 18 . 21 divise 105 mais pas 165 : centimètres . موش diviseur commun .

Avec 21, les deux dimensions de 105 tombent juste, car 105 égale 21 fois 5. Mais 165 égale 21 fois 7, plus 18 : il resterait une bande de 18 centimètres. 21 divise 105 mais pas 165 : ce n'est pas un diviseur commun.

QUESTION 11 · DÉCOMPOSITION EN PRODUIT DE FACTEURS PREMIERS

3lech 1 mouch premier ? | pourquoi 1 n'est pas un nombre premier | est-ce que 1 est premier | 1 premier wala le | le nombre 1 est il premier ? | 3lach 1 mahouch nombre premier

CE QU'IL ÉCRIT AU TABLEAU

diviseurs de 7 : 1 et 7 diviseurs de 1 : 1

CE QU'IL RÉPOND

Un nombre premier 3andou exactement deux diviseurs : 1 et lui-même. W 1 ma 3andou ken un seul diviseur, houwa rou7ou. Yon9sou wa7ed : donc 1 mouch premier, w 3ala hakka 3omrou ma yodhhor fi décomposition.

un nombre premier عندو 1 . w exactement deux diviseurs : 1 et lui-même ما عندو كان un seul diviseur ،
هو روحو . ينقصو واحد : donc 1 موش w ، premier على هكّا عمرو ما يظهر في décomposition .

Un nombre premier a exactement deux diviseurs : 1 et lui-même. Or 1 n'a qu'un seul diviseur, lui-même. Il lui en manque un : 1 n'est donc pas premier, et c'est pour ça qu'il n'apparaît jamais dans une décomposition.

QUESTION 12 · DÉCOMPOSITION EN PRODUIT DE FACTEURS PREMIERS

2 pair donc mouch premier ? | 2 premier wala le ? rahou pair | pourquoi 2 est premier alors qu'il est pair | 3lech 2 premier w houwa pair | est-ce que tous les nombres premiers sont impairs | un nombre pair peut être premier ? | un nombre impair est toujours premier ?

CE QU'IL ÉCRIT AU TABLEAU

diviseurs de 2 : 1 et 2

$9 = 3 \times 3$

CE QU'IL RÉPOND

2 premier : les seuls diviseurs mte3ou 1 et 2. W houwa zeda el nombre premier pair el wa7id : ay nombre pair e5or 3andou au moins trois diviseurs, 1, 2 et lui-même, donc mouch premier. W el 3aks ghalet : un nombre impair mouch dima premier, 9 = 3 × 3.

2 premier : les seuls diviseurs متاعو 1 . w et 2 هو زادة الـ nombre premier pair الوحيد : أيّ nombre pair آخر
un nombre : العكس غالط premier . w موش au moins trois diviseurs ، 1 ، 2 et lui-même ، donc عندو
. premier ، 9 égale 3 fois 3 موش ديما impair

2 est bien premier : ses seuls diviseurs sont 1 et 2. C'est même le seul nombre premier pair : tout autre nombre pair a au moins trois diviseurs, 1, 2 et lui-même, il n'est donc pas premier. Et l'inverse est faux : un impair n'est pas forcément premier, 9 égale 3 fois 3.

QUESTION 13 · DÉCOMPOSITION EN PRODUIT DE FACTEURS PREMIERS

c'est quoi un nombre premier | chnowa nombre premier | comment savoir si un nombre est premier | kifech na3ref nombre premier | comment savoir si 91 est premier | 91 premier wala le

comment reconnaître un entier premier

CE QU'IL ÉCRIT AU TABLEAU

$91 = 7 \times 13$

CE QU'IL RÉPOND

Un entier naturel ykoun premier ki ykoun 3andou exactement deux diviseurs : 1 et lui-même. Bech tet2akked, t7awel te9smou 3ala les nombres premiers bel ordre : 2, 3, 5, 7, 11, 13 w hakka, w tou9ef ki le carré mte3 el diviseur yfout el nombre : ken 7atta wa7ed ma y9asmou, houwa premier. Rodd belek, 91 ybén premier, ama 91 = 7 × 13.

un entier naturel يكون premier كي يكون عندو exactement deux diviseurs : 1 et lui-même . باش تتأكّد ، ordre : 2 ، 3 ، 5 ، 7 ، 11 ، 13 w بالـ les nombres premiers تحاول تقسمو على w ، هكّا توقف كي le carré متاع الـ diviseur يفوت الـ nombre : كان حتّى واحد ما يقسمو ، هو premier . رد بالك ، 91 يبان premier ، أما 91 égale 7 fois 13 .

Un entier naturel est premier quand il a exactement deux diviseurs : 1 et lui-même. Pour le vérifier, on essaie de le diviser par les nombres premiers dans l'ordre : 2, 3, 5, 7, 11, 13 et ainsi de suite, en s'arrêtant quand le carré du diviseur dépasse le nombre : si aucun ne le divise, il est premier. Attention, 91 a l'air premier, mais 91 égale 7 fois 13.

QUESTION 14 · DÉCOMPOSITION EN PRODUIT DE FACTEURS PREMIERS

kifech nfakek nombre en produit de facteurs premiers | comment décomposer un nombre en facteurs premiers | comment on fait la décomposition en produit de facteurs premiers | décomposition kifech | wa9tech nou9fou fel décomposition | 126 = 2 × 63 c'est décomposé ? | kifech n7ell 126 en facteurs premiers

CE QU'IL ÉCRIT AU TABLEAU

$126 = 2 \times 63 = 2 \times 3 \times 21 = 2 \times 3^2 \times 7$

CE QU'IL RÉPOND

Bech tfakek un entier, t9assmou 3ala les nombres premiers bel ordre : 3ala 2 ma dem tnajjem, ba3d 3ala 3, ba3d 5, 7, 11 w hakka. Ma nou9fou ken ki ywalliw les facteurs el koll premiers : 126 = 2 × 63 mazelet ma kmletch, 5ater 63 mouch premier. Nkammlou : 126 = 2 × 3 × 21 = 2 × 3^2 × 7.

باش تفكّك un entier ، تقسمو على les nombres premiers بالـ ordre : على 2 ما دام تنجّم ، من بعد على 3 ، من بعد 5 ، 7 ، 11 w هكّا . ما نوقفو كان كي يوليو les facteurs الكل 63 égale 2 fois premiers : 126 مازالت ما كملتش ، خاطر 63 موش premier . نكمّلو : 126 égale 2 fois 3 fois 21 ، يعني 2 fois 3 au carré fois 7 .

Pour décomposer un entier, on le divise par les nombres premiers dans l'ordre : par 2 tant qu'on peut, puis par 3, puis 5, 7, 11, et ainsi de suite. On s'arrête seulement quand tous les facteurs sont premiers : 126 égale 2 fois 63, ce n'est pas fini, car 63 n'est pas premier. On continue : 126 égale 2 fois 3 fois 21, c'est-à-dire 2 fois 3 au carré fois 7.

QUESTION 15 · DÉCOMPOSITION EN PRODUIT DE FACTEURS PREMIERS

kifech nal9a les diviseurs lkol mta3 nombre | comment trouver tous les diviseurs d'un nombre | liste des diviseurs kifech | comment faire la liste des diviseurs d'un entier | kifech na3mel liste mta3 les diviseurs | tous les diviseurs d'un nombre, comment on les trouve

CE QU'IL RÉPOND

Nfakkou 9bal le nombre en produit de facteurs premiers. Koll diviseur yetsna3 b les facteurs hedhom : koll facteur premier yji fih au plus b l'exposant mte3ou, walla ma yjich jemla. Njarrbou les combinaisons el koll, bla ma nansaw 7atta wa7da, w nrattbouhom bel ordre.

نفكّكو قبل le nombre en produit de facteurs premiers . كل diviseur يتصنع بـ les facteurs هاذوما : كل facteur premier يجي فيه au plus بـ l'exposant متاعو ، ولّا ما يجيش جملة . نجرّبو les combinaisons الكل ، بلا ما ننساو حتّى وحدة ، w نرتّبوهم بالـ ordre .

On décompose d'abord le nombre en produit de facteurs premiers. Chaque diviseur se fabrique avec ces facteurs : chaque facteur premier y figure au plus avec son exposant, ou pas du tout. On essaie toutes les combinaisons, sans en oublier aucune, et on les range dans l'ordre.

QUESTION 16 · DÉCOMPOSITION EN PRODUIT DE FACTEURS PREMIERS

comment on trouve la liste des diviseurs de 126 | combien de diviseurs a 126 | 9adech men diviseur 3and 126 | liste des diviseurs de 126 | les diviseurs lkol mta3 126 kifech nal9ahom | tous les diviseurs de 126

CE QU'IL ÉCRIT AU TABLEAU

$126 = 2 \times 3^2 \times 7$

$1,\ 2,\ 3,\ 6,\ 7,\ 9,\ 14,\ 18,\ 21,\ 42,\ 63,\ 126$

CE QU'IL RÉPOND

Nabdaw mel décomposition : 126 = 2 × 3² × 7. Un diviseur yekhou le facteur 2 zéro ou une fois, le facteur 3 zéro, une ou deux fois, w le facteur 7 zéro ou une fois. Hedha ya3ti 2 × 3 × 2 choix, donc 12 diviseurs : 1, 2, 3, 6, 7, 9, 14, 18, 21, 42, 63 et 126.

نبداو من الـ décomposition : 126 égale 2 fois 3 au carré fois 7 . un diviseur ياخو le facteur 2 zéro ou une fois ، le facteur 3 zéro ، une ou deux fois ، w le facteur 7 zéro ou une fois . هذا يعطي 2 choix 2 fois 3 fois ، donc 12 diviseurs : 1 ، 2 ، 3 ، 6 ، 7 ، 9 ، 14 ، 18 ، 21 ، 42 ، 63 et 126 .

On part de la décomposition : 126 égale 2 fois 3 au carré fois 7. Un diviseur prend le facteur 2 zéro ou une fois, le facteur 3 zéro, une ou deux fois, et le facteur 7 zéro ou une fois. Ça fait 2 fois 3 fois 2 choix, donc 12 diviseurs : 1, 2, 3, 6, 7, 9, 14, 18, 21, 42, 63 et 126.

QUESTION 17 · PGCD ET PPCM

chnowa el far9 bin PGCD w PPCM ? | quelle est la différence entre le PGCD et le PPCM | pgcd w ppcm kifkif ? | difference pgcd ppcm | PGCD akbar walla PPCM ? | c'est quoi le PGCD et le PPCM | chnowa el PGCD w chnowa el PPCM

CE QU'IL ÉCRIT AU TABLEAU

$$\mathrm{PGCD}(12,18) = 6 \quad ; \quad \mathrm{PPCM}(12,18) = 36$$

CE QU'IL RÉPOND

El PGCD de deux entiers naturels non nuls houwa le plus grand diviseur commun mte3hom : 3omrou ma yfout el asghar fihom. El PPCM houwa le plus petit multiple commun non nul : 3omrou ma ykoun asghar mel akbar fihom. Par exemple, pour 12 et 18, le PGCD égale 6 et le PPCM égale 36.

الـ PGCD de deux entiers naturels non nuls هو le plus grand diviseur commun متاعهم : عمرو ما يفوت الأصغر فيهم . الـ PPCM هو le plus petit multiple commun non nul : عمرو ما يكون أصغر من الأكبر فيهم . par exemple ، pour 12 et 18 ، le PGCD égale 6 et le PPCM égale 36 .

Le PGCD de deux entiers naturels non nuls, c'est leur plus grand diviseur commun : il ne dépasse jamais le plus petit des deux. Le PPCM, c'est leur plus petit multiple commun non nul : il n'est jamais plus petit que le plus grand des deux. Par exemple, pour 12 et 18, le PGCD égale 6 et le PPCM égale 36.

QUESTION 18 · PGCD ET PPCM

c'est quoi le PGCD | chnowa el PGCD | PGCD ya3ni chnowa | que veut dire PGCD | c'est quoi le plus grand commun diviseur | chnowa ma3neha PGCD

CE QU'IL ÉCRIT AU TABLEAU

$$\mathrm{PGCD}(12,18) = 6$$

CE QU'IL RÉPOND

PGCD ma3neha plus grand commun diviseur. Pour deux entiers naturels non nuls, nlawjou 3ala les diviseurs communs mte3hom, w nekhdhou el akbar. Par exemple, les diviseurs communs de 12 et 18 houma 1, 2, 3 et 6 : $\mathrm{PGCD}(12,18) = 6$.

PGCD معناها plus grand commun diviseur . pour deux entiers naturels non nuls نلوجو على les diviseurs communs متاعهم ، w ناخذو الأكبر . les diviseurs communs de 12 et 18 par exemple ، هوما 1 ، 2 ، 3 et 6 : le PGCD de 12 et 18 égale 6 .

PGCD veut dire plus grand commun diviseur. Pour deux entiers naturels non nuls, on cherche leurs diviseurs communs, et on garde le plus grand. Par exemple, les diviseurs communs de 12 et 18 sont 1, 2, 3 et 6 : le PGCD de 12 et 18 égale 6.

QUESTION 19 · PGCD ET PPCM

chnowa el PPCM | c'est quoi le PPCM | c'est quoi le plus petit commun multiple | PPCM ya3ni chnowa | que veut dire PPCM | chnowa ma3neha PPCM

CE QU'IL ÉCRIT AU TABLEAU

$$\mathrm{PPCM}(12,18) = 36$$

CE QU'IL RÉPOND

PPCM ma3neha plus petit commun multiple. Pour deux entiers naturels non nuls, nlawjou 3ala les multiples communs non nuls mte3hom, w nekhdhou el asghar. Par exemple, 36 houwa awwel nombre nal9awh fi la table de 12 w fi la table de 18 zeda : $\mathrm{PPCM}(12,18) = 36$.

PPCM معناها plus petit commun multiple . pour deux entiers naturels non nuls نلوجو على les multiples communs non nuls متاعهم ، w ناخذو الأصغر . 36 ، par exemple هو أوّل nombre نلقاوه في la table de 12 w في la table de 18 زادة : le PPCM de 12 et 18 égale 36 .

PPCM veut dire plus petit commun multiple. Pour deux entiers naturels non nuls, on cherche leurs multiples communs non nuls, et on garde le plus petit. Par exemple, 36 est le premier nombre qu'on trouve à la fois dans la table de 12 et dans la table de 18 : le PPCM de 12 et 18 égale 36.

QUESTION 20 · PGCD ET PPCM

kifech na7seb el PGCD ? | comment calculer le PGCD | PGCD kifech yet7seb | comment calculer le PGCD de 12 et 18 | méthode pour déterminer le PGCD et le PPCM | comment on trouve le plus grand commun diviseur

CE QU'IL ÉCRIT AU TABLEAU

$12 = 2^2 \times 3 \quad ; \quad 18 = 2 \times 3^2$

$\mathrm{PGCD}(12,18) = 2 \times 3 = 6$

CE QU'IL RÉPOND

Nfakkou les deux entiers en produit de facteurs premiers, w nekhdhou les facteurs communs berk, koll wa7ed b asghar exposant. Par exemple, 12 = 2^2 × 3 w 18 = 2 × 3^2 : PGCD = 2 × 3 = 6. Lel PPCM bel 3aks : les facteurs el koll, koll wa7ed b akbar exposant.

نفكّكو les deux entiers en produit de facteurs premiers ، w ناخذو les facteurs communs برك ، كل واحد بأصغر exposant . par exemple ، 12 égale 2 au carré fois 3 et 18 égale 2 fois 3 au carré : le PGCD égale 2 fois 3 ، يعني 6 . للـ PPCM بالعكس : les facteurs الكل ، كل واحد بأكبر exposant .

On décompose les deux entiers en produit de facteurs premiers, puis on garde les facteurs communs seulement, chacun avec le plus petit exposant. Par exemple, 12 égale 2 au carré fois 3 et 18 égale 2 fois 3 au carré : le PGCD vaut 2 fois 3, donc 6. Pour le PPCM, c'est l'inverse : tous les facteurs, chacun avec le plus grand exposant.

QUESTION 21 · PGCD ET PPCM

comment on trouve le ppcm | kifech nal9a el PPCM | kifech na7seb el PPCM ? | comment calculer le PPCM de 12 et 18 | PPCM kifech yet7seb | méthode pour calculer le plus petit commun multiple

CE QU'IL ÉCRIT AU TABLEAU

$12 = 2^2 \times 3 \quad ; \quad 18 = 2 \times 3^2$

$\mathrm{PPCM}(12,18) = 2^2 \times 3^2 = 36$

CE QU'IL RÉPOND

Nfakkou les deux entiers en produit de facteurs premiers, w nekhdhou les facteurs el koll, communs walla le, koll wa7ed b akbar exposant. Par exemple, 12 = $2^2 \times 3$ w 18 = 2×3^2 : PPCM = $2^2 \times 3^2$ = 36. Lel PGCD bel 3aks : les facteurs communs berk, koll wa7ed b asghar exposant.

نفكّكو les deux entiers en produit de facteurs premiers ، w ناخذو les facteurs الكل communs ، ولّا لا ، كل واحد بأكبر exposant . par exemple ، 12 égale 2 au carré fois 3 et 18 égale 2 fois 3 au carré : le PPCM يعني ، égale 2 au carré fois 3 au carré . 36 للـ PGCD بالعكس : les facteurs communs برك ، كل واحد بأصغر exposant .

On décompose les deux entiers en produit de facteurs premiers, puis on garde tous les facteurs, communs ou non, chacun avec le plus grand exposant. Par exemple, 12 égale 2 au carré fois 3 et 18 égale 2 fois 3 au carré : le PPCM vaut 2 au carré fois 3 au carré, donc 36. Pour le PGCD, c'est l'inverse : les facteurs communs seulement, chacun avec le plus petit exposant.

QUESTION 22 · PGCD ET PPCM

3lech PGCD b asghar exposant w PPCM b akbar exposant | pourquoi le plus petit exposant pour le PGCD | pourquoi le plus petit exposant pour le PGCD et le plus grand pour le PPCM | exposant mta3 PGCD kifech nekhtarou | pourquoi on garde 3 et pas 3 au carré dans le PGCD de 126 et 210 | PGCD asghar exposant 3lech | puissance fel PGCD w PPCM anhi nekhou

CE QU'IL ÉCRIT AU TABLEAU

$126 = 2 \times 3^2 \times 7 \quad ; \quad 210 = 2 \times 3 \times 5 \times 7$

CE QU'IL RÉPOND

El PGCD lezmou y9assem les deux nombres. Nchoufou koll facteur premier : 126 fih 3^2, ama 210 fih ken 3, w 9 ne divise pas 210 ; donc ma nnajmou nekhdhou ken 3, le plus petit exposant. El PPCM bel 3aks, lezmou ykoun divisible par les deux : lezmou 3^2, wela ma ykounch divisible par 126.

نشوفو كل facteur premier : 126 فيه 3 au carré ، أما 210 فيه كان 3 ، donc ؛ w 9 ne divise pas 210 ما نجّمو ناخذو كان 3 ، le plus petit exposant . الـ PPCM بالعكس ، لازمو يكون divisible par les deux : لازمو 3 au carré ، ولّا ما يكونش divisible par 126 . les deux nombres لازمو يقسم الـ PGCD .

Le PGCD doit diviser les deux nombres. On regarde chaque facteur premier : 126 contient 3 au carré, mais 210 ne contient que 3, et 9 ne divise pas 210 ; on ne peut donc garder que 3, le plus petit exposant. Le PPCM, lui, doit être divisible par les deux : il lui faut 3 au carré, sinon il ne serait pas divisible par 126.

QUESTION 23 · PGCD ET PPCM

à quoi sert la relation PPCM fois PGCD égale a fois b | kifech nesta3mel PPCM × PGCD = a × b | pourquoi PGCD × PPCM = a × b | la formule PGCD PPCM a fois b | relation bin PGCD w PPCM chnowa | PPCM = a × b / PGCD kifech | comment trouver le PPCM avec la relation du produit

CE QU'IL ÉCRIT AU TABLEAU

$$\text{PPCM}(a,b) \times \text{PGCD}(a,b) = a \times b$$
$$\text{PPCM}(12,18) = \frac{12\times 18}{6} = \frac{216}{6} = 36$$

CE QU'IL RÉPOND

Pour deux entiers naturels non nuls a et b, le PPCM fois le PGCD égale a fois b : koll facteur premier yji marra b asghar exposant, fel PGCD, w marra b akbar exposant, fel PPCM, kif ma yji fi a fois b bedhabt. El 3ala9a hedhi tokhdmek ki ta3ref trois menhom w t7eb le quatrième, akther el wa9t le PPCM. Par exemple, pour 12 et 18 : 12 × 18 = 216 w le PGCD égale 6, donc le PPCM égale 216 ÷ 6 = 36.

facteur premier كل : pour deux entiers naturels non nuls a et b ، le PPCM fois le PGCD égale a fois b a fois b كيف ما يجي في ، PPCM الـ في ، exposant بأكبر مرّة PGCD ، w الـ في ، exposant بأصغر مرّة يجي العلاقة هاذي تخدمك كي تعرف trois منهم w تحب le quatrième ، أكثر الوقت ، par exemple . le PPCM بالضبط . pour 12 et 18 : 12 fois 18 égale 216 w le PGCD égale 6 ، donc le PPCM égale 216 divisé par 6 . 36 يعني ،

Pour deux entiers naturels non nuls a et b, le PPCM fois le PGCD égale a fois b : chaque facteur premier y figure une fois avec son plus petit exposant, dans le PGCD, et une fois avec son plus grand, dans le PPCM, exactement comme dans a fois b. Cette relation sert quand on connaît trois de ces nombres et qu'on cherche le quatrième, le plus souvent le PPCM. Par exemple, pour 12 et 18 : 12 fois 18 égale 216 et le PGCD vaut 6, donc le PPCM égale 216 divisé par 6, c'est-à-dire 36.

QUESTION 24 · PGCD ET PPCM

kifech na3ref nesta3mel PGCD wala PPCM fel exercice | quand utiliser le PGCD et quand utiliser le PPCM | fel problème PGCD wala PPCM kifech nfar9 | comment savoir s'il faut le PGCD ou le PPCM dans un problème | wa9tech nesta3mlou el PPCM w wa9tech el PGCD | PGCD ou PPCM dans un exercice | fi situation kifech na3ref PGCD wala PPCM

CE QU'IL ÉCRIT AU TABLEAU

$$\text{parts égales, les plus grandes possible} \rightarrow \text{PGCD}$$
$$\text{se retrouver ensemble} \rightarrow \text{PPCM}(10,15) = 30$$

CE QU'IL RÉPOND

Nchoufou chnowa yotlob el problème. Ken bech n9assmou walla n9ossou en parts égales, akbar ma yomken w bla ma yob9a chay, hedha PGCD, kima les boîtes fel caisse. Ken nlawjou wa9tech zouz 7ajet yet3awdou bech yetla9aw marra o5ra, hedha PPCM : deux bus kharjou m3a b3adhhom, wa7ed yokhrej koll 10 minutes w e5or koll 15, yerja3ou yo5rjou m3a b3adhhom ba3d 30 minutes.

نشوفو شنوّة يطلب الـ problème . كان باش نقسمو ولّا نقصّو en parts égales ، أكبر ما يمكن w بلا ما يبقى شيء ، هذا PGCD ، كيف les boîtes في la caisse . كان نلوجو وقتاش زوز حاجات يتعاودو باش يتلاقاو مرّة أخرى ، هذا PPCM : deux bus خرجو مع بعضهم ، واحد يخرج كل 10 minutes w الآخر كل 15 ، يرجعو يخرجو مع بعضهم بعد 30 minutes .

On regarde ce que demande le problème. Si on partage ou on découpe en parts égales, les plus grandes possible et sans reste, c'est le PGCD, comme les boîtes dans la caisse. Si on cherche quand deux choses qui

se répètent vont coïncider de nouveau, c'est le PPCM : deux bus partis ensemble, l'un toutes les 10 minutes, l'autre toutes les 15, repartent ensemble au bout de 30 minutes.

QUESTION 25 · ENTIERS PREMIERS ENTRE EUX, FRACTION IRRÉDUCTIBLE

chnowa ma3neha premiers entre eux | que veut dire premiers entre eux | c'est quoi deux nombres premiers entre eux | kifech na3ref zouz a3dad premiers entre eux | comment savoir si deux entiers sont premiers entre eux | 8 et 15 sont premiers entre eux ? | premiers binethom chnowa

CE QU'IL ÉCRIT AU TABLEAU

$8 = 2^3 \quad ; \quad 15 = 3 \times 5$

$\mathrm{PGCD}(8, 15) = 1$

CE QU'IL RÉPOND

Deux entiers premiers entre eux ki ykoun le seul diviseur commun mte3hom houwa 1, ya3ni le PGCD égale 1. Bech tet2akked, tfakkek : ken ma famma 7atta facteur premier commun, houma premiers entre eux. Par exemple, 8 = 2^3 w 15 = 3 × 5 : ma famma 7atta facteur en commun, donc $\mathrm{PGCD}(8,15) = 1$.

. le PGCD égale 1 يعني ، 1 متاعهم هو le seul diviseur commun يكون كي deux entiers premiers entre eux
premiers entre eux . par exemple ، هوما 8 ، facteur premier commun حتّى ما فمّا كان : تفكّك ، تتأكّد باش
. facteur en commun ، donc le PGCD de 8 et 15 égale 1 حتّى ما فمّا : égale 2 au cube et 15 égale 3 fois 5

Deux entiers sont premiers entre eux quand leur seul diviseur commun est 1, autrement dit quand leur PGCD égale 1. Pour le vérifier, on décompose : s'ils n'ont aucun facteur premier commun, ils sont premiers entre eux. Par exemple, 8 égale 2 au cube et 15 égale 3 fois 5 : aucun facteur en commun, donc le PGCD de 8 et 15 égale 1.

QUESTION 26 · ENTIERS PREMIERS ENTRE EUX, FRACTION IRRÉDUCTIBLE

chnowa el far9 bin premier w premiers entre eux | quelle différence entre nombre premier et premiers entre eux | premier w premiers entre eux kifkif ? | premier et premiers entre eux c'est la même chose ? | nombre premier w premiers entre eux, chnowa el far9 | premiers entre eux c'est pareil que premier ?

CE QU'IL ÉCRIT AU TABLEAU

$\mathrm{PGCD}(25, 28) = 1$

CE QU'IL RÉPOND

Houma zouz 7kayet mokhtalfa. Premier ya7ki 3la entier wa7ed, 3andou deux diviseurs berk, 1 et lui-même. Premiers entre eux ya7ki 3la deux entiers m3a b3adhhom, ma 3andhom ken 1 comme diviseur commun. Par exemple, 25 w 28 premiers entre eux, ama la 25 la 28 premier.

هوما زوج حكايات مختلفة . premier يحكي على entier واحد ، عندو deux diviseurs برك ، 1 et lui-même . 1 comme diviseur commun . par 1 كان ما عندهمش ، مع بعضهم deux entiers يحكي على premiers entre eux . premier 28 لا 25 لا أما ، exemple ، 25 et 28 premiers entre eux

Ce sont deux notions différentes. Premier parle d'un seul entier, qui n'a que deux diviseurs, 1 et lui-même. Premiers entre eux parle de deux entiers ensemble, qui n'ont que 1 comme diviseur commun. Ainsi 25 et 28 sont premiers entre eux, alors qu'aucun des deux n'est premier.

QUESTION 27 · ENTIERS PREMIERS ENTRE EUX, FRACTION IRRÉDUCTIBLE

3lech 25 w 28 premiers entre eux w houma mouch premiers

25 et 28 ne sont pas premiers, comment ils sont premiers entre eux | 25 w 28 premiers entre eux ?

pourquoi 25 et 28 sont premiers entre eux | est-ce que 25 et 28 sont premiers entre eux

kifech 25 w 28 premiers entre eux

CE QU'IL ÉCRIT AU TABLEAU

$25 = 5^2 \quad ; \quad 28 = 2^2 \times 7$

$\mathrm{PGCD}(25, 28) = 1$

CE QU'IL RÉPOND

Nfakkou : 25 = 5^2 w 28 = 2^2 × 7. Ma 3andhom 7atta facteur premier en commun, donc $\mathrm{PGCD}(25,28) = 1$: houma premiers entre eux. W m3a hedha la 25 la 28 premier : premier ya7ki 3la nombre wa7ed, w premiers entre eux ya7ki 3la deux nombres m3a b3adhhom.

نفكّكو : 25 égale 5 au carré ، w 28 égale 2 au carré fois 7 . ما عندهم حتّى facteur premier en commun ، donc le PGCD متاعهم égale 1 : هوما w . premiers entre eux مع هذا لا 25 لا 28 premier : premier يحكي على nombre واحد ، w premiers entre eux يحكي على deux nombres مع بعضهم .

On décompose : 25 égale 5 au carré, et 28 égale 2 au carré fois 7. Ils n'ont aucun facteur premier en commun, donc leur PGCD égale 1 : ils sont premiers entre eux. Et pourtant ni 25 ni 28 n'est premier : premier parle d'un seul nombre, premiers entre eux parle de deux nombres ensemble.

QUESTION 28 · ENTIERS PREMIERS ENTRE EUX, FRACTION IRRÉDUCTIBLE

kifech nrodd fraction irréductible | comment rendre une fraction irréductible | c'est quoi une fraction irréductible

chnowa ma3neha irréductible | 12/18 irréductible kifech

comment simplifier une fraction pour qu'elle soit irreductible | 3lech n9asmou 3al PGCD bech twalli irréductible

CE QU'IL ÉCRIT AU TABLEAU

$\frac{12}{18} = \frac{12 \div 6}{18 \div 6} = \frac{2}{3}$

CE QU'IL RÉPOND

Fraction tkoun irréductible ki ma3adech tnajjem tsimplifi : le numérateur et le dénominateur premiers entre eux. Bech touslelha marra wa7da, t9assem ezzouz 3ala le PGCD mte3hom. Par exemple, le PGCD

de 12 et 18 égale 6, donc $\frac{12}{18} = \frac{2}{3}$.

simplifier : le numérateur et le dénominateur premiers تـ تنجّم ما عادش كي irréductible تكون fraction
par exemple ، le PGCD de 12 et 18 . متاعهم le PGCD على الزوج تقسم ، وحدة مرّة توصلها باش . entre eux
. égale 6 ، donc 12 sur 18 égale 2 sur 3

Une fraction est irréductible quand on ne peut plus la simplifier : son numérateur et son dénominateur sont premiers entre eux. Pour y arriver d'un seul coup, on divise les deux par leur PGCD. Par exemple, le PGCD de 12 et 18 égale 6, donc 12 sur 18 égale 2 sur 3.

QUESTION 29 · ENTIERS PREMIERS ENTRE EUX, FRACTION IRRÉDUCTIBLE

deux nombres pairs peuvent être premiers entre eux ? | zouz a3dad pairs premiers entre eux ? | est-ce que deux nombres pairs sont premiers entre eux | zouz nombres pairs ynajjmou ykounou premiers entre eux ? | deux pairs premiers entre eux, c'est possible ?

CE QU'IL ÉCRIT AU TABLEAU

$$\mathrm{PGCD}(4,6) = 2 \neq 1$$

CE QU'IL RÉPOND

Le, 3omrhom ma ykounou : deux nombres pairs ezzouz divisibles par 2, donc 2 diviseur commun. Le PGCD mte3hom au moins 2, mouch 1. Par exemple, le PGCD de 4 et 6 égale 2 : 4 et 6 mahoumech premiers entre eux.

متاعهم divisibles par 2 ، donc 2 diviseur commun . le PGCD الزوج deux nombres pairs : لا ، عمرهم ما يكونو
. premiers entre eux ماهومش par exemple ، le PGCD de 4 et 6 égale 2 : 4 et 6 . 1 موش ، au moins 2

Non, jamais : deux nombres pairs sont tous les deux divisibles par 2, donc 2 est un diviseur commun. Leur PGCD vaut au moins 2, et pas 1. Par exemple, le PGCD de 4 et 6 égale 2 : 4 et 6 ne sont pas premiers entre eux.

QUESTION 30 · COMPARER DEUX RÉELS

kifech n9aren zouz a3dad | comment comparer deux réels | 3lech na7sbou a moins b bech n9arnou | pourquoi on étudie le signe de a − b pour comparer | comment comparer deux fractions | chkoun akbar 7/11 wala 5/8 | l'ordre de deux nombres kifech na3refou

CE QU'IL ÉCRIT AU TABLEAU

$$\frac{7}{11} - \frac{5}{8} = \frac{56}{88} - \frac{55}{88} = \frac{1}{88} > 0$$
$$\frac{7}{11} > \frac{5}{8}$$

CE QU'IL RÉPOND

Ma n9arnouch deux nombres bel 3in : na7sbou la différence mte3hom w nchoufou le signe mte3ha. Ken a − b < 0, donc a < b ; ken a − b > 0, donc a > b. Par exemple, $\frac{7}{11} - \frac{5}{8} = \frac{56}{88} - \frac{55}{88} = \frac{1}{88}$: strictement positif, donc $\frac{7}{11} > \frac{5}{8}$.

ما نقارنوش deux nombres بالعين : نحسبو la différence متاعهم w نشوفو le signe متاعها . كان a moins b strictement positif ، donc a strictement كان ؛ strictement négatif ، donc a strictement inférieur à b sur 88 : 1 يعني ، supérieur à b . par exemple ، 7 sur 11 moins 5 sur 8 égale 56 sur 88 moins 55 sur 88 . strictement positif ، donc 7 sur 11 strictement supérieur à 5 sur 8

On ne compare pas deux nombres à l'œil : on calcule leur différence et on étudie son signe. Si a moins b est strictement négatif, a est strictement inférieur à b ; s'il est strictement positif, a est strictement supérieur à b. Par exemple, 7 sur 11 moins 5 sur 8 égale 56 sur 88 moins 55 sur 88, c'est-à-dire 1 sur 88 : c'est strictement positif, donc 7 sur 11 est strictement supérieur à 5 sur 8.

QUESTION 31 · COMPARER DEUX RÉELS

3lech le sens yetbaddel ki nadhrbou fi nombre négatif

pourquoi on change le sens de l'inégalité quand on multiplie par un négatif

ki na9sem 3la nombre négatif le sens yet9leb ?

multiplier une inégalité par un nombre négatif, pourquoi le sens change

si on divise par un nombre négatif le sens change ?

pourquoi le signe de l'inégalité change quand on multiplie par un négatif

CE QU'IL ÉCRIT AU TABLEAU

$$2 < 3 \Rightarrow -2 > -3$$

CE QU'IL RÉPOND

Ki nadhrbou fi nombre strictement négatif, les nombres y9albou lel jiha l o5ra mte3 0, w l'ordre mte3hom yet9leb. Par exemple, 2 < 3, ama −2 > −3. W ki n9asmou 3ala nombre strictement négatif, nafs el 7aja : le sens de l'inégalité yetbaddel zeda.

كي نضربو في nombre strictement négatif ، les nombres يقلبو للجيهة الأخرى متاع 0 ، w l'ordre متاعهم يتقلب . 2 inférieur à 3 ، par exemple ، أما w . moins 2 supérieur à moins 3 كي نقسمو على nombre strictement négatif ، نفس الشيء : le sens de l'inégalité يتبدّل زادة .

Multiplier par un nombre strictement négatif fait passer les nombres de l'autre côté de 0, et leur ordre se retourne. Par exemple, 2 est inférieur à 3, mais moins 2 est supérieur à moins 3. Et c'est pareil quand on divise par un nombre strictement négatif : le sens de l'inégalité change aussi.

QUESTION 32 · COMPARER DEUX RÉELS

ki nzid nombre négatif le sens yetbaddel ?

est-ce qu'ajouter un nombre négatif change le sens de l'inégalité

si on soustrait le même nombre le sens change ?

addition w le sens de l'inégalité

ajouter aux deux membres change le sens ?

retrancher un nombre d'une inégalité, le sens yet9leb ?

CE QU'IL ÉCRIT AU TABLEAU

$$2 < 5 \Rightarrow 2 - 7 < 5 - 7$$

$$-5 < -2$$

CE QU'IL RÉPOND

Ki tzid walla tna77i nafs el nombre men les deux membres, le sens 3omrou ma yetbaddel, 7atta ken el nombre négatif. Par exemple, 2 < 5, donc 2 − 7 < 5 − 7, ya3ni −5 < −2. Le sens ma yetbaddel ken ki todhrob walla t9assem 3ala nombre strictement négatif.

كي تزيد ولّا تنحّي نفس الـ nombre من les deux membres ، le sens عمرو ما يتبدّل ، حتّى كان الـ nombre négatif . par exemple ، 2 inférieur à 5 ، donc 2 moins 7 inférieur à 5 moins 7 ، يعني moins 5 inférieur à moins 2 . le sens ما يتبدّل كان كي تضرب ولّا تقسم على nombre strictement négatif .

Ajouter ou retrancher le même nombre aux deux membres ne change jamais le sens, même si ce nombre est négatif. Par exemple, 2 est inférieur à 5, donc 2 moins 7 est inférieur à 5 moins 7, c'est-à-dire moins 5 inférieur à moins 2. Le sens ne change que si on multiplie ou si on divise par un nombre strictement négatif.

QUESTION 33 · COMPARER DEUX RÉELS

chnowa el far9 bin inférieur w inférieur ou égal | différence entre strictement inférieur et inférieur ou égal | c'est quoi strictement | strictement supérieur w supérieur ou égal kifkif ? | inferieur ou egal ya3ni chnowa | strictement positif chnowa ma3neha

CE QU'IL ÉCRIT AU TABLEAU

$4 < 5 \quad \text{et} \quad 5 \leq 5$

$5 < 5$ est faux

CE QU'IL RÉPOND

Strictement ma3neha l'égalité memnou3a : 4 < 5, ama 5 < 5 ghalta. Inférieur ou égal ya9bel l'égalité : 5 ≤ 5 s7i7a. Kif kif, strictement positif ma3neha supérieur à 0, bla 0. Fel intervalle, le signe strict ya3ti crochet ouvert, w le signe ou égal ya3ti crochet fermé.

strictement inférieur à 5 . أما 5 موش ، strictement inférieur à 5 4 : ممنوعة l'égalité معناها strictement supérieur à معناها strictement positif ، كيف كيف . l'égalité : 5 inférieur ou égal à 5 يقبل inférieur ou égal . crochet fermé يعطي crochet ouvert ، w le signe ou égal يعطي l'intervalle ، le signe strict في . بلا 0 ، 0

Strictement veut dire que l'égalité est interdite : 4 est strictement inférieur à 5, mais 5 n'est pas strictement inférieur à 5. Inférieur ou égal accepte l'égalité : 5 est inférieur ou égal à 5. De même, strictement positif veut dire supérieur à 0, sans 0. Dans un intervalle, le signe strict donne un crochet ouvert, et le signe ou égal un crochet fermé.

QUESTION 34 · LES INTERVALLES DE R

chnowa el far9 bin crochet ouvert w fermé | différence entre intervalle ouvert et fermé | intervalle ouvert wala fermé kifech nfar9 | crochet ouvert ou fermé ça veut dire quoi | quand est-ce que le crochet est fermé ou ouvert | crochet fermé w ouvert ya3ni chnowa | intervalle m7loul w msakker

CE QU'IL ÉCRIT AU TABLEAU

$$[2\,;5[= \{x \in \mathbb{R} \mid 2 \leq x < 5\}$$

CE QU'IL RÉPOND

Le crochet houwa elli y9oul la borne mettekhdha walla le. Crochet fermé, kima feu rouge : nou9fou 3al borne, mettekhdha. Crochet ouvert, kima feu vert : ma nou9fouch 3liha, mahich mettekhdha. Par exemple, fi [2 ; 5[, x ≥ 2 w x < 5.

le crochet هو اللي يقول la borne متاخذة ولّا لا . crochet fermé ، كيف feu rouge : نوقفو على la borne ، crochet ouvert . متاخذة ، كيف feu vert : ما نوقفوش عليها ، ماهيش متاخذة . x ، dans [2 ; 5[par exemple . supérieur ou égal à 2 et strictement inférieur à 5

Le crochet dit si la borne est prise. Crochet fermé, c'est un feu rouge : on s'arrête sur la borne, elle est prise. Crochet ouvert, c'est un feu vert : on ne s'arrête pas dessus, elle n'est pas prise. Par exemple, dans [2 ; 5[, x est supérieur ou égal à 2 et strictement inférieur à 5.

QUESTION 35 · LES INTERVALLES DE R

3lech l'infini dima crochet ouvert | pourquoi le crochet est toujours ouvert à l'infini | est-ce qu'on peut fermer le crochet en +∞ | +∞ crochet fermé wala ouvert | pourquoi on ne ferme jamais le crochet de l'infini | moins l'infini crochet fermé ?

CE QU'IL ÉCRIT AU TABLEAU

$$]-\infty\,;3] \quad \text{et non} \quad [-\infty\,;3]$$

CE QU'IL RÉPOND

L'infini mouch nombre : 3omrek ma touslou, donc ma ynajjamch ykoun borne mettekhdha. Men jihet +∞ walla −∞, le crochet dima ouvert. Nektbou]−∞ ; 3], 3omrna ma nektbou [−∞ ; 3].

nombre موش l'infini : عمرك ما توصلو ، donc ما ينجّمش يكون borne متاخذة . من جيهة moins ولّا plus l'infini ، le crochet ديما ouvert . نكتبو]-∞ ; 3] ، عمرنا ما نكتبو [-∞ ; 3] .

L'infini n'est pas un nombre : on ne peut jamais l'atteindre, donc il ne peut pas être une borne prise. Du côté de plus l'infini ou de moins l'infini, le crochet est toujours ouvert. On écrit]-∞ ; 3], jamais [-∞ ; 3].

QUESTION 36 · LES INTERVALLES DE R

chnowa el far9 bin intersection w réunion | différence entre intersection et réunion | intersection w réunion kifech nfar9 binethom | c'est quoi l'intersection et la réunion de deux intervalles | ∩ w ∪ chnowa el far9 | kifech na7seb l'intersection w la réunion

CE QU'IL ÉCRIT AU TABLEAU

$$I \cap J = \{x \mid x \in I \text{ et } x \in J\}$$
$$I \cup J = \{x \mid x \in I \text{ ou } x \in J\}$$

CE QU'IL RÉPOND

L'intersection, I inter J, tekhou elli fel zouz intervalles m3a b3adhhom ; la réunion, I union J, tekhou elli fi wa7ed menhom 3al a9all. Dima nrasmouhom wa7ed ta7t e5or : l'intersection hiya la partie commune, w la réunion hiya koll chay mghatti b wa7ed menhom.

l'intersection ، I inter J ، تاخو اللي في الزوز intervalles مع بعضهم ؛ la réunion ، I union J ، تاخو اللي في واحد منهم على الأقل . ديما نرسموهم واحد تحت الآخر : l'intersection هي la partie commune ، w la réunion هي كل شيء مغطّي بواحد منهم .

L'intersection, I inter J, garde ce qui est dans les deux intervalles à la fois ; la réunion, I union J, garde ce qui est dans au moins un des deux. On les trace toujours l'un sous l'autre : l'intersection, c'est la partie commune, et la réunion, tout ce qui est couvert par l'un ou par l'autre.

QUESTION 37 · LES INTERVALLES DE R

kifech na7seb l'intersection de deux intervalles | comment trouver l'intersection de deux intervalles | comment calculer I ∩ J | intersection kifech nal9aha | méthode pour déterminer une intersection d'intervalles | kifech nel9a l'intersection ki les bornes mouch kif kif

CE QU'IL ÉCRIT AU TABLEAU

$$[1\,;6]\cap\,]4\,;9]=\,]4\,;6]$$

CE QU'IL RÉPOND

Nrasmou les deux intervalles wa7ed ta7t e5or. Nekhdhou la plus grande des bornes de gauche w la plus petite des bornes de droite, w ken la borne de gauche elli l9inaha tfout la borne de droite, l'intersection vide, ∅. Ken wa7ed mel zouz intervalles ma yekhouch borne, hiya zeda ma todkhelch fel intersection. Par exemple, l'intersection de [1 ; 6] et]4 ; 9] hiya]4 ; 6].

نرسمو les deux intervalles واحد تحت الآخر . ناخذو la plus grande des bornes de gauche w la plus petite des bornes de droite ، w كان la borne de gauche اللي لقيناها تفوت la borne de droite ، l'intersection vide كان واحد من الزوز intervalles ما ياخوش borne ، هي زادة ما تدخلش في l'intersection . par exemple ، l'intersection de [1 ; 6] et]4 ; 9] هي [4 ; 6[.

On trace les deux intervalles l'un sous l'autre. On garde la plus grande des bornes de gauche et la plus petite des bornes de droite ; si la borne de gauche obtenue dépasse celle de droite, l'intersection est vide. Si l'un des deux intervalles exclut une borne, elle est exclue de l'intersection. Par exemple, l'intersection de [1 ; 6] et]4 ; 9] est]4 ; 6].

QUESTION 38 · LES INTERVALLES DE R

kifech n7awel inégalité l intervalle | comment traduire une inégalité par un intervalle | comment écrire une inégalité sous forme d'intervalle | x supérieur ou égal kifech nektbouha b intervalle | strictement inférieur kifech nektbou b intervalle | inégalité w intervalle kifech

CE QU'IL ÉCRIT AU TABLEAU

$$x \geq a \iff x \in [a\,;+\infty[\qquad x > a \iff x \in\,]a\,;+\infty[$$

$x \leq a \iff x \in]-\infty\,;a]$ $\quad$ $x < a \iff x \in]-\infty\,;a[$

CE QU'IL RÉPOND

Koll signe ya3ti crochet mte3ou : b ou égal, la borne mettekhdha, crochet fermé ; b strictement, mahich mettekhdha, crochet ouvert. Par exemple, x ≥ a nektbouh [a ; +∞[, ama x > a nektbouh]a ; +∞[. W mel jiha l o5ra, x ≤ a nektbouh]−∞ ; a], w x < a nektbouh]−∞ ; a[.

كل signe يعطي crochet متاعو : بـ la borne ، متاخذة ou égal ، crochet fermé ؛ بـ strictement ، ماهيش متاخذة x strictement supérieur à a أما ،]∞+ ; a] نكتبوه crochet ouvert . par exemple ، x supérieur ou égal à a ، w x strictement inférieur à a ، [a ; ∞-[نكتبوه x inférieur ou égal à a ، من الجيهة الأخرى w .]∞+ ; a[نكتبوه]a ; ∞-[نكتبوه .

Chaque signe donne son crochet : avec ou égal, la borne est prise, crochet fermé ; avec strictement, elle n'est pas prise, crochet ouvert. Par exemple, x supérieur ou égal à a s'écrit [a ; +∞[, mais x strictement supérieur à a s'écrit]a ; +∞[. De l'autre côté, x inférieur ou égal à a s'écrit]-∞ ; a], et x strictement inférieur à a s'écrit]-∞ ; a[.

QUESTION 39 · ENCADRER ET APPROCHER

chnowa ma3neha encadrer | c'est quoi un encadrement | que veut dire encadrer un nombre | encadrement ya3ni chnowa | encadrer un nombre c'est quoi | chnowa el encadrement | définition d'un encadrement

CE QU'IL ÉCRIT AU TABLEAU

$1{,}41 < \sqrt{2} < 1{,}42$

CE QU'IL RÉPOND

Encadrer un nombre x ma3neha tal9a deux nombres ta3refhom, wa7ed ta7tou w wa7ed fou9ou : a ≤ x ≤ b. Par exemple, 1,41 < √2 < 1,42. Ma na3rfouch les décimales mte3 √2 el koll, ama na3rfou win yji.

encadrer un nombre x معناها تلقى deux nombres تعرفهم ، واحد تحتو w واحد فوقو : a inférieur ou égal à x inférieur ou égal à b . par exemple ، 1,41 inférieur à racine de 2 ، inférieur à 1,42 les ما نعرفوش . الكل ، أما نعرفو وين يجي racine de 2 متاع décimales .

Encadrer un nombre x, c'est trouver deux nombres connus, un en dessous et un au-dessus : a inférieur ou égal à x inférieur ou égal à b. Par exemple, 1,41 est inférieur à racine de 2, qui est inférieur à 1,42. On ne connaît pas toutes les décimales de racine de 2, mais on sait où il se trouve.

QUESTION 40 · ENCADRER ET APPROCHER

chnowa l'amplitude | c'est quoi l'amplitude d'un encadrement | comment calculer l'amplitude | amplitude kifech na7sbouha | l'amplitude ya3ni chnowa

CE QU'IL ÉCRIT AU TABLEAU

$1{,}42 - 1{,}41 = 0{,}01$

CE QU'IL RÉPOND

L'amplitude mte3 encadrement hiya la différence bin les deux bornes : b − a. Pour 1,41 < √2 < 1,42, l'amplitude hiya 1,42 − 1,41 = 0,01. Koll ma ton9os l'amplitude, koll ma l'encadrement ywalli ad9a.

les deux bornes : b moins a . pour 1,41 inférieur à بين la différence هي encadrement متاع l'amplitude هي racine de 2 inférieur à 1,42 ، l'amplitude moins 1,41 1,42 ، يعني 0,01 . كل ما تنقص l'amplitude ، كل ما l'encadrement يولّي أدقّ .

L'amplitude d'un encadrement, c'est l'écart entre ses deux bornes : b moins a. Pour 1,41 inférieur à racine de 2 inférieur à 1,42, l'amplitude est 1,42 moins 1,41, c'est-à-dire 0,01. Plus l'amplitude est petite, plus l'encadrement est précis.

QUESTION 41 · ENCADRER ET APPROCHER

comment encadrer une somme | kifech nencadri somme | encadrement d'une somme kifech | pour encadrer une somme on ajoute les bornes ? | kifech nejm3ou zouz encadrements | encadrer la somme racine de 2 plus racine de 3 | kifech nencadri x plus y

CE QU'IL ÉCRIT AU TABLEAU

$$1{,}41 + 1{,}73 < \sqrt{2} + \sqrt{3} < 1{,}42 + 1{,}74$$
$$3{,}14 < \sqrt{2} + \sqrt{3} < 3{,}16$$

CE QU'IL RÉPOND

Fi la somme, nejem3ou les bornes de gauche m3a b3adhhom, w les bornes de droite m3a b3adhhom. Par exemple, b 1,41 < √2 < 1,42 w 1,73 < √3 < 1,74, nal9aw 3,14 < √2 + √3 < 3,16. Rodd belek, hedha ken lel somme : lel différence n3addiw bel opposé.

par exemple . مع بعضهم w les bornes de droite ، مع بعضهم les bornes de gauche نجمعو ، la somme في ، بـ 1,41 1,74 inférieur à racine de 2 inférieur à 1,42 et 1,73 inférieur à racine de 3 inférieur à نلقاو 3,14 ، inférieur à racine de 2 plus racine de 3 inférieur à 3,16 . رد بالك ، هذا كان للـ somme : للـ différence نعدّيو بالـ opposé .

Pour une somme, on ajoute les bornes de gauche entre elles, et les bornes de droite entre elles. Par exemple, avec 1,41 inférieur à racine de 2 inférieur à 1,42, et 1,73 inférieur à racine de 3 inférieur à 1,74, on trouve 3,14 inférieur à racine de 2 plus racine de 3 inférieur à 3,16. Attention, c'est vrai pour une somme seulement : pour une différence, on passe par l'opposé.

QUESTION 42 · ENCADRER ET APPROCHER

comment encadrer une différence | pourquoi on ne soustrait pas les encadrements membre à membre | 3lech ma nnajmouch natra7ou les encadrements | encadrement mta3 x moins y kifech | encadrer une différence pourquoi l'opposé | kifech nencadri la différence x moins y | comment encadrer x moins y

CE QU'IL ÉCRIT AU TABLEAU

$$1{,}73 < \sqrt{3} < 1{,}74 \;\Rightarrow\; -1{,}74 < -\sqrt{3} < -1{,}73$$

$$1{,}41 - 1{,}74 < \sqrt{2} - \sqrt{3} < 1{,}42 - 1{,}73$$

CE QU'IL RÉPOND

3omrna ma natra7ou deux encadrements membre à membre : x − y ykoun asghar ma yomken ki x asghar ma yomken w y akbar ma yomken. 3ala hakka n3addiw bel opposé : nencadrer −y, les bornes yetbadlou blayes w ybadlou le signe, w ba3d nejem3ou. M3a √2 w √3, la borne de gauche hiya 1,41 − 1,74, mouch 1,41 − 1,73.

عمرنا ما نطرحو deux encadrements membre à membre : x moins y يكون أصغر ما يمكن كي x أصغر ما يمكن y أكبر ما يمكن . على هكّا نعدّيو بالـ opposé : نـ les bornes ، encadrer moins y يتبدّلو بلايص w يبدّلو le signe w ، من بعد نجمعو . مع la borne de gauche ، racine de 2 et racine de 3 هي 1,41 1,74 moins ، موش 1,41 moins 1,73.

On ne soustrait jamais deux encadrements membre à membre : x moins y est le plus petit quand x est le plus petit et y le plus grand. On passe donc par l'opposé : on encadre moins y, dont les bornes s'échangent et changent de signe, puis on additionne. Avec racine de 2 et racine de 3, la borne de gauche est 1,41 moins 1,74, et non 1,41 moins 1,73.

QUESTION 43 · ENCADRER ET APPROCHER

comment encadrer un produit | kifech nencadri x fois y | encadrement d'un produit kifech | est-ce qu'on multiplie les encadrements membre à membre | encadrer x × y | on peut multiplier deux encadrements ?

CE QU'IL ÉCRIT AU TABLEAU

$$2 \leq x \leq 3 \text{ et } 4 \leq y \leq 5 \;\Rightarrow\; 8 \leq xy \leq 15$$

CE QU'IL RÉPOND

Lel produit mte3 des nombres positifs, nadhrbou les bornes de gauche entre elles, w les bornes de droite entre elles. Par exemple, ken 2 ≤ x ≤ 3 w 4 ≤ y ≤ 5, donc 8 ≤ xy ≤ 15. Rodd belek : el 9a3da hedhi ma tekhdem ken ki les nombres el koll positifs.

للـ produit متاع des nombres positifs ، نضربو les bornes de droite w les bornes de gauche entre elles . par exemple ، كان entre 8 et 15 donc x fois y ، entre 4 et 5 y w entre 2 et 3 x . رد بالك : القاعدة هاذي ما تخدم كان كي les nombres الكل positifs .

Pour un produit de nombres positifs, on multiplie les bornes de gauche entre elles, et les bornes de droite entre elles. Par exemple, si x est entre 2 et 3 et y entre 4 et 5, alors x fois y est entre 8 et 15. Attention : cette règle ne vaut que si tous les nombres sont positifs.

QUESTION 44 · ENCADRER ET APPROCHER

c'est quoi une valeur approchée | chnowa valeur approchée par défaut w par excès | valeur approchée par défaut ya3ni chnowa | différence entre valeur approchée par défaut et par excès | chnowa el far9 bin encadrement w valeur approchée | 1,41 valeur approchée de √2 ?

CE QU'IL ÉCRIT AU TABLEAU

$1{,}41 < \sqrt{2} < 1{,}42$

par défaut : 1,41 par excès : 1,42

CE QU'IL RÉPOND

Fel encadrement 1,41 < √2 < 1,42, koll borne hiya valeur approchée de √2 à 0,01 près. 1,41, elli ta7t, hiya la valeur approchée par défaut ; 1,42, elli fou9, hiya la valeur approchée par excès. Koll ma la différence binethom tosghar, koll ma l'approximation tkoun ad9a.

valeur approchée de racine هي borne كل ، l'encadrement 1,41 inférieur à racine de 2 inférieur à 1,42 في la valeur هي ، اللي فوق ، 1,42 ؛ la valeur approchée par défaut هي ، اللي تحت ، de 2 à 0,01 près . 1,41 l'approximation تكون أدقّ . بيناتهم تصغر ، كل ما la différence . كل ما approchée par excès

Dans l'encadrement 1,41 inférieur à racine de 2 inférieur à 1,42, chaque borne est une valeur approchée de racine de 2 à 0,01 près. 1,41, en dessous, est la valeur approchée par défaut ; 1,42, au-dessus, est la valeur approchée par excès. Plus l'écart entre les deux est petit, plus l'approximation est précise.

QUESTION 45 · LA VALEUR ABSOLUE

valeur absolue tnajjem tkoun négative ? | est-ce qu'une valeur absolue peut être négative | pourquoi la valeur absolue est toujours positive | 3lech valeur absolue dima positive | valeur absolue d'un nombre négatif chnowa | valeur absolue ta3ti nombre bel na9es ?

CE QU'IL ÉCRIT AU TABLEAU

$|-3| = |3| = 3$

CE QU'IL RÉPOND

La valeur absolue dima positive ou nulle, 3omrha ma tkoun strictement négative : hiya distance, la distance mte3 nombre à 0. Tna77i le signe w tkhalli el nombre : |−3| = 3, w |3| = 3 zeda. Ma tsewi 0 ken l 0.

distance ، la distance هي : strictement négative تكون ما عمرها ، positive ou nulle ديما la valeur absolue nombre : la valeur absolue de moins 3 égale 3 ، w la valeur الـ تخلّي le signe w تنحّي . nombre à 0 متاع زادة . ما تساوي 0 كان لـ 0 . absolue de 3 égale 3

Une valeur absolue est toujours positive ou nulle, jamais strictement négative : c'est une distance, la distance d'un nombre à 0. Elle enlève le signe et garde le nombre : la valeur absolue de moins 3 égale 3, et celle de 3 égale 3 aussi. Elle ne vaut 0 que pour 0.

QUESTION 46 · LA VALEUR ABSOLUE

3lech valeur absolue de x égale moins x ki x négatif | pourquoi la valeur absolue de x égale −x si x est négatif | valeur absolue de x = -x, mais -x c'est négatif non ? | valeur absolue de x egale moins x 3lech ki x négatif | si x négatif valeur absolue de x égale moins x, kifech tkoun positive

CE QU'IL ÉCRIT AU TABLEAU

$x = -4 \ : \ |x| = -x = -(-4) = 4$

CE QU'IL RÉPOND

Ki x négatif, −x positif : −x houwa l'opposé de x. Par exemple, ken x = −4, donc −x = −(−4) = 4. Le signe moins 9eddem 7arf ma ya3nich elli el nombre négatif.

x égale moins 4 ، donc كان ، l'opposé de x . par exemple هو x négatif ، moins x positif : moins x كي . nombre négatif الـ اللي يعنيش ما حرف قدّام le signe moins . 4 يعني ، moins x égale l'opposé de moins 4

Quand x est négatif, moins x est positif : moins x, c'est l'opposé de x. Par exemple, pour x égale moins 4, moins x égale l'opposé de moins 4, c'est-à-dire 4. Le signe moins devant une lettre ne veut pas dire que le nombre est négatif.

QUESTION 47 · LA VALEUR ABSOLUE

3lech équation valeur absolue ta3ti zouz solutions | pourquoi une équation avec valeur absolue a deux solutions | kifech n7el équation fiha valeur absolue | comment résoudre une équation avec une valeur absolue | valeur absolue égale à un nombre négatif, combien de solutions ? | pourquoi deux cas avec la valeur absolue | valeur absolue égale un nombre kifech n7elha

CE QU'IL ÉCRIT AU TABLEAU

$$|A| = k \ \ (k > 0) \iff A = k \ \text{ ou } \ A = -k$$
$$|A| = 0 \iff A = 0 \qquad |A| = k \ \ (k < 0) : \ \text{aucune solution}$$

CE QU'IL RÉPOND

Zouz nombres opposés 3andhom nafs el distance à 0 : 3ala hakka na3mlou deux cas. Ken k strictement positif, |A| = k ta3ti A = k ou A = −k. Ken k = 0, famma un seul cas, A = 0 ; w ken k strictement négatif, ma famma 7atta solution, 5ater distance dima positive ou nulle.

k strictement positif ، كان . deux cas على هكّا نعملو : distance à 0 الـ عندهم نفس nombres opposés زوز . A égale k ou A égale moins k تعطي valeur absolue de A égale k un seul cas ، A فمّا ، k égale 0 كان . positive ou nulle ديما distance خاطر ، solution حتّى فمّا ما ، k strictement négatif كان w ؛ égale 0

Deux nombres opposés sont à la même distance de 0 : c'est pour ça qu'on traite deux cas. Si k est strictement positif, valeur absolue de A égale k donne A égale k ou A égale moins k. Si k égale 0, il n'y a qu'un cas, A égale 0 ; et si k est strictement négatif, il n'y a aucune solution, car une distance est toujours positive ou nulle.

QUESTION 48 · LA VALEUR ABSOLUE

3lech racine de x carré égale valeur absolue de x | pourquoi $\sqrt{(x^2)} = |x|$ et pas x | racine carrée de x au carré, pourquoi ce n'est pas x | $\sqrt{x^2} = x$? | racine de x^2 kifech | pourquoi racine de $(-4)^2 = 4$

CE QU'IL ÉCRIT AU TABLEAU

$$\sqrt{(-4)^2} = \sqrt{16} = 4 = |-4|$$

$$\sqrt{x^2} = |x|$$

CE QU'IL RÉPOND

La racine carrée dima positive walla nulle. Ken x = −4, x² = 16, w √16 = 4, mouch −4. Donc √(x²) ma trajja3ch x, trajja3 x bla signe : hiya |x|.

x égale moins 4 ، x au carré égale 16 ، w racine de 16 égale 4 كان . nulle ولّا positive ديما la racine carrée la valeur absolue de هي : signe بلا x ترجّع ، x ما ترجّعش moins 4 . donc racine carrée de x au carré موش ، . x

Une racine carrée est toujours positive ou nulle. Si x égale moins 4, x au carré égale 16, et racine de 16 égale 4, pas moins 4. Racine carrée de x au carré ne redonne donc pas x, mais x sans son signe : c'est la valeur absolue de x.

QUESTION 49 · LA VALEUR ABSOLUE

3lech valeur absolue hiya distance | pourquoi la valeur absolue est une distance | valeur absolue de x moins y distance kifech | chnowa ma3neha valeur absolue = distance | la valeur absolue comme distance sur la droite

CE QU'IL ÉCRIT AU TABLEAU

$$|x - y| = \text{distance entre } x \text{ et } y$$
$$|x + 3| = |x - (-3)| = \text{distance entre } x \text{ et } -3$$

CE QU'IL RÉPOND

|x| hiya la distance entre x et 0 sur la droite des réels. W b sifa 3amma, |x − y| hiya la distance entre x et y. Par exemple, |x − 3| hiya la distance entre x et 3, w |x + 3| hiya la distance entre x et −3.

valeur absolue ، بصفة عامّة la distance entre x et 0 sur la droite des réels . w هي la valeur absolue de x la distance هي la distance entre x et y . par exemple ، valeur absolue de (x moins 3) هي de (x moins y) . la distance entre x et moins 3 هي entre x et 3 ، w valeur absolue de (x plus 3)

La valeur absolue de x, c'est la distance entre x et 0 sur la droite des réels. Plus généralement, valeur absolue de (x moins y), c'est la distance entre x et y. Par exemple, valeur absolue de (x moins 3) est la distance entre x et 3, et valeur absolue de (x plus 3) est la distance entre x et moins 3.

QUESTION 50 · LA VALEUR ABSOLUE

kifech na7seb valeur absolue | comment calculer une valeur absolue | valeur absolue kifech tet7seb | comment on calcule la valeur absolue d'une soustraction | méthode pour calculer une valeur absolue

CE QU'IL ÉCRIT AU TABLEAU

$$|6 - 13| = |-7| = 7$$

CE QU'IL RÉPOND

Na7sbou 9bal elli dakhel les barres, w ba3d nna77iw le signe. Par exemple, $|6 - 13| : 6 - 13 = -7$, w $|-7| = 7$. La valeur absolue tfasa5 le signe, 3omrha ma tfasa5 el nombre.

نحسبو قبل اللي داخل les barres ، w من بعد ننحّيو : (6 moins 13) valeur absolue de ، par exemple . le signe تفسخ 6 moins 13 égale moins 7 ، w valeur absolue de moins 7 égale 7 . la valeur absolue عمرها ، le signe ما تفسخ الـ nombre .

On calcule d'abord ce qu'il y a à l'intérieur des barres, puis on enlève le signe. Par exemple, pour valeur absolue de (6 moins 13) : 6 moins 13 égale moins 7, et valeur absolue de moins 7 égale 7. La valeur absolue efface le signe, jamais le nombre.

Les exercices — avec les corrigés

EXERCICE 1 · BASE Deux valeurs absolues

Calculer $A = |3 - 7| + |-2|$.

A7seb $A = |3 - 7| + |-2|$.

أحسب 2 moins valeur absolue de ، plus 7 moins 3 parenthèse la de absolue valeur la égale A.

Réponse attendue : 6

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Une valeur absolue est toujours positive ou nulle : c'est une distance à 0.

   La valeur absolue dima positive ou nulle : hiya une distance à 0.

   la valeur absolue ديما positive ou nulle: هي 0 à distance une.

2. Commence par calculer ce qu'il y a **à l'intérieur** des barres, puis prends le résultat sans son signe.

   Abda b 7sab elli **dakhel** les barres, w ba3d 5ou le résultat bla le signe mte3ou.

   ابدا بحساب اللّي داخل les barres، w بعد خوذ le résultat بلا le signe متاعو.

CORRECTION

À l'intérieur — On calcule d'abord la soustraction.

$3 - 7 = -4$

Awel 7aja elli dakhel les barres : na7sbou la soustraction. $3 - 7 = -4$

أوّل حاجة اللّي داخل les barres: نحسبو la soustraction. 3 moins 7 égale moins 4

-4 est à la distance 4 de zéro.

$|3 - 7| = |-4| = 4$

-4 yeb3ed 3la zéro b 4. Donc $|3 - 7| = |-4| = 4$

donc la valeur absolue de la parenthèse 3 moins 7, égale la valeur absolue de 4. بـ zéro على يبعد moins 4

moins 4 égale 4

Même chose pour le second terme.

$|-2| = 2$

Nafs el 7aja m3a le second terme : $|-2| = 2$

نفس الحاجة مع 2 égale 2 le second terme: la valeur absolue de moins

$$A = 4 + 2 = 6$$

La valeur absolue efface le signe, jamais le nombre. On additionne ensuite deux quantités positives.

> La valeur absolue tna77i le signe, 3omrha ma tna77i le nombre. W ba3d nejem3ou deux quantités positives.
>
> .deux quantités positives بعد نجمعو le nombre. w عمرها ما تنحّي ،le signe تنحّي la valeur absolue

PIÈGES ANTICIPÉS

-6 → Tu as supprimé les barres sans enlever les signes : $3 - 7 + (-2) = -6$. Or une somme de valeurs absolues ne peut pas être négative.

> Na77it les barres w khallit les signes : $3 - 7 + (-2) = -6$. Ama une somme de valeurs absolues 3omrha ma tkoun négative.
>
> une somme de valeurs أما .les signes: 3 moins 7 plus moins 2 égale moins 6 خلّيت les barres w نحّيت absolues عمرها ما تكون négative.

-2 → Tu as écrit $|3 - 7| = -4$. Impossible : $|x| \geq 0$ dans tous les cas.

> Ktebt $|3 - 7| = -4$. Hedha mosta7il : $|x| \geq 0$ dima.
>
> la valeur absolue de x :هذا مستحيل .la valeur absolue de la parenthèse 3 moins 7, égale moins 4 كتبت supérieur ou égal à 0 ديما.

EXERCICE 2 · BASE

D'une inégalité à un intervalle

Traduis l'inégalité $-3 \leq x < 5$ par un intervalle.

Écrire l'intervalle, avec les bons crochets.

> Ekteb l'inégalité $-3 \leq x < 5$ b un intervalle, b les crochets es-s7a7.
>
> .les crochets الصحّاح ،un intervalle بـ l'inégalité moins 3 inférieur ou égal à x inférieur à 5 أكتب

Réponse attendue : `[-3;5[` — aussi acceptées : [-3,5[

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Un crochet **fermé** signifie que la borne est prise ; un crochet **ouvert** qu'elle ne l'est pas.
   > Crochet **fermé** ma3neha la borne mettekhdha. Crochet **ouvert** ma3neha la borne mahich mettekhdha.
   >
   > .la borne معناها crochet ouvert .متاخذة la borne معناها crochet fermé ما هيش متاخذة
2. Regarde chaque signe séparément : $\leq$ prend la borne, $<$ ne la prend pas.
   > Chouf koll signe wa7dou : $\leq$ yekhou la borne, w $<$ ma yekhouhech.
   >
   > .la borne، w inférieur à ياخو inférieur ou égal à :شوف كل signe وحدو ما ياخوهاش

CORRECTION

Borne de gauche — $-3 \leq x$: la valeur -3 est atteinte, le crochet se ferme.

$$-3 \leq x \Rightarrow [-3$$

> La borne de gauche : $-3 \leq x$, ya3ni -3 nousloulha, donc le crochet fermé. $-3 \leq x \Rightarrow [-3$
>
> donc le crochet fermé. moins 3 نوصلولها، ، يعني la borne de gauche: moins 3 inférieur ou égal à x inférieur ou égal à x donc moins 3 inclus

Borne de droite — $x < 5$: la valeur 5 n'est pas atteinte, le crochet s'ouvre.

$x < 5 \Rightarrow 5[$

> La borne de droite : $x < 5$, ya3ni 5 ma nousloulhech, donc le crochet ouvert. $x < 5 \Rightarrow 5[$
>
> donc le crochet ouvert. x inférieur à 5 donc 5 exclu ،يعني 5 ما نوصلولهاش ، la borne de droite: x inférieur à 5

$x \in [-3\,;5[$

Le crochet suit le signe : fermé pour $\leq$, ouvert pour $<$.

> Le crochet yetba3 le signe : fermé m3a $\leq$, w ouvert m3a $<$.
>
> .inférieur à مع inférieur ou égal à ، w ouvert مع le signe: fermé يتبع le crochet

PIÈGES ANTICIPÉS

`]-3;5] / ]-3,5]` → Tu as inversé les deux crochets. $\leq$ prend la borne, $<$ ne la prend pas.

> Baddelt les deux crochets blaysethom. $\leq$ yekhou la borne, w $<$ ma yekhouhech.
>
> .ما ياخوهاش la borne، w inférieur à ياخو inférieur ou égal à .بلايصهم les deux crochets بدّلت

`[-3;5] / [-3,5]` → $x < 5$: la valeur 5 n'est pas atteinte, son crochet doit rester ouvert.

> $x < 5$: el 5 ma nousloulhech, donc le crochet mte3ha lezem yo93ed ouvert.
>
> .ouvert متاعها لازم يقعد donc le crochet ،5 ما نوصلولهاش الـ :x inférieur à 5

EXERCICE 3 · PRATIQUE

Comparer deux fractions

On pose $A = \dfrac{5}{7}$ et $B = \dfrac{7}{9}$. Calculer $A - B$ pour les comparer.

Donner la valeur de $A - B$.

> 3andna $A = \dfrac{5}{7}$ et $B = \dfrac{7}{9}$. A7seb $A - B$ bech tcomparer binethom. W a3tini la valeur de $A - B$.
>
> la valeur de A أعطيني w .بيناتهم comparer تـ باش A moins B أحسب .A égale 5 sur 7 et B égale 7 sur 9 عندنا
>
> .moins B

Réponse attendue : `-4/63`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Pour comparer deux nombres, on étudie le **signe de leur différence**.

   > Bech ncomparer deux nombres, nchoufou le **signe de leur différence**.
   >
   > .le signe de leur différence نشوفو ،comparer deux nombres باش تـ

2. Réduis au même dénominateur avant de soustraire.

   $7 \times 9 = 63$

   > 9bal la soustraction, 7ott les deux fractions 3la nafs le dénominateur : $7 \times 9 = 63$
   >
   > le dénominateur: 7 fois 9 égale 63 على نفس les deux fractions حطّ ،la soustraction قْبَلْ

CORRECTION

Même dénominateur — On multiplie chaque fraction pour arriver à 63.

$A = \frac{5\times9}{63} = \frac{45}{63}$; $B = \frac{7\times7}{63} = \frac{49}{63}$

> Nafs le dénominateur : ndhorbou koll fraction bech nousslou l 63. $A = \frac{5\times9}{63} = \frac{45}{63}$; $B = \frac{7\times7}{63} = \frac{49}{63}$

> A égale 5 fois 9, le tout sur 63 égale 45 sur 63; B نفس le dénominateur: نضربو كل fraction باش نوصلو لـ 63. égale 7 fois 7, le tout sur 63 égale 49 sur 63

On soustrait les numérateurs, le dénominateur ne bouge pas.

$A - B = \frac{45-49}{63}$

> Nan9sou les numérateurs, w le dénominateur ma yetbaddelch. $A - B = \frac{45-49}{63}$
> A moins B égale 45 moins 49, le tout sur 63 .ما يتبدّلش les numérateurs، w le dénominateur ننقصو

$A - B = -\frac{4}{63}$

La différence est négative, donc A est plus petit que B.

> La différence 5arjet négative, donc A est plus petit que B.
> .négative، donc A est plus petit que B خرجت la différence

PIÈGES ANTICIPÉS

-2/63 → Tu as mis 63 au dénominateur mais gardé 5 et 7 au numérateur. Quand le dénominateur est multiplié, le numérateur doit l'être aussi.

> 7attit 63 fi le dénominateur, ama khallit 5 et 7 fi le numérateur. Ki ndhorbou le dénominateur, lezem ndhorbou le numérateur zeda.
> حطّيت 63 في le dénominateur، أما خلّيت 5 et 7 في le numérateur. كي نضربو le dénominateur، لازم نضربو le numérateur زادة.

4/63 → Tu as calculé $B - A$ au lieu de $A - B$. L'ordre compte : c'est lui qui donne le sens de la comparaison.

> 7sebt $B - A$ fi blasset $A - B$. L'ordre mohem : houwa elli ya3tina le sens de la comparaison.
> حسبت B moins A في بلاصة A moins B. l'ordre مهمّ: هو اللّي يعطينا le sens de la comparaison.

EXERCICE 4 · PRATIQUE Encadrer une expression

On sait que $1{,}41 < \sqrt{2} < 1{,}42$. On veut encadrer $3\sqrt{2} - 1$.

Donner la borne inférieure de l'encadrement.

> Na3rfou elli $1{,}41 < \sqrt{2} < 1{,}42$. N7ebbou nencadrer $3\sqrt{2} - 1$. A3tini la borne **inférieure** mte3 l'encadrement.
> نعرفو اللّي 1,41 inférieur à racine carrée de 2 inférieur à 1,42. نحبّو نـ encadrer 3 racine carrée de 2 moins 1.
> أعطيني la borne inférieure متاع l'encadrement.

Réponse attendue : `3.23`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Multiplier par 3, qui est positif, ne change pas le sens de l'inégalité.
   > Ki ndhorbou fi 3, w houwa positif, le sens de l'inégalité ma yetbaddelch.
   > كي نضربو في 3 ، w هو positif، le sens de l'inégalité ما يتبدّلش.
2. Une fois multiplié, on retire 1 aux **trois** membres de l'encadrement.
   > Ba3d ma ndhorbou, nna77iw 1 men les **trois** membres mte3 l'encadrement.
   > بعد ما نضربو، ننحّيو 1 من les trois membres متاع l'encadrement.

CORRECTION

Multiplier par 3 — $3 > 0$: le sens est conservé.

$$3 \times 1{,}41 < 3\sqrt{2} < 3 \times 1{,}42$$

> Ndhorbou fi 3 : $3 > 0$, donc le sens ma yetbaddelch. $3 \times 1{,}41 < 3\sqrt{2} < 3 \times 1{,}42$
>
> fois 1,41 inférieur à 3 racine carrée de 2 inférieur à 3 3 .ما يتبدّلش supérieur à 0 ، donc le sens 3 :3 نضربو في fois 1,42

$$4{,}23 < 3\sqrt{2} < 4{,}26$$

Retirer 1 — On retire 1 partout : le sens est encore conservé.

$$4{,}23 - 1 < 3\sqrt{2} - 1 < 4{,}26 - 1$$

> Nna77iw 1 : nna77iw 1 men koll blasa, w le sens zeda ma yetbaddelch. $4{,}23 - 1 < 3\sqrt{2} - 1 < 4{,}26 - 1$
>
> moins 1 inférieur à 3 racine carrée de 2 moins 1 4,23 .زادة ما يتبدّلش w le sens ،ننحّيو 1 من كل بلاصة :ننحّيو 1 inférieur à 4,26 moins 1

$$3{,}23 < 3\sqrt{2} - 1 < 3{,}26$$

On applique la même opération aux trois membres, dans l'ordre des opérations de l'expression.

> Na3mlou nafs l'opération 3la les trois membres, b l'ordre des opérations mte3 l'expression.
>
> .l'expression متاع l'ordre des opérations بـ ،les trois membres على l'opération نفس نعملو

PIÈGES ANTICIPÉS

`4.23` → Tu t'es arrêté après la multiplication par 3. Il reste à retirer 1.

> Wa9aft ba3d la multiplication par 3. Mazel lezem tna77i 1.
>
> .1 مازال لازم تنحّي .la multiplication par 3 وقفت بعد

`3.26` → C'est la borne **supérieure** : elle vient de $1{,}42$. La borne inférieure part de $1{,}41$.

> Hedhi la borne **supérieure** : jeya men $1{,}42$. La borne inférieure tebda men $1{,}41$.
>
> .1,41 من تبدا la borne inférieure .1,42 جاية من :la borne supérieure هاذي

EXERCICE 5 · RAISONNEMENT

Intersection de deux intervalles

Soient $I = [-3\,;5[$ et $J =]1\,;7]$. Déterminer $I \cap J$.

Écrire l'intervalle intersection.

> 3andna $I = [-3\,;5[$ et $J =]1\,;7]$. Lawwej 3la $I \cap J$, w ekteb l'intervalle intersection.
>
> I inter على لوّج .I égale l'intervalle de moins 3 inclus à 5 exclu et J égale l'intervalle de 1 exclu à 7 inclus عندنا .l'intervalle intersection أكتب J ، w

Réponse attendue : `]1;5[` — aussi acceptées :]1,5[

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Trace les deux intervalles l'un sous l'autre sur une même droite. L'intersection est la zone commune.
   > Orsem les deux intervalles wa7ed ta7t el e5er 3la nafs la droite. L'intersection hiya la zone commune.
   >
   > .la zone commune هي la droite. l'intersection أرسم les deux intervalles واحد تحت الآخر على نفس
2. On garde la **plus grande** borne de gauche et la **plus petite** borne de droite.
   > N5alliw la **plus grande** borne de gauche, w la **plus petite** borne de droite.

> نخلّيو la plus grande borne de gauche، w la plus petite borne de droite.

3. Pour chaque borne retenue, garde le crochet de l'intervalle **le plus strict** : si l'un exclut la borne, elle est exclue.

> Koll borne 5allitha, 5ou le crochet mte3 l'intervalle **le plus strict** : ken wa7ed menhom yexclure la borne, hiya exclue.
>
> كل borne خلّيتها، خوذ le crochet متاع l'intervalle le plus strict: كان واحد منهم يـ exclure la borne، هي exclue.

CORRECTION

Bornes de gauche — Entre -3 et 1, on garde la plus grande. Or 1 est exclu de J.

$$\max(-3\,;1) = 1 \quad \text{et} \quad 1 \notin J$$

> Les bornes de gauche : bin -3 et 1, n5alliw la plus grande. Ama 1 exclu de J. $\max(-3\,;1) = 1$ et $1 \notin J$
>
> les bornes de gauche: بين moins 3 et 1، نخلّيو la plus grande. أما 1 1 exclu de J. max de moins 3 et 1 égale 1 et 1 n'appartient pas à J

Bornes de droite — Entre 5 et 7, on garde la plus petite. Or 5 est exclu de I.

$$\min(5\,;7) = 5 \quad \text{et} \quad 5 \notin I$$

> Les bornes de droite : bin 5 et 7, n5alliw la plus petite. Ama 5 exclu de I. $\min(5\,;7) = 5$ et $5 \notin I$
>
> les bornes de droite: بين 5 et 7، نخلّيو la plus petite. أما 5 n'appartient pas à I exclu de I. min de 5 et 7 égale 5 et 5

Les deux bornes sont exclues : les deux crochets sont ouverts.

$$I \cap J =]1\,;5[$$

> Ya3ni les deux bornes exclues, donc les deux crochets ouverts. $I \cap J =]1\,;5[$
>
> يعني les deux bornes exclues، donc les deux crochets ouverts. I inter J égale l'intervalle de 1 exclu à 5 exclu

Une borne n'appartient à l'intersection que si elle appartient aux deux intervalles à la fois.

> La borne ma tetba3 l'intersection ken ki tetba3 les deux intervalles fi nafs el wa9t.
>
> la borne ما تتبع l'intersection كان كي تتبع les deux intervalles في نفس الوقت.

PIÈGES ANTICIPÉS

`[-3;7] / [-3,7]` → Ça, c'est $I \cup J$, la réunion. L'intersection ne garde que ce qui appartient aux **deux** intervalles.

> Hedha $I \cup J$, la réunion. L'intersection ma t5alli ken elli yetba3 les **deux** intervalles.
>
> هذا la réunion. l'intersection ما تخلّي كان اللّي يتبع les deux intervalles ،I union J.

`[1;5[ / [1,5[` → $J =]1\,;7]$: la valeur 1 n'appartient pas à J, donc elle ne peut pas appartenir à l'intersection.

> $J =]1\,;7]$: el 1 ma yetba3ch J, donc ma ynajjemch yetba3 l'intersection.
>
> J égale l'intervalle de 1 exclu à 7 inclus: الـ 1 ما يتبعش donc ، J ما ينجّمش يتبع l'intersection.

EXERCICE 6 · DEFI Une équation avec valeur absolue

Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $|2x - 1| = 7$.

Donner la **plus grande** des deux solutions.

> Nrésoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $|2x - 1| = 7$. W a3tini la **plus grande** men les deux solutions.

la plus أعطيني résoudre dans ère l'équation la valeur absolue de la parenthèse 2x moins 1, égale 7. w نـ
.les deux solutions من grande

Réponse attendue : 4

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Une valeur absolue égale à un nombre strictement positif donne toujours **deux** équations.

   Ki la valeur absolue égale un nombre strictement positif, dima ta3tina **deux** équations.

   .deux équations ديما تعطينا ،la valeur absolue égale un nombre strictement positif كي

2. Applique la règle à $A = 2x - 1$ et $k = 7$.

   $|A| = k \iff A = k \text{ ou } A = -k$

   Tabba9 la règle 3la $A = 2x - 1$ et $k = 7$: $|A| = k \iff A = k$ ou $A = -k$

   A égale 2x moins 1 et k égale 7: la valeur absolue de A égale k équivaut à A égale k ou على la règle طبّق
   A égale moins k

3. Résous les deux équations du premier degré, puis compare les deux résultats.

   Nrésoudre les deux équations du premier degré, w ba3d ncomparer les deux résultats.

   .comparer les deux résultats نـ بعد résoudre les deux équations du premier degré، w نـ

CORRECTION

Deux cas — $7 > 0$: l'équation se sépare en deux.

$|2x - 1| = 7 \iff 2x - 1 = 7 \text{ ou } 2x - 1 = -7$

Deux cas : $7 > 0$, donc l'équation tetfarra9 3la zouz. $|2x - 1| = 7 \iff 2x - 1 = 7$ ou $2x - 1 = -7$

la valeur absolue de la parenthèse 2x moins 1, .زوز على تتفرّق deux cas: 7 supérieur à 0 ، donc l'équation
égale 7 équivaut à 2x moins 1 égale 7 ou 2x moins 1 égale moins 7

Premier cas —

$2x - 1 = 7 \iff 2x = 8 \iff x = 4$

Fi le premier cas : $2x - 1 = 7 \iff 2x = 8 \iff x = 4$

le premier cas: 2x moins 1 égale 7 équivaut à 2x égale 8 équivaut à x égale 4 في

Second cas —

$2x - 1 = -7 \iff 2x = -6 \iff x = -3$

W fi le second cas : $2x - 1 = -7 \iff 2x = -6 \iff x = -3$

le second cas: 2x moins 1 égale moins 7 équivaut à 2x égale moins 6 équivaut à x égale moins 3 في w

On vérifie : $|2 \times 4 - 1| = |7| = 7$ et $|2 \times (-3) - 1| = |-7| = 7$.

$S = \{-3\,;4\}$

Nvérifier : $|2 \times 4 - 1| = |7| = 7$ et $|2 \times (-3) - 1| = |-7| = 7$. Donc $S = \{-3\,;4\}$

vérifier: la valeur absolue de la parenthèse 2 fois 4 moins 1, égale la valeur absolue de 7 égale 7 w la نـ
valeur absolue de la parenthèse 2 fois moins 3 moins 1, égale la valeur absolue de moins 7 égale 7. donc S
égale moins 3;4

Les deux solutions conviennent. La plus grande est celle du premier cas.

Les deux solutions s7a7. W la plus grande hiya mte3 le premier cas.

.le premier cas هي متاع w la plus grande .صحاح les deux solutions

PIÈGES ANTICIPÉS

-3 → -3 est bien une solution, mais ce n'est pas la plus grande des deux. Relis la consigne.

> -3 s7i7 solution, ama mouch la plus grande. A9ra la consigne marra o5ra.
>
> moins 3 صحيح solution، أما موش la plus grande. أقرا la consigne مرّة أخرى.

8 → Tu as résolu $x - 1 = 7$. L'inconnue est multipliée par 2 : il reste une division à faire.

> 7allit $x - 1 = 7$. Ama l'inconnue madhrouba fi 2 : mazel lezem ta3mel une division.
>
> حلّيت x moins 1 égale 7. أما l'inconnue مضروبة في 2: مازال لازم تعمل une division.

7 → 7, c'est la valeur de $2x - 1$, pas celle de x. Il reste à résoudre $2x - 1 = 7$, sans oublier le second cas $2x - 1 = -7$.

> 7 hiya la valeur de $2x - 1$, mouch mte3 x. Mazel lezem t7ell $2x - 1 = 7$, w ma tensech le second cas $2x - 1 = -7$.
>
> 7 هي la valeur de 2x moins 1، موش متاع x. مازال لازم تحلّ w، ما تنساش le second cas 2x moins 1 égale 7.

EXERCICE 7 · BASE

Le plus grand diviseur commun

On donne $126 = 2 \times 3^2 \times 7$ et $210 = 2 \times 3 \times 5 \times 7$.

Déterminer $\mathrm{PGCD}(126, 210)$.

Donner la valeur du PGCD.

> 3andna $126 = 2 \times 3^2 \times 7$ et $210 = 2 \times 3 \times 5 \times 7$. Lawwej 3la $\mathrm{PGCD}(126, 210)$, w a3tini la valeur mte3ou.
>
> عندنا 126 égale 2 fois 3 au carré fois 7 et 210 égale 2 fois 3 fois 5 fois 7. لوّج على PGCD de 126 et 210، w أعطيني la valeur متاعو.

Réponse attendue : 42

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Pour le PGCD, on ne garde que les facteurs présents dans les **deux** décompositions. Quels sont-ils ici ?
   > Fi le PGCD, ma n5alliw ken les facteurs elli mawjoudin fi les **deux** décompositions. Chkounhom hna ?
   >
   > في le PGCD، ما نخلّيو كان les facteurs اللّي موجودين في les deux décompositions. شكونهم هنا ؟
2. Les facteurs communs sont 2, 3 et 7. Pour chacun, on prend le **plus petit** des deux exposants — c'est la seule façon qu'il divise les deux nombres.
   > Les facteurs communs houma 2, 3 et 7. Koll wa7ed menhom, nekhdhou le **plus petit** des deux exposants : hedhi el tari9a el wa7da bech ydiviser les deux nombres.
   >
   > les facteurs communs هوما 2 ، 3 et 7. كل واحد منهم، ناخذو le plus petit des deux exposants: هاذي الطريقة الوحيدة باش يـ diviser les deux nombres.

CORRECTION

Les facteurs communs — 2, 3 et 7 apparaissent des deux côtés. Le 5 n'est que dans 210 : il ne peut pas diviser 126.

$2\ ;\ 3\ ;\ 7$

> Les facteurs communs : 2, 3 et 7 mawjoudin mel jihtin. Le 5 mawjoud ken fi 210 : ma ynajjemch ydiviser 126. $2\ ;\ 3\ ;\ 7$

> diviser 126. 2; 3; 7 موجود كان في 210: ما ينجّمش يـ 5 le موجودين مالجيهتين. les facteurs communs: 2 ، 3 et 7

Le plus petit exposant — L'exposant de 3 vaut 2 dans 126 et 1 dans 210 : on garde 1, car $3^2 = 9$ ne divise pas 210.

$$\mathrm{PGCD}(126, 210) = 2 \times 3 \times 7$$

> Le plus petit exposant : l'exposant de 3 houwa 2 fi 126, w 1 fi 210. N5alliw 1, 5ater $3^2 = 9$ ne divise pas 210. $\mathrm{PGCD}(126, 210) = 2 \times 3 \times 7$
>
> au carré égale 9 ne divise 3 خاطر ، نخلّيو 1 في 210. w 1 ، 126 في 2 هو le plus petit exposant: l'exposant de 3 pas 210. PGCD de 126 et 210 égale 2 fois 3 fois 7

$$\mathrm{PGCD}(126, 210) = 42$$

Contrôle rapide : $126 = 42 \times 3$ et $210 = 42 \times 5$. Les deux quotients, 3 et 5, n'ont plus de facteur commun — signe qu'on n'a rien laissé passer.

> Nvérifier fissa3 : $126 = 42 \times 3$ et $210 = 42 \times 5$. Les deux quotients, 3 et 5, ma 3andhomch facteur commun : ya3ni ma fatna 7atta chay.
>
> facteur ما عندهمش ، égale 42 fois 3 et 210 égale 42 fois 5. les deux quotients، 3 et 5 126 :فيسع vérifier نـ commun: يعني ما فاتنا حتّى شي.

PIÈGES ANTICIPÉS

`630` → Tu as donné le PPCM. Le PGCD **divise** les deux nombres, il est donc plus petit qu'eux : 630 est plus grand que 126.

> Hedha le PPCM. Le PGCD **divise** les deux nombres, donc houwa asghar menhom. W 630 akbar men 126.
>
> هو أصغر منهم. le PPCM. le PGCD divise les deux nombres، donc هذا 630 w أكبر من 126.

`126` → Tu as gardé 3^2, donc toute la décomposition de 126. Mais 9 ne divise pas 210 : il faut le plus petit exposant.

> 5allit 3^2, ya3ni la décomposition de 126 lkol. Ama 9 ne divise pas 210 : lezem le plus petit exposant.
>
> خلّيت 3 au carré ، يعني la décomposition de 126 الكلّ. أما 9 ne divise pas 210: لازم le plus petit exposant.

`6` → Tu as pris 2×3 et oublié le 7, qui est pourtant commun aux deux décompositions.

> 5dhit 2×3 w nsit le 7, w houwa commun fi les deux décompositions.
>
> خذيت 2 w 3 fois نسيت w ، 7 le هو commun في les deux décompositions.

EXERCICE 8 · BASE **Le plus petit multiple commun**

On donne $126 = 2 \times 3^2 \times 7$ et $210 = 2 \times 3 \times 5 \times 7$.

Déterminer $\mathrm{PPCM}(126, 210)$.

Donner la valeur du PPCM.

> 3andna $126 = 2 \times 3^2 \times 7$ et $210 = 2 \times 3 \times 5 \times 7$. Lawwej 3la $\mathrm{PPCM}(126, 210)$, w a3tini la valeur mte3ou.
>
> PPCM de 126 et 210 ، w على لوّج .égale 2 fois 3 au carré fois 7 et 210 égale 2 fois 3 fois 5 fois 7 عندنا 126 أعطيني la valeur متاعو.

Réponse attendue : `630`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Un multiple commun doit contenir tout ce qu'il faut pour être divisible par chacun des deux nombres. Quels facteurs doit-il donc porter ?

   > Un multiple commun lezem ykoun fih koll chay bech ykoun divisible par les deux nombres. Donc anhouma les facteurs elli lezem ykounou fih ?
   >
   > un multiple commun لازم يكون فيه كلّ شي باش يكون divisible par les deux nombres. donc أنهوما facteurs اللّي لازم يكونو فيه ؟

2. On garde **tous** les facteurs qui apparaissent, chacun au **plus grand** exposant rencontré. Le 5 est là aussi, même s'il n'est que dans 210.

   > N5alliw les facteurs **lkol** elli yodhhrou, koll wa7ed au **plus grand** exposant. Le 5 zeda, 7atta ken mawjoud ken fi 210.
   >
   > les facteurs نخلّيو الكلّ اللّي يظهرو، كل واحد au plus grand exposant. le 5 زادة، حتّى كان موجود كان في 210.

CORRECTION

Tous les facteurs — 2, 3, 5 et 7 apparaissent dans l'une ou l'autre décomposition : tous doivent y être.

$$2\ ;\ 3\ ;\ 5\ ;\ 7$$

> Les facteurs lkol : 2, 3, 5 et 7 yodhhrou fi wa7da men les décompositions : lezem ykounou lkol. $2\ ;\ 3\ ;\ 5\ ;\ 7$
>
> les facteurs الكلّ: 2 ، 3 ، 5 et 7 يظهرو في وحدة من les décompositions: لازم يكونو الكلّ. 2; 3; 5; 7

Le plus grand exposant — Pour 3, on prend 3^2 — sinon le résultat ne serait pas divisible par 126.

$$\mathrm{PPCM}(126, 210) = 2 \times 3^2 \times 5 \times 7$$

> Le plus grand exposant : fi 3, nekhdhou 3^2. Ken le, le résultat ma ykounch divisible par 126.
>
> $$\mathrm{PPCM}(126, 210) = 2 \times 3^2 \times 5 \times 7$$
>
> le plus grand exposant: في 3 ، ناخذو 3 au carré. كان لا، le résultat ما يكونش divisible par 126. PPCM de 126 et 210 égale 2 fois 3 au carré fois 5 fois 7

$$\mathrm{PPCM}(126, 210) = 630$$

Autre chemin, à partir du PGCD trouvé plus haut : $\mathrm{PPCM} = \dfrac{126 \times 210}{42} = \dfrac{26\,460}{42}$. Les deux méthodes donnent le même nombre, et c'est un bon contrôle.

> Fama tri9 o5ra, b le PGCD elli l9ineh 9bal : $\mathrm{PPCM} = \dfrac{126 \times 210}{42} = \dfrac{26\,460}{42}$. Les deux méthodes ya3tiw nafs le nombre, w hedha contrôle behi.
>
> فمّا طريق أخرى، بـ le PGCD اللّي لقيناه قُبَلْ: les PPCM égale 126 fois 210, le tout sur 42 égale 26 460 sur 42. deux méthodes يعطيو نفس le nombre، w هذا contrôle باهي.

PIÈGES ANTICIPÉS

42 → Tu as donné le PGCD. Le PPCM est un **multiple** des deux nombres : il est donc plus grand qu'eux, pas plus petit.

> Hedha le PGCD. Le PPCM houwa un **multiple** des deux nombres : donc akbar menhom, mouch asghar.
>
> هذا le PPCM هو le PGCD. un multiple des deux nombres: donc أكبر منهم، موش أصغر.

26460 → Tu as donné 126×210. C'est bien un multiple commun, mais pas le plus petit : il faut encore le diviser par le PGCD.

> A3titni 126×210. S7i7 un multiple commun, ama mouch le plus petit : mazel lezem tdiviser par le PGCD.
>
> أعطيتني 126 fois 210. صحيح un multiple commun، أما موش le plus petit: مازال لازم تـ diviser par le PGCD.

210 → Tu as gardé 3^1 et obtenu 210, qui n'est pas divisible par 126. Pour le PPCM, on prend le plus **grand** exposant.

> 5allit 3^1 w tla3lek 210, w 210 mouch divisible par 126. Fi le PPCM, nekhdhou le plus **grand** exposant.
>
> خلّيت 3 w 1 puissance طلعلك 210 ، 210 w موش divisible par 126. في le PPCM، ناخذو le plus grand exposant.

EXERCICE 9 · PRATIQUE

Rendre une fraction irréductible

Rends la fraction $\frac{126}{210}$ irréductible.

On rappelle que $126 = 2 \times 3^2 \times 7$ et $210 = 2 \times 3 \times 5 \times 7$.

Écrire la fraction irréductible sous la forme a/b.

> Lezmek tsimplifier la fraction $\frac{126}{210}$ 7atta twalli irréductible. W nfakrouk elli $126 = 2 \times 3^2 \times 7$ et $210 = 2 \times 3 \times 5 \times 7$. Ekteb la fraction irréductible sous la forme a/b.
>
> لازمك تـ simplifier la fraction 126 sur 210 حتّى تولّي irréductible. w نفكّروك اللّي 126 égale 2 fois 3 au carré fois 7 et 210 égale 2 fois 3 fois 5 fois 7. أكتب la fraction irréductible sous la forme a sur b.

Réponse attendue : 3/5 — aussi acceptées : 3 / 5

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Ne simplifie pas par tâtonnements. Une seule division suffit, par un nombre bien choisi.
   > Ma to93odch tsimplifier chwaya b chwaya. Division wa7da tkaffi, b nombre mekhtar mli7.
   >
   > ما تقعدش تـ simplifier شويّة بشويّة. division وحدة تكفي، بـ nombre مختار مليح.
2. Ce nombre est le PGCD des deux termes. Lis-le sur les décompositions : les facteurs communs, au plus petit exposant.
   > Le nombre hedha houwa le PGCD mte3 les deux termes. A9rah 3la les décompositions : les facteurs communs, au plus petit exposant.
   >
   > le nombre هذا هو le PGCD متاع les deux termes. أقراه على les décompositions: les facteurs communs، au plus petit exposant.
3. Le PGCD vaut 42. Divise le numérateur et le dénominateur par lui, puis vérifie que les deux résultats n'ont plus de facteur commun.
   > Le PGCD égale 42. Tdiviser le numérateur w le dénominateur par 42, w ba3d tvérifier elli les deux résultats ma 3andhomch facteur commun.
   >
   > le PGCD égale 42. تـ w ، diviser le numérateur w le dénominateur par 42 بعد تـ vérifier اللّي les deux résultats ما عندهمش facteur commun.

CORRECTION

Le PGCD — Facteurs communs $2, 3, 7$ au plus petit exposant.

$$\mathrm{PGCD}(126, 210) = 2 \times 3 \times 7 = 42$$

> Le PGCD : les facteurs communs 2, 3 et 7, au plus petit exposant. $\mathrm{PGCD}(126, 210) = 2 \times 3 \times 7 = 42$
>
> le PGCD: les facteurs communs 2 ، 3 et 7 ، au plus petit exposant. PGCD de 126 et 210 égale 2 fois 3 fois 7 égale 42

On divise en haut et en bas par 42.

$\frac{126}{210} = \frac{126 \div 42}{210 \div 42}$

> Ndiviser el fou9 w el louta par 42. $\frac{126}{210} = \frac{126 \div 42}{210 \div 42}$
>
> par 42. 126 sur 210 égale la parenthèse 126 divisé par 42, sur la parenthèse 210 اللوطة w الفوق diviser نـ divisé par 42

$\frac{126}{210} = \frac{3}{5}$

Contrôle : $\text{PGCD}(3, 5) = 1$, donc 3 et 5 sont premiers entre eux. La fraction est irréductible.

> Nvérifier : $\text{PGCD}(3, 5) = 1$, donc 3 et 5 premiers entre eux. Ya3ni la fraction irréductible.
>
> .la fraction irréductible يعني .vérifier: PGCD de 3 et 5 égale 1 ، donc 3 et 5 premiers entre eux نـ

Diviser par le PGCD termine **du premier coup**. Simplifier par 2, puis par 3, puis par 7 donne le même résultat, mais en trois fois — et on s'arrête souvent trop tôt.

> Ki tdiviser par le PGCD, tkammel **men awel marra**. Ki tsimplifier par 2, ba3d par 3, ba3d par 7, tal9a nafs le résultat, ama fi trois fois. W barcha marrat nou9fou 9bal el wa9t.
>
> le تلقى نفس ، بعد 7 par ، بعد 3 par ، simplifier par 2 كي تـ diviser par le PGCD، تكمّل من أوّل مرّة. résultat، أما في trois fois. w برشا مرّات نوقفو قُبَيْلْ الوقت.

PIÈGES ANTICIPÉS

`63/105 / 63 / 105` → Tu as simplifié par 2 et tu t'es arrêté. 63 et 105 ont encore 21 comme diviseur commun : la fraction n'est pas irréductible.

> 3malt simplification par 2 w wa9aft. 63 et 105 mazel 3andhom 21 diviseur commun : la fraction mouch irréductible.
>
> موش diviseur commun: la fraction 21 مازال عندهم et 105 63 .وقفت simplification par 2 w عملت .irréductible

`21/35 / 21 / 35` → Tu as simplifié par 6. Il reste 7 en facteur commun entre 21 et 35.

> 3malt simplification par 6. Mazel 7 facteur commun bin 21 et 35.
>
> .et 35 21 بين facteur commun 7 مازال .simplification par 6 عملت

`5/3 / 5 / 3` → Tu as inversé la fraction. Le numérateur vient de 126, le dénominateur de 210.

> Baddelt el fou9 bel louta. Le numérateur jey men 126, w le dénominateur men 210.
>
> بدّلت الفوق باللوطة. le numérateur جاي من 126 ، le dénominateur w من 210.

EXERCICE 10 · RAISONNEMENT

Le PPCM sans les décompositions

Deux entiers naturels a et b vérifient $\text{PGCD}(a, b) = 12$ et $a \times b = 864$.

Déterminer $\text{PPCM}(a, b)$, sans chercher a ni b.

Donner la valeur du PPCM.

> 3andna deux entiers naturels a et b, m3a $\text{PGCD}(a, b) = 12$ et $a \times b = 864$. Lawwej 3la $\text{PPCM}(a, b)$, bla ma tlawwej 3la a et b. W a3tini la valeur mte3ou.
>
> PPCM de a et على لوّج .PGCD de a et b égale 12 et a fois b égale 864 مع ، deux entiers naturels a et b عندنا b ، بلا ما تلوّج على a et b. w أعطيني la valeur متاعو.

Réponse attendue : 72

INDICES, DANS L'ORDRE

1. L'énoncé interdit de chercher a et b : c'est donc qu'une relation lie le PGCD, le PPCM et le produit.

> L'énoncé ma y5allikch tlawwej 3la a et b : ya3ni fama relation tarbot le PGCD, le PPCM w le produit.
>
> l'énoncé ما يخلّيكش تلوّج على a et b: يعني فمّا relation تربط le PGCD، le PPCM w le produit.

2. Cette relation est au Retenir du chapitre. Écris-la, puis isole le PPCM.

$$\mathrm{PPCM}(a,b) \times \mathrm{PGCD}(a,b) = a \times b$$

> La relation hedhi fi « À retenir » mte3 le chapitre. Ektebha, w ba3d 5alli le PPCM wa7dou :
>
> $$\mathrm{PPCM}(a,b) \times \mathrm{PGCD}(a,b) = a \times b$$
>
> la relation هاذي في le chapitre متاع à retenir. أكتبها، w بعد خلّي le PPCM وحدو: PPCM de a et b fois PGCD de a et b égale a fois b

CORRECTION

La relation —

$$\mathrm{PPCM}(a,b) \times \mathrm{PGCD}(a,b) = a \times b$$

> Nektbou la relation : $\mathrm{PPCM}(a,b) \times \mathrm{PGCD}(a,b) = a \times b$
>
> نكتبو la relation: PPCM de a et b fois PGCD de a et b égale a fois b

On remplace par les données de l'énoncé.

$$\mathrm{PPCM}(a,b) \times 12 = 864$$

> Nbaddlou b les données mte3 l'énoncé : $\mathrm{PPCM}(a,b) \times 12 = 864$
>
> نبدّلو بـ les données متاع l'énoncé: PPCM de a et b fois 12 égale 864

$$\mathrm{PPCM}(a,b) = \frac{864}{12} = 72$$

Un couple qui convient : $a = 24$ et $b = 36$, car $\mathrm{PGCD} = 12$, $24 \times 36 = 864$ et $\mathrm{PPCM} = 72$. Mais on n'en avait pas besoin — c'est tout l'intérêt de la relation.

> Fama couple yemchi : $a = 24$ et $b = 36$, 5ater $\mathrm{PGCD} = 12$, $24 \times 36 = 864$ et $\mathrm{PPCM} = 72$. Ama ma kench yelzemna : hedhi el fayda mte3 la relation.
>
> فمّا couple يمشي: a égale 24 et b égale 36 ، خاطر 24 fois 36 égale 864 et PPCM égale 72 ، PGCD égale 12. أما ما كانش يلزمنا: هاذي الفايدة متاع la relation.

PIÈGES ANTICIPÉS

`864` → Tu as donné le produit $a \times b$. Il faut encore le diviser par le PGCD.

> A3titni le produit $a \times b$. Mazel lezem tdiviser par le PGCD.
>
> أعطيتني le produit a fois b. مازال لازم تـ diviser par le PGCD.

`10368` → Tu as multiplié 864 par 12 au lieu de diviser. La relation place le PGCD **en facteur** à gauche : pour isoler le PPCM, on divise.

> Dhrabt 864 fi 12 fi blasset ma tdiviser. Fi la relation, le PGCD **en facteur** 3al isar : bech n5alliw le PPCM wa7dou, ndiviser.
>
> ضربت 864 في 12 في بلاصة ما تـ diviser. في le PGCD en facteur في la relation، عاليسار: باش نخلّيو le PPCM وحدو، نـ diviser.

EXERCICE 11 · DEFI **La caisse et les boîtes cubiques**

Une caisse a la forme d'un parallélépipède rectangle de dimensions 105 cm, 105 cm et 165 cm. On veut la remplir **entièrement** de boîtes cubiques identiques d'arête a centimètres, a entier.

Déterminer la valeur de a pour laquelle la caisse contient le **minimum** de boîtes.

Donner l'arête a, en centimètres, sans l'unité.

> 3andna caisse fi chakl parallélépipède rectangle, les dimensions mte3ha 105 cm, 105 cm et 165 cm. N7ebbou n3abbiwha **lkol** b boîtes cubiques kif kif, l'arête mte3ha a centimètres, w a entier. Lawwej 3la a elli ykoun fiha le **minimum** de boîtes. A3tini l'arête a en centimètres, bla l'unité.
>
> عندنا caisse في شكل parallélépipède rectangle، les dimensions متاعها 105 centimètres، 105 centimètres et 165 centimètres. نحبّو نعبّيوها الكلّ بـ boîtes cubiques كيف كيف، l'arête متاعها a entier، w a centimètres. لوّج a على اللّي يكون فيها le minimum de boîtes. أعطيني l'arête a en centimètres، بلا l'unité.

Réponse attendue : 15

INDICES, DANS L'ORDRE

1. « Entièrement remplie » signifie que l'arête tombe juste dans chacune des trois dimensions. Traduis cela en une condition sur a.

   > « Mt3abbia lkol » ma3neha l'arête tji bedhabt fi koll dimension men les trois. Ekteb hedha en une condition 3la a.
   >
   > مْتعبّية الكلّ معناها l'arête تجي بالضبط في كل dimension من les trois. أكتب هذا en une condition على a.

2. a doit diviser 105 et diviser 165 : c'est un diviseur commun. Le minimum de boîtes s'obtient avec les boîtes les plus grosses.

   > a lezem ydiviser 105 w ydiviser 165 : ya3ni un diviseur commun. W le minimum de boîtes yji m3a les boîtes les plus grosses.
   >
   > a لازم يـ diviser 105 w يـ diviser 165: يعني le minimum de boîtes يجي مع un diviseur commun. les plus grosses.

3. Il faut donc le plus grand diviseur commun de 105 et 165. Décompose-les.

   $105 = 3 \times 5 \times 7 \quad ; \quad 165 = 3 \times 5 \times 11$

   > Donc lezemna le plus grand diviseur commun de 105 et 165. A3mel les décompositions : $105 = 3 \times 5 \times 7 \quad ; \quad 165 = 3 \times 5 \times 11$
   >
   > لازمنا donc le plus grand diviseur commun de 105 et 165. أعمل les décompositions: 105 égale 3 fois 5 fois 7; 165 égale 3 fois 5 fois 11.

CORRECTION

La condition — Pour qu'il ne reste rien, a doit diviser 105 (deux fois) et 165 : a est un diviseur commun de 105 et 165.

a divise 105 et 165

> La condition : bech ma yfadhel chay, a lezem ydiviser 105 (deux fois) w 165. Ya3ni a un diviseur commun de 105 et 165 : a divise 105 et 165
>
> la condition: باش ما يفضل شي، a لازم يـ diviser 105 deux fois w 165. يعني a un diviseur commun de 105 et 165: a divise 105 et 165

Les décompositions —

$105 = 3 \times 5 \times 7 \quad ; \quad 165 = 3 \times 5 \times 11$

> Tawa les décompositions : $105 = 3 \times 5 \times 7 \quad ; \quad 165 = 3 \times 5 \times 11$

> les décompositions: 105 égale 3 fois 5 fois 7; 165 égale 3 fois 5 fois 11 توّا

Le plus grand — Facteurs communs : 3 et 5. Le minimum de boîtes correspond aux plus grosses boîtes, donc au plus grand diviseur commun.

$$a = \mathrm{PGCD}(105, 165) = 3 \times 5 = 15$$

> Le plus grand : les facteurs communs houma 3 et 5. Le minimum de boîtes yji m3a les boîtes les plus grosses, donc m3a le plus grand diviseur commun. $a = \mathrm{PGCD}(105, 165) = 3 \times 5 = 15$
>
> les boîtes les plus grosses، يجي مع et 5. le minimum de boîtes 3 هوما le plus grand: les facteurs communs
>
> le plus grand diviseur commun. a égale PGCD de 105 et 165 égale 3 fois 5 égale 15 مع donc

Combien de boîtes —

$$\frac{105}{15} \times \frac{105}{15} \times \frac{165}{15} = 7 \times 7 \times 11 = 539$$

> 9addech men boîte : $\frac{105}{15} \times \frac{105}{15} \times \frac{165}{15} = 7 \times 7 \times 11 = 539$
>
> boîte: 105 sur 15 fois 105 sur 15 fois 165 sur 15 égale 7 fois 7 fois 11 égale 539 قدّاش من

$$a = 15 \text{ cm}$$

Les valeurs possibles de a étaient les diviseurs de 15, c'est-à-dire 1, 3, 5 et 15. Plus la boîte est grosse, moins il en faut : le maximum de l'arête donne le minimum de boîtes. C'est pour cela que la question portait sur le PGCD et non sur le PPCM.

> Les valeurs possibles de a kenet les diviseurs de 15 : 1, 3, 5 et 15. Koll ma la boîte tekbar, koll ma yelzemna a9all. Le maximum de l'arête ya3tina le minimum de boîtes. Hedha 3lech la question kenet 3la le PGCD, mouch 3la le PPCM.
>
> les valeurs possibles de a كانت 15 ،5 ،3 ،1 :les diviseurs de 15. كل ما la boîte تكبر، كل ما يلزمنا أقلّ. le
>
> maximum de l'arête يعطينا le minimum de boîtes. هذا علاش la question كانت على le PGCD، موش على le PPCM.

PIÈGES ANTICIPÉS

`21` → C'est une valeur que beaucoup essaient, et elle ne convient pas : 21 divise 105 mais pas 165, car $165 = 21 \times 7 + 18$.

> Hedhi la valeur elli barcha yjarrbouha, w ma temchich : 21 divise 105 mais pas 165, 5ater $165 = 21 \times 7 + 18$.
>
> هاذي la valeur اللّي برشا يجرّبوها، w ما تمشيش: 21 divise 105 mais pas 165، خاطر égale 21 fois 7 plus 18.

`105` → Tu as pris une dimension de la caisse. L'arête doit diviser les trois dimensions, et rester bien plus petite.

> 5dhit dimension mte3 la caisse. L'arête lezem tdiviser les trois dimensions, w tkoun asghar barcha.
>
> خذيت dimension متاع la caisse. l'arête لازم تـ w، diviser les trois dimensions تكون أصغر برشا.

`1` → Avec $a = 1$ la caisse est bien remplie, mais avec le **maximum** de boîtes. On cherche le minimum, donc l'arête la plus grande.

> B $a = 1$ la caisse tet3abba s7i7, ama b le **maximum** de boîtes. A7na nlawjou 3al minimum, donc 3la l'arête la plus grande.
>
> بـ la caisse a égale 1 تتعبّى صحيح، أما بـ le maximum de boîtes. أحنا نلوّجو عالـ minimum، donc على l'arête
>
> la plus grande.

EXERCICE 12 · BASE

Repérer les entiers relatifs

Parmi les nombres -5 ; $\dfrac{14}{7}$; $0{,}25$; $\dfrac{1}{3}$; $\sqrt{5}$; $-\dfrac{9}{3}$, déterminer combien appartiennent à $\mathbb{Z}$.

Donner le nombre d'entiers relatifs de la liste.

Réponse attendue : 3

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Simplifie d'abord chaque fraction : une fraction peut cacher un entier.
2. Un entier relatif peut être négatif. En revanche $0{,}25$, $\dfrac{1}{3}$ et $\sqrt{5}$ ne sont pas des entiers.

CORRECTION

Simplifier — Deux fractions tombent juste.

$\frac{14}{7} = 2 \quad ; \quad -\frac{9}{3} = -3$

$0{,}25$, $\dfrac{1}{3}$ et $\sqrt{5}$ ne sont pas entiers.

$-5\ ;\ 2\ ;\ -3\ \in \mathbb{Z}$

Trois nombres de la liste sont des entiers relatifs. Avant de classer un nombre, on le simplifie : $\dfrac{14}{7}$ est un entier déguisé.

PIÈGES ANTICIPÉS

1 → Tu n'as compté que -5. Or $\dfrac{14}{7} = 2$ et $-\dfrac{9}{3} = -3$: une fois simplifiées, ces fractions sont des entiers.

2 → Il en manque un. Un entier relatif peut être négatif, et une fraction peut se simplifier en entier : regarde $\dfrac{14}{7}$ et $-\dfrac{9}{3}$.

EXERCICE 13 · BASE

Le plus petit ensemble

Déterminer le plus petit des ensembles $\mathbb{N}$, $\mathbb{Z}$, $\mathbb{D}$, $\mathbb{Q}$, $\mathbb{R}$ auquel appartient le nombre $-\dfrac{12}{4}$.

Écrire la lettre de l'ensemble (N, Z, D, Q ou R).

Réponse attendue : Z — aussi acceptées : $\mathbb{Z}$

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Simplifie la fraction avant de chercher sa famille.
2. Le résultat est un entier, mais il est négatif : peut-il être dans $\mathbb{N}$?

CORRECTION

Simplifier —

$-\frac{12}{4} = -3$

-3 est un entier négatif : il n'est pas dans $\mathbb{N}$, mais il est dans $\mathbb{Z}$.

$-3 \in \mathbb{Z}$ et $-3 \notin \mathbb{N}$

Les ensembles sont emboîtés : -3 est aussi dans $\mathbb{D}$, $\mathbb{Q}$ et $\mathbb{R}$, mais le plus petit qui le contient est $\mathbb{Z}$.

PIÈGES ANTICIPÉS

Q / D → $-\dfrac{12}{4}$ est bien dans cet ensemble, mais ce n'est pas le plus petit : simplifiée, la fraction vaut -3, un entier.

N → $-\dfrac{12}{4} = -3$ est négatif : il n'appartient pas à $\mathbb{N}$, l'ensemble des entiers **naturels**.

R → $\mathbb{R}$ contient tous les nombres du chapitre : c'est le plus **grand** ensemble, pas le plus petit.

EXERCICE 14 · BASE

L'écriture décimale de 3/8

Donner l'écriture décimale de $\dfrac{3}{8}$.

Donner le nombre décimal.

Réponse attendue : `0.375`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Divise le numérateur par le dénominateur : $3 : 8$.
2. Ou bien : par quel nombre multiplier 8 pour obtenir une puissance de 10 ?

CORRECTION

Une puissance de 10 — $8 \times 125 = 1000$: on multiplie en haut et en bas par 125.

$\frac{3}{8} = \frac{3\times125}{8\times125} = \frac{375}{1000}$

$\frac{3}{8} = 0{,}375$

La division s'arrête : $\dfrac{3}{8}$ est un nombre décimal, il appartient à $\mathbb{D}$.

PIÈGES ANTICIPÉS

8/3 / 2.67 / 2.666 / 2.667 → Tu as divisé 8 par 3. La fraction $\dfrac{3}{8}$ se lit « 3 divisé par 8 » : elle est plus petite que 1.

EXERCICE 15 · PRATIQUE

Un décimal sous la forme a/10ⁿ

Écrire $0{,}0125$ sous la forme $\dfrac{a}{10^n}$, avec a entier et n entier naturel le plus petit possible.

Donner n.

Réponse attendue : 4

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Compte les chiffres après la virgule.

2. Multiplier par 10^n décale la virgule de n rangs vers la droite : il faut obtenir un entier.

CORRECTION

Décaler la virgule — $0{,}0125$ a quatre chiffres après la virgule.

$0{,}0125 \times 10^4 = 125$

$0{,}0125 = \frac{125}{10^4} \quad \text{donc} \quad n = 4$

Avec $n = 4$ et $a = 125$ entier, on retrouve la définition d'un décimal : $\frac{a}{10^n}$, $a \in \mathbb{Z}$, $n \in \mathbb{N}$.

PIÈGES ANTICIPÉS

`3` → Tu as compté les chiffres de 125. n est le nombre de chiffres **après la virgule** : $0{,}0125$ en a quatre, le zéro compris.

EXERCICE 16 · PRATIQUE

Passer au dénominateur 100

Écrire $\frac{7}{20}$ sous la forme $\frac{a}{100}$, avec a entier.

Donner l'entier a.

Réponse attendue : 35

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Par quel nombre faut-il multiplier 20 pour obtenir 100 ?
2. On multiplie le numérateur et le dénominateur par le même nombre.

CORRECTION

Le facteur —

$20 \times 5 = 100$

$\frac{7}{20} = \frac{7 \times 5}{20 \times 5} = \frac{35}{100}$

$\frac{7}{20} = 0{,}35$: c'est un décimal. Une fraction dont le dénominateur peut devenir une puissance de 10 est décimale.

PIÈGES ANTICIPÉS

`140` → Tu as calculé 7×20. Pour passer de 20 à 100, on multiplie par 5 — et le numérateur aussi.

`0.35` → $0{,}35$ est la valeur de la fraction. On demande le numérateur a de $\frac{a}{100}$.

EXERCICE 17 · PRATIQUE

Un carré et un hexagone

Un carré de côté a et un hexagone régulier de côté b ont le même périmètre. On prend $a = 5$.

Calculer la valeur exacte de b.

Donner la valeur exacte de b, sous forme de fraction irréductible.

Réponse attendue : `10/3`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Le périmètre du carré est $4a$, celui de l'hexagone régulier $6b$.
2. Résous $6b = 20$ et garde le résultat en fraction.

CORRECTION

Les périmètres —

$4a = 6b$

$6b = 4 \times 5 = 20$

$b = \frac{20}{6} = \frac{10}{3}$

$b = \dfrac{10}{3} = 3{,}333\ldots$: un rationnel qui n'est pas décimal. Sa valeur exacte, c'est la fraction.

PIÈGES ANTICIPÉS

`3.3 / 3.33 / 3.333 / 3.34` → C'est une valeur approchée : $10 : 3$ ne s'arrête jamais. La valeur exacte s'écrit avec une fraction.

`15/2 / 7.5` → Tu as écrit $6a = 4b$. Le carré a 4 côtés et l'hexagone 6 : $4a = 6b$.

EXERCICE 18 · RAISONNEMENT

Décimal ou pas ?

Les fractions $\dfrac{3}{40}$; $\dfrac{5}{12}$; $\dfrac{7}{25}$; $\dfrac{9}{14}$; $\dfrac{11}{80}$ sont irréductibles. Déterminer combien d'entre elles sont des nombres décimaux.

Donner le nombre de décimaux parmi ces cinq fractions.

Réponse attendue : `3`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Décompose chaque dénominateur en facteurs premiers.
2. Une fraction irréductible est décimale quand son dénominateur peut devenir une puissance de 10 : il ne doit contenir que des facteurs 2 et 5.

CORRECTION

Les dénominateurs —

$40 = 2^3 \times 5$; $12 = 2^2 \times 3$; $25 = 5^2$; $14 = 2 \times 7$; $80 = 2^4 \times 5$

12 contient 3 et 14 contient 7 : $\dfrac{5}{12}$ et $\dfrac{9}{14}$ ne sont pas décimaux.

$\frac{3}{40} = 0{,}075$; $\frac{7}{25} = 0{,}28$; $\frac{11}{80} = 0{,}1375$

$\frac{3}{40}, \frac{7}{25}, \frac{11}{80} \in \mathbb{D}$

Méthode : rendre la fraction irréductible, puis décomposer le dénominateur. Seuls les facteurs 2 et 5 sont permis.

PIÈGES ANTICIPÉS

5 → Une fraction n'est pas toujours décimale : $\frac{5}{12} = 0{,}41666\ldots$ ne s'arrête jamais.

EXERCICE 19 · RAISONNEMENT

Une grande fraction décimale

Écrire le nombre $\frac{11016}{5100}$ sous forme décimale.

Donner l'écriture décimale.

Réponse attendue : `2.16`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Décompose 11016 et 5100 en facteurs premiers.
2. $5100 = 2^2 \times 3 \times 5^2 \times 17$. Essaie de diviser 11016 par 17.
3. Simplifie par le PGCD : regarde ce qui reste au dénominateur.

CORRECTION

Décomposer —

$11016 = 2^3 \times 3^4 \times 17 \quad ; \quad 5100 = 2^2 \times 3 \times 5^2 \times 17$

Simplifier — Le PGCD vaut $2^2 \times 3 \times 17 = 204$.

$\frac{11016}{5100} = \frac{11016:204}{5100:204} = \frac{54}{25}$

Il ne reste que des 5 au dénominateur : on le complète en 100.

$\frac{54}{25} = \frac{216}{100}$

$\frac{11016}{5100} = 2{,}16$

Le dénominateur 5100 contient 3 et 17, mais ils disparaissent à la simplification : on juge toujours sur la fraction **irréductible**.

EXERCICE 20 · RAISONNEMENT

Le centième chiffre

On sait que $\frac{1}{7} = 0{,}142857\,142857\,142857\ldots$, la séquence 142857 se répétant sans fin.

Déterminer le 100^{e} chiffre après la virgule.

Donner ce chiffre.

Réponse attendue : `8`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. La séquence a 6 chiffres : elle revient tous les 6 rangs.
2. Effectue la division euclidienne de 100 par 6 : le reste dit où l'on tombe dans la séquence.

CORRECTION

Division euclidienne —

$100 = 6 \times 16 + 4$

Après 16 séquences complètes, soit 96 chiffres, le 100^{e} chiffre est le 4^{e} de 142857.

$1\,4\,2\,\mathbf{8}\,5\,7$

le 100^{e} chiffre est 8

Un rationnel non décimal a une écriture décimale périodique : le reste de la division par la longueur de la période donne n'importe quel chiffre.

PIÈGES ANTICIPÉS

4 → 4 est le reste de la division de 100 par 6 : c'est le **rang** du chiffre dans la séquence 142857, pas le chiffre lui-même.

EXERCICE 21 · DEFI

Rendre une fraction décimale

Déterminer le plus petit entier naturel non nul n tel que $\dfrac{n}{84}$ soit un nombre décimal.

Donner n.

Réponse attendue : 21

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Décompose 84 en facteurs premiers.
2. Pour être décimale, la fraction irréductible ne doit garder au dénominateur que des 2 et des 5. Quels facteurs de 84 doivent disparaître ?
3. n doit être divisible par 3 et par 7.

CORRECTION

Décomposer —

$84 = 2^2 \times 3 \times 7$

Les facteurs 3 et 7 doivent se simplifier : n est un multiple de 3×7.

$n = 21k$

Le plus petit, pour $k = 1$: $\dfrac{21}{84} = \dfrac{1}{4} = 0{,}25$.

$n = 21$

Un dénominateur ne devient une puissance de 10 que s'il n'a que des 2 et des 5 : le numérateur doit absorber tous les autres facteurs.

PIÈGES ANTICIPÉS

84 / 42 → Avec cette valeur on obtient bien un décimal, mais ce n'est pas le plus petit n : il suffit d'éliminer les facteurs 3 et 7.

3 / 7 → Il reste un facteur interdit au dénominateur : $\dfrac{3}{84} = \dfrac{1}{28}$ et $\dfrac{7}{84} = \dfrac{1}{12}$ ne sont pas décimaux.

EXERCICE 22 · RAISONNEMENT

Cinq affirmations

Déterminer combien des affirmations suivantes sont vraies.

(1) $-4 \in \mathbb{N}$; (2) $\frac{1}{4} \in \mathbb{D}$; (3) $\sqrt{9} \in \mathbb{Z}$; (4) $\pi \in \mathbb{Q}$; (5) $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z}$.

Donner le nombre d'affirmations vraies.

Réponse attendue : 3

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Traite chaque affirmation séparément : simplifie le nombre, puis cherche sa famille.
2. $\sqrt{9}$ et $\frac{1}{4}$ se simplifient ; π n'est pas un quotient d'entiers.

CORRECTION

(1) et (2) — -4 est négatif : il n'est pas dans $\mathbb{N}$. $\frac{1}{4} = 0{,}25$ est décimal.

(1) faux ; (2) vrai

(3) et (4) — $\sqrt{9} = 3$ est un entier. π est irrationnel.

(3) vrai ; (4) faux

(5) — Tout entier naturel est un entier relatif.

(5) vrai

3 affirmations vraies

Avant de classer un nombre, on le simplifie : $\sqrt{9}$ et $\frac{1}{4}$ cachent un entier et un décimal.

EXERCICE 23 · BASE

Un exposant de la décomposition

Décomposer 360 en produit de facteurs premiers, sous la forme $360 = 2^a \times 3^b \times 5^c$.

Donner a.

Réponse attendue : 3

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Divise 360 par 2 autant de fois que possible.
2. Compte combien de fois tu peux diviser par 2 avant d'obtenir un nombre impair.

CORRECTION

Par 2 —

$360 = 2 \times 180 = 2^2 \times 90 = 2^3 \times 45$

Par 3 et 5 —

$45 = 3^2 \times 5$

$360 = 2^3 \times 3^2 \times 5$

On divise par les premiers dans l'ordre croissant, aussi longtemps que possible : $a = 3, b = 2, c = 1$.

PIÈGES ANTICIPÉS

2 → Tu as sans doute écrit $360 = 4 \times 9 \times 10$ et oublié le 2 caché dans 10. Il faut aller jusqu'aux facteurs premiers, puis regrouper.

EXERCICE 24 · BASE

Le plus grand facteur premier

Décomposer 2002 en produit de facteurs premiers.

Donner le plus grand facteur premier de 2002.

Réponse attendue : 13

INDICES, DANS L'ORDRE

1. 2002 est pair : commence par 2.
2. Le quotient 1001 se divise par 7.

CORRECTION

$2002 = 2 \times 1001$

$1001 = 7 \times 143 = 7 \times 11 \times 13$

$2002 = 2 \times 7 \times 11 \times 13$

Le plus grand facteur premier est 13. On ne s'arrête que lorsque tous les facteurs sont premiers.

PIÈGES ANTICIPÉS

`143 / 1001` → Ce nombre n'est pas premier : $1001 = 7 \times 143$ et $143 = 11 \times 13$. La décomposition n'est pas finie.

EXERCICE 25 · BASE

91 est-il premier ?

Déterminer le plus petit diviseur de 91 différent de 1, puis dire si 91 est un nombre premier.

Donner le plus petit diviseur de 91 différent de 1.

Réponse attendue : 7

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Teste les nombres premiers dans l'ordre : 2, 3, 5, 7…
2. 91 n'est divisible ni par 2, ni par 3, ni par 5.

CORRECTION

Les essais — 91 est impair ; $9 + 1 = 10$ n'est pas un multiple de 3 ; il ne finit ni par 0 ni par 5.

Le premier essai qui réussit :

$91 = 7 \times 13$

91 a quatre diviseurs : 1, 7, 13 et 91. Il n'est donc pas premier — un nombre premier en a exactement deux.

PIÈGES ANTICIPÉS

`91` → 91 n'est pas premier : $91 = 7 \times 13$. Être impair et non divisible par 3 ou 5 ne suffit pas.

`13` → 13 divise bien 91, mais ce n'est pas le plus petit diviseur différent de 1 : essaie les nombres premiers dans l'ordre.

EXERCICE 26 · BASE

Les nombres premiers inférieurs à 30

Déterminer combien il y a de nombres premiers inférieurs à 30.

Donner leur nombre.

Réponse attendue : 10

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Un nombre premier a exactement deux diviseurs : 1 et lui-même. Attention au cas de 1.
2. Barre les multiples de 2, de 3 et de 5, sauf ces nombres eux-mêmes.

CORRECTION

Le crible — On barre les multiples de 2, 3, 5 autres qu'eux-mêmes ; 1 n'est pas premier.

$$2,\ 3,\ 5,\ 7,\ 11,\ 13,\ 17,\ 19,\ 23,\ 29$$

$$10 \text{ nombres premiers}$$

Un nombre inférieur à 30 qui n'est divisible ni par 2, ni par 3, ni par 5 est premier, car $7 \times 7 = 49$ dépasse déjà 30.

PIÈGES ANTICIPÉS

11 → Tu as compté 1. Or 1 n'a qu'un seul diviseur : il n'est pas premier.

9 → Il en manque un — souvent 2, le seul nombre premier pair.

EXERCICE 27 · PRATIQUE

Compter les diviseurs

On donne $72 = 2^3 \times 3^2$. Déterminer le nombre de diviseurs de 72.

Donner le nombre de diviseurs.

Réponse attendue : 12

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Un diviseur de 72 s'écrit $2^p \times 3^q$. Quelles valeurs peut prendre p ? et q ?
2. p va de 0 à 3 et q de 0 à 2 : compte les couples $(p\,;q)$.

CORRECTION

Les exposants —

$$p \in \{0\,;1\,;2\,;3\} \quad ; \quad q \in \{0\,;1\,;2\}$$

La liste — Contrôle en les écrivant tous :

$$1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 6,\ 8,\ 9,\ 12,\ 18,\ 24,\ 36,\ 72$$

$$(3+1) \times (2+1) = 12$$

Le nombre de diviseurs se lit sur la décomposition : on ajoute 1 à chaque exposant, puis on multiplie.

PIÈGES ANTICIPÉS

6 → Tu as multiplié les exposants, 3×2. Chaque exposant peut aussi valoir 0 : il y a $3+1$ choix pour 2 et $2+1$ pour 3.

5 → Tu as additionné les exposants. On compte des couples $(p\,;q)$: c'est un produit, $(3+1)(2+1)$.

EXERCICE 28 · PRATIQUE

Des nombres amis

Deux entiers sont dits **amis** lorsque chacun est égal à la somme des diviseurs de l'autre, autres que cet autre lui-même.

Calculer la somme des diviseurs de 220 autres que 220.

Donner cette somme.

Réponse attendue : 284

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Décompose 220 : $220 = 2^2 \times 5 \times 11$.
2. Les diviseurs vont par paires : 1×220, 2×110, 4×55, … Il y en a $(2+1)(1+1)(1+1) = 12$.

CORRECTION

Décomposer —
$220 = 2^2 \times 5 \times 11$

Les diviseurs — Par paires : 1×220, 2×110, 4×55, 5×44, 10×22, 11×20.
$1, 2, 4, 5, 10, 11, 20, 22, 44, 55, 110, 220$

La somme — Sans compter 220 lui-même :
$1 + 2 + 4 + 5 + 10 + 11 + 20 + 22 + 44 + 55 + 110 = 284$

Et les diviseurs de 284 autres que lui ont pour somme 220 : 220 et 284 sont amis. Écrire les diviseurs par paires évite d'en oublier.

PIÈGES ANTICIPÉS

504 → Tu as compté 220 lui-même. On ne garde que ses diviseurs **autres** que lui.

283 / 282 / 280 / 279 / 274 / 273 / 264 / 262 / 240 / 229 / 174 → Il manque un diviseur : $220 = 2^2 \times 5 \times 11$ en a 12 en tout, 220 compris.

EXERCICE 29 · PRATIQUE

Divisible par 9

On écrit un nombre de quatre chiffres : 4, 7, 2, puis un chiffre des unités a.

Déterminer a pour que ce nombre soit divisible par 9.

Donner le chiffre a.

Réponse attendue : 5

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Un nombre est divisible par 9 si la somme de ses chiffres l'est.
2. $4 + 7 + 2 = 13$: quel chiffre ajouter pour atteindre un multiple de 9 ?

CORRECTION

Somme des chiffres —

$4 + 7 + 2 + a = 13 + a$

a est un chiffre : $13 + a$ est entre 13 et 22. Le seul multiple de 9 dans cet intervalle est 18.

$13 + a = 18$

$a = 5$

Contrôle : $4725 = 9 \times 525$. Le critère de divisibilité par 9 ramène un grand nombre à une petite somme.

PIÈGES ANTICIPÉS

2 / 8 → Avec ce chiffre, la somme des chiffres est un multiple de 3, pas de 9 : le nombre n'est divisible que par 3.

EXERCICE 30 · PRATIQUE

Une division euclidienne

Effectuer la division euclidienne de 347 par 19.

Donner le reste.

Réponse attendue : 5

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Cherche le plus grand multiple de 19 inférieur ou égal à 347.
2. Le reste r doit vérifier $0 \leq r < 19$.

CORRECTION

Le quotient —

$19 \times 18 = 342 \leq 347 < 361 = 19 \times 19$

$347 = 19 \times 18 + 5$

$r = 5$

On vérifie toujours $0 \leq r < b$: c'est ce qui rend le quotient et le reste uniques.

PIÈGES ANTICIPÉS

18 → 18 est le quotient. Le reste est ce qui manque à 19×18 pour faire 347.

24 → Avec le quotient 17, le reste 24 dépasse le diviseur 19 : il faut $0 \leq r < 19$.

EXERCICE 31 · RAISONNEMENT

Fabriquer un carré parfait

Déterminer le plus petit entier naturel non nul k tel que $2^3 \times 3 \times k$ soit le carré d'un entier.

Donner k.

Réponse attendue : 6

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Dans la décomposition d'un carré, tous les exposants sont pairs.
2. Il faut rendre pairs l'exposant de 2 et celui de 3, en multipliant le moins possible.

CORRECTION

Les exposants — 2^3 et 3^1 : deux exposants impairs. On ajoute un 2 et un 3.

$2^3 \times 3 \times (2 \times 3) = 2^4 \times 3^2$

$2^4 \times 3^2 = (2^2 \times 3)^2 = 12^2$

$k = 6$

Un entier est un carré quand tous les exposants de sa décomposition sont pairs.

PIÈGES ANTICIPÉS

2 / 3 → Avec ce k, un exposant reste impair : $2^4 \times 3$ et $2^3 \times 3^2$ ne sont pas des carrés.

EXERCICE 32 · RAISONNEMENT

Deux nombres premiers

Le produit de deux nombres premiers p et q, avec $p < q$, vaut 221. Déterminer q.

Donner q.

Réponse attendue : 17

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Teste la division de 221 par les premiers $2, 3, 5, 7, 11$...
2. Inutile d'aller au-delà de 15 : $15^2 = 225$ dépasse 221.

CORRECTION

Les essais — 221 n'est divisible ni par 2, ni par 3, ni par 5, ni par 7, ni par 11.

$221 = 13 \times 17$

13 et 17 sont premiers et $13 < 17$.

$q = 17$

Pour trouver un diviseur, on teste les premiers p tant que p^2 ne dépasse pas le nombre.

PIÈGES ANTICIPÉS

13 → 13 est p, le plus petit des deux. On demande q.

221 → $221 = 1 \times 221$ ne convient pas : 1 n'est pas premier.

EXERCICE 33 · DEFI

Exactement dix diviseurs

Déterminer le plus petit entier naturel qui possède exactement 10 diviseurs.

Donner cet entier.

Réponse attendue : 48

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Si $n = 2^p \times 3^q \times \ldots$, il a $(p+1)(q+1)\cdots$ diviseurs.
2. $10 = 10$ ou $10 = 5 \times 2$: deux formes possibles, a^9 ou $a^4 \times b$, avec a et b premiers.
3. Pour obtenir le plus petit, le plus grand exposant va au plus petit nombre premier.

CORRECTION

Les formes —

$10 = 10 \quad \text{ou} \quad 10 = 5 \times 2$

Les candidats —

$2^9 = 512 \quad ; \quad 2^4 \times 3 = 48 \quad ; \quad 3^4 \times 2 = 162$

$48 = 2^4 \times 3$

Contrôle : les diviseurs de 48 sont $1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 16, 24, 48$ — dix.

PIÈGES ANTICIPÉS

512 → $512 = 2^9$ a bien 10 diviseurs, mais $2^4 \times 3$ en a autant et il est bien plus petit.

36 → $36 = 2^2 \times 3^2$ a $(2+1)(2+1) = 9$ diviseurs, pas 10.

EXERCICE 34 · DEFI **Le secret de 1001**

On remarque que $358\,358 = 358 \times 1001$.

Décomposer 1001 en facteurs premiers, puis calculer le quotient de $358\,358$ par 77.

Donner ce quotient.

Réponse attendue : 4654

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Pour 1001, teste 7, 11 et 13.
2. $77 = 7 \times 11$: ces deux facteurs se simplifient avec ceux de 1001.

CORRECTION

Décomposer —

$1001 = 7 \times 11 \times 13$

Simplifier —

$\frac{358\,358}{77} = \frac{358 \times 7 \times 11 \times 13}{7 \times 11} = 358 \times 13$

$358 \times 13 = 4654$

La décomposition évite la division posée : on simplifie les facteurs communs, puis on multiplie ce qui reste.

PIÈGES ANTICIPÉS

358 → 358 est le quotient par 1001. Or on divise par $77 = 7 \times 11$: le facteur 13 reste.

EXERCICE 35 · BASE **PGCD de 48 et 36**

On donne $48 = 2^4 \times 3$ et $36 = 2^2 \times 3^2$. Déterminer $\mathrm{PGCD}(48, 36)$.

Donner la valeur du PGCD.

Réponse attendue : 12

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Pour le PGCD : les facteurs communs, au plus petit exposant.
2. Compare l'exposant de 2, puis celui de 3, dans les deux décompositions.

CORRECTION

Plus petits exposants — Pour 2 : 4 et 2, on garde 2. Pour 3 : 1 et 2, on garde 1.

$$\mathrm{PGCD}(48, 36) = 2^2 \times 3$$

$$\mathrm{PGCD}(48, 36) = 12$$

Contrôle : $48 = 12 \times 4$ et $36 = 12 \times 3$, et 4 et 3 n'ont plus de facteur commun.

PIÈGES ANTICIPÉS

144 → Tu as donné le PPCM, $2^4 \times 3^2$. Le PGCD garde le **plus petit** exposant.

4 → Tu as oublié le facteur 3, commun aux deux nombres.

EXERCICE 36 · BASE

PPCM de 12 et 18

Déterminer $\mathrm{PPCM}(12, 18)$.

Donner la valeur du PPCM.

Réponse attendue : 36

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Décompose : $12 = 2^2 \times 3$ et $18 = 2 \times 3^2$.
2. Pour le PPCM : tous les facteurs, au plus grand exposant.

CORRECTION

$$12 = 2^2 \times 3 \quad ; \quad 18 = 2 \times 3^2$$

$$\mathrm{PPCM}(12, 18) = 2^2 \times 3^2 = 36$$

Contrôle par les multiples de 18 : 18, 36… et $36 = 12 \times 3$ est le premier qui soit aussi un multiple de 12.

PIÈGES ANTICIPÉS

6 → Tu as donné le PGCD. Le PPCM est un **multiple** des deux nombres : il est au moins égal à 18.

216 → $12 \times 18 = 216$ est un multiple commun, mais pas le plus petit.

EXERCICE 37 · BASE

Quand l'un est multiple de l'autre

Sans décomposer, déterminer $\mathrm{PPCM}(45, 15)$.

Donner la valeur du PPCM.

Réponse attendue : 45

INDICES, DANS L'ORDRE

1. 45 est-il un multiple de 15 ?
2. Le cours le dit : si a est un multiple non nul de b, alors $\text{PPCM}(a, b) = a$.

CORRECTION

45 est un multiple de 15 :

$45 = 15 \times 3$

$\text{PPCM}(45, 15) = 45$

Quand b divise a, le PPCM est le plus grand des deux et le PGCD le plus petit : $\text{PGCD}(45, 15) = 15$.

PIÈGES ANTICIPÉS

`15` → 15 est le PGCD : il divise 45. Le PPCM, lui, est un multiple des deux nombres.

`675` → $45 \times 15 = 675$ est un multiple commun, mais 45 en est déjà un, et il est plus petit.

EXERCICE 38 · PRATIQUE

L'algorithme d'Euclide

Utiliser l'algorithme d'Euclide (divisions euclidiennes successives) pour déterminer $\text{PGCD}(1053, 325)$.

Donner la valeur du PGCD.

Réponse attendue : 13

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Divise 1053 par 325, puis le diviseur par le reste, et recommence.
2. On s'arrête quand le reste est nul.

CORRECTION

$1053 = 325 \times 3 + 78$

$325 = 78 \times 4 + 13$

$78 = 13 \times 6 + 0$

Le dernier reste non nul :

$\text{PGCD}(1053, 325) = 13$

Le PGCD est le dernier reste non nul. Contrôle : $1053 = 13 \times 81$ et $325 = 13 \times 25$.

PIÈGES ANTICIPÉS

`0` → Le dernier reste est nul : le PGCD est le dernier reste **non nul**.

`78` → 78 est le premier reste. Il faut continuer : diviser 325 par 78, et ainsi de suite.

EXERCICE 39 · PRATIQUE

PGCD de deux décompositions

On donne $a = 2^3 \times 3^2 \times 5$ et $b = 2^2 \times 3^3 \times 7$. Déterminer $\text{PGCD}(a, b)$.

Donner la valeur du PGCD.

Réponse attendue : 36

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Seuls 2 et 3 sont communs aux deux décompositions.
2. Pour chacun, le plus petit exposant.

CORRECTION

Facteurs communs — 5 n'est que dans a, 7 que dans b : ils n'entrent pas.

$$\text{PGCD}(a, b) = 2^2 \times 3^2$$

$$\text{PGCD}(a, b) = 36$$

Un facteur présent dans un seul des deux nombres ne peut pas diviser l'autre : il n'entre jamais dans le PGCD.

PIÈGES ANTICIPÉS

`7560` → Tu as donné le PPCM, $2^3 \times 3^3 \times 5 \times 7$. Le PGCD ne garde que les facteurs communs.

`108 / 72` → Pour un des facteurs, tu as pris le plus grand exposant. Le PGCD prend le **plus petit**, pour chacun.

`1260` → Tu as gardé 5 et 7, qui ne sont chacun que dans un des deux nombres.

EXERCICE 40 · PRATIQUE **Retrouver le second nombre**

Deux entiers naturels a et b vérifient $\text{PGCD}(a, b) = 6$ et $\text{PPCM}(a, b) = 180$. On sait que $a = 36$.

Déterminer b.

Donner b.

Réponse attendue : 30

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Utilise la relation $\text{PPCM}(a, b) \times \text{PGCD}(a, b) = a \times b$.
2. Elle donne $36 \times b = 6 \times 180$.

CORRECTION

$$36 \times b = 6 \times 180 = 1080$$

$$b = \frac{1080}{36} = 30$$

Contrôle : $36 = 2^2 \times 3^2$ et $30 = 2 \times 3 \times 5$ donnent bien $\text{PGCD} = 6$ et $\text{PPCM} = 2^2 \times 3^2 \times 5 = 180$.

PIÈGES ANTICIPÉS

`5` → Tu as calculé $180 : 36$. La relation est $\text{PGCD} \times \text{PPCM} = a \times b$: il faut $6 \times 180 : 36$.

`1080` → 1080 est le produit $a \times b$. Il reste à diviser par $a = 36$.

EXERCICE 41 · PRATIQUE

Deux lignes de bus

À une station, un bus de la ligne A passe toutes les 15 minutes et un bus de la ligne B toutes les 20 minutes. Ils viennent de passer ensemble.

Déterminer dans combien de minutes ils repasseront ensemble pour la première fois.

Donner la durée, en minutes.

Réponse attendue : `60`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Les passages du bus A ont lieu aux multiples de 15, ceux du bus B aux multiples de 20.
2. On cherche le plus petit multiple commun non nul.

CORRECTION

$15 = 3 \times 5 \quad ; \quad 20 = 2^2 \times 5$

$\text{PPCM}(15, 20) = 2^2 \times 3 \times 5 = 60$

Ils repassent ensemble dans 60 minutes. « Ensemble pour la première fois » : c'est le mot qui annonce un PPCM.

PIÈGES ANTICIPÉS

`5` → 5 est le PGCD. Au bout de 5 minutes, aucun des deux bus n'est encore repassé.

`300` → $15 \times 20 = 300$ minutes : ils seront bien ensemble, mais ils l'auront déjà été avant.

`35` → Additionner les durées n'a pas de sens : la rencontre a lieu à un multiple commun de 15 et de 20.

EXERCICE 42 · PRATIQUE

Des bouquets identiques

Un fleuriste dispose de 84 roses et de 60 tulipes. Il veut composer le plus grand nombre possible de bouquets identiques, en utilisant toutes les fleurs.

Déterminer ce nombre de bouquets.

Donner le nombre de bouquets.

Réponse attendue : `12`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Le nombre de bouquets doit diviser 84 et 60.
2. On veut le plus grand diviseur commun : décompose les deux nombres.

CORRECTION

$84 = 2^2 \times 3 \times 7 \quad ; \quad 60 = 2^2 \times 3 \times 5$

$\text{PGCD}(84, 60) = 2^2 \times 3 = 12$

Chaque bouquet contient alors $84 : 12 = 7$ roses et $60 : 12 = 5$ tulipes. « Le plus grand nombre de parts identiques » annonce un PGCD.

PIÈGES ANTICIPÉS

`420` → 420 est le PPCM : il faudrait plus de fleurs que le fleuriste n'en a. Le nombre de bouquets **divise** les nombres de fleurs.

`6 / 4 / 3 / 2` → C'est un diviseur commun, mais pas le plus grand : on veut le **plus grand** nombre de bouquets.

EXERCICE 43 · RAISONNEMENT

Combien de fleurs par bouquet ?

Avec 90 roses et 126 marguerites, on compose le plus grand nombre possible de bouquets identiques, sans qu'il reste de fleur.

Déterminer le nombre de fleurs de chaque bouquet.

Donner le nombre de fleurs par bouquet.

Réponse attendue : 12

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Commence par le nombre de bouquets : un diviseur commun, le plus grand possible.
2. Divise ensuite chaque nombre de fleurs par le nombre de bouquets.

CORRECTION

$90 = 2 \times 3^2 \times 5 \quad ; \quad 126 = 2 \times 3^2 \times 7$

Les bouquets —

$\text{PGCD}(90, 126) = 2 \times 3^2 = 18$

Par bouquet —

$90 : 18 = 5 \quad ; \quad 126 : 18 = 7$

$5 + 7 = 12$

Lis la question jusqu'au bout : le PGCD donne le nombre de bouquets, les quotients donnent leur composition.

PIÈGES ANTICIPÉS

`18` → 18 est le nombre de bouquets. On demande combien de fleurs contient **chacun**.

`5 / 7` → Tu n'as compté qu'une espèce : chaque bouquet contient des roses **et** des marguerites.

EXERCICE 44 · RAISONNEMENT

Daller un terrain

Un terrain rectangulaire mesure 42 m sur 30 m. On veut le couvrir de dalles carrées identiques, dont le côté est un nombre entier de mètres, sans en couper aucune et avec le moins de dalles possible.

Déterminer le nombre de dalles.

Maths à la carte — Activités numériques I · fiche de relecture

Donner le nombre de dalles.

Réponse attendue : 35

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Le côté de la dalle doit diviser 42 et 30.
2. Moins de dalles, c'est des dalles les plus grandes possibles.
3. Compte les dalles dans la longueur, puis dans la largeur.

CORRECTION

Le côté —

$$\mathrm{PGCD}(42, 30) = 6$$

Les dalles — Dans la longueur, puis dans la largeur :

$$42 : 6 = 7 \quad ; \quad 30 : 6 = 5$$

$$7 \times 5 = 35$$

Contrôle par les aires : $\dfrac{42 \times 30}{6 \times 6} = \dfrac{1260}{36} = 35.$

PIÈGES ANTICIPÉS

`6` → 6 m est le côté de la dalle. On demande le **nombre** de dalles.

`1260` → Avec des dalles de 1 m on en utilise 1260 : c'est le maximum, pas le minimum.

EXERCICE 45 · DEFI

Trois coureurs sur une piste

Sur une piste, trois coureurs font un tour en 84 s, 90 s et 105 s, chacun à vitesse constante. Ils partent ensemble de la ligne.

Déterminer au bout de combien de minutes ils repasseront ensemble sur la ligne pour la première fois.

Donner la durée, en minutes.

Réponse attendue : 21

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Chaque coureur repasse sur la ligne à chaque multiple de son temps au tour.
2. Décompose 84, 90 et 105, puis prends tous les facteurs au plus grand exposant.

CORRECTION

$$84 = 2^2 \times 3 \times 7 \; ; \; 90 = 2 \times 3^2 \times 5 \; ; \; 105 = 3 \times 5 \times 7$$

$$\mathrm{PPCM} = 2^2 \times 3^2 \times 5 \times 7 = 1260 \text{ s}$$

$$1260 \text{ s} = 21 \text{ min}$$

Le PPCM de trois nombres se lit comme celui de deux : tous les facteurs, au plus grand exposant. Puis on convertit dans l'unité demandée.

PIÈGES ANTICIPÉS

`1260` → 1260 est la durée en **secondes**. Convertis : $1260 : 60$.

`3` → 3 est le PGCD des trois temps. On cherche un multiple commun, pas un diviseur.

EXERCICE 46 · DEFI

Un couple à retrouver

Deux entiers naturels a et b, avec $a < b$, vérifient $\text{PGCD}(a, b) = 15$ et $\text{PPCM}(a, b) = 180$. Aucun des deux ne divise l'autre.

Déterminer b.

Donner b.

Réponse attendue : `60`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Écris $a = 15m$ et $b = 15n$, avec m et n premiers entre eux.
2. La relation $a \times b = \text{PGCD} \times \text{PPCM}$ donne $m \times n = 12$.
3. Les couples $(m\,;n)$ premiers entre eux de produit 12, avec $m < n$: $(1\,;12)$ et $(3\,;4)$.

CORRECTION

Poser —

$a = 15m \quad ; \quad b = 15n \quad ; \quad \text{PGCD}(m, n) = 1$

$15m \times 15n = 15 \times 180 \iff mn = 12$

Les couples — $(2\,;6)$ est exclu : 2 et 6 ne sont pas premiers entre eux. $(1\,;12)$ donne $a = 15$, qui divise $b = 180$.

$(m\,;n) = (3\,;4)$

$a = 45 \quad ; \quad b = 60$

Contrôle : $45 = 3^2 \times 5$ et $60 = 2^2 \times 3 \times 5$ donnent $\text{PGCD} = 15$ et $\text{PPCM} = 180$.

PIÈGES ANTICIPÉS

`180` → Le couple $(15\,;180)$ convient au PGCD et au PPCM, mais 15 divise 180 : l'énoncé l'exclut.

`45` → 45 est a, le plus petit des deux. On demande b.

EXERCICE 47 · BASE

Premiers entre eux ?

On donne $35 = 5 \times 7$ et $48 = 2^4 \times 3$. Calculer $\text{PGCD}(35, 48)$.

Donner la valeur du PGCD.

Réponse attendue : `1`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Cherche un facteur premier commun aux deux décompositions.
2. S'il n'y en a aucun, seul 1 divise les deux nombres.

CORRECTION

Facteurs communs — Les facteurs de 35 sont 5 et 7 ; ceux de 48 sont 2 et 3. Aucun en commun.

$$\mathrm{PGCD}(35, 48) = 1$$

35 et 48 sont premiers entre eux — alors qu'aucun des deux n'est un nombre premier.

PIÈGES ANTICIPÉS

`0` → Le PGCD n'est jamais nul : 1 divise tous les entiers, c'est toujours un diviseur commun.

`1680` → 1680 est le PPCM. Le PGCD divise les deux nombres : il est plus petit que 35.

EXERCICE 48 · BASE

Simplifier en une seule fois

Rendre irréductible la fraction $\dfrac{84}{126}$.

Écrire la fraction irréductible sous la forme a/b.

Réponse attendue : `2/3`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Le PGCD de 84 et 126 permet de simplifier en une seule division.
2. $84 = 2^2 \times 3 \times 7$ et $126 = 2 \times 3^2 \times 7$.

CORRECTION

Le PGCD —

$$\mathrm{PGCD}(84, 126) = 2 \times 3 \times 7 = 42$$

$$\frac{84}{126} = \frac{84:42}{126:42} = \frac{2}{3}$$

Une seule division par le PGCD, et la fraction est irréductible : 2 et 3 sont premiers entre eux.

PIÈGES ANTICIPÉS

`3/2` → Tu as inversé le numérateur et le dénominateur : 84 est en haut.

EXERCICE 49 · BASE

Un dénominateur multiple du numérateur

Rendre irréductible la fraction $\dfrac{180}{2520}$.

Écrire la fraction irréductible sous la forme a/b.

Réponse attendue : `1/14`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. 2520 est-il un multiple de 180 ?
2. Si b est un multiple de a, alors $\mathrm{PGCD}(a, b) = a$.

CORRECTION

2520 est un multiple de 180 :

$2520 = 180 \times 14$

$\frac{180}{2520} = \frac{180:180}{2520:180} = \frac{1}{14}$

Quand le dénominateur est un multiple du numérateur, le PGCD est le numérateur lui-même : le numérateur devient 1.

PIÈGES ANTICIPÉS

`14` → 14 est l'inverse de la réponse : c'est $2520 : 180$. La fraction $\frac{180}{2520}$ est plus petite que 1.

EXERCICE 50 · PRATIQUE

Des facteurs communs à trouver

Rendre irréductible la fraction $\frac{252}{588}$.

Écrire la fraction irréductible sous la forme a/b.

Réponse attendue : `3/7`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Décompose 252 et 588 en facteurs premiers.
2. Le PGCD prend les facteurs communs au plus petit exposant.

CORRECTION

$252 = 2^2 \times 3^2 \times 7 \quad ; \quad 588 = 2^2 \times 3 \times 7^2$

$\mathrm{PGCD}(252, 588) = 2^2 \times 3 \times 7 = 84$

$\frac{252}{588} = \frac{252:84}{588:84} = \frac{3}{7}$

Contrôle : 3 et 7 sont premiers entre eux, la fraction est bien irréductible.

PIÈGES ANTICIPÉS

`7/3` → Tu as inversé le numérateur et le dénominateur.

EXERCICE 51 · PRATIQUE

Simplifier avec des puissances

Rendre irréductible $\frac{2^4 \times 3^3 \times 5}{2^2 \times 3^5 \times 7}$.

Écrire la fraction irréductible sous la forme a/b.

Réponse attendue : `20/63`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Simplifie chaque facteur premier séparément : $\frac{2^4}{2^2}$, puis $\frac{3^3}{3^5}$.
2. $\frac{3^3}{3^5} = \frac{1}{3^2}$: le 3 reste au dénominateur.

CORRECTION

$\frac{2^4}{2^2} = 2^2$; $\frac{3^3}{3^5} = \frac{1}{3^2}$

$\frac{2^4 \times 3^3 \times 5}{2^2 \times 3^5 \times 7} = \frac{2^2 \times 5}{3^2 \times 7}$

$\frac{2^2 \times 5}{3^2 \times 7} = \frac{20}{63}$

Avec les décompositions, on simplifie sans jamais calculer les grands nombres 2160 et 6804.

PIÈGES ANTICIPÉS

`180/7` → Tu as laissé 3^2 au numérateur. Il y a plus de 3 en bas (3^5) qu'en haut (3^3) : ce qui reste est au dénominateur.

EXERCICE 52 · PRATIQUE

Une somme de fractions

Calculer $\frac{5}{12} + \frac{7}{18}$ et donner le résultat sous forme irréductible.

Écrire le résultat sous la forme a/b irréductible (valeur exacte).

Réponse attendue : `29/36`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Le plus petit dénominateur commun est $\text{PPCM}(12, 18)$.
2. Multiplie chaque fraction pour arriver à ce dénominateur commun.

CORRECTION

Dénominateur commun —

$\text{PPCM}(12, 18) = 36$

$\frac{5}{12} = \frac{15}{36}$; $\frac{7}{18} = \frac{14}{36}$

$\frac{5}{12} + \frac{7}{18} = \frac{29}{36}$

Avec le PPCM pour dénominateur commun, le résultat sort souvent irréductible d'emblée : 29 est premier et ne divise pas 36.

PIÈGES ANTICIPÉS

`12/30 / 2/5` → On n'additionne jamais les dénominateurs : on réduit d'abord au même dénominateur.

`0.8 / 0.81 / 0.805 / 0.806 / 0.8055 / 0.8056` → C'est une valeur approchée : l'écriture décimale de $\frac{29}{36}$ ne s'arrête jamais. On demande la valeur exacte, sous forme de fraction irréductible.

EXERCICE 53 · PRATIQUE

Un PGCD à deux facteurs

Rendre irréductible la fraction $\frac{231}{273}$.

Écrire la fraction irréductible sous la forme a/b.

Réponse attendue : `11/13`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. 231 et 273 sont tous deux divisibles par 3 et par 7.
2. Après la simplification, vérifie que plus rien ne se simplifie.

CORRECTION

$231 = 3 \times 7 \times 11 \quad ; \quad 273 = 3 \times 7 \times 13$

$\text{PGCD}(231, 273) = 3 \times 7 = 21$

$\frac{231}{273} = \frac{11}{13}$

Deux nombres premiers distincts, comme 11 et 13, sont toujours premiers entre eux.

PIÈGES ANTICIPÉS

`13/11` → Tu as inversé le numérateur et le dénominateur.

EXERCICE 54 · RAISONNEMENT

Combien de fractions irréductibles ?

Déterminer combien d'entiers n, avec $1 \leq n \leq 20$, rendent la fraction $\frac{n}{20}$ irréductible.

Donner le nombre d'entiers n qui conviennent.

Réponse attendue : 8

INDICES, DANS L'ORDRE

1. $\frac{n}{20}$ est irréductible lorsque $\text{PGCD}(n, 20) = 1$.
2. $20 = 2^2 \times 5$: n ne doit être divisible ni par 2 ni par 5.

CORRECTION

$20 = 2^2 \times 5$

On écarte les nombres pairs, puis 5 et 15.

$n \in \{1\,;3\,;7\,;9\,;11\,;13\,;17\,;19\}$

8 valeurs

Irréductible veut dire « premiers entre eux » : aucun facteur premier du dénominateur ne doit diviser le numérateur.

PIÈGES ANTICIPÉS

`10` → Il ne suffit pas que n soit impair : 5 et 15 ont le facteur 5 en commun avec 20.

EXERCICE 55 · RAISONNEMENT

Premiers entre eux et PPCM

Deux entiers a et b, avec $1 < a < b$, sont premiers entre eux et $\text{PPCM}(a, b) = 91$.

Déterminer b.

Donner b.

Réponse attendue : 13

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Si $\mathrm{PGCD}(a,b)=1$, la relation du cours devient $\mathrm{PPCM}(a,b)=a\times b$.
2. Décompose 91.

CORRECTION

$\mathrm{PPCM}(a,b)\times 1=a\times b \iff a\times b=91$

$91=7\times 13$

Comme $1<a<b$:

$a=7 \quad ; \quad b=13$

Pour deux nombres premiers entre eux, le PPCM est simplement leur produit.

PIÈGES ANTICIPÉS

91 → $b=91$ imposerait $a=1$, exclu par $1<a$.

7 → 7 est a, le plus petit des deux. On demande b.

EXERCICE 56 · RAISONNEMENT **Premier, ou premier avec ?**

Déterminer le plus petit entier $n>1$ qui n'est **pas** un nombre premier, mais qui est premier avec 12.

Donner n.

Réponse attendue : 25

INDICES, DANS L'ORDRE

1. $12=2^2\times 3$: n ne doit être divisible ni par 2, ni par 3.
2. Un nombre non premier sans facteur 2 ni 3 a au moins deux facteurs premiers, chacun au moins égal à 5.

CORRECTION

$12=2^2\times 3$

Les non-premiers impairs 9, 15, 21 sont multiples de 3.

$9=3^2$; $15=3\times 5$; $21=3\times 7$

$25=5^2$ et $\mathrm{PGCD}(25,12)=1$.

$n=25$

« Premier » se dit d'un nombre seul ; « premiers entre eux » se dit d'un couple. 25 n'est pas premier, et pourtant il est premier avec 12.

PIÈGES ANTICIPÉS

5 / 7 / 11 → Ce nombre est bien premier avec 12, mais il est lui-même premier : l'énoncé l'exclut.

9 / 15 / 21 → Ce nombre est divisible par 3, comme 12 : ils ne sont pas premiers entre eux.

EXERCICE 57 · DEFI **Deux entiers consécutifs**

Soit n un entier naturel non nul. Déterminer $\mathrm{PGCD}(n, n+1)$, puis en déduire si la fraction $\dfrac{n}{n+1}$ peut se simplifier.

Donner la valeur de ce PGCD.

Réponse attendue : `1`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Essaie avec $n = 4$, $n = 9$, $n = 14$.
2. Un diviseur commun à deux nombres divise aussi leur différence.
3. Calcule $(n+1) - n$.

CORRECTION

La différence —

$(n+1) - n = 1$

Un diviseur commun d de n et $n+1$ divise 1 : donc $d = 1$.

$\mathrm{PGCD}(n, n+1) = 1$

Deux entiers consécutifs sont toujours premiers entre eux : la fraction $\dfrac{n}{n+1}$ est toujours irréductible, comme $\dfrac{41}{42}$.

EXERCICE 58 · DEFI

Des puissances mêlées

Rendre irréductible $\dfrac{2^5 \times 15^2}{6^3 \times 10}$.

Écrire la fraction irréductible sous la forme a/b.

Réponse attendue : `10/3`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Décompose d'abord 15, 6 et 10 en facteurs premiers.
2. $15^2 = 3^2 \times 5^2$ et $6^3 = 2^3 \times 3^3$.

CORRECTION

Décomposer —

$\frac{2^5 \times 3^2 \times 5^2}{2^3 \times 3^3 \times 2 \times 5} = \frac{2^5 \times 3^2 \times 5^2}{2^4 \times 3^3 \times 5}$

Simplifier —

$\frac{2 \times 5}{3}$

$\frac{2^5 \times 15^2}{6^3 \times 10} = \frac{10}{3}$

Tout ramener aux facteurs premiers, puis comparer les exposants : la méthode marche quelles que soient les puissances.

PIÈGES ANTICIPÉS

`3.3` / `3.33` / `3.333` → C'est une valeur approchée. On demande une fraction irréductible, valeur exacte.

EXERCICE 59 · BASE

Une fraction et un décimal

On pose $a = \dfrac{2}{3}$ et $b = 0{,}67$. Calculer $a - b$ pour comparer a et b.

Donner la valeur exacte de $a - b$, sous forme de fraction irréductible.

Réponse attendue : `-1/300`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Écris $0{,}67$ sous forme de fraction : $\dfrac{67}{100}$.
2. Réduis au même dénominateur, 300.

CORRECTION

$a - b = \frac{2}{3} - \frac{67}{100}$

$a - b = \frac{200}{300} - \frac{201}{300}$

$a - b = -\frac{1}{300}$

$a - b < 0$ donc $a < b$: $\dfrac{2}{3} = 0{,}666\ldots$ est un peu plus petit que $0{,}67$.

PIÈGES ANTICIPÉS

`1/300` → Tu as calculé $b - a$ au lieu de $a - b$. L'ordre compte : c'est lui qui donne le sens de la comparaison.

`-0.003 / -0.0033 / -0.00333` → C'est une valeur approchée : la valeur exacte s'écrit avec une fraction.

EXERCICE 60 · BASE

Multiplier par un négatif

On sait que $x < 5$. Comparer $-2x$ et -10.

Écrire le symbole qui convient entre $-2x$ et -10 : < ou >.

Réponse attendue : > — aussi acceptées : -2x > -10 · -10 < -2x · supérieur

INDICES, DANS L'ORDRE

1. On passe de x à $-2x$ en multipliant par -2.
2. Multiplier par un nombre strictement négatif change le sens de l'inégalité.

CORRECTION

$x < 5$

On multiplie par $-2 < 0$: le sens change.

$-2 \times x > -2 \times 5$

$-2x > -10$

Contrôle avec $x = 0$: $-2 \times 0 = 0 > -10$. À chaque multiplication, regarde le signe du nombre.

PIÈGES ANTICIPÉS

`< / -2x < -10 / -10 > -2x / inférieur` → Tu as gardé le sens. On a multiplié par -2, un nombre **négatif** : le sens change.

EXERCICE 61 · BASE

La plus petite valeur

On sait que $x \geq 4$. Déterminer la plus petite valeur possible de $3x - 5$.

Donner cette plus petite valeur.

Réponse attendue : 7

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Multiplie l'inégalité par 3 : 3 est positif, le sens est conservé.
2. Retire ensuite 5 aux deux membres.

CORRECTION

$x \geq 4 \Rightarrow 3x \geq 12$

$3x - 5 \geq 12 - 5$

$3x - 5 \geq 7$

La valeur 7 est atteinte pour $x = 4$: c'est bien la plus petite.

PIÈGES ANTICIPÉS

`12` → 12 est la plus petite valeur de $3x$. Il reste à retirer 5.

EXERCICE 62 · PRATIQUE

Ranger trois fractions

Ranger dans l'ordre croissant les nombres $\frac{5}{6}$, $\frac{7}{9}$ et $\frac{3}{4}$, puis calculer la différence entre le plus grand et le plus petit.

Donner cette différence, sous forme de fraction irréductible (valeur exacte).

Réponse attendue : `1/12`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Réduis les trois fractions au même dénominateur, $\text{PPCM}(6, 9, 4) = 36$.
2. Compare ensuite les numérateurs.

CORRECTION

$\frac{5}{6} = \frac{30}{36}$; $\frac{7}{9} = \frac{28}{36}$; $\frac{3}{4} = \frac{27}{36}$

$\frac{3}{4} < \frac{7}{9} < \frac{5}{6}$

$\frac{30}{36} - \frac{27}{36} = \frac{3}{36} = \frac{1}{12}$

Même dénominateur positif : l'ordre des fractions est celui de leurs numérateurs.

PIÈGES ANTICIPÉS

`1/18` / `1/36` → Ce n'est pas l'écart entre le plus grand et le plus petit : range d'abord les trois fractions.

`-1/12` → Tu as soustrait le plus grand au plus petit. On demande le plus grand moins le plus petit, qui est positif.

`0.08 / 0.083 / 0.0833 / 0.08333` → C'est une valeur approchée : l'écriture décimale de $\frac{1}{12}$ ne s'arrête jamais. On demande la valeur exacte, sous forme de fraction irréductible.

EXERCICE 63 · PRATIQUE

Les bornes qui s'échangent

On sait que $-3 < x < 2$. Encadrer $-2x + 1$.

Donner la borne supérieure de l'encadrement.

Réponse attendue : 7

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Multiplie d'abord par -2 : attention au sens.
2. Les bornes s'échangent : celle de droite vient maintenant de -3.

CORRECTION

Multiplier par -2 —

$-2 \times 2 < -2x < -2 \times (-3)$

$-4 < -2x < 6$

Ajouter 1 —

$-3 < -2x + 1 < 7$

Multiplier par un négatif retourne tout l'encadrement : la borne de droite vient de la borne de gauche.

PIÈGES ANTICIPÉS

`-3` → C'est la borne inférieure : elle vient de $x < 2$, à cause du changement de sens.

EXERCICE 64 · PRATIQUE

Même numérateur

On pose $A = \frac{13}{17}$ et $B = \frac{13}{19}$. Calculer $A - B$.

Donner $A - B$ sous forme de fraction irréductible (valeur exacte).

Réponse attendue : 26/323

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Dénominateur commun : $17 \times 19 = 323$.
2. Au numérateur, mets 13 en facteur.

CORRECTION

$A - B = \frac{13\times19}{323} - \frac{13\times17}{323}$

$A - B = \frac{13\times(19-17)}{323}$

$A - B = \frac{26}{323}$

$A - B > 0$ donc $A > B$: à numérateurs égaux et positifs, la fraction au plus petit dénominateur est la plus grande.

PIÈGES ANTICIPÉS

`-26/323` → Tu as calculé $B - A$. On demande $A - B$.

`0` → Soustraire les numérateurs n'a de sens qu'avec le même dénominateur.

`0.08 / 0.0804 / 0.0805 / 0.08049` → C'est une valeur approchée : l'écriture décimale de $\frac{26}{323}$ ne s'arrête jamais. On demande la valeur exacte, sous forme de fraction irréductible.

EXERCICE 65 · PRATIQUE

Une différence qui décide

On sait que $a < b$ et que $b - a = 3$. Calculer $(5 - 2a) - (5 - 2b)$, puis comparer $5 - 2a$ et $5 - 2b$.

Donner la valeur de $(5 - 2a) - (5 - 2b)$.

Réponse attendue : 6

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Supprime les parenthèses : attention au signe moins devant la seconde.
2. Fais apparaître $b - a$.

CORRECTION

$(5 - 2a) - (5 - 2b) = 5 - 2a - 5 + 2b$

$= 2b - 2a = 2(b - a)$

$= 2 \times 3 = 6$

La différence est positive : $5 - 2a > 5 - 2b$. Le sens s'inverse par rapport à $a < b$, parce qu'on a multiplié par -2.

PIÈGES ANTICIPÉS

`-6` → Attention au signe : $-(5 - 2b) = -5 + 2b$.

`3` → $(5 - 2a) - (5 - 2b) = 2(b - a)$, et non $b - a$: le 2 reste.

EXERCICE 66 · RAISONNEMENT

Deux fractions presque égales

On pose $a = \frac{1234567}{1234568}$ et $b = \frac{1234568}{1234569}$. Avec $n = 1234567$, on a $a = \frac{n}{n+1}$ et $b = \frac{n+1}{n+2}$.

On réduit $b - a$ au même dénominateur $(n + 1)(n + 2)$. Déterminer le numérateur obtenu.

Donner le numérateur de $b - a$.

Réponse attendue : 1

INDICES, DANS L'ORDRE

1. $b - a = \dfrac{(n+1)^2 - n(n+2)}{(n+1)(n+2)}$.
2. Développe $(n+1)^2$ et $n(n+2)$, puis soustrais.

CORRECTION

$b - a = \frac{(n+1)^2 - n(n+2)}{(n+1)(n+2)}$

$(n+1)^2 - n(n+2) = n^2 + 2n + 1 - n^2 - 2n$

$(n+1)^2 - n(n+2) = 1$

$b - a = \dfrac{1}{(n+1)(n+2)} > 0$ donc $a < b$. Une calculatrice affiche presque 1 pour les deux : seul le calcul littéral tranche.

PIÈGES ANTICIPÉS

`-1` → Tu as calculé $a - b$. On demande $b - a$.

EXERCICE 67 · RAISONNEMENT

Une hausse puis une baisse

Un article coûte 200 D. Son prix augmente de $10\,\%$, puis le nouveau prix baisse de $10\,\%$.

Calculer la différence : prix final − prix initial.

Donner cette différence, en dinars.

Réponse attendue : `-2`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Après la hausse, le prix est $200 \times 1{,}1$.
2. La baisse de $10\,\%$ se calcule sur le **nouveau** prix : on le multiplie par $0{,}9$.

CORRECTION

La hausse —

$200 \times 1{,}1 = 220$

La baisse —

$220 \times 0{,}9 = 198$

$198 - 200 = -2$

La différence est négative : le prix final est plus petit. Comparer, c'est étudier le signe d'une différence — et ici il contredit l'intuition.

PIÈGES ANTICIPÉS

`0` → Les deux $10\,\%$ ne portent pas sur le même prix : la baisse se calcule sur 220 D, pas sur 200 D.

`2` → Le prix final, 198 D, est **inférieur** au prix initial : la différence est négative.

EXERCICE 68 · RAISONNEMENT

Quatre affirmations

On sait que $a < b$ et $c < 0$. Déterminer combien des affirmations suivantes sont toujours vraies.

(1) $ac < bc$; (2) $a - c < b - c$; (3) $\dfrac{a}{c} < \dfrac{b}{c}$; (4) $-a > -b$.

Donner le nombre d'affirmations toujours vraies.

Réponse attendue : 2

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Ajouter ou retirer c ne change jamais le sens.
2. Multiplier par $c < 0$ le change. Et diviser par c, c'est multiplier par $\dfrac{1}{c}$, qui a le même signe que c.

CORRECTION

(1) et (3) — On multiplie par c, puis par $\dfrac{1}{c}$: deux négatifs, le sens change.

$ac > bc \quad ; \quad \frac{a}{c} > \frac{b}{c}$

(2) et (4) — Retirer c conserve le sens ; multiplier par -1 le change, et c'est bien ce qu'écrit (4).

$a - c < b - c \quad ; \quad -a > -b$

(2) et (4) sont vraies

Avant chaque opération sur une inégalité, une seule question : par quel nombre je multiplie, et quel est son signe ?

PIÈGES ANTICIPÉS

3 → Tu as compté une affirmation fausse. Multiplier par c ou diviser par c, négatif, change le sens : (1) et (3) sont fausses.

4 → c est négatif : multiplier ou diviser par c change le sens. (1) et (3) sont fausses.

EXERCICE 69 · DEFI

Un classement serré

Ranger dans l'ordre croissant $\dfrac{7}{8}$; $0{,}87$; $\dfrac{8}{9}$; $\dfrac{22}{25}$, puis calculer l'écart entre le deuxième et le troisième nombre de ce classement.

Donner cet écart.

Réponse attendue : `1/200` — aussi acceptées : 0.005

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Écris chaque nombre sous forme décimale, avec assez de chiffres.
2. $\dfrac{8}{9}$ ne s'arrête pas : $0{,}888\ldots$ Les trois autres sont décimaux.

CORRECTION

$\frac{7}{8} = 0{,}875 \quad ; \quad \frac{22}{25} = 0{,}88 \quad ; \quad \frac{8}{9} = 0{,}888\ldots$

$0{,}87 < \frac{7}{8} < \frac{22}{25} < \frac{8}{9}$

$\frac{22}{25} - \frac{7}{8} = 0{,}88 - 0{,}875 = 0{,}005$

Quand des nombres sont très proches, on les compare avec le même nombre de décimales, ou par le signe de leur différence.

PIÈGES ANTICIPÉS

1/72 → $\frac{8}{9} = 0{,}888\ldots$ dépasse $\frac{22}{25} = 0{,}88$: c'est le plus grand des quatre, pas le troisième.

EXERCICE 70 · BASE

Une demi-droite

Traduire l'inégalité $x \geq 2$ par un intervalle.

Écrire l'intervalle, avec les bons crochets (+inf pour l'infini).

Réponse attendue : `[2;+inf[` — aussi acceptées : [2;+∞[· [2,+inf[· [2;+oo[

INDICES, DANS L'ORDRE

1. $x \geq 2$: la valeur 2 est-elle prise ? Et jusqu'où vont les valeurs ?
2. Pas de limite à droite : on va jusqu'à $+\infty$.

CORRECTION

Borne de gauche — Avec $\geq$, la valeur 2 est prise : crochet fermé.

$[2$

Borne de droite — Aucune limite : on va vers $+\infty$, crochet ouvert.

$+\infty[$

$x \in [2\,;+\infty[$

Du côté de l'infini, le crochet est toujours ouvert : $+\infty$ n'est pas un nombre, on ne l'atteint jamais.

PIÈGES ANTICIPÉS

`]2;+inf[` / `]2,+inf[` → $x \geq 2$: la valeur 2 est prise, le crochet est fermé.

`[2;+inf]` / `[2,+inf]` → Du côté de l'infini, le crochet est toujours ouvert.

EXERCICE 71 · BASE

Les entiers d'un intervalle

Déterminer combien d'entiers relatifs appartiennent à l'intervalle $[-2\,;3[$.

Donner le nombre d'entiers.

Réponse attendue : 5

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Le crochet fermé prend -2 ; le crochet ouvert laisse 3 dehors.
2. Écris la liste des entiers, de -2 jusqu'au dernier avant 3.

CORRECTION

La liste —

$-2\,;\ -1\,;\ 0\,;\ 1\,;\ 2$

5 entiers

N'oublie ni 0, ni la borne fermée. Une borne ouverte n'est jamais comptée.

PIÈGES ANTICIPÉS

6 → 3 est exclu : le crochet est ouvert de ce côté.

4 → Il en manque un : -2 est inclus (crochet fermé), et 0 compte aussi.

EXERCICE 72 · RAISONNEMENT

Un centre et une longueur

Un intervalle $[a\,;b]$ a pour centre 2 et pour longueur 10. Déterminer a.

Donner a.

Réponse attendue : `-3`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Le centre est le milieu de a et b.
2. De chaque côté du centre, il y a la moitié de la longueur.

CORRECTION

La demi-longueur —

$\frac{10}{2} = 5$

À droite, $b = 2 + 5 = 7$; à gauche :

$a = 2 - 5 = -3$

Contrôle : $\dfrac{-3+7}{2} = 2$ et $7 - (-3) = 10$.

PIÈGES ANTICIPÉS

-8 → Tu as retiré toute la longueur au centre. Le centre est à mi-chemin : on ne retire que la moitié, 5.

7 → 7 est la borne b, à droite. On demande a.

EXERCICE 73 · PRATIQUE

Réunion de deux intervalles

Soient $I =]-\infty\,;2]$ et $J = [-1\,;5[$. Déterminer $I \cup J$.

Écrire l'intervalle réunion (-inf pour moins l'infini).

Réponse attendue : `]-inf;5[` — aussi acceptées :]-∞;5[·]-inf,5[·]-oo;5[

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Trace I et J l'un sous l'autre sur une même droite.
2. Quand deux intervalles se chevauchent, leur réunion va de la borne la plus à gauche à la borne la plus à droite.

CORRECTION

Le chevauchement — I et J ont en commun $[-1\,;2]$: leur réunion est d'un seul tenant.

$I \cap J = [-1\,;2]$

Les bornes — À gauche, I va jusqu'à $-\infty$; à droite, J s'arrête en 5, exclu.

$I \cup J =]-\infty\,;5[$

La réunion de deux intervalles qui se chevauchent est un intervalle : on prend la borne extrême de chaque côté, avec son crochet.

PIÈGES ANTICIPÉS

`[-1;2] / [-1,2]` → Ça, c'est $I \cap J$. La réunion garde ce qui est dans **au moins un** des deux intervalles.

`]-inf;5] / ]-inf,5]` → 5 n'appartient ni à J ni à I : il n'est pas dans la réunion.

EXERCICE 74 · PRATIQUE

Intersection avec une demi-droite

Soient $I = [-4\,;1]$ et $J =]0\,;+\infty[$. Déterminer $I \cap J$.

Écrire l'intervalle intersection.

Réponse attendue : `]0;1]` — aussi acceptées :]0,1]

INDICES, DANS L'ORDRE

1. On garde la plus grande des bornes de gauche et la plus petite des bornes de droite.
2. Pour chaque borne retenue, prends le crochet de l'intervalle d'où elle vient.

CORRECTION

À gauche —

$\max(-4\,;0) = 0 \quad \text{et} \quad 0 \notin J$

À droite —

$\min(1\,;+\infty) = 1 \quad \text{et} \quad 1 \in I$

$I \cap J =]0\,;1]$

Une borne appartient à l'intersection seulement si elle est dans les deux intervalles.

PIÈGES ANTICIPÉS

`[0;1] / [0,1]` → 0 n'appartient pas à J : il est exclu de l'intersection.

`[-4;+inf[ / [-4,+inf[` → Ça, c'est la réunion $I \cup J$. L'intersection ne garde que ce qui est dans les **deux**.

EXERCICE 75 · PRATIQUE

Une intersection vide ?

Soient $I = [1\,;3]$ et $J =]3\,;6]$. Déterminer $I \cap J$.

Écrire l'intersection (∅ si elle est vide).

Réponse attendue : ∅ — aussi acceptées : {} · vide

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Trace les deux intervalles : ont-ils un point commun ?
2. Regarde de près la valeur 3 : à quels intervalles appartient-elle ?

CORRECTION

$3 \in I \quad \text{mais} \quad 3 \notin J$

Les éléments de J sont strictement plus grands que 3, ceux de I sont au plus égaux à 3.

$I \cap J = \varnothing$

Deux intervalles qui se touchent par une borne ouverte n'ont aucun point commun : l'intersection est l'ensemble vide.

PIÈGES ANTICIPÉS

`{3}` → 3 est dans I, mais pas dans J : le crochet de J est ouvert en 3.

`[1;6] / [1,6]` → Ça, c'est la réunion $I \cup J$. On demande l'intersection.

EXERCICE 76 · PRATIQUE

Ce qui reste en dehors

Écrire sous forme d'intervalle l'ensemble des réels qui n'appartiennent pas à $]-\infty\,;4[$.

Écrire l'intervalle (+inf pour l'infini).

Réponse attendue : `[4;+inf[` — aussi acceptées : [4;+∞[· [4,+inf[· [4;+oo[

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Un réel qui n'est pas dans $]-\infty\,;4[$ vérifie $x \geq 4$.
2. La borne 4, exclue au départ, est maintenant prise.

CORRECTION

$x \notin]-\infty\,;4[\iff x \geq 4$

$x \in [4\,;+\infty[$

Passer à ce qui reste retourne le crochet de la borne : ce qui était exclu devient inclus.

PIÈGES ANTICIPÉS

`]4;+inf[ / ]4,+inf[` → 4 n'est pas dans $]-\infty\,;4[$: il fait donc partie des réels cherchés. Crochet fermé.

EXERCICE 77 · PRATIQUE

Une réunion avec un trou

Déterminer combien d'entiers relatifs appartiennent à $]-5\,;-1] \cup [3\,;6[$.

Donner le nombre d'entiers.

Réponse attendue : 7

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Compte séparément dans chaque morceau.
2. -5 et 6 sont exclus ; -1 et 3 sont inclus.

CORRECTION

Premier morceau —

$-4,\ -3,\ -2,\ -1$

Second morceau —

$3,\ 4,\ 5$

$4 + 3 = 7$

Une réunion de deux intervalles sans point commun n'est pas un intervalle : elle a un trou, ici entre -1 et 3.

PIÈGES ANTICIPÉS

9 → Tu as compté -5 et 6, qui sont exclus : leurs crochets sont ouverts.

EXERCICE 78 · RAISONNEMENT

Un encadrement à traduire

Déterminer, sous forme d'intervalle, l'ensemble des réels x tels que $-1 < 2x + 3 \leq 7$.

Écrire l'intervalle.

Réponse attendue : `]-2;2]` — aussi acceptées :]-2,2]

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Retire 3 aux trois membres.
2. Divise ensuite par 2, positif : le sens ne change pas.

CORRECTION

$-1 - 3 < 2x \leq 7 - 3$

$-4 < 2x \leq 4$

$-2 < x \leq 2$

$x \in]-2\,;2]$

On isole x avec les règles de l'ordre, en gardant chaque signe : le strict reste strict, le large reste large.

PIÈGES ANTICIPÉS

`[-2;2[` / `[-2,2[` → Tu as inversé les crochets : $<$ exclut -2, $\leq$ prend 2.

`[-2;2]` / `[-2,2]` → $-1 < 2x + 3$ est strict : -2 est exclu.

`]-4;4]` / `]-4,4]` → Tu t'es arrêté à $-4 < 2x \leq 4$: il reste à diviser par 2.

EXERCICE 79 · RAISONNEMENT

Une longueur imposée

Déterminer le réel a tel que l'intervalle $[-1\,;2a+1]$ ait pour longueur 8.

Donner a.

Réponse attendue : 3

INDICES, DANS L'ORDRE

1. La longueur de $[c\,;d]$ est $d-c$.
2. Écris $(2a+1)-(-1)=8$ et résous.

CORRECTION

$(2a+1)-(-1)=8$

$2a+2=8$

$a=3$

Contrôle : avec $a=3$, l'intervalle est $[-1\,;7]$, de longueur $7-(-1)=8$.

PIÈGES ANTICIPÉS

3.5 → Tu as écrit $2a+1=8$. La longueur est la différence des bornes : $(2a+1)-(-1)=8$.

4 → Tu as retiré 1 au lieu de -1 : $(2a+1)-(-1)=2a+2$.

EXERCICE 80 · DEFI

Une intersection qui ne doit pas être vide

Soit m un réel, $I=]-\infty\,;m]$ et $J=[2m-3\,;+\infty[$. Déterminer la plus grande valeur de m pour laquelle $I\cap J$ n'est pas vide.

Donner cette valeur de m.

Réponse attendue : 3

INDICES, DANS L'ORDRE

1. $I\cap J$ est l'ensemble des x tels que $2m-3\leq x\leq m$.
2. Un tel x existe exactement quand $2m-3\leq m$.
3. Pour la valeur limite, l'intersection se réduit à un seul point : est-elle vide ?

CORRECTION

$I\cap J=\{x\in\mathbb{R}\mid 2m-3\leq x\leq m\}$

$I\cap J\neq\varnothing \iff 2m-3\leq m \iff m\leq 3$

Pour $m=3$: $I\cap J=[3\,;3]=\{3\}$, qui n'est pas vide.

$m=3$

Deux bornes fermées qui se rejoignent donnent un point, pas le vide : c'est pourquoi la plus grande valeur est atteinte.

EXERCICE 81 · BASE

Encadrer une somme

On sait que $2<x<3$ et $1<y<4$. Encadrer $x+y$.

Donner la borne inférieure de l'encadrement.

Réponse attendue : 3

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Pour une somme, on ajoute les encadrements membre à membre.

2. Gauche avec gauche, droite avec droite.

CORRECTION

$2 + 1 < x + y < 3 + 4$

$3 < x + y < 7$

Pour une somme, on additionne les encadrements membre à membre : c'est l'opération la plus directe.

PIÈGES ANTICIPÉS

`7` → C'est la borne supérieure. On demande celle de gauche.

EXERCICE 82 · BASE **Encadrer à 0,01 près**

On sait que $\frac{12}{7} = 1{,}714285\ldots$ Encadrer $\frac{12}{7}$ par deux décimaux d'amplitude 10^{-2}, ayant deux chiffres après la virgule.

Donner la borne inférieure.

Réponse attendue : `1.71`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. À 10^{-2} près : deux chiffres après la virgule, et un écart de $0{,}01$ entre les bornes.
2. Pour la borne inférieure, on garde les deux premiers chiffres après la virgule, sans arrondir.

CORRECTION

$1{,}71 < 1{,}714285\cdots < 1{,}72$

$1{,}71 < \frac{12}{7} < 1{,}72$

$1{,}71$ est la valeur approchée par défaut de $\frac{12}{7}$ à 10^{-2} près, $1{,}72$ la valeur approchée par excès.

PIÈGES ANTICIPÉS

`1.72` → $1{,}72$ est la borne supérieure, la valeur approchée par excès.

`1.714` → On demande un encadrement à 10^{-2} près : deux chiffres après la virgule.

EXERCICE 83 · BASE **Arrondir au centième**

Donner l'arrondi au centième de $47{,}6352$.

Donner l'arrondi.

Réponse attendue : `47.64`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Le chiffre des centièmes est 3 ; regarde le chiffre qui le suit.
2. Si ce chiffre est 5, 6, 7, 8 ou 9, on ajoute 1 au chiffre des centièmes.

CORRECTION

Le chiffre suivant — On garde $47{,}63$, et le chiffre suivant est 5.

$47{,}6352$

$47{,}6352 \approx 47{,}64$

Arrondir, c'est choisir la valeur approchée la plus proche ; tronquer, c'est seulement couper.

PIÈGES ANTICIPÉS

`47.63` → Tu as tronqué. Le chiffre qui suit les centièmes est 5 : on ajoute 1 au chiffre des centièmes.

`47.6` → C'est l'arrondi au dixième. Au centième, on garde deux chiffres après la virgule.

EXERCICE 84 · PRATIQUE

Encadrer un produit

On sait que $2 < x < 3$ et $4 < y < 5$. Encadrer xy.

Donner la borne supérieure.

Réponse attendue : 15

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Les deux nombres sont positifs : on peut multiplier les encadrements membre à membre.
2. Droite avec droite pour la borne supérieure.

CORRECTION

$2 \times 4 < xy < 3 \times 5$

$8 < xy < 15$

On ne multiplie membre à membre que si tout est positif. Avec des négatifs, la règle ne marche plus.

PIÈGES ANTICIPÉS

`8` → C'est la borne inférieure. On demande celle de droite.

EXERCICE 85 · PRATIQUE

Encadrer une différence

On sait que $3 < x < 5$ et $1 < y < 2$. Encadrer $x - y$.

Donner la borne inférieure.

Réponse attendue : 1

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Encadre d'abord $-y$: les bornes s'échangent et changent de signe.
2. Ajoute ensuite l'encadrement de $-y$ à celui de x.

CORRECTION

Encadrer -y —

$-2 < -y < -1$

Additionner —

$3 + (-2) < x + (-y) < 5 + (-1)$

$1 < x - y < 4$

Une différence est la somme de x et de $-y$: c'est la seule façon sûre de l'encadrer.

PIÈGES ANTICIPÉS

2 / 3 → Tu as soustrait les encadrements membre à membre : c'est interdit. On encadre d'abord $-y$, puis on additionne.

EXERCICE 86 · PRATIQUE

Le périmètre d'un rectangle

Un rectangle a une longueur L et une largeur ℓ, en cm, telles que $3{,}2 \leq L \leq 3{,}3$ et $1{,}5 \leq \ell \leq 1{,}6$. Encadrer son périmètre.

Donner la borne supérieure, en cm.

Réponse attendue : `9.8`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Le périmètre est $2(L + \ell)$.
2. Encadre $L + \ell$, puis multiplie par 2, qui est positif.

CORRECTION

La somme —

$4{,}7 \leq L + \ell \leq 4{,}9$

Le double —

$9{,}4 \leq 2(L + \ell) \leq 9{,}8$

On suit l'ordre des opérations de la formule : la somme d'abord, puis le produit par 2.

PIÈGES ANTICIPÉS

4.9 → Tu as encadré $L + \ell$. Le périmètre est $2(L + \ell)$.

9.4 → C'est la borne inférieure. On demande celle de droite.

EXERCICE 87 · PRATIQUE

Valeur approchée d'un quotient

Calculer $4127 : 163$, puis donner la valeur approchée par défaut du quotient à 10^{-2} près.

Donner cette valeur approchée.

Réponse attendue : `25.31`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Pose la division jusqu'au troisième chiffre après la virgule.
2. Par défaut : la valeur juste en dessous, avec deux chiffres après la virgule.

CORRECTION

$4127 : 163 = 25{,}319\ldots$

$25{,}31 \leq \frac{4127}{163} < 25{,}32$

« Par défaut » : en dessous du nombre ; « par excès » : au-dessus. Les deux sont à $0{,}01$ l'une de l'autre.

PIÈGES ANTICIPÉS

`25.32` → $25{,}32$ est la valeur approchée par excès (c'est aussi l'arrondi). Par défaut, on coupe sans arrondir.

`25.3` → Tu t'es arrêté au dixième. À 10^{-2} près, on garde deux chiffres après la virgule.

EXERCICE 88 · RAISONNEMENT

Encadrer avec un facteur négatif

On sait que $1{,}73 < \sqrt{3} < 1{,}74$. Encadrer $5 - 2\sqrt{3}$.

Donner la borne inférieure.

Réponse attendue : `1.52`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Multiplie par -2 : il est négatif, le sens change.
2. Ajoute ensuite 5 aux trois membres.

CORRECTION

Multiplier par -2 —

$-2 \times 1{,}74 < -2\sqrt{3} < -2 \times 1{,}73$

$-3{,}48 < -2\sqrt{3} < -3{,}46$

Ajouter 5 —

$1{,}52 < 5 - 2\sqrt{3} < 1{,}54$

Le changement de sens dit d'où vient chaque borne : ici, la borne inférieure vient de la borne **supérieure** de $\sqrt{3}$.

PIÈGES ANTICIPÉS

`1.54` → En multipliant par -2, les bornes s'échangent : $-3{,}48 < -2\sqrt{3} < -3{,}46$. La borne inférieure vient de $1{,}74$.

EXERCICE 89 · RAISONNEMENT

L'amplitude d'une aire

Un rectangle a une longueur L et une largeur ℓ, en cm, telles que $4{,}1 \leq L \leq 4{,}2$ et $2{,}5 \leq \ell \leq 2{,}6$. Encadrer son aire, puis calculer l'amplitude de cet encadrement.

Donner l'amplitude, en cm².

Réponse attendue : `0.67`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Toutes les mesures sont positives : multiplie les encadrements membre à membre.

2. L'amplitude est la différence entre la borne supérieure et la borne inférieure.

CORRECTION

$4{,}1 \times 2{,}5 \leq L\ell \leq 4{,}2 \times 2{,}6$

$10{,}25 \leq L\ell \leq 10{,}92$

L'amplitude —

$10{,}92 - 10{,}25 = 0{,}67$

L'amplitude d'un produit n'est pas le produit des amplitudes : on encadre d'abord, puis on fait la différence des bornes.

PIÈGES ANTICIPÉS

`0.01` → Tu as multiplié les amplitudes, $0{,}1 \times 0{,}1$. Encadre d'abord l'aire, puis fais la différence des bornes.

`0.2` → Tu as additionné les amplitudes. Ce serait juste pour une somme, pas pour un produit.

EXERCICE 90 · RAISONNEMENT

Ce que dit un arrondi

Un nombre x a pour arrondi au dixième $2{,}4$. On veut l'encadrer sous la forme $a \leq x < b$.

Déterminer a.

Donner a.

Réponse attendue : `2.35`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Quels nombres s'arrondissent à $2{,}4$? Essaie $2{,}37$, puis $2{,}33$.
2. On arrondit à $2{,}4$ les nombres plus proches de $2{,}4$ que de $2{,}3$ et de $2{,}5$.

CORRECTION

$2{,}35$ s'arrondit à $2{,}4$ (le chiffre suivant est 5) ; $2{,}45$ s'arrondit déjà à $2{,}5$.

$2{,}35 \leq x < 2{,}45$

$a = 2{,}35$

Un arrondi au dixième place x à moins de $0{,}05$ de la valeur arrondie : l'encadrement a une amplitude de $0{,}1$.

PIÈGES ANTICIPÉS

`2.4` → $2{,}4$ est l'arrondi lui-même. Des nombres un peu plus petits, comme $2{,}37$, s'arrondissent aussi à $2{,}4$.

`2.3` → Un nombre comme $2{,}32$ a pour arrondi $2{,}3$, pas $2{,}4$.

EXERCICE 91 · DEFI

L'amplitude d'un produit

On sait que $1{,}41 < \sqrt{2} < 1{,}42$ et $1{,}73 < \sqrt{3} < 1{,}74$. Encadrer $\sqrt{2} \times \sqrt{3}$, puis calculer l'amplitude de cet encadrement.

Donner l'amplitude.

Réponse attendue : `0.0315`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Tout est positif : multiplie les encadrements membre à membre.
2. Calcule $1{,}41 \times 1{,}73$ et $1{,}42 \times 1{,}74$.

CORRECTION

$1{,}41 \times 1{,}73 < \sqrt{2} \times \sqrt{3} < 1{,}42 \times 1{,}74$

$2{,}4393 < \sqrt{2} \times \sqrt{3} < 2{,}4708$

L'amplitude —

$2{,}4708 - 2{,}4393 = 0{,}0315$

Deux encadrements d'amplitude $0{,}01$ donnent un produit plus de trois fois moins précis : chaque erreur est multipliée par la taille de l'autre nombre.

PIÈGES ANTICIPÉS

`0.0001` → Tu as multiplié les amplitudes. Encadre d'abord le produit, puis fais la différence des bornes.

`0.02` → Tu as additionné les amplitudes : ce serait juste pour une somme, pas pour un produit.

EXERCICE 92 · DEFI

Une différence de deux racines

On sait que $2{,}23 < \sqrt{5} < 2{,}24$ et $1{,}73 < \sqrt{3} < 1{,}74$. Encadrer $\sqrt{5} - \sqrt{3}$.

Donner la borne supérieure.

Réponse attendue : `0.51`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Encadre d'abord $-\sqrt{3}$.
2. Ajoute ensuite membre à membre les encadrements de $\sqrt{5}$ et de $-\sqrt{3}$.

CORRECTION

Encadrer −√3 —

$-1{,}74 < -\sqrt{3} < -1{,}73$

Additionner —

$2{,}23 - 1{,}74 < \sqrt{5} - \sqrt{3} < 2{,}24 - 1{,}73$

$0{,}49 < \sqrt{5} - \sqrt{3} < 0{,}51$

La soustraction membre à membre donne ici un « encadrement » d'amplitude nulle, ce qui est absurde : la preuve qu'elle est interdite.

PIÈGES ANTICIPÉS

`0.5` → Tu as soustrait membre à membre : $2{,}23 - 1{,}73$ et $2{,}24 - 1{,}74$ donnent tous deux $0{,}5$, un encadrement d'amplitude nulle, impossible.

`0.49` → C'est la borne inférieure. On demande celle de droite.

EXERCICE 93 · BASE

Trois valeurs absolues

Calculer $B = |-7| + |3| - |-2|$.

Donner la valeur de B.

Réponse attendue : 8

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Calcule chaque valeur absolue séparément.
2. Le signe $-$ devant la troisième barre n'est pas dans la valeur absolue : il reste.

CORRECTION

$|-7| = 7 \quad ; \quad |3| = 3 \quad ; \quad |-2| = 2$

$B = 7 + 3 - 2 = 8$

La valeur absolue rend positif ce qui est **entre** les barres ; les signes **devant** les barres, eux, restent.

PIÈGES ANTICIPÉS

`-2` → Tu as enlevé les barres sans enlever les signes : $-7 + 3 - (-2) = -2$.

`12` → Le signe moins devant $|-2|$ reste : $|-2| = 2$, et on **retire** 2.

EXERCICE 94 · BASE

Une distance sur la droite

Sur la droite des réels, le point A a pour abscisse -3 et le point B a pour abscisse 5. Calculer la distance AB.

Donner la distance AB.

Réponse attendue : 8

INDICES, DANS L'ORDRE

1. La distance entre deux réels x et y est $|x - y|$.
2. Attention au double signe : $5 - (-3) = 5 + 3$.

CORRECTION

$AB = |5 - (-3)|$

$AB = |8| = 8$

$|x - y|$ se lit « distance entre x et y » : de -3 à 0, puis de 0 à 5, on parcourt $3 + 5$.

PIÈGES ANTICIPÉS

`2` → Tu as calculé $5 - 3$. Entre -3 et 5 il faut passer par 0 : $3 + 5$.

`-8` → Une distance n'est jamais négative.

EXERCICE 95 · BASE

Deux nombres à distance 6 de zéro

Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $|x| = 6$.

Écrire l'ensemble des solutions.

Réponse attendue : `{-6;6}`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. $|x| = 6$: quels nombres sont à la distance 6 de 0 ?
2. Il y en a un de chaque côté de 0.

CORRECTION

$|x| = 6 \iff x = 6$ ou $x = -6$

$S = \{-6\,;6\}$

Une valeur absolue égale à un nombre strictement positif donne toujours deux solutions, opposées.

PIÈGES ANTICIPÉS

`{6}` → -6 est aussi à la distance 6 de 0 : l'équation a deux solutions.

EXERCICE 96 · PRATIQUE

À distance 7 de 4

Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $|x - 4| = 7$.

Écrire l'ensemble des solutions.

Réponse attendue : `{-3;11}`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. $|x - 4|$ est la distance entre x et 4.
2. Pars de 4 et avance de 7, puis recule de 7.

CORRECTION

$|x - 4| = 7 \iff x - 4 = 7$ ou $x - 4 = -7$

$x = 11$ ou $x = -3$

$S = \{-3\,;11\}$

Lecture en distance : les deux solutions sont symétriques par rapport à 4, à 7 de part et d'autre.

PIÈGES ANTICIPÉS

`{11} / {-3}` → Il y a deux solutions : $x - 4 = 7$ et $x - 4 = -7$. N'en oublie aucune.

`{-11;3}` → Tu as cherché les nombres à la distance 7 de -4. $|x - 4|$ est la distance de x à 4.

EXERCICE 97 · PRATIQUE

Enlever les barres

Écrire $|3-\pi|$ sans barres de valeur absolue.

Donner l'expression exacte (écrire pi pour π).

Réponse attendue : `pi - 3`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Quel est le signe de $3-\pi$? Rappelle-toi que $\pi \approx 3{,}14$.
2. Si $x < 0$, alors $|x| = -x$.

CORRECTION

$\pi > 3 \Rightarrow 3-\pi < 0$

$|3-\pi| = -(3-\pi)$

$|3-\pi| = \pi - 3$

Pour enlever des barres, on étudie d'abord le signe de ce qu'elles contiennent.

PIÈGES ANTICIPÉS

`3 - pi` → $3-\pi$ est négatif, car $\pi > 3$: sa valeur absolue est son opposé.

`0.14 / 0.142 / 0.1416 / 0.14159` → C'est une valeur approchée. On demande la valeur exacte, écrite avec π.

EXERCICE 98 · PRATIQUE

À moins de 3 de zéro

Déterminer, sous forme d'intervalle, l'ensemble des réels x tels que $|x| \leq 3$.

Écrire l'intervalle.

Réponse attendue : `[-3;3]` — aussi acceptées : [-3,3]

INDICES, DANS L'ORDRE

1. $|x| \leq 3$: la distance de x à 0 est au plus 3.
2. Place sur la droite les deux points à la distance exactement 3 de 0 : ce sont les bornes.

CORRECTION

$|x| \leq 3 \iff -3 \leq x \leq 3$

$x \in [-3\,;3]$

« $|x| \leq r$ » se lit « à distance au plus r de 0 » : c'est un intervalle centré en 0.

PIÈGES ANTICIPÉS

`]-3;3[ / ]-3,3[` → Avec $\leq$, les bornes -3 et 3 sont prises : crochets fermés.

`]-inf;3] / ]-inf,3]` → $|x| \leq 3$ veut dire « à moins de 3 de 0 », des deux côtés : $x = -10$ ne convient pas.

EXERCICE 99 · PRATIQUE

À moins de 4 de 2

Déterminer, sous forme d'intervalle, l'ensemble des réels x tels que $|x-2|<4$.

Écrire l'intervalle.

Réponse attendue : `]-2;6[` — aussi acceptées :]-2,6[

INDICES, DANS L'ORDRE

1. $|x-2|$ est la distance de x à 2.
2. Les réels à moins de 4 de 2 vont de $2-4$ à $2+4$.

CORRECTION

$|x-2|<4 \iff -4<x-2<4$

$-2<x<6$

$x \in]-2\,;6[$

C'est l'intervalle de centre 2 et de rayon 4 : la lecture en distance donne le résultat presque sans calcul.

PIÈGES ANTICIPÉS

`[-2;6] / [-2,6]` → L'inégalité est stricte : les bornes sont exclues.

`]-6;2[ / ]-6,2[` → Tu as centré en -2. $|x-2|$ est la distance de x à 2.

EXERCICE 100 · RAISONNEMENT

À égale distance

Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $|x+1|=|x-5|$.

Donner la solution.

Réponse attendue : 2

INDICES, DANS L'ORDRE

1. $|x+1|=|x-(-1)|$ est la distance de x à -1.
2. Un point à égale distance de -1 et de 5 : où est-il ?

CORRECTION

$|x-(-1)|=|x-5|$

x est à égale distance de -1 et de 5 : c'est leur milieu.

$x=\frac{-1+5}{2}=2$

$S=\{2\}$

Contrôle : $|2+1|=3$ et $|2-5|=3$. Lire une équation en distances évite souvent tout calcul.

PIÈGES ANTICIPÉS

`3` → 3 est la moitié de l'écart $5-(-1)=6$: c'est la distance de la solution à chaque point, pas la solution.

EXERCICE 101 · RAISONNEMENT

Une inégalité à transformer

Déterminer, sous forme d'intervalle, l'ensemble des réels x tels que $|2x+4| \leq 6$.

Écrire l'intervalle.

Réponse attendue : `[-5;1]` — aussi acceptées : [-5,1]

INDICES, DANS L'ORDRE

1. $|A| \leq 6 \iff -6 \leq A \leq 6$.
2. Retire 4 aux trois membres, puis divise par 2.

CORRECTION

$-6 \leq 2x+4 \leq 6$

$-10 \leq 2x \leq 2$

$-5 \leq x \leq 1$

$x \in [-5\,;1]$

On se ramène à un encadrement, puis on isole x avec les règles de l'ordre.

PIÈGES ANTICIPÉS

`[-1;5]` / `[-1,5]` → Tu as ajouté 4 au lieu de le retirer : $2x$ est compris entre $-6-4$ et $6-4$.

`[-10;2]` / `[-10,2]` → Tu t'es arrêté à $-10 \leq 2x \leq 2$: il reste à diviser par 2.

EXERCICE 102 · DEFI

Une somme qui ne bouge pas

Pour $x \in [-3\,;1]$, simplifier $E = |x-1| + |x+3|$.

Donner la valeur de E.

Réponse attendue : 4

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Sur $[-3\,;1]$, quel est le signe de $x-1$? Et celui de $x+3$?
2. $x-1 \leq 0$, donc $|x-1| = -(x-1) = 1-x$.

CORRECTION

Les signes — Pour $-3 \leq x \leq 1$: $x-1 \leq 0$ et $x+3 \geq 0$.

$|x-1| = 1-x \quad ; \quad |x+3| = x+3$

$E = 1-x+x+3$

$E = 4$

Lecture en distances : E est la somme des distances de x à 1 et à -3. Entre ces deux points, elle vaut toujours la distance de -3 à 1.

EXERCICE 103 · DEFI

Penser à vérifier

Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $|x-4| = 2x+1$.

Donner la solution.

Réponse attendue : 1

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Une valeur absolue est positive : une solution doit vérifier $2x+1 \geq 0$.
2. Sépare en deux cas : $x-4 = 2x+1$ ou $x-4 = -(2x+1)$.
3. Vérifie chaque valeur trouvée dans l'équation de départ.

CORRECTION

Premier cas —

$x-4 = 2x+1 \iff x = -5$

Second cas —

$x-4 = -2x-1 \iff 3x = 3 \iff x = 1$

Vérifier — Pour $x=-5$: $|-9| = 9$, mais $2\times(-5)+1 = -9$. Pour $x=1$: $|-3| = 3 = 2\times 1+1$.

$S = \{1\}$

Quand le membre de droite contient x, il peut être négatif : chaque solution trouvée doit être vérifiée.

PIÈGES ANTICIPÉS

`-5` → -5 ne convient pas : $2\times(-5)+1 = -9$, et une valeur absolue ne vaut jamais -9.

EXERCICE 104 · DEFI

Deux conditions à la fois

Déterminer, sous forme d'intervalle, l'ensemble des réels x tels que $|x| \leq 3$ et $|x-4| < 2$.

Écrire l'intervalle.

Réponse attendue : `]2;3]` — aussi acceptées :]2,3]

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Traduis chaque condition par un intervalle.
2. « Et » : on prend l'intersection des deux intervalles.

CORRECTION

$|x| \leq 3 \iff x \in [-3\,;3]$

$|x-4| < 2 \iff x \in]2\,;6[$

$[-3\,;3] \cap]2\,;6[=]2\,;3]$

Une condition donne un intervalle ; « et » donne l'intersection. Les crochets se décident borne par borne.

PIÈGES ANTICIPÉS

`[-3;6[ / [-3,6[` → C'est la réunion. « Et » demande les deux conditions à la fois : c'est l'intersection.

`[2;3] / [2,3]` → $|x-4|<2$ est stricte : 2 est exclu.

AH
Maths à la carte
ABDELKADER HAMMAMI