– Maths à la carte –

ABDELKADER HAMMAMI

Angles

1re année secondaire · Pr Abdelkader Hammami

Le cours

CE QU'IL DIT EN ACCUEILLANT

3aslema ! Lyoum nabdaw le chapitre numéro 1 : les angles. Enti ta3ref t9is angle, hedha ma3rouf. Ama hna bech nesta3mlouh fel démonstrations. 3 outils : les figures de base, les droites parallèles et l'angle inscrit fi el cercle. Yalla nabdaw.

عسلامة ! ليوم نبداو le chapitre numéro 1 : les angles . إنتِ تعرف تقيس angle ، هذا معروف. أما هنا باش نستعملوه في les démonstrations . 3 outils : les figures de base ، les droites parallèles et l'angle inscrit في الـ cercle . يالله نبداو.

Bonjour ! Aujourd'hui on commence le chapitre numéro 1 : les angles. Mesurer un angle, tu sais déjà le faire. Ici on va s'en servir pour démontrer. Trois outils : les figures de base, les droites parallèles, et l'angle inscrit dans le cercle. Allons-y.

Un angle, tu sais déjà le mesurer. Ce chapitre sert à autre chose : **s'en servir pour démontrer**.

Trois outils, et ce sont ceux de toute l'année de géométrie. Le premier lit un angle dans une figure de base — triangle, carré, parallélogramme. Le deuxième fait le lien entre **angles égaux et droites parallèles**, dans les deux sens : des parallèles donnent des angles égaux, et des angles égaux prouvent que deux droites sont parallèles. Le troisième vit dans le cercle : l'**angle inscrit** vaut la moitié de l'angle au centre, et c'est lui qui fait apparaître des angles droits là où on ne les attendait pas.

OBJECTIFS ANNONCÉS

CE QU'IL DIT EN LES ANNONÇANT

Fi e5er el chapitre hedha, bech tkoun ta3ref :

في آخر الـ chapitre هذا ، باش تكون تعرف :

À la fin de ce chapitre, tu sauras :

- Calculer un angle d'une figure de base : triangle, carré, triangle équilatéral, parallélogramme

  > Calculer un angle dans une figure de base : triangle, carré, triangle équilatéral, parallélogramme.
  > *Calculer un angle dans une figure de base : triangle, carré, triangle équilatéral, parallélogramme.*

- Reconnaître deux angles alternes-internes, correspondants, ou intérieurs d'un même côté

  > Reconnaître deux angles alternes-internes, correspondants, ou intérieurs d'un même côté.
  > *Reconnaître deux angles alternes-internes, correspondants, ou intérieurs d'un même côté.*

- Passer des droites parallèles aux angles égaux, et des angles égaux aux droites parallèles

  > Passer des droites parallèles aux angles égaux, et des angles égaux aux droites parallèles.
  > *Passer des droites parallèles aux angles égaux, et des angles égaux aux droites parallèles.*

- Utiliser le cercle de diamètre $[AB]$ pour produire un angle droit

  > Utiliser le cercle de diamètre AB pour obtenir un angle droit.
  > *Utiliser le cercle de diamètre AB pour obtenir un angle droit.*

- Relier un angle inscrit à l'angle au centre qui intercepte le même arc

  > Relier un angle inscrit à l'angle au centre qui intercepte le même arc.
  > *Relier un angle inscrit à l'angle au centre qui intercepte le même arc.*

---

1. ACTIVITÉ

Un angle qui sort du triangle

CE QU'IL DIT

Chouf mlih : les angles ACB w ACD supplémentaires, khater B, C, D alignés. El majmou3 180 degrés. W fi triangle, les trois angles zeda ya3tiw 180. N9assahom men b3adhhom, w yeb9a el résultat.

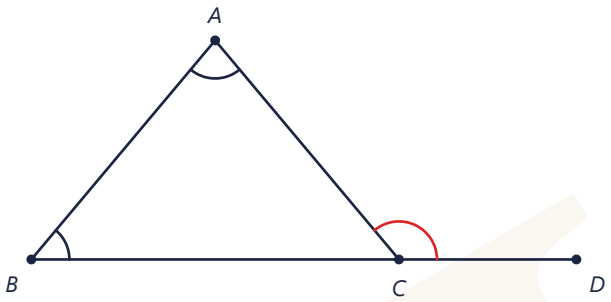
شوف مليح : les angles ACB w ACD supplémentaires ، خاطر B ، C ، D alignés . w 180 المجموع في degrés .
les trois angles ، triangle زادة يعطيو 180 . نقصّهم من بعضهم ، w يبقى الـ résultat .

Regarde bien : les angles ACB et ACD sont supplémentaires, parce que B, C et D sont alignés. Leur somme fait 180 degrés. Et dans un triangle, les trois angles font aussi 180. On les retranche l'un de l'autre, et le résultat tombe.

On considère un triangle ABC. On prolonge le côté $[BC]$ au-delà de C, jusqu'à un point D.

L'angle $\widehat{ACD}$ n'est pas un angle du triangle : il est **à l'extérieur**. Et pourtant il se calcule sans rien mesurer.

1. Que vaut $\widehat{ACB} + \widehat{ACD}$? Pourquoi ?
2. Que vaut $\widehat{CAB} + \widehat{ABC} + \widehat{ACB}$?
3. Déduis-en une expression de $\widehat{ACD}$ qui n'utilise que $\widehat{CAB}$ et $\widehat{ABC}$.



L'angle extérieur en C.

Un triangle ABC posé sur sa base. Le côté [BC] est prolongé au-delà de C jusqu'à un point D, ce qui fait apparaître, du côté de D, l'angle ACD extérieur au triangle.

2. PROPRIÉTÉ

L'angle extérieur d'un triangle

Dans un triangle, un **angle extérieur** est égal à la somme des deux angles du triangle qui ne lui sont pas adjacents.

ANGLE EXTÉRIEUR EN C

$$\widehat{ACD} = \widehat{CAB} + \widehat{ABC}$$

DÉMONSTRATION

Les points B, C et D sont alignés, donc $\widehat{ACB} + \widehat{ACD} = 180°$.

Dans le triangle ABC, la somme des angles vaut aussi $180°$:

$$\widehat{CAB} + \widehat{ABC} + \widehat{ACB} = 180°.$$

Les deux membres de gauche sont donc égaux :

$$\widehat{ACB} + \widehat{ACD} = \widehat{CAB} + \widehat{ABC} + \widehat{ACB}.$$

On retire $\widehat{ACB}$ des deux côtés et il reste $\widehat{ACD} = \widehat{CAB} + \widehat{ABC}$.

EXEMPLE TRAITÉ

Dans le triangle ABC, $\widehat{CAB} = 80°$ et $\widehat{ABC} = 50°$. On prolonge $[BC]$ au-delà de C jusqu'à D. Que vaut $\widehat{ACD}$?

La propriété — L'angle extérieur en C est la somme des deux angles non adjacents, c'est-à-dire ceux en A et en B.

$\widehat{ACD} = \widehat{CAB} + \widehat{ABC}$

On remplace par les mesures données.

Maths à la carte
ABDELKADER HAMMAMI

$\widehat{ACD} = 80° + 50°$

$\widehat{ACD} = 130°$

À ne pas faire : $\widehat{ACD} = 180° - 80° - 50°$ — $\widehat{ACD} = 80° + 50°$. Ce calcul-là donne $\widehat{ACB}$, l'angle **intérieur** en C. L'angle extérieur est son supplémentaire.

---

3. ACTIVITÉ

Deux parallèles, une sécante

CE QU'IL DIT

El deux angles hedhouma alternes-internes : wahed lehna w wahed lehna men la sécante, w ezzouz bin les deux parallèles. 9ishom : kif kif. Hedha houwa le théorème elli jey.

les deux الزوز بين la sécante ، w واحد لهنا من w واحد لهنا : alternes-internes هاذوما deux angles الـ
parallèles . قيسهم : كيف كيف. هذا هو le théorème اللي جاي.

Ces deux angles sont alternes-internes : l'un d'un côté, l'autre de l'autre côté de la sécante, et tous les deux entre les parallèles. Mesure-les : ils sont égaux. C'est le théorème qui vient.

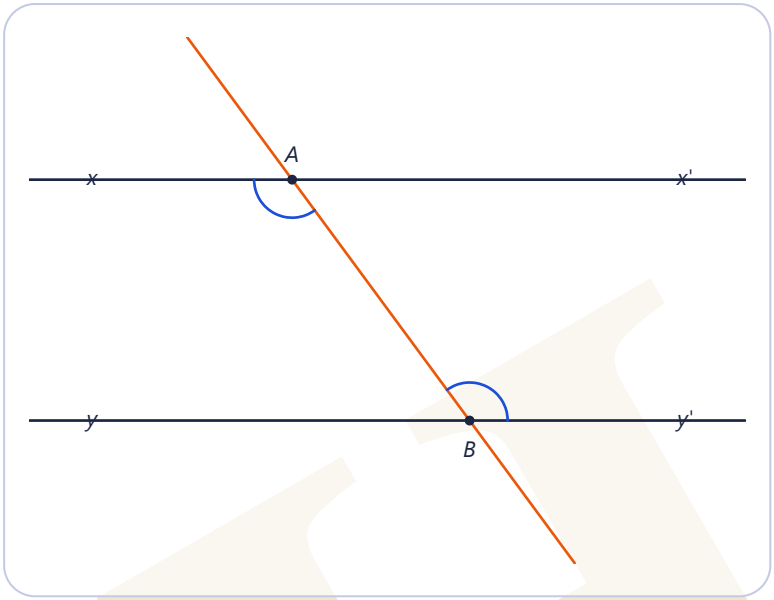
Deux droites parallèles (xx') et (yy') sont coupées par une même droite, la **sécante**, en A et en B.

Trois couples d'angles ont un nom, et il faut savoir les reconnaître avant de savoir les calculer :

- les angles **intérieurs d'un même côté** sont entre les deux parallèles, du même côté de la sécante ;
- les angles **alternes-internes** sont entre les deux parallèles, de part et d'autre de la sécante ;
- les angles **correspondants** sont du même côté de la sécante, l'un entre les parallèles et l'autre à l'extérieur.

1. Sur la figure, les deux angles marqués sont-ils intérieurs d'un même côté, alternes-internes, ou correspondants ?
2. Mesure-les au rapporteur. Que remarques-tu ?

Maths à la carte ABDELKADER HAMMAMI



Les angles alternes-internes xAB et y'BA.

Deux droites horizontales parallèles, la droite (xx') en haut et la droite (yy') en bas. Une sécante les coupe en A sur la droite du haut et en B sur celle du bas. Deux angles sont marqués du même arc : l'angle xAB au point A, ouvert vers la gauche, et l'angle y'BA au point B, ouvert vers la droite. Ils sont de part et d'autre de la sécante, entre les deux parallèles.

4. THÉORÈME

Des parallèles vers les angles

Deux droites parallèles forment avec une sécante :

1. deux angles intérieurs d'un même côté **supplémentaires** ;
2. deux angles alternes-internes **égaux** ;
3. deux angles correspondants **égaux**.

INTÉRIEURS D'UN MÊME CÔTÉ

$$\widehat{xAB} + \widehat{yBA} = 180^\circ$$

ALTERNES-INTERNES

$$\widehat{xAB} = \widehat{y'BA}$$

EXEMPLE TRAITÉ

Deux droites parallèles sont coupées par une sécante. L'un des angles intérieurs d'un même côté mesure $131{,}2^\circ$. Que vaut l'autre ?

La bonne famille — Intérieurs d'un même côté : ils sont **supplémentaires**, pas égaux.

$\widehat{yBA} = 180^\circ - 131{,}2^\circ$

$$\widehat{yBA} = 48{,}8^\circ$$

Maths à la carte
ABDELKADER HAMMAMI

À ne pas faire : Deux angles intérieurs d'un même côté sont égaux. — Deux angles intérieurs d'un même côté sont supplémentaires.. Sur les trois couples, c'est le seul qui donne $180°$ et non l'égalité. Repère toujours la famille **avant** de calculer.

---

5. THÉORÈME

Des angles vers les parallèles

Les trois réciproques sont vraies, et ce sont elles qui servent à **démontrer** un parallélisme.

Si deux droites forment avec une sécante :

1. deux angles intérieurs d'un même côté supplémentaires, **alors** elles sont parallèles ;
2. deux angles alternes-internes égaux, **alors** elles sont parallèles ;
3. deux angles correspondants égaux, **alors** elles sont parallèles.

À ne pas faire : Les droites sont parallèles, donc les angles sont égaux — donc les droites sont parallèles. — On part des angles, on conclut sur les droites.. Le sens direct **suppose** le parallélisme ; la réciproque le **prouve**. Dans un exercice qui demande de montrer que deux droites sont parallèles, seule la réciproque est utilisable.

---

6. ACTIVITÉ

Un angle droit qui apparaît tout seul

CE QU'IL DIT

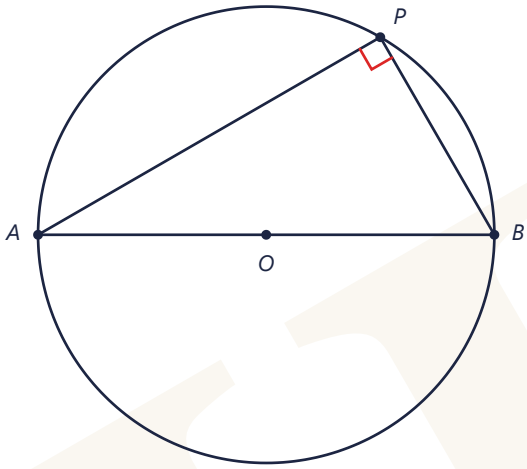
OA, OB w OP koll wahed rayon, ma3neha kif kif. Zouz triangles isocèles. Nekteb la somme des angles mte3 le triangle APB, w nel9aw l'angle APB ysewi 90 degrés. W hedha yemchi win ma hattit P 3al cercle.

le متاع la somme des angles نكتب . triangles isocèles زوز. معناها كيف كيف ، rayon كل واحد OA ، OB w OP
. cercle عالـ P حطّيت ما وين يمشي هذا degrés . w 90 يساوي l'angle APB نلقاو triangle APB ، w

OA, OB et OP sont tous des rayons, donc ils sont égaux. Cela fait deux triangles isocèles. On écrit la somme des angles du triangle APB, et on trouve que l'angle APB vaut 90 degrés. Et c'est vrai où que tu places P sur le cercle.

A et B sont deux points distincts et (C) est le cercle de diamètre $[AB]$. Soit P un point de (C), distinct de A et de B.

1. Compare OA, OB et OP. Que peux-tu dire des triangles OAP et OBP ?
2. En notant $\widehat{OAP} = \alpha$ et $\widehat{OBP} = \beta$, écris $\widehat{APB}$ en fonction de α et β.
3. Écris la somme des angles du triangle APB, puis conclus sur $\widehat{APB}$.
4. Déplace P sur le cercle. Que remarques-tu ?



P est sur le cercle de diamètre [AB] : l'angle en P est droit.

Un cercle de centre O. Le diamètre [AB] est horizontal, A à gauche et B à droite. Un point P est placé sur le cercle, au-dessus et à droite du centre. Les segments [PA] et [PB] sont tracés, et l'angle APB porte la marque de l'angle droit.

7. THÉORÈME

Le cercle de diamètre [AB]

Si le côté $[BC]$ d'un triangle ABC est un diamètre de son cercle circonscrit, **alors** ce triangle est rectangle en A.

Réciproquement, A et B étant deux points distincts, les points P tels que $\widehat{APB} = 90°$ sont exactement les points du cercle de diamètre $[AB]$, **privé de A et de B**.

$$\widehat{APB} = 90° \iff P \in (C) \setminus \{A, B\}$$

À ne pas faire : L'ensemble cherché est le cercle de diamètre $[AB]$. — C'est ce cercle **privé** des points A et B.. En A et en B, l'angle $\widehat{APB}$ n'existe pas : deux de ses sommets seraient confondus.

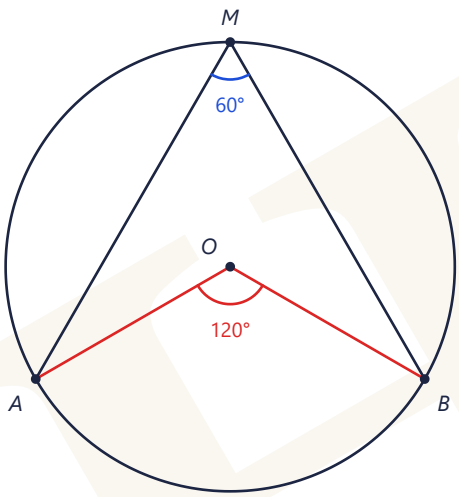
8. DÉFINITION

Angle inscrit, angle au centre

Un angle qui a son **sommet sur un cercle** et ses côtés qui recoupent le cercle est appelé **angle inscrit** dans ce cercle.

Un angle dont le sommet est le **centre** du cercle est appelé **angle au centre** de ce cercle.

Sur la figure, l'angle $\widehat{AMB}$ est inscrit dans (C) et intercepte l'arc AB. L'angle $\widehat{AOB}$ est l'angle au centre **associé** : il intercepte le même arc.



L'angle inscrit vaut la moitié de l'angle au centre associé.

Un cercle de centre O. Trois points A, B et M sont sur le cercle : A en bas à gauche, B en bas à droite, M en haut. Les segments [MA] et [MB] forment l'angle inscrit AMB, marqué 60 degrés. Les rayons [OA] et [OB] forment l'angle au centre AOB, marqué 120 degrés et ouvert vers le bas. Les deux angles interceptent le même arc AB, celui qui ne contient pas M.

9. THÉORÈME

Angle inscrit et angle au centre

Un angle inscrit dans un cercle est égal à **la moitié** de l'angle au centre qui intercepte le même arc.

Conséquence immédiate, et c'est celle qui sert le plus souvent : **deux angles inscrits qui interceptent le même arc sont égaux.**

INSCRIT ET CENTRE

$$\widehat{AMB} = \frac{1}{2}\,\widehat{AOB}$$

MÊME ARC INTERCEPTÉ

$$\widehat{AMB} = \widehat{AM'B}$$

EXEMPLE TRAITÉ

Dans un cercle de centre O, l'angle au centre $\widehat{AOB}$ mesure $100°$. Le point M est sur le cercle, sur l'arc qui ne contient ni A ni B du côté opposé. Que vaut $\widehat{AMB}$?

Qui est qui — $\widehat{AMB}$ a son sommet **sur** le cercle : c'est l'angle inscrit. $\widehat{AOB}$ a son sommet **au centre**.

L'inscrit vaut la moitié du centre.

$\widehat{AMB} = \frac{1}{2} \times 100°$

$$\widehat{AMB} = 50°$$

À ne pas faire : $\widehat{AMB} = 2 \times \widehat{AOB}$ — $\widehat{AMB} = \frac{1}{2}\,\widehat{AOB}$. C'est l'angle **au centre** qui est le double. Le sommet au centre voit plus grand ; le sommet sur le cercle voit deux fois moins.

---

10. MÉTHODE

Quel outil, devant quelle figure

Trois réflexes, dans cet ordre :

1. **Un cercle avec un angle dont le sommet est sur le cercle ?** Cherche l'angle au centre associé, ou un autre angle inscrit sur le même arc.
2. **Un côté qui est un diamètre ?** Tu as un angle droit gratuit, sans rien calculer.
3. **Deux droites et une sécante ?** Nomme d'abord la famille — intérieurs d'un même côté, alternes-internes, correspondants — **avant** d'écrire quoi que ce soit. La famille décide si c'est une égalité ou un $180°$.

Et pour démontrer un **parallélisme**, c'est toujours une réciproque : on part des angles, on conclut sur les droites.

À RETENIR

CE QU'IL DIT EN L'ÉCRIVANT

Hedha elli lezmek tetfakkrou :

هذا اللي لازمك تتفكّرو :

Voici ce qu'il faut retenir :

1. Angle extérieur d'un triangle = somme des deux angles non adjacents.
   > Fi triangle, l'angle extérieur égale la somme des deux angles non adjacents.
   > *L'angle extérieur d'un triangle est égal à la somme des deux angles non adjacents.*
2. Parallèles + sécante : intérieurs d'un même côté **supplémentaires**, alternes-internes **égaux**, correspondants **égaux**.
   > Ki 3andek deux parallèles w une sécante : les intérieurs d'un même côté supplémentaires, les alternes-internes égaux, w les correspondants égaux.
   > *Avec deux parallèles et une sécante : les angles intérieurs d'un même côté sont supplémentaires, les alternes-internes égaux, les correspondants égaux.*
3. Les trois réciproques prouvent le parallélisme : on part des angles.

> Les trois réciproques ythabtou le parallélisme : tebda mel angles.
> *Les trois réciproques prouvent le parallélisme : on part des angles.*

4. $[BC]$ diamètre du cercle circonscrit $\iff$ triangle rectangle en A.
   > Ken BC diamètre du cercle circonscrit, ma3neha le triangle est rectangle en A, w bel 3aks.
   > *BC est un diamètre du cercle circonscrit si et seulement si le triangle est rectangle en A.*
5. Angle inscrit $= \frac{1}{2} \times$ angle au centre qui intercepte le même arc.
   > Dima : l'angle inscrit égale la moitié de l'angle au centre qui intercepte le même arc.
   > *Un angle inscrit vaut la moitié de l'angle au centre qui intercepte le même arc.*
6. Deux angles inscrits sur le même arc sont égaux.
   > W deux angles inscrits qui interceptent le même arc, ykounou égaux.
   > *Et deux angles inscrits qui interceptent le même arc sont égaux.*

CE QU'IL DIT EN REFERMANT

Hakka kammelna les angles. Tfakker les 3 : angle extérieur, angles et parallèles, w angle inscrit. Ay figure fiha cercle w angle, lawwej 3al angle au centre. Yalla nemchiw lel exercices.

هكّا كمّلنا les angles . تفكّر w angle inscrit ، angles et parallèles ، les 3 : angle extérieur . أي figure فيها
. exercices لـ نمشيو بالله . angle au centre عالـ لوّج ، cercle w angle

Voilà, nous avons terminé les angles. Retiens les trois : l'angle extérieur, les angles et les parallèles, et l'angle inscrit. Dans toute figure où il y a un cercle et un angle, cherche l'angle au centre. Allons aux exercices.

Questions fréquentes — ses réponses toutes prêtes

Quand un élève tape une de ces questions pendant le cours, cette réponse part aussitôt, avec sa voix, sans passer par le modèle. Les formulations sont celles qu'on reconnaît.

QUESTION 1 · L'ANGLE EXTÉRIEUR D'UN TRIANGLE

c'est quoi un angle extérieur | chnowa angle extérieur | angle extérieur d'un triangle définition | angle extérieur ya3ni chnowa | c'est quoi l'angle extérieur en C | définition de l'angle extérieur

CE QU'IL RÉPOND

Nmeddou côté mte3 le triangle ba3d sommet : l'angle elli yetkawwen berra le triangle houwa angle extérieur. Mathalan nmeddou $[BC]$ ba3d C 7atta D : $\widehat{ACD}$ angle extérieur en C. Mouch angle mte3 le triangle.

نمدّو côté متاع le triangle بعد sommet : l'angle اللي يتكوّن برّا le triangle هو angle extérieur . مثلا نمدّو B C
. le triangle متاع angle موش . D : l'angle A C D angle extérieur en C حتّى C بعد

On prolonge un côté du triangle au-delà d'un sommet : l'angle qui se forme à l'extérieur du triangle est un angle extérieur. Par exemple, en prolongeant B C au-delà de C jusqu'à D, l'angle A C D est l'angle

extérieur en C. Ce n'est pas un angle du triangle.

QUESTION 2 · L'ANGLE EXTÉRIEUR D'UN TRIANGLE

comment calculer un angle extérieur | kifech na7seb l'angle extérieur | angle extérieur égale la somme de quoi | propriété de l'angle extérieur | angle extérieur formule | kifech nal9a l'angle extérieur bla rapporteur

CE QU'IL ÉCRIT AU TABLEAU

$$\widehat{ACD} = \widehat{CAB} + \widehat{ABC}$$
$$70° + 40° = 110°$$

CE QU'IL RÉPOND

L'angle extérieur ysewi la somme mte3 les deux angles mte3 le triangle elli mouch adjacents lih : $\widehat{ACD} = \widehat{CAB} + \widehat{ABC}$. Mathalan ken l'angle en A 70° w en B 40°, l'angle extérieur en C ysewi $70^\circ + 40^\circ = 110^\circ$.

l'angle extérieur يساوي la somme متاع les deux angles متاع le triangle اللي موش adjacents ليه . مثلا كان l'angle en A 70 degrés w en B 40 degrés ، l'angle extérieur en C يساوي 70 plus 40 ، يعني 110 degrés .

Un angle extérieur est égal à la somme des deux angles du triangle qui ne lui sont pas adjacents. Par exemple, si l'angle en A mesure 70 degrés et l'angle en B 40 degrés, l'angle extérieur en C vaut 70 plus 40, soit 110 degrés.

QUESTION 3 · L'ANGLE EXTÉRIEUR D'UN TRIANGLE

pourquoi l'angle extérieur est la somme des deux autres | 3lech l'angle extérieur ysewi la somme | démonstration de l'angle extérieur | comment démontrer la propriété de l'angle extérieur | preuve angle extérieur | angle extérieur 3lech

CE QU'IL ÉCRIT AU TABLEAU

$$\widehat{ACB} + \widehat{ACD} = 180° = \widehat{CAB} + \widehat{ABC} + \widehat{ACB}$$

CE QU'IL RÉPOND

B, C w D alignés, donc $\widehat{ACB} + \widehat{ACD} = 180^\circ$. W fi le triangle, la somme des angles zeda 180°. N7iw $\widehat{ACB}$ mel zouz, yo93od $\widehat{ACD} = \widehat{CAB} + \widehat{ABC}$.

B ، C w D على خط واحد ، donc l'angle A C B plus l'angle A C D يساوي 180 . w في le triangle ، la somme des angles زادة 180 . نحيّو l'angle A C B من الزوز ، يقعد l'angle A C D يساوي l'angle en A plus l'angle en B .

B, C et D sont alignés, donc l'angle A C B plus l'angle A C D égale 180 degrés. Dans le triangle, la somme des angles vaut aussi 180 degrés. En retirant l'angle A C B des deux côtés, il reste : l'angle A C D égale l'angle en A plus l'angle en B.

QUESTION 4 · L'ANGLE EXTÉRIEUR D'UN TRIANGLE

angle extérieur et angle intérieur quelle différence | 180 moins les deux angles ça donne l'angle extérieur ? | chnowa el far9 bin angle intérieur w extérieur | angle extérieur supplémentaire de l'angle intérieur ? | j'ai fait 180 - 70 - 40 pour l'angle extérieur | extérieur w intérieur fi C

CE QU'IL ÉCRIT AU TABLEAU

$$180^\circ - 70^\circ - 40^\circ = 70^\circ \quad ; \quad 180^\circ - 70^\circ = 110^\circ$$

CE QU'IL RÉPOND

180° moins les deux angles ya3ti l'angle intérieur en C, mouch l'angle extérieur. El zouz supplémentaires : la somme mte3hom 180°. Mathalan $180^\circ - 70^\circ - 40^\circ = 70^\circ$, l'angle intérieur, w l'angle extérieur 110°.

supplémentaires : الزوج . l'angle extérieur موش ، l'angle intérieur en C يعطي moins les deux angles 180 . l'angle intérieur ، w l'angle extérieur 110 ، 70 يعطي moins 70 moins 40 180 مثلا . 180 متاعهم la somme

180 moins les deux angles donne l'angle intérieur en C, pas l'angle extérieur. Les deux sont supplémentaires : leur somme fait 180 degrés. Par exemple, 180 moins 70 moins 40 donne 70 degrés, l'angle intérieur, et l'angle extérieur vaut 110 degrés.

QUESTION 5 · L'ANGLE EXTÉRIEUR D'UN TRIANGLE

la somme des angles d'un triangle | somme des angles mta3 triangle 9addech | combien fait la somme des angles d'un triangle | les trois angles d'un triangle font 180 ? | somme des angles triangle | est-ce que la somme des angles fait toujours 180

CE QU'IL ÉCRIT AU TABLEAU

$$\widehat{CAB} + \widehat{ABC} + \widehat{ACB} = 180^\circ$$

CE QU'IL RÉPOND

La somme des angles mte3 ay triangle 180° : $\widehat{A} + \widehat{B} + \widehat{C} = 180^\circ$.

يساوي triangle 180 degrés . l'angle en A plus l'angle en B plus l'angle en C متاع أي la somme des angles . 180

La somme des angles de tout triangle vaut 180 degrés : l'angle en A plus l'angle en B plus l'angle en C égale 180 degrés.

QUESTION 6 · DEUX PARALLÈLES, UNE SÉCANTE

c'est quoi une sécante | chnowa sécante | sécante ya3ni chnowa | la droite sécante c'est quoi | définition de la sécante | sécante chnia

CE QU'IL RÉPOND

La sécante hiya droite t9oss les deux droites. Mathalan droite t9oss les deux parallèles (xx') w (yy') fi A w fi B.

les deux parallèles x x prime w y y prime تقصّ droite مثلا . les deux droites تقصّ droite هي la sécante في A w في B .

La sécante est une droite qui coupe les deux droites. Par exemple, une droite qui coupe les parallèles x x prime et y y prime en A et en B.

QUESTION 7 · DEUX PARALLÈLES, UNE SÉCANTE

c'est quoi des angles alternes-internes | alternes-internes kifech na3refhom | chnowa alternes internes | comment reconnaître des angles alternes-internes | alternes-internes égaux ? | angles alternes internes définition

CE QU'IL ÉCRIT AU TABLEAU

$$\widehat{xAB} = \widehat{y'BA}$$

CE QU'IL RÉPOND

Les angles alternes-internes bin les deux droites, w koll wa7ed men jiha mte3 la sécante. Ki les droites parallèles, ykounou égaux : $\widehat{xAB} = \widehat{y'BA}$.

les droites كي . la sécante متاع جيهة من واحد كل les deux droites ، w بين les angles alternes-internes parallèles ، يكونو égaux .

Les angles alternes-internes sont entre les deux droites, de part et d'autre de la sécante. Quand les droites sont parallèles, ils sont égaux.

QUESTION 8 · DEUX PARALLÈLES, UNE SÉCANTE

c'est quoi des angles correspondants | angles correspondants kifech na3refhom | chnowa angles correspondants | comment reconnaître des angles correspondants | correspondants égaux ? | angles correspondants définition

CE QU'IL RÉPOND

Les angles correspondants men nafs el jiha mte3 la sécante, wa7ed bin les deux droites w le5or berra. Ki les droites parallèles, ykounou égaux.

les كي . الآخر برّا les deux droites w واحد بين ، la sécante متاع الجيهة من نفس les angles correspondants droites parallèles ، يكونو égaux .

Les angles correspondants sont du même côté de la sécante, l'un entre les deux droites, l'autre à l'extérieur. Quand les droites sont parallèles, ils sont égaux.

QUESTION 9 · DEUX PARALLÈLES, UNE SÉCANTE

c'est quoi des angles intérieurs d'un même côté | intérieurs d'un même côté égaux ? | angles intérieurs du même côté supplémentaires pourquoi | chnowa angles intérieurs d'un même côté

même côté de la sécante entre les parallèles | intérieurs mêmes côté égaux wala 180

CE QU'IL ÉCRIT AU TABLEAU

$\widehat{xAB} + \widehat{yBA} = 180^\circ$

$180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$

CE QU'IL RÉPOND

Les angles intérieurs d'un même côté bin les deux droites, w men nafs el jiha mte3 la sécante. Ki les droites parallèles, houma supplémentaires, mouch égaux : la somme mte3hom 180°. Mathalan wa7ed 120°, le5or 60°.

les كي . la sécante متاع الجيهة نفس من les deux droites ، w بين les angles intérieurs d'un même côté ، degrés 120 واحد مثلا . 180 متاعهم égaux : la somme موش ، supplémentaires هوما ، droites parallèles الآخر 60 .

Les angles intérieurs d'un même côté sont entre les deux droites, du même côté de la sécante. Quand les droites sont parallèles, ils sont supplémentaires, pas égaux : leur somme fait 180 degrés. Par exemple, si l'un mesure 120 degrés, l'autre mesure 60 degrés.

QUESTION 10 · DES PARALLÈLES VERS LES ANGLES

quand les angles sont égaux et quand ils font 180 | égaux wala supplémentaires kifech na3ref | angles égaux ou supplémentaires comment savoir | parallèles et sécante : égal ou 180 | kifech na3ref ken ysewiw wala 180 | pourquoi parfois égaux parfois 180

CE QU'IL RÉPOND

Nsammiw la famille 9bal. Alternes-internes w correspondants : égaux. Intérieurs d'un même côté : supplémentaires, la somme 180°. Hedhi el wa7ida elli ta3ti 180°.

alternes-internes w correspondants : égaux . intérieurs d'un même côté : . قبْلْ la famille نسمّيو ، la somme 180 ، supplémentaires . هاذي الوحيدة اللي تعطي 180 .

On nomme d'abord la famille. Alternes-internes et correspondants : égaux. Intérieurs d'un même côté : supplémentaires, leur somme fait 180 degrés. C'est la seule famille qui donne 180 degrés.

QUESTION 11 · DES PARALLÈLES VERS LES ANGLES

c'est quoi des angles supplémentaires | chnowa supplémentaires | angles supplémentaires définition | supplémentaire ya3ni chnowa | supplémentaires c'est 90 ou 180 | que veut dire supplémentaires

CE QU'IL ÉCRIT AU TABLEAU

$120^\circ + 60^\circ = 180^\circ$

CE QU'IL RÉPOND

Zouz angles supplémentaires ki la somme mte3hom 180°. Mathalan 120° w 60°. W ki la somme 90°, n9oulou complémentaires.

زوز angles supplémentaires كي la somme متاعهم 180 degrés . مثلا 120 w 60 degrés كي la somme 90 ، نقولو complémentaires .

Deux angles sont supplémentaires quand leur somme vaut 180 degrés, par exemple 120 et 60 degrés. Quand leur somme vaut 90 degrés, on dit qu'ils sont complémentaires.

QUESTION 12 · DES ANGLES VERS LES PARALLÈLES

comment montrer que deux droites sont parallèles | kifech nwarri elli zouz droites parallèles | démontrer que deux droites sont parallèles avec les angles | prouver le parallélisme | kifech nthabbet droites parallèles | comment démontrer un parallélisme

CE QU'IL RÉPOND

B la réciproque : nabdew men les angles w nousslou l les droites. Ken deux angles alternes-internes égaux, walla deux angles correspondants égaux, walla deux angles intérieurs d'un même côté supplémentaires, donc les droites parallèles.

بـ la réciproque : نبداو من les angles w نوصلو لـ les droites . كان deux angles alternes-internes égaux ، وﻷ deux angles correspondants égaux ، وﻷ deux angles intérieurs d'un même côté supplémentaires ، donc les droites parallèles .

Avec une réciproque : on part des angles et on conclut sur les droites. Si deux angles alternes-internes sont égaux, ou deux angles correspondants égaux, ou deux angles intérieurs d'un même côté supplémentaires, alors les droites sont parallèles.

QUESTION 13 · DES ANGLES VERS LES PARALLÈLES

c'est quoi la réciproque | réciproque w le sens direct chnowa el far9 | quand utiliser la réciproque | réciproque ya3ni chnowa | pourquoi la réciproque et pas le théorème direct | la réciproque sert à quoi

CE QU'IL RÉPOND

Le sens direct yefredh elli les droites parallèles, w ya3ti les angles. La réciproque tabda men les angles w tprouver elli les droites parallèles. Fi exercice yotlob tmontrer parallélisme, ken la réciproque elli tanfa3.

le sens direct اللي يفرض ، w les droites parallèles يعطي la réciproque . les angles تبدا من les angles w تـ prouver اللي les droites parallèles . في exercice يطلب تـ montrer parallélisme ، كان la réciproque اللي تنفع .

Le sens direct suppose que les droites sont parallèles et en déduit les angles. La réciproque part des angles et prouve que les droites sont parallèles. Dans un exercice qui demande de montrer un parallélisme, seule la réciproque est utilisable.

QUESTION 14 · LE CERCLE DE DIAMÈTRE [AB]

triangle dont un côté est un diamètre est rectangle ? | pourquoi le triangle inscrit dans un demi-cercle est rectangle | diamètre angle droit 3lech | côté diamètre du cercle circonscrit | demi-cercle angle droit | kifech na3ref triangle rectangle b diamètre

CE QU'IL ÉCRIT AU TABLEAU

$\widehat{APB} = 90^\circ \quad ; \quad 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$

CE QU'IL RÉPOND

Ken le côté $[BC]$ mte3 le triangle ABC diamètre mte3 le cercle circonscrit, le triangle rectangle en A. W hakka angle droit blech, bla 7sab. Mathalan ken $\widehat{PAB} = 30^\circ$ w $[AB]$ diamètre, $\widehat{PBA} = 60^\circ$.

هكّا le cercle circonscrit ، le triangle rectangle en A . w متاع le triangle A B C diamètre متاع le côté B C كان . l'angle P A B 30 degrés w A B diamètre ، l'angle P B A 60 degrés كان مثلا . بلا حساب ، بلاش angle droit

Si le côté B C du triangle A B C est un diamètre de son cercle circonscrit, alors le triangle est rectangle en A. C'est un angle droit gratuit, sans calcul. Par exemple, si l'angle P A B mesure 30 degrés et que A B est un diamètre, l'angle P B A mesure 60 degrés.

QUESTION 15 · LE CERCLE DE DIAMÈTRE [AB]

pourquoi le cercle privé de A et B | 3lech nna7iw A w B mel cercle | privé des points A et B pourquoi | ensemble des points P tels que APB = 90 | les points P avec un angle droit en P | cercle de diamètre AB privé de A et B

CE QU'IL ÉCRIT AU TABLEAU

$\widehat{APB} = 90^\circ \iff P \in (C) \setminus \{A, B\}$

CE QU'IL RÉPOND

Les points P elli $\widehat{APB} = 90^\circ$ houma le cercle de diamètre $[AB]$, privé de A w de B. Fi A w fi B, l'angle $\widehat{APB}$ ma yetkawwench : zouz sommets ywalliw confondus.

A في . le cercle de diamètre A B ، privé de A w de B هوما ، degrés 90 فيهم l'angle A P B اللي les points P w في l'angle A P B ، B ما يتكوّنش : زوز sommets يولّيو confondus .

Les points P tels que l'angle A P B mesure 90 degrés forment le cercle de diamètre A B, privé de A et de B. En A et en B, l'angle A P B n'existe pas : deux de ses sommets seraient confondus.

QUESTION 16 · ANGLE INSCRIT, ANGLE AU CENTRE

c'est quoi un angle inscrit | chnowa angle inscrit | angle inscrit définition | comment reconnaître un angle inscrit | angle inscrit ya3ni chnowa | l'angle inscrit son sommet est où

CE QU'IL RÉPOND

L'angle inscrit, le sommet mte3ou 3la le cercle, w les côtés mte3ou y9ossou le cercle. Mathalan $\widehat{AMB}$, w M 3la le cercle : yintercepter l'arc AB.

l'angle A M B ، w M مثلا . le cercle متاعو يقصّو le cercle ، w les côtés متاعو على l'angle inscrit ، le sommet
. intercepter l'arc A B يـ : le cercle على

Un angle inscrit a son sommet sur le cercle, et ses côtés recoupent le cercle. Par exemple l'angle A M B, avec M sur le cercle : il intercepte l'arc A B.

QUESTION 17 · ANGLE INSCRIT, ANGLE AU CENTRE

c'est quoi un angle au centre | chnowa angle au centre | angle au centre définition
angle au centre ya3ni chnowa | angle au centre associé c'est quoi | comment reconnaître un angle au centre

CE QU'IL RÉPOND

L'angle au centre, le sommet mte3ou houwa le centre mte3 le cercle. $\widehat{AOB}$ houwa l'angle au centre associé l l'angle inscrit $\widehat{AMB}$: el zouz yinterceptiw nafs l'arc AB.

l'angle au centre associé هو le cercle . l'angle A O B متاع le centre متاعو هو l'angle au centre ، le sommet
. l'arc A B نفس intercepter الزوز يـ : l'angle inscrit A M B لـ

Un angle au centre a pour sommet le centre du cercle. L'angle A O B est l'angle au centre associé à l'angle inscrit A M B : ils interceptent le même arc A B.

QUESTION 18 · ANGLE INSCRIT ET ANGLE AU CENTRE

relation entre angle inscrit et angle au centre | l'angle inscrit c'est la moitié ou le double
angle inscrit égale la moitié de l'angle au centre ? | kifech na7seb l'angle inscrit mel angle au centre
angle inscrit fois 2 wala sur 2 | angle inscrit et angle au centre

CE QU'IL ÉCRIT AU TABLEAU

$$\widehat{AMB} = \frac{1}{2}\,\widehat{AOB}$$

$$\frac{1}{2} \times 80^\circ = 40^\circ$$

CE QU'IL RÉPOND

L'angle inscrit ysewi la moitié mte3 l'angle au centre elli yintercepter nafs l'arc : $\widehat{AMB} = \tfrac{1}{2}\,\widehat{AOB}$. L'angle au centre houwa elli double. Mathalan ken $\widehat{AOB} = 80^\circ$, $\widehat{AMB} = 40^\circ$.

هو l'arc . l'angle au centre نفس intercepter اللي يـ l'angle au centre متاع la moitié يساوي l'angle inscrit
. l'angle A O B 80 degrés ، l'angle inscrit A M B 40 degrés مثلا كان . double اللي

L'angle inscrit est égal à la moitié de l'angle au centre qui intercepte le même arc. C'est l'angle au centre qui est le double. Par exemple, si l'angle A O B mesure 80 degrés, l'angle inscrit A M B mesure 40 degrés.

QUESTION 19 · ANGLE INSCRIT ET ANGLE AU CENTRE

deux angles inscrits qui interceptent le même arc | angles inscrits même arc égaux ? | nafs l'arc les angles inscrits kifkif ? | pourquoi deux angles inscrits sur le même arc sont égaux | angle AMB et AM'B même arc | même arc intercepté angles

CE QU'IL ÉCRIT AU TABLEAU

$$\widehat{AMB} = \widehat{AM'B}$$

CE QU'IL RÉPOND

Deux angles inscrits elli yinterceptiw nafs l'arc égaux : $\widehat{AMB} = \widehat{AM'B}$. 5ater el zouz ysewiw la moitié mte3 nafs l'angle au centre.

deux angles inscrits اللي يـ intercepter نفس l'arc égaux . خاطر الزوج يساويو la moitié متاع نفس l'angle au centre . l'angle A M B يساوي l'angle A M prime B .

Deux angles inscrits qui interceptent le même arc sont égaux, car chacun vaut la moitié du même angle au centre. L'angle A M B égale l'angle A M prime B.

QUESTION 20 · ANGLE INSCRIT, ANGLE AU CENTRE

c'est quoi l'arc intercepté | arc intercepté kifech na3rfou | quel arc intercepte l'angle | chnowa arc intercepté | intercepter un arc ya3ni chnowa | arc intercepté par un angle inscrit

CE QU'IL RÉPOND

L'arc intercepté houwa l'arc mte3 le cercle elli bin les deux côtés mte3 l'angle. $\widehat{AMB}$ yintercepter l'arc AB elli ma fihech M.

l'arc intercepté هو l'arc متاع le cercle اللي بين les deux côtés متاع l'angle A M B . l'angle يـ intercepter l'arc اللي ما فيهش M .

L'arc intercepté est l'arc du cercle compris entre les deux côtés de l'angle. L'angle A M B intercepte l'arc A B qui ne contient pas M.

QUESTION 21 · QUEL OUTIL, DEVANT QUELLE FIGURE

par où commencer un exercice d'angles | quel outil utiliser pour les angles | kifech nabda exercice angles | quelle propriété utiliser devant une figure | les réflexes pour calculer un angle | anahi propriété nesta3mel

CE QU'IL RÉPOND

Trois réflexes. Angle, le sommet mte3ou 3la cercle : lawwej 3la l'angle au centre walla angle inscrit e5er 3la nafs l'arc. Côté diamètre : angle droit blech. Zouz droites w sécante : sammi la famille 9bal, hiya elli t9arrer égalité walla 180°.

trois réflexes . angle ، le sommet متاعو على cercle : لوّج على l'angle au centre ولّا angle inscrit آخر على نفس droit : angle diamètre côté . l'arc بلاش . زوز droites w sécante : سمّي la famille قبْلْ ، هي اللي تقرّر

égalité ولّا 180 .

Trois réflexes. Un angle dont le sommet est sur un cercle : cherche l'angle au centre associé ou un autre angle inscrit sur le même arc. Un côté qui est un diamètre : un angle droit gratuit. Deux droites et une sécante : nomme d'abord la famille, c'est elle qui décide si c'est une égalité ou 180 degrés.

QUESTION 22 · UN ANGLE DROIT QUI APPARAÎT TOUT SEUL

démonstration de l'angle droit dans le demi-cercle | pourquoi OAP et OBP sont isocèles | kifech nthabbet elli l'angle APB droit b alpha w beta | preuve avec les triangles isocèles OAP et OBP | 2 alpha + 2 beta = 180 donc 90 ? | démontrer que APB = 90 dans le cercle de diamètre AB

CE QU'IL ÉCRIT AU TABLEAU

$$2\alpha + 2\beta = 180^\circ \iff \alpha + \beta = 90^\circ$$

CE QU'IL RÉPOND

$OA = OB = OP$, rayons mte3 le cercle, donc les triangles OAP w OBP isocèles. L'angle en P ywalli $\alpha + \beta$. W fi le triangle APB : $2\alpha + 2\beta = 180^\circ$, donc $\alpha + \beta = 90^\circ$: $\widehat{APB}$ droit.

le cercle ، donc égaux : les triangles O A P w O B P isocèles . l'angle en P متاع O A w O B w O P rayons
donc alpha plus beta ، 180 يساوي le triangle A P B : 2 alpha plus 2 beta في alpha plus beta . w يولّي
. l'angle A P B droit : 90 يساوي

O A, O B et O P sont des rayons du cercle, donc égaux : les triangles O A P et O B P sont isocèles. L'angle en P vaut alors alpha plus beta. Dans le triangle A P B, 2 alpha plus 2 beta égale 180 degrés, donc alpha plus beta égale 90 degrés : l'angle A P B est droit.

QUESTION 23 · L'ANGLE EXTÉRIEUR D'UN TRIANGLE

c'est quoi les angles non adjacents | non adjacents ya3ni chnowa | quels angles ne sont pas adjacents à l'angle extérieur | angle adjacent définition | adjacents chnowa | les deux angles non adjacents lesquels

CE QU'IL RÉPOND

L'angle extérieur en C lasse9 fel angle intérieur en C : hedha adjacent lih. Les deux angles non adjacents houma el zouz lo5rin mte3 le triangle, en A w en B.

les deux angles non adjacents . ليه adjacent هذا : l'angle intérieur en C لاصق فـ l'angle extérieur en C
. le triangle ، en A w en B متاع الآخرين الزوز هوما

L'angle extérieur en C est collé à l'angle intérieur en C : c'est l'angle adjacent. Les deux angles non adjacents sont les deux autres angles du triangle, en A et en B.

QUESTION 24 · DEUX PARALLÈLES, UNE SÉCANTE

les trois familles d'angles avec une sécante | chnowa les noms des angles avec deux parallèles | trois couples d'angles lesquels | familles d'angles parallèles sécante | kifech nfarre9 bin les familles d'angles | quels sont les couples d'angles

CE QU'IL RÉPOND

Trois familles : les angles intérieurs d'un même côté, bin les droites w men nafs el jiha mte3 la sécante. Les alternes-internes, bin les droites w koll wa7ed men jiha. W les correspondants, men nafs el jiha, wa7ed bin les droites w le5or berra.

trois familles : les angles intérieurs d'un même côté ، بين les droites w من نفس الجيهة متاع les sécante . alternes-internes ، بين les droites w كل واحد من جيهة . w les correspondants ، من نفس الجيهة ، واحد بين les droites w الآخر برّا .

Trois familles. Les angles intérieurs d'un même côté : entre les droites, du même côté de la sécante. Les alternes-internes : entre les droites, de part et d'autre de la sécante. Les correspondants : du même côté, l'un entre les droites et l'autre à l'extérieur.

QUESTION 25 · LE CERCLE DE DIAMÈTRE [AB]

c'est quoi le cercle circonscrit | cercle circonscrit à un triangle | chnowa cercle circonscrit | cercle circonscrit ya3ni chnowa | définition du cercle circonscrit | le cercle circonscrit passe par quoi

CE QU'IL RÉPOND

Le cercle circonscrit mte3 triangle houwa le cercle elli yet3adda 3la les trois sommets mte3ou. Ken côté mte3 le triangle diamètre mte3ou, le triangle rectangle.

le cercle circonscrit متاع triangle هو le cercle اللي يتعدّى على les trois sommets متاعو . كان côté متاع triangle diamètre متاعو ، le triangle rectangle .

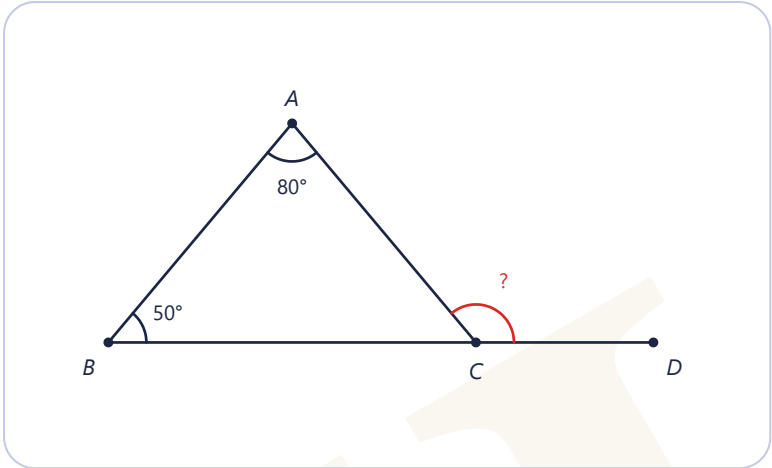
Le cercle circonscrit à un triangle est le cercle qui passe par ses trois sommets. Si un côté du triangle en est un diamètre, le triangle est rectangle.

Les exercices — avec les corrigés

EXERCICE 1 · BASE **L'angle qui sort du triangle**

Dans le triangle ABC, $\widehat{CAB} = 80°$ et $\widehat{ABC} = 50°$. On prolonge $[BC]$ au-delà de C jusqu'au point D.

Calculer $\widehat{ACD}$.



Le triangle ABC avec l'angle en A marqué 80 degrés et l'angle en B marqué 50 degrés. Le côté [BC] est prolongé au-delà de C jusqu'à D, et l'angle ACD, extérieur au triangle, porte un point d'interrogation.

Donner la mesure en degrés, sans écrire l'unité.

Réponse attendue : `130`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. $\widehat{ACD}$ est un angle **extérieur** du triangle. Repère les deux angles du triangle qui ne le touchent pas.
2. Les deux angles non adjacents sont ceux en A et en B. L'angle extérieur est leur somme.

$$\widehat{ACD} = \widehat{CAB} + \widehat{ABC}$$

CORRECTION

La propriété — Un angle extérieur vaut la somme des deux angles non adjacents.

$$\widehat{ACD} = \widehat{CAB} + \widehat{ABC}$$

On remplace par les mesures de l'énoncé.

$$\widehat{ACD} = 80° + 50°$$

$$\widehat{ACD} = 130°$$

On peut vérifier autrement : l'angle intérieur en C vaut $180 - 80 - 50 = 50°$, et son supplémentaire est bien $180 - 50 = 130°$. Les deux chemins se rejoignent.

PIÈGES ANTICIPÉS

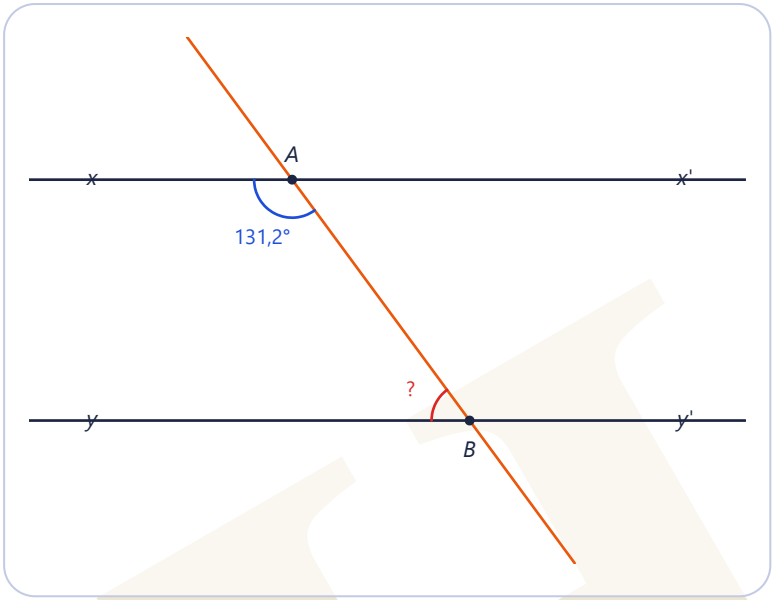
`50` → Tu as donné $\widehat{ACB}$, l'angle **intérieur** en C. L'angle demandé est son supplémentaire : il s'ouvre de l'autre côté de $[CA)$, le long du prolongement $[CD]$.

`80` → Tu as recopié l'angle en A. L'angle extérieur est la **somme** des deux angles non adjacents, pas l'un des deux.

EXERCICE 2 · BASE **Du même côté de la sécante**

Les droites (xx') et (yy') sont parallèles, coupées par une sécante en A et en B. L'angle intérieur $\widehat{xAB}$ mesure $131{,}2°$.

Calculer l'autre angle intérieur d'un même côté, $\widehat{yBA}$.



Deux droites horizontales parallèles (xx') en haut et (yy') en bas, coupées par une sécante en A puis en B. L'angle xAB, au point A et ouvert vers la gauche entre les deux parallèles, est marqué 131,2 degrés. L'angle yBA, au point B et ouvert vers la gauche lui aussi, porte un point d'interrogation.

Donner la mesure en degrés, sans écrire l'unité.

Réponse attendue : `48.8`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Commence par nommer la famille : ces deux angles sont-ils alternes-internes, correspondants, ou intérieurs d'un même côté ?
2. Ils sont **intérieurs d'un même côté** : entre les deux parallèles, et du même côté de la sécante. C'est la seule famille des trois qui ne donne pas une égalité.
   $\widehat{xAB} + \widehat{yBA} = 180°$

CORRECTION

La famille — Les angles $\widehat{xAB}$ et $\widehat{yBA}$ sont intérieurs d'un même côté. Comme les droites sont parallèles, ils sont **supplémentaires**.

$\widehat{xAB} + \widehat{yBA} = 180°$

On isole l'angle cherché.

$\widehat{yBA} = 180° - 131{,}2°$

$\widehat{yBA} = 48{,}8°$

Le réflexe à garder : sur les trois familles, deux donnent une égalité et une seule donne $180°$. Nomme la famille avant de calculer, jamais après.

PIÈGES ANTICIPÉS

`131.2 / 131,2` → Tu as recopié l'angle donné, comme s'ils étaient égaux. Ce serait vrai pour des alternes-internes ou des correspondants — mais ceux-là sont intérieurs d'un même côté, donc supplémentaires.

`41.2 / 41,2` → Tu as retiré l'angle de $90°$. Deux angles intérieurs d'un même côté sont **supplémentaires**, leur somme fait $180°$.

Maths à la carte
ABDELKADER HAMMAMI

EXERCICE 3 · PRATIQUE

Du centre vers le cercle

Dans un cercle de centre O, les points A, B et M sont sur le cercle. L'angle au centre $\widehat{AOB}$ mesure $100°$, et M appartient au **grand** arc AB, celui qui n'est pas intercepté par l'angle $\widehat{AOB}$.

Calculer l'angle inscrit $\widehat{AMB}$.

Donner la mesure en degrés, sans écrire l'unité.

Réponse attendue : `50`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Où est le sommet de chaque angle ? L'un est au centre, l'autre est sur le cercle. Ce n'est pas le même statut.
2. L'angle inscrit et l'angle au centre interceptent ici le même arc AB. L'un des deux est le double de l'autre — et ce n'est pas celui qui a son sommet sur le cercle.
   $\widehat{AMB} = \frac{1}{2}\,\widehat{AOB}$

CORRECTION

Qui est qui — $\widehat{AOB}$ a son sommet au centre : angle au centre. $\widehat{AMB}$ a son sommet sur le cercle : angle inscrit. Tous deux interceptent le petit arc AB.

L'angle inscrit vaut la moitié de l'angle au centre associé.

$\widehat{AMB} = \frac{1}{2} \times 100°$

$\widehat{AMB} = 50°$

Le sommet au centre voit l'arc « en grand » ; le sommet posé sur le cercle le voit deux fois plus petit. C'est le sens du rapport, et il ne s'inverse jamais.

PIÈGES ANTICIPÉS

`200` → Tu as doublé au lieu de diviser. C'est l'angle **au centre** qui est le double de l'inscrit, pas l'inverse.

`100` → Tu as recopié l'angle au centre. Les deux angles interceptent le même arc mais ne sont pas égaux : l'inscrit en est la moitié.

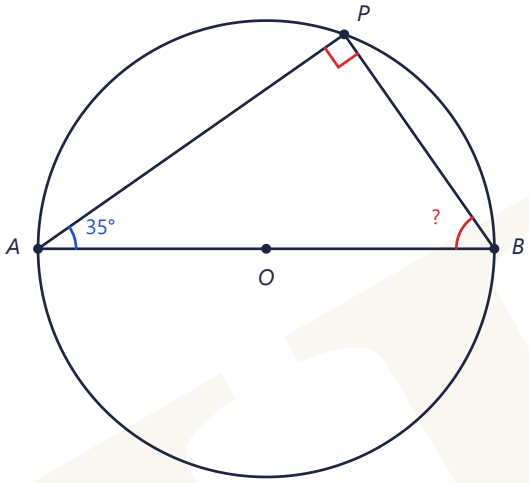
`130` → Avec M sur le petit arc AB, on trouverait bien $130°$: l'angle inscrit intercepterait alors le grand arc. Mais ici M est sur le **grand** arc, et $\widehat{AMB}$ intercepte le même arc que l'angle au centre.

EXERCICE 4 · PRATIQUE

L'angle droit offert par le diamètre

$[AB]$ est un diamètre d'un cercle (C) et P est un point de (C), distinct de A et de B. On sait que $\widehat{PAB} = 35°$.

Calculer $\widehat{PBA}$.



Un cercle de centre O de diamètre horizontal [AB], A à gauche et B à droite. Un point P du cercle est situé en haut à droite. Les segments [PA] et [PB] sont tracés. L'angle en A, entre [AP] et [AB], est marqué 35 degrés. L'angle en P porte la marque de l'angle droit, et l'angle en B porte un point d'interrogation.

Donner la mesure en degrés, sans écrire l'unité.

Réponse attendue : 55

INDICES, DANS L'ORDRE

1. $[AB]$ est un **diamètre** du cercle sur lequel se trouve P. Cela t'offre un angle, sans aucun calcul. Lequel, et où ?
2. Le triangle APB est rectangle en P. Il ne reste qu'à écrire la somme de ses trois angles.
   $\widehat{PAB} + \widehat{PBA} + \widehat{APB} = 180°$

CORRECTION

L'angle gratuit — P est sur le cercle de diamètre $[AB]$, donc le triangle APB est rectangle en P.

$\widehat{APB} = 90°$

La somme des angles du triangle vaut $180°$.

$35° + \widehat{PBA} + 90° = 180°$

$\widehat{PBA} = 180° - 90° - 35° = 55°$

Dans un triangle rectangle, les deux angles aigus sont complémentaires : $35 + 55 = 90$. Dès que tu vois un diamètre et un point du cercle, l'angle droit est là.

PIÈGES ANTICIPÉS

35 → Tu as recopié l'angle donné. Le triangle est rectangle en P, pas isocèle : les deux angles aigus n'ont aucune raison d'être égaux.

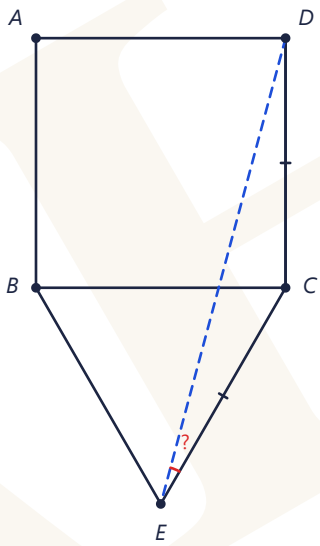
145 → Tu as calculé $180 - 35$. Il faut aussi retirer l'angle droit en P, car les trois angles du triangle se partagent $180°$.

EXERCICE 5 · RAISONNEMENT

Le carré et le triangle équilatéral

$ABCD$ est un carré et BCE est un triangle équilatéral, construit à l'extérieur du carré, du côté de $[BC]$.

1. Quelle est la nature du triangle DCE ?
2. Calculer $\widehat{CED}$.



Le carré, le triangle équilatéral, et le segment [DE] qu'on ajoute.

Un carré ABCD, avec A en haut à gauche, B en bas à gauche, C en bas à droite et D en haut à droite. Sous le côté [BC], à l'extérieur du carré, un triangle équilatéral BCE pointe vers le bas, son sommet E étant sous le milieu de [BC]. Le segment [DE] est tracé en pointillés. Les côtés [CD] et [CE] portent la même marque d'égalité.

Donner la mesure de $\widehat{CED}$ en degrés, sans écrire l'unité.

Réponse attendue : 15

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Compare les longueurs CD et CE. L'une est un côté du carré, l'autre un côté du triangle équilatéral — et les deux triangles partagent le côté $[BC]$.
2. $CD = CE$, donc le triangle DCE est isocèle en C. Calcule d'abord l'angle $\widehat{DCE}$ en additionnant deux angles que tu connais.
3. $\widehat{DCE} = \widehat{DCB} + \widehat{BCE} = 90° + 60°$. Dans un triangle isocèle, les deux angles de la base sont égaux.
   $\widehat{CED} = \frac{180° - \widehat{DCE}}{2}$

CORRECTION

Les longueurs — $[CD]$ est un côté du carré et $[CB]$ aussi, donc $CD = CB$. Le triangle BCE est équilatéral, donc $CE = CB$. Par conséquent $CD = CE$: le triangle DCE est **isocèle en C**.

$$CD = CB = CE \Rightarrow DCE \text{ isocèle en } C$$

L'angle au sommet — L'angle $\widehat{DCE}$ se décompose : l'angle droit du carré, plus l'angle du triangle équilatéral.

$$\widehat{DCE} = 90° + 60° = 150°$$

Dans le triangle isocèle DCE, les deux angles de la base sont égaux et complètent $180°$.

$$\widehat{CED} = \widehat{CDE} = \frac{180° - 150°}{2}$$

$$\widehat{CED} = 15°$$

Rien n'a été mesuré : le carré donne $90°$, l'équilatéral donne $60°$, et l'égalité des longueurs fait le reste. C'est exactement la démarche du chapitre — lire la figure, pas la mesurer.

PIÈGES ANTICIPÉS

`150` → Tu as donné $\widehat{DCE}$, l'angle au sommet du triangle isocèle. La question porte sur $\widehat{CED}$, un angle de la base.

`30` → Tu t'es arrêté à $180 - 150 = 30$. Ces $30°$ se partagent entre **les deux** angles de la base, qui sont égaux.

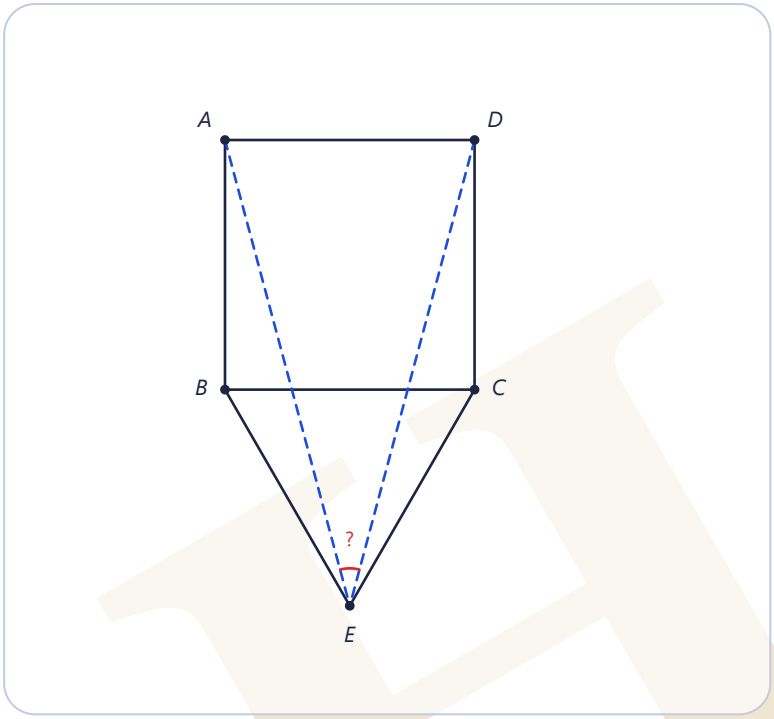
EXERCICE 6 · DEFI

Et l'angle vu depuis E

On reprend la figure précédente : $ABCD$ est un carré et BCE est le triangle équilatéral construit à l'extérieur, du côté de $[BC]$. On trace $[EA]$ et $[ED]$.

Calculer $\widehat{AED}$.

Maths à la carte
ABDELKADER HAMMAMI



Les demi-droites [EA) et [ED) sont à l'intérieur de l'angle BEC.

Le même carré ABCD, A en haut à gauche, B en bas à gauche, C en bas à droite, D en haut à droite, avec le triangle équilatéral BCE pointant vers le bas sous le côté [BC]. Les segments [EA] et [ED] sont tracés en pointillés depuis E vers les deux sommets du haut ; ils passent à l'intérieur de l'angle BEC. L'angle AED, au sommet E entre ces deux pointillés, porte un point d'interrogation.

Donner la mesure de $\widehat{AED}$ en degrés, sans écrire l'unité.

Réponse attendue : `30`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. La figure a un axe de symétrie. Lequel ? Et que deviennent A et D dans cette symétrie ?
2. La médiatrice de $[BC]$ passe par E : elle échange B et C, donc aussi A et D. Les deux angles $\widehat{BEA}$ et $\widehat{DEC}$ sont donc égaux.
3. Regarde bien l'ordre des demi-droites autour de E : $[EA)$ et $[ED)$ passent **à l'intérieur** de l'angle $\widehat{BEC}$, qui vaut $60°$. Il faut donc lui **retirer** les deux angles latéraux, et non les ajouter.
   $\widehat{AED} = \widehat{BEC} - \widehat{BEA} - \widehat{DEC}$

CORRECTION

La symétrie — La médiatrice de $[BC]$ passe par E, sommet du triangle équilatéral. Elle échange B et C, donc aussi A et D : la figure entière est symétrique par rapport à elle.

$\widehat{BEA} = \widehat{DEC}$

Ce qu'on sait déjà — L'exercice précédent a donné l'angle de la base du triangle isocèle DCE, et la symétrie le recopie de l'autre côté.

$\widehat{DEC} = \widehat{BEA} = 15°$

Le bon découpage — Depuis E, les demi-droites se succèdent dans l'ordre $[EC)$, $[ED)$, $[EA)$, $[EB)$. Autrement dit $[ED)$ et $[EA)$ sont **à l'intérieur** de l'angle $\widehat{BEC}$: c'est lui le grand, et $\widehat{AED}$ n'en est qu'un morceau.

$\widehat{BEC} = \widehat{BEA} + \widehat{AED} + \widehat{DEC}$

Le triangle BCE est équilatéral, donc $\widehat{BEC} = 60°$. On isole l'angle cherché.

$\widehat{AED} = 60° - 15° - 15°$

$\widehat{AED} = 30°$

Tout le piège est dans le sens du découpage. Avant d'additionner des angles adjacents, regarde quelle demi-droite est à l'intérieur de quel angle : ici on retranche, et additionner aurait donné $90°$, un résultat plus grand que l'angle du triangle équilatéral — donc impossible.

PIÈGES ANTICIPÉS

`90` → Tu as additionné les trois morceaux : $15 + 60 + 15$. Mais $\widehat{AED}$ est **contenu dans** $\widehat{BEC}$, il ne peut donc pas être plus grand que $60°$. C'est une soustraction.

`15` → Tu as donné $\widehat{DEC}$, un seul des angles latéraux. L'angle demandé est celui du milieu, entre $[EA)$ et $[ED)$.

`60` → Tu as gardé $\widehat{BEC}$ en entier, l'angle du triangle équilatéral. Il faut lui retirer les deux angles latéraux, égaux par symétrie.

EXERCICE 7 · BASE

La somme des angles

Dans le triangle ABC, $\widehat{BAC} = 47°$ et $\widehat{ABC} = 68°$.

Calculer $\widehat{ACB}$.

Donner la mesure en degrés, sans écrire l'unité.

Réponse attendue : 65

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Dans un triangle, que vaut toujours la somme des trois angles ?
2. Il suffit de retirer de $180°$ les deux angles connus.
   $\widehat{ACB} = 180° - \widehat{BAC} - \widehat{ABC}$

CORRECTION

La propriété — La somme des angles d'un triangle vaut $180°$.

$\widehat{BAC} + \widehat{ABC} + \widehat{ACB} = 180°$

On isole l'angle cherché.

$\widehat{ACB} = 180° - 47° - 68°$

$\widehat{ACB} = 65°$

Le troisième angle d'un triangle se déduit toujours des deux autres : on retire leur somme de $180°$.

PIÈGES ANTICIPÉS

`115` → Tu as additionné les deux angles donnés : $47 + 68$. C'est l'angle **extérieur** en C, pas l'angle du triangle. Il faut retirer cette somme de $180°$.

EXERCICE 8 · BASE

L'angle de la base

Le triangle ABC est isocèle en A et son angle au sommet mesure $\widehat{BAC} = 40°$.

Calculer $\widehat{ABC}$.

Donner la mesure en degrés, sans écrire l'unité.

Réponse attendue : `70`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Dans un triangle isocèle en A, les deux angles de la base, en B et en C, sont égaux.
2. Les deux angles de la base se partagent ce qui reste quand on retire l'angle au sommet de $180°$.
   $\widehat{ABC} = \frac{180° - \widehat{BAC}}{2}$

CORRECTION

La nature — ABC est isocèle en A : ses angles de la base sont égaux.

$\widehat{ABC} = \widehat{ACB}$

La somme des angles vaut $180°$, donc les deux angles de la base font ensemble $180° - 40° = 140°$.

$2\,\widehat{ABC} = 140°$

$\widehat{ABC} = 70°$

Triangle isocèle : on retire l'angle au sommet de $180°$, puis on partage **en deux** entre les angles de la base.

PIÈGES ANTICIPÉS

`140` → $140°$, c'est la somme des **deux** angles de la base. Chacun en vaut la moitié.

`40` → Tu as recopié l'angle au sommet. Dans un triangle isocèle, ce sont les angles **de la base** qui sont égaux entre eux, pas à l'angle au sommet.

EXERCICE 9 · BASE

Remonter depuis l'angle extérieur

Dans le triangle ABC, on prolonge $[BC]$ au-delà de C jusqu'au point D. On sait que $\widehat{ACD} = 115°$ et $\widehat{ABC} = 45°$.

Calculer $\widehat{BAC}$.

Donner la mesure en degrés, sans écrire l'unité.

Réponse attendue : `70`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. $\widehat{ACD}$ est l'angle extérieur en C. À quels angles du triangle est-il égal, une fois additionnés ?
2. L'angle extérieur vaut la somme des deux angles non adjacents : ceux en A et en B. Ici on connaît la somme et l'un des termes.
   $\widehat{ACD} = \widehat{BAC} + \widehat{ABC}$

CORRECTION

La propriété — L'angle extérieur en C vaut la somme des deux angles non adjacents.

$\widehat{ACD} = \widehat{BAC} + \widehat{ABC}$

On remplace et on isole l'angle cherché.

$\widehat{BAC} = 115° - 45°$

$\widehat{BAC} = 70°$

La propriété de l'angle extérieur se lit dans les deux sens : connaissant la somme et un terme, on retrouve l'autre par une soustraction.

PIÈGES ANTICIPÉS

`160` → Tu as additionné 115 et 45. Mais $115°$ est **déjà** la somme des angles en A et en B : il faut lui retirer l'angle en B.

`65` → $180 - 115 = 65$ donne $\widehat{ACB}$, l'angle intérieur en C. La question porte sur l'angle en A.

EXERCICE 10 · BASE

L'extérieur d'un équilatéral

ABC est un triangle équilatéral. On prolonge $[BC]$ au-delà de C jusqu'au point D.

Calculer $\widehat{ACD}$.

Donner la mesure en degrés, sans écrire l'unité.

Réponse attendue : `120`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Combien mesure chaque angle d'un triangle équilatéral ?
2. Chaque angle vaut $60°$. L'angle extérieur en C est la somme des angles en A et en B.

CORRECTION

Les angles — Les trois angles d'un triangle équilatéral sont égaux, et leur somme vaut $180°$.

$\widehat{BAC} = \widehat{ABC} = 60°$

L'angle extérieur en C vaut la somme des deux angles non adjacents.

$\widehat{ACD} = 60° + 60°$

$\widehat{ACD} = 120°$

Vérification par l'autre chemin : $\widehat{ACB} = 60°$ et son supplémentaire vaut bien $180 - 60 = 120°$.

PIÈGES ANTICIPÉS

`60` → $60°$, c'est l'angle **intérieur** en C. L'angle demandé s'ouvre le long du prolongement $[CD]$: c'est le supplémentaire.

EXERCICE 11 · BASE

Deux angles consécutifs

$ABCD$ est un parallélogramme et $\widehat{ABC} = 112°$.

Calculer $\widehat{BAD}$.

Donner la mesure en degrés, sans écrire l'unité.

Réponse attendue : 68

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Les angles en A et en B sont **consécutifs** : ils ont le côté $[AB]$ en commun. Sont-ils égaux, ou supplémentaires ?
2. (AD) et (BC) sont parallèles, coupées par la sécante (AB) : les angles en A et en B sont intérieurs d'un même côté.
   $\widehat{BAD} + \widehat{ABC} = 180°$

CORRECTION

Le parallélisme — Dans le parallélogramme $ABCD$, $(AD) \parallel (BC)$. La sécante (AB) forme avec elles les angles $\widehat{BAD}$ et $\widehat{ABC}$, intérieurs d'un même côté : ils sont supplémentaires.

$\widehat{BAD} + \widehat{ABC} = 180°$

$\widehat{BAD} = 180° - 112° = 68°$

Dans un parallélogramme, deux angles **opposés** sont égaux et deux angles **consécutifs** sont supplémentaires. Ici A et B se suivent : supplémentaires.

PIÈGES ANTICIPÉS

112 → Tu as traité A et B comme des angles opposés. Ils sont **consécutifs** (ils partagent le côté $[AB]$) : ils sont supplémentaires, pas égaux.

EXERCICE 12 · BASE **La moitié par la bissectrice**

La demi-droite $[Ot)$ est la bissectrice de l'angle $\widehat{SOK}$, et $\widehat{SOK} = 74°$.

Calculer $\widehat{SOt}$.

Donner la mesure en degrés, sans écrire l'unité.

Réponse attendue : 37

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Que fait une bissectrice à l'angle qu'elle coupe ?
2. Elle le partage en deux angles adjacents égaux.
   $\widehat{SOt} = \widehat{tOK} = \frac{1}{2}\widehat{SOK}$

CORRECTION

La définition — La bissectrice partage l'angle en deux angles adjacents de même mesure.

$\widehat{SOt} = \frac{1}{2} \times 74°$

$\widehat{SOt} = 37°$

Bissectrice = partage en deux moitiés égales. C'est un outil de base qu'on retrouve dans beaucoup d'exercices de ce chapitre.

PIÈGES ANTICIPÉS

148 → Tu as doublé l'angle. La bissectrice **partage** l'angle $\widehat{SOK}$: chaque moitié est deux fois plus petite.

EXERCICE 13 · PRATIQUE

Rectangle isocèle, angle extérieur

Le triangle ABC est rectangle et isocèle en B. On prolonge $[BC]$ au-delà de C jusqu'au point D.

Calculer $\widehat{ACD}$.

Donner la mesure en degrés, sans écrire l'unité.

Réponse attendue : 135

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Rectangle en B : l'angle en B est droit. Isocèle en B : que dire des angles en A et en C ?
2. Les angles en A et en C sont égaux et complémentaires : chacun vaut $45°$. L'angle extérieur en C est la somme des angles en A et en B.

CORRECTION

Les angles — $\widehat{ABC} = 90°$, et les angles de la base en A et en C sont égaux.

$\widehat{BAC} = \widehat{ACB} = \frac{180° - 90°}{2} = 45°$

L'angle extérieur — Il vaut la somme des deux angles non adjacents.

$\widehat{ACD} = \widehat{BAC} + \widehat{ABC} = 45° + 90°$

$\widehat{ACD} = 135°$

Quand le triangle a un angle droit, l'angle extérieur au sommet d'un angle aigu est toujours obtus : il contient l'angle droit.

PIÈGES ANTICIPÉS

45 → $45°$ est l'angle **intérieur** en C. L'angle extérieur est son supplémentaire.

90 → Tu as donné l'angle en B. L'angle extérieur en C est la **somme** des angles en A et en B.

EXERCICE 14 · PRATIQUE

Isocèle en C, en fonction de x

Le triangle ABC est isocèle en C, et on note $\widehat{ABC} = x$ (en degrés). On prolonge $[BC]$ au-delà de C jusqu'au point D.

Exprimer $\widehat{ACD}$ en fonction de x.

Écrire l'expression en fonction de x.

Réponse attendue : 2x

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Isocèle en C : $CA = CB$. Quels sont alors les deux angles égaux, ceux de la base ?

2. La base est $[AB]$: les angles en A et en B sont égaux. Et l'angle extérieur en C est leur somme.
$\widehat{ACD} = \widehat{CAB} + \widehat{ABC}$

CORRECTION

La base — ABC est isocèle en C, sa base est $[AB]$: les angles en A et en B sont égaux.
$\widehat{CAB} = \widehat{ABC} = x$

L'angle extérieur — Il vaut la somme des deux angles non adjacents.
$\widehat{ACD} = x + x$
$\widehat{ACD} = 2x$

Dans un triangle isocèle, l'angle extérieur au sommet principal vaut le **double** d'un angle de la base.

PIÈGES ANTICIPÉS

`180-2x` → $180 - 2x$, c'est l'angle **intérieur** en C, l'angle au sommet. L'angle extérieur est son supplémentaire.

`x` → L'angle extérieur est la **somme** des deux angles non adjacents, qui valent chacun x.

EXERCICE 15 · PRATIQUE

Trois angles en proportion

Dans le triangle ABC, l'angle en B est le double de l'angle en A, et l'angle en C en est le triple :

$$\widehat{ABC} = 2\,\widehat{BAC} \text{ et } \widehat{ACB} = 3\,\widehat{BAC}.$$

Calculer $\widehat{BAC}$.

Donner la mesure en degrés, sans écrire l'unité.

Réponse attendue : `30`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Exprime les trois angles à l'aide d'un seul, $\widehat{BAC}$, puis écris leur somme.
2. La somme des trois angles s'écrit $\widehat{BAC} + 2\,\widehat{BAC} + 3\,\widehat{BAC}$. Combien de fois $\widehat{BAC}$ cela fait-il ?

CORRECTION

La somme — On remplace chaque angle par son expression en fonction de $\widehat{BAC}$.
$\widehat{BAC} + 2\,\widehat{BAC} + 3\,\widehat{BAC} = 180°$
$6\,\widehat{BAC} = 180°$
$\widehat{BAC} = 30°$

Les trois angles valent donc $30°$, $60°$ et $90°$: le triangle est rectangle en C. Ramener tout à une seule inconnue, puis utiliser la somme $180°$.

PIÈGES ANTICIPÉS

`90` → $90°$ est l'angle en C. La question demande l'angle en A, le plus petit des trois.

`60` → $60°$ est l'angle en B. La question demande l'angle en A.

EXERCICE 16 · PRATIQUE

L'angle extérieur au sommet

Le triangle ABC est isocèle en A et $\widehat{ABC} = 52°$. On prolonge $[BA]$ au-delà de A jusqu'au point E.

Calculer $\widehat{CAE}$.

Donner la mesure en degrés, sans écrire l'unité.

Réponse attendue : 104

INDICES, DANS L'ORDRE

1. $\widehat{CAE}$ est l'angle extérieur en A. Quels sont les deux angles du triangle qui ne le touchent pas ?
2. Ce sont les angles en B et en C, égaux puisque le triangle est isocèle en A.

CORRECTION

La base — ABC est isocèle en A : les angles de la base sont égaux.

$\widehat{ACB} = \widehat{ABC} = 52°$

L'angle extérieur — L'angle extérieur en A vaut la somme des angles en B et en C.

$\widehat{CAE} = 52° + 52°$

$\widehat{CAE} = 104°$

Vérification : l'angle au sommet vaut $180 - 2 \times 52 = 76°$, et son supplémentaire est bien $180 - 76 = 104°$.

PIÈGES ANTICIPÉS

76 → $76°$ est l'angle **intérieur** en A. L'angle demandé, $\widehat{CAE}$, est de l'autre côté de $[AC)$, le long du prolongement : c'est son supplémentaire.

52 → L'angle extérieur est la **somme** des deux angles non adjacents, pas l'un des deux.

EXERCICE 17 · PRATIQUE

Deux angles extérieurs connus

Dans le triangle ABC, on prolonge $[CB]$ au-delà de B jusqu'à E, et $[BC]$ au-delà de C jusqu'à D. On sait que $\widehat{ABE} = 110°$ et $\widehat{ACD} = 125°$.

Calculer $\widehat{BAC}$.

Donner la mesure en degrés, sans écrire l'unité.

Réponse attendue : 55

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Commence par les angles intérieurs en B et en C : chacun est le supplémentaire de l'angle extérieur donné.
2. Tu obtiens $\widehat{ABC}$ et $\widehat{ACB}$. Il ne reste que la somme des angles du triangle.

CORRECTION

Les angles intérieurs — E, B, C, D sont alignés : chaque angle intérieur est le supplémentaire de l'angle extérieur au même sommet.

$\widehat{ABC} = 180° - 110° = 70°$ $\widehat{ACB} = 180° - 125° = 55°$

La somme —

$\widehat{BAC} = 180° - 70° - 55°$

$\widehat{BAC} = 55°$

Autre chemin : $\widehat{ACD} = \widehat{BAC} + \widehat{ABC}$, donc $\widehat{BAC} = 125 - 70$. Le résultat est le même. Le triangle est d'ailleurs isocèle en B : ses angles en A et en C sont égaux.

PIÈGES ANTICIPÉS

125 → $125°$, c'est l'angle **extérieur** en A (les trois angles extérieurs font $360°$). La question demande l'angle intérieur.

235 → Tu as additionné les deux angles extérieurs. Commence par en déduire les angles **intérieurs** en B et en C.

EXERCICE 18 · PRATIQUE

Un équilatéral dans le carré

$ABCD$ est un carré, et ABE est un triangle équilatéral construit **à l'intérieur** du carré, sur le côté $[AB]$.

Calculer $\widehat{EAD}$.

Donner la mesure en degrés, sans écrire l'unité.

Réponse attendue : `30`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. En A, deux angles sont connus sans calcul : celui du carré et celui du triangle équilatéral. Lequel contient l'autre ?
2. E est à l'intérieur du carré : la demi-droite $[AE)$ est à l'intérieur de l'angle droit $\widehat{BAD}$.
   $\widehat{BAD} = \widehat{BAE} + \widehat{EAD}$

CORRECTION

Le découpage — $[AE)$ est à l'intérieur de l'angle droit $\widehat{BAD}$: il le découpe en deux angles adjacents.

$\widehat{BAD} = \widehat{BAE} + \widehat{EAD}$

Le carré donne $90°$, l'équilatéral donne $60°$.

$\widehat{EAD} = 90° - 60°$

$\widehat{EAD} = 30°$

Avant d'additionner ou de soustraire, repère quelle demi-droite est à l'intérieur de quel angle.

PIÈGES ANTICIPÉS

150 → $90 + 60 = 150$ conviendrait si le triangle était construit à l'**extérieur** du carré. Ici E est à l'intérieur : on soustrait.

`60` → $60°$ est l'angle $\widehat{BAE}$ du triangle équilatéral. L'angle demandé est le morceau restant de l'angle droit.

EXERCICE 19 · PRATIQUE

Le triangle qui reste

On reprend la figure précédente : $ABCD$ est un carré et ABE un triangle équilatéral construit à l'intérieur du carré. On a trouvé $\widehat{EAD} = 30°$.

Calculer $\widehat{AED}$.

Donner la mesure en degrés, sans écrire l'unité.

Réponse attendue : 75

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Compare AE et AD. L'un est un côté du triangle équilatéral, l'autre un côté du carré.
2. $AE = AB = AD$: le triangle ADE est isocèle en A. Son angle au sommet est connu.

CORRECTION

Les longueurs — $AE = AB$ (triangle équilatéral) et $AD = AB$ (carré), donc $AE = AD$: le triangle ADE est isocèle en A.

$\widehat{AED} = \widehat{ADE}$

Les angles de la base —

$\widehat{AED} = \frac{180° - 30°}{2}$

$\widehat{AED} = 75°$

C'est l'égalité des longueurs qui fait le travail : un carré et un triangle équilatéral sur le même côté fabriquent des triangles isocèles.

PIÈGES ANTICIPÉS

`150` → $180 - 30 = 150$: ce sont les **deux** angles de la base ensemble. Chacun en vaut la moitié.

EXERCICE 20 · PRATIQUE

L'angle de l'hexagone régulier

$ABCDEF$ est un hexagone régulier de centre O : les six triangles OAB, OBC, OCD, ODE, OEF et OFA sont équilatéraux.

Calculer l'angle $\widehat{ABC}$ de l'hexagone.

Donner la mesure en degrés, sans écrire l'unité.

Réponse attendue : `120`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. La demi-droite $[BO)$ est à l'intérieur de l'angle $\widehat{ABC}$ et le coupe en deux morceaux. Lesquels ?
2. $\widehat{ABC} = \widehat{ABO} + \widehat{OBC}$, et chacun de ces angles est un angle d'un triangle équilatéral.

CORRECTION

Le découpage — $[BO)$ partage l'angle de l'hexagone en deux angles adjacents.

$$\widehat{ABC} = \widehat{ABO} + \widehat{OBC}$$

Les triangles OAB et OBC sont équilatéraux : chacun de leurs angles vaut $60°$.

$$\widehat{ABC} = 60° + 60°$$

$$\widehat{ABC} = 120°$$

Un polygone régulier se découpe depuis son centre en triangles isocèles égaux : on lit ses angles dans ces triangles.

PIÈGES ANTICIPÉS

`60` → $60°$ n'est que l'angle $\widehat{ABO}$ d'un des triangles. L'angle de l'hexagone en B est fait de **deux** de ces angles.

EXERCICE 21 · RAISONNEMENT

Le point de rencontre des bissectrices

Dans le triangle ABC, $\widehat{BAC} = 50°$. Les bissectrices des angles $\widehat{ABC}$ et $\widehat{ACB}$ se coupent en I.

Calculer $\widehat{BIC}$.

Donner la mesure en degrés, sans écrire l'unité.

Réponse attendue : 115

INDICES, DANS L'ORDRE

1. On ne connaît ni $\widehat{ABC}$ ni $\widehat{ACB}$ séparément. Mais leur somme, si.
2. $\widehat{ABC} + \widehat{ACB} = 180° - 50°$. Les bissectrices en prennent chacune la moitié : que vaut $\widehat{IBC} + \widehat{ICB}$?
3. Dans le triangle IBC, il reste la somme des angles.
   $$\widehat{BIC} = 180° - (\widehat{IBC} + \widehat{ICB})$$

CORRECTION

La somme connue — Dans le triangle ABC :

$$\widehat{ABC} + \widehat{ACB} = 180° - 50° = 130°$$

Les moitiés — Chaque bissectrice partage son angle en deux.

$$\widehat{IBC} + \widehat{ICB} = \tfrac{1}{2}\left(\widehat{ABC} + \widehat{ACB}\right) = 65°$$

Le triangle IBC —

$$\widehat{BIC} = 180° - 65°$$

$$\widehat{BIC} = 115°$$

On n'a jamais eu besoin de $\widehat{ABC}$ ni de $\widehat{ACB}$ un par un : seule leur somme comptait. Quand deux inconnues apparaissent toujours ensemble, on calcule leur somme.

PIÈGES ANTICIPÉS

`65` → $65°$, c'est $\widehat{IBC} + \widehat{ICB}$. L'angle $\widehat{BIC}$ est ce qui reste dans le triangle IBC.

130 → Tu as utilisé $\widehat{ABC} + \widehat{ACB}$ en entier. Les bissectrices n'en gardent que la **moitié** dans le triangle IBC.

EXERCICE 22 · RAISONNEMENT

Le triangle de périmètre donné

Dans un triangle ABC, $\widehat{ABC} = 72°$ et $\widehat{ACB} = 66°$. On place sur la droite (BC) le point E, au-delà de B, tel que $BE = BA$, et le point F, au-delà de C, tel que $CF = CA$.

Calculer $\widehat{AEB}$.

Donner la mesure en degrés, sans écrire l'unité.

Réponse attendue : 36

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Le triangle EBA est isocèle : en quel sommet ? Quels sont ses deux angles égaux ?
2. $BE = BA$: il est isocèle en B, et $\widehat{BEA} = \widehat{BAE}$. Regarde maintenant $\widehat{ABC}$: c'est un angle **extérieur** du triangle EBA.
3. L'angle extérieur en B vaut la somme des deux angles égaux.
   $\widehat{ABC} = \widehat{BEA} + \widehat{BAE}$

CORRECTION

Le triangle isocèle — $BE = BA$, donc EBA est isocèle en B : ses angles en E et en A sont égaux.
$\widehat{BEA} = \widehat{BAE}$

L'angle extérieur — E, B, C sont alignés : $\widehat{ABC}$ est l'angle extérieur en B du triangle EBA.
$\widehat{ABC} = \widehat{BEA} + \widehat{BAE} = 2\,\widehat{AEB}$
$\widehat{AEB} = \frac{72°}{2} = 36°$

De la même façon, $\widehat{AFC} = 33°$. Et $EF = EB + BC + CF = AB + BC + CA$: la longueur EF est le **périmètre** du triangle ABC. C'est l'idée qui permet de construire un triangle de périmètre donné.

PIÈGES ANTICIPÉS

54 → Tu as pris $72°$ comme angle au sommet du triangle EBA. Mais l'angle en B de ce triangle est $\widehat{EBA}$, le **supplémentaire** de $\widehat{ABC}$: $72°$ est son angle extérieur.

72 → $72°$, c'est l'angle extérieur en B du triangle EBA. Il vaut la **somme** des deux angles égaux en E et en A.

EXERCICE 23 · RAISONNEMENT

L'angle au sommet du grand triangle

On reprend la figure précédente : $\widehat{ABC} = 72°$, $\widehat{ACB} = 66°$, E et F sur la droite (BC) avec $BE = BA$ et $CF = CA$. On a trouvé $\widehat{AEB} = 36°$.

Calculer $\widehat{EAF}$.

Donner la mesure en degrés, sans écrire l'unité.

Réponse attendue : 111

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Par le même raisonnement que pour E, calcule d'abord $\widehat{AFC}$ dans le triangle isocèle ACF.
2. $\widehat{AFC}$ est la moitié de $\widehat{ACB}$. Le triangle AEF a alors deux angles connus.

CORRECTION

Le point F — $CF = CA$: le triangle ACF est isocèle en C, et $\widehat{ACB}$ est son angle extérieur en C.

$\widehat{AFC} = \frac{66^\circ}{2} = 33^\circ$

Le triangle AEF —

$\widehat{EAF} = 180^\circ - 36^\circ - 33^\circ$

$\widehat{EAF} = 111^\circ$

Vérification par le découpage en A : $\widehat{EAF} = \widehat{EAB} + \widehat{BAC} + \widehat{CAF} = 36 + 42 + 33 = 111^\circ$. Deux chemins, un seul résultat.

PIÈGES ANTICIPÉS

42 → 42°, c'est $\widehat{BAC}$, l'angle du petit triangle. L'angle $\widehat{EAF}$ contient en plus les angles $\widehat{EAB}$ et $\widehat{CAF}$.

138 → Tu as additionné 72 et 66. Dans le triangle AEF, ce sont les angles en E et en F qu'il faut retirer de 180°.

EXERCICE 24 · RAISONNEMENT

La bissectrice du triangle d'or

Le triangle ABC est isocèle en A avec $\widehat{BAC} = 36^\circ$. La bissectrice de l'angle $\widehat{ABC}$ coupe $[AC]$ en D.

Calculer $\widehat{BDC}$.

Donner la mesure en degrés, sans écrire l'unité.

Réponse attendue : 72

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Calcule d'abord les angles de la base du triangle ABC.
2. Dans le triangle BDC, tu connais $\widehat{DBC}$ (la moitié de $\widehat{ABC}$) et $\widehat{DCB}$.

CORRECTION

Les angles de la base —

$\widehat{ABC} = \widehat{ACB} = \frac{180^\circ - 36^\circ}{2} = 72^\circ$

La bissectrice —

$\widehat{DBC} = \frac{1}{2} \times 72^\circ = 36^\circ$

Le triangle BDC —

$\widehat{BDC} = 180^\circ - 36^\circ - 72^\circ$

$\widehat{BDC} = 72°$

Le triangle BDC a deux angles de $72°$: il est isocèle en B. Et $\widehat{ABD} = \widehat{BAD} = 36°$: ABD est isocèle en D. Une seule bissectrice fabrique deux triangles isocèles.

PIÈGES ANTICIPÉS

`108` → $108°$ est $\widehat{ADB}$, le supplémentaire. L'angle demandé, $\widehat{BDC}$, est du côté de C.

`36` → $36°$ est $\widehat{DBC}$, l'angle en B du triangle BDC. La question porte sur son angle en D.

EXERCICE 25 · RAISONNEMENT

Aire dans le triangle équilatéral

ABC est un triangle équilatéral de côté $AB = 10$ cm. Le point M est sur la bissectrice de l'angle $\widehat{BAC}$, avec $AM = 5$ cm ; cette bissectrice coupe $[BC]$ en H.

Calculer l'aire du triangle ABM.

Donner l'aire en cm², sans écrire l'unité.

Réponse attendue : `12.5`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Dans un triangle équilatéral, la bissectrice issue de A est aussi la hauteur et la médiane : H est le milieu de $[BC]$ et $(AH) \perp (BC)$.
2. Prends $[AM]$ comme base du triangle ABM. La hauteur relative à cette base est la distance de B à la droite (AH), c'est-à-dire BH.

CORRECTION

La bissectrice — Dans le triangle équilatéral, la bissectrice issue de A est la médiatrice de $[BC]$: H est le milieu de $[BC]$ et $(BH) \perp (AM)$.

$BH = \frac{BC}{2} = 5 \text{ cm}$

M est sur [AH] — $AH = \sqrt{10^2 - 5^2} = \sqrt{75} \approx 8{,}66$ cm, qui dépasse $AM = 5$ cm : M est bien entre A et H.

L'aire — Base $[AM]$, hauteur $[BH]$.

$\mathcal{A}(ABM) = \frac{AM \times BH}{2} = \frac{5 \times 5}{2}$

$\mathcal{A}(ABM) = 12{,}5 \text{ cm}^2$

Pour l'aire d'un triangle, on choisit la base dont la hauteur est facile : ici $[AM]$, portée par une droite perpendiculaire à (BC).

PIÈGES ANTICIPÉS

`25` → $5 \times 5 = 25$ est l'aire d'un rectangle. L'aire d'un triangle est la **moitié** du produit base × hauteur.

EXERCICE 26 · DEFI

Trois points alignés

$ABCD$ est un carré. DCE est un triangle équilatéral construit **à l'intérieur** du carré, sur $[DC]$, et BCF un triangle équilatéral construit **à l'extérieur**, sur $[BC]$.

Calculer la somme $\widehat{AED} + \widehat{DEC} + \widehat{CEF}$, puis conclure sur les points A, E et F.

Donner la somme en degrés, sans écrire l'unité.

Réponse attendue : `180`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Deux triangles isocèles se cachent dans la figure : ADE (compare DA et DE) et CEF (compare CE et CF).
2. Calcule leurs angles au sommet : $\widehat{ADE} = \widehat{ADC} - \widehat{EDC}$, et $\widehat{ECF} = \widehat{ECB} + \widehat{BCF}$.
3. $\widehat{ADE} = 30°$ et $\widehat{ECF} = 90°$. Déduis-en $\widehat{AED}$ et $\widehat{CEF}$, puis ajoute $\widehat{DEC}$.

CORRECTION

Le triangle ADE — $DA = DC = DE$: le triangle ADE est isocèle en D, et $\widehat{ADE} = 90° - 60° = 30°$.

$\widehat{AED} = \frac{180° - 30°}{2} = 75°$

Le triangle CEF — $CE = CD = CB = CF$: le triangle CEF est isocèle en C, et $\widehat{ECF} = \widehat{ECB} + \widehat{BCF} = 30° + 60° = 90°$.

$\widehat{CEF} = \frac{180° - 90°}{2} = 45°$

La somme — L'équilatéral DCE donne $\widehat{DEC} = 60°$.

$\widehat{AED} + \widehat{DEC} + \widehat{CEF} = 75° + 60° + 45°$

$\widehat{AED} + \widehat{DEC} + \widehat{CEF} = 180°$

Les trois angles adjacents en E font un angle plat : $[EA)$ et $[EF)$ sont opposées, donc A, E et F sont **alignés**. Prouver un alignement, c'est souvent montrer qu'un angle vaut $180°$.

PIÈGES ANTICIPÉS

`120` → Tu as oublié l'angle du milieu, $\widehat{DEC}$, celui du triangle équilatéral. La somme porte sur les **trois** angles adjacents en E.

EXERCICE 27 · DEFI

Le triangle des deux isocèles

ABC est un triangle isocèle en A. Le point D est sur $[AC]$ et vérifie $DA = DB = BC$.

Calculer $\widehat{BAC}$.

Donner la mesure en degrés, sans écrire l'unité.

Réponse attendue : `36`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Note $x = \widehat{BAC}$. Le triangle ABD est isocèle en D : que vaut $\widehat{ABD}$?

2. $\widehat{BDC}$ est l'angle extérieur en D du triangle ABD : il vaut $2x$. Le triangle BDC est isocèle en B : que vaut alors $\widehat{BCD}$?
3. $\widehat{ACB} = 2x$, et comme ABC est isocèle en A, $\widehat{ABC} = 2x$ aussi. Écris la somme des angles de ABC.

CORRECTION

Le triangle ABD — $DA = DB$: ABD est isocèle en D, donc $\widehat{ABD} = \widehat{BAD} = x$.

$\widehat{BDC} = \widehat{BAD} + \widehat{ABD} = 2x$

Le triangle BDC — $BD = BC$: BDC est isocèle en B, donc $\widehat{BCD} = \widehat{BDC}$.

$\widehat{ACB} = 2x$

Le triangle ABC — Isocèle en A : $\widehat{ABC} = \widehat{ACB} = 2x$.

$x + 2x + 2x = 180°$

$\widehat{BAC} = 36°$

Les angles de ABC valent $36°$, $72°$ et $72°$. Méthode : une seule inconnue, puis on la fait circuler de triangle isocèle en triangle isocèle grâce à l'angle extérieur.

PIÈGES ANTICIPÉS

72 → $72°$, c'est un angle de la base, $\widehat{ABC}$ ou $\widehat{ACB}$. La question demande l'angle au sommet A.

EXERCICE 28 · DEFI **Les bissectrices extérieures**

Dans le triangle ABC, $\widehat{BAC} = 70°$. Les bissectrices des angles **extérieurs** en B et en C se coupent en J, du côté de (BC) opposé à A.

Calculer $\widehat{BJC}$.

Donner la mesure en degrés, sans écrire l'unité.

Réponse attendue : 55

INDICES, DANS L'ORDRE

1. L'angle extérieur en B vaut $180° - \widehat{ABC}$. La bissectrice en garde la moitié dans le triangle JBC.
2. Dans le triangle JBC : $\widehat{JBC} = 90° - \frac{1}{2}\widehat{ABC}$ et $\widehat{JCB} = 90° - \frac{1}{2}\widehat{ACB}$.
3. Écris la somme des angles de JBC : il ne reste plus que $\frac{1}{2}\left(\widehat{ABC} + \widehat{ACB}\right)$, que tu connais grâce à l'angle en A.

CORRECTION

Les demi-angles — Chaque bissectrice partage un angle extérieur en deux.

$\widehat{JBC} = \frac{180° - \widehat{ABC}}{2}$ $\quad$ $\widehat{JCB} = \frac{180° - \widehat{ACB}}{2}$

Le triangle JBC —

$\widehat{BJC} = 180° - \widehat{JBC} - \widehat{JCB} = \frac{\widehat{ABC} + \widehat{ACB}}{2}$

Et $\widehat{ABC} + \widehat{ACB} = 180° - 70° = 110°$.

$\widehat{BJC} = \frac{110°}{2}$

$\widehat{BJC} = 55°$

Formule à retrouver, pas à apprendre : $\widehat{BJC} = 90° - \frac{1}{2}\widehat{BAC}$. Avec les bissectrices intérieures, on trouverait $90° + \frac{1}{2}\widehat{BAC}$.

PIÈGES ANTICIPÉS

125 → $125° = 90 + 35$ est l'angle formé par les bissectrices **intérieures**. Ici ce sont les bissectrices des angles extérieurs : refais la somme dans le triangle JBC.

110 → $110°$ est $\widehat{ABC} + \widehat{ACB}$. Les bissectrices n'en laissent que la **moitié** dans le triangle JBC.

EXERCICE 29 · BASE

De part et d'autre de la sécante

Les droites (xx') et (yy') sont parallèles. Une sécante les coupe en A, sur (xx'), et en B, sur (yy') ; les points x et y sont du même côté de la sécante. L'angle $\widehat{xAB}$ mesure $63°$.

Calculer $\widehat{y'BA}$.

Donner la mesure en degrés, sans écrire l'unité.

Réponse attendue : 63

INDICES, DANS L'ORDRE

1. x et y' sont de part et d'autre de la sécante, et les deux angles sont entre les parallèles. Quelle famille ?
2. Ce sont des angles **alternes-internes**. Avec des droites parallèles, que vaut leur relation : égalité ou somme de $180°$?

CORRECTION

La famille — $\widehat{xAB}$ et $\widehat{y'BA}$ sont entre les deux parallèles, de part et d'autre de la sécante : ils sont alternes-internes.

Deux parallèles forment avec une sécante des angles alternes-internes égaux.

$\widehat{y'BA} = \widehat{xAB}$

$\widehat{y'BA} = 63°$

Alternes-internes : on traverse la sécante et on reste entre les parallèles. Avec des parallèles, ils sont égaux.

PIÈGES ANTICIPÉS

117 → Tu as pris le supplémentaire. Ce serait juste pour des angles intérieurs d'un même côté ; ceux-ci sont **alternes-internes**, donc égaux.

EXERCICE 30 · BASE

Le même angle, plus bas

Les droites (xx') et (yy') sont parallèles. Une sécante les coupe en A, sur (xx'), et en B, sur (yy') ; les points x et y sont du même côté de la sécante. Le point C est sur la sécante, au-delà de B. L'angle $\widehat{xAB}$ mesure $74°$.

Calculer $\widehat{yBC}$.

Donner la mesure en degrés, sans écrire l'unité.

Réponse attendue : 74

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Les deux angles sont du même côté de la sécante. L'un est entre les parallèles, l'autre en dessous de (yy'). Quelle famille ?
2. Ce sont des angles **correspondants** : ils occupent la même position, l'un en A, l'autre en B.

CORRECTION

La famille — $\widehat{xAB}$ et $\widehat{yBC}$ sont du même côté de la sécante, l'un entre les parallèles, l'autre à l'extérieur : ils sont correspondants.

Deux parallèles forment avec une sécante des angles correspondants égaux.

$\widehat{yBC} = \widehat{xAB}$

$\widehat{yBC} = 74°$

Les angles correspondants se superposent si l'on fait glisser (xx') le long de la sécante jusqu'à (yy') : c'est pour cela qu'ils sont égaux.

PIÈGES ANTICIPÉS

`106` → $106°$ est le supplémentaire. Des angles **correspondants** formés par des parallèles sont égaux.

EXERCICE 31 · BASE **Du côté de x' et de y'**

Les droites (xx') et (yy') sont parallèles. Une sécante les coupe en A, sur (xx'), et en B, sur (yy') ; les points x et y sont du même côté de la sécante. L'angle $\widehat{x'AB}$ mesure $58°$.

Calculer $\widehat{y'BA}$.

Donner la mesure en degrés, sans écrire l'unité.

Réponse attendue : 122

INDICES, DANS L'ORDRE

1. x' et y' sont du même côté de la sécante, et les deux angles sont entre les parallèles. Quelle famille ?
2. Intérieurs d'un même côté : c'est la famille qui ne donne pas une égalité.
   $\widehat{x'AB} + \widehat{y'BA} = 180°$

CORRECTION

La famille — $\widehat{x'AB}$ et $\widehat{y'BA}$ sont intérieurs d'un même côté : avec des parallèles, ils sont supplémentaires.

$\widehat{x'AB} + \widehat{y'BA} = 180°$

$\widehat{y'BA} = 180° - 58° = 122°$

Intérieurs d'un même côté : un angle aigu et un angle obtus, qui se complètent à $180°$.

PIÈGES ANTICIPÉS

58 → Ces angles ne sont pas alternes-internes : ils sont du **même** côté de la sécante. Intérieurs d'un même côté, ils sont supplémentaires.

32 → Tu as complété à $90°$. Les angles intérieurs d'un même côté sont **supplémentaires** : leur somme vaut $180°$.

EXERCICE 32 · BASE

Huit angles, deux mesures

Deux droites parallèles sont coupées par une sécante : cela forme huit angles, quatre autour de chaque point d'intersection. L'un d'eux mesure $40°$.

Déterminer combien de ces huit angles mesurent $40°$.

Donner un nombre entier.

Réponse attendue : 4

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Autour d'un même point, deux angles opposés par le sommet sont égaux, et deux angles voisins sont supplémentaires.
2. En passant d'un point à l'autre, les angles correspondants sont égaux. Combien d'angles de $40°$ autour de chaque point ?

CORRECTION

Autour d'un point — Autour du premier point, l'angle de $40°$ a son opposé par le sommet de $40°$, et ses deux voisins mesurent $140°$: deux angles de $40°$.

D'un point à l'autre — Les angles correspondants sont égaux : autour du second point, on retrouve exactement les mêmes mesures, donc deux autres angles de $40°$.

$$2 + 2 = 4$$

$$4 \text{ angles}$$

Une sécante et deux parallèles ne fabriquent que **deux** mesures : $40°$ et son supplémentaire $140°$, quatre fois chacune.

PIÈGES ANTICIPÉS

2 → Tu n'as compté que les angles autour d'un seul point. Les angles correspondants recopient les mêmes mesures autour de l'autre point.

EXERCICE 33 · BASE

Deux rues et une avenue

Sur le plan d'une ville, deux rues sont parallèles. Une avenue rectiligne les traverse toutes les deux et fait avec la première rue un angle aigu de $65°$.

Déterminer l'angle aigu que fait l'avenue avec la seconde rue.

Donner la mesure en degrés, sans écrire l'unité.

Réponse attendue : 65

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Les deux rues sont deux parallèles, l'avenue est la sécante. Regarde les angles correspondants.
2. Les angles correspondants formés par des parallèles sont égaux : l'angle aigu se retrouve tel quel au second croisement.

CORRECTION

La modélisation — Les deux rues sont deux droites parallèles, l'avenue une sécante. L'angle aigu au premier croisement et l'angle aigu au second, du même côté, sont correspondants.

Des angles correspondants formés par des parallèles sont égaux.

$$\text{angle aigu} = 65°$$

Une sécante coupe deux parallèles « sous le même angle » : c'est le contenu concret du théorème des angles correspondants.

PIÈGES ANTICIPÉS

115 → $115°$ est l'angle **obtus** au croisement. La question demande l'angle aigu, et il est le même aux deux croisements.

EXERCICE 34 · PRATIQUE

Une inconnue entre deux parallèles

Les droites (xx') et (yy') sont parallèles. Une sécante les coupe en A, sur (xx'), et en B, sur (yy') ; les points x et y sont du même côté de la sécante. Les angles $\widehat{xAB}$ et $\widehat{y'BA}$ mesurent, en degrés, $3x - 20$ et $2x + 15$.

Calculer x.

Donner la valeur de x.

Réponse attendue : 35

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Commence par la famille : $\widehat{xAB}$ et $\widehat{y'BA}$ sont-ils égaux ou supplémentaires ?
2. Ils sont alternes-internes, donc égaux. Écris l'équation et résous-la.

$$3x - 20 = 2x + 15$$

CORRECTION

La famille — $\widehat{xAB}$ et $\widehat{y'BA}$ sont alternes-internes ; les droites sont parallèles, donc ils sont égaux.

$$3x - 20 = 2x + 15$$

$$3x - 2x = 15 + 20$$

$$x = 35$$

Les deux angles mesurent alors $85°$. La famille d'angles donne l'**équation** ; le reste est du calcul.

PIÈGES ANTICIPÉS

37 → Tu as écrit $(3x - 20) + (2x + 15) = 180$. Ces angles sont alternes-internes : l'équation est une **égalité**, pas une somme de $180°$.

85 → $85°$ est la mesure des angles. La question demande la valeur de x.

EXERCICE 35 · PRATIQUE

Une équation de supplémentaires

Les droites (xx') et (yy') sont parallèles. Une sécante les coupe en A, sur (xx'), et en B, sur (yy') ; les points x et y sont du même côté de la sécante. Les angles intérieurs d'un même côté $\widehat{xAB}$ et $\widehat{yBA}$ mesurent, en degrés, $2x$ et $x + 30$.

Calculer x.

Donner la valeur de x.

Réponse attendue : `50`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Intérieurs d'un même côté, avec des parallèles : quelle relation entre les deux angles ?
2. Leur somme vaut $180°$.

$$2x + (x + 30) = 180$$

CORRECTION

La relation — Les angles intérieurs d'un même côté sont supplémentaires.

$$2x + x + 30 = 180$$

$$3x = 150$$

$$x = 50$$

Les angles mesurent $100°$ et $80°$, et leur somme fait bien $180°$. Toujours vérifier en remplaçant.

PIÈGES ANTICIPÉS

`30` → Tu as écrit $2x = x + 30$. Les angles intérieurs d'un même côté ne sont pas égaux, ils sont **supplémentaires**.

EXERCICE 36 · PRATIQUE

La droite des milieux

Dans le triangle ABC, $\widehat{ABC} = 50°$ et $\widehat{ACB} = 42°$. Le point C' est le milieu de $[AB]$ et B' le milieu de $[AC]$.

Calculer $\widehat{AB'C'}$.

Donner la mesure en degrés, sans écrire l'unité.

Réponse attendue : `42`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Que sais-tu de la droite qui joint les milieux de deux côtés d'un triangle ?
2. $(B'C') \parallel (BC)$. La droite (AC) est une sécante de ces deux parallèles : compare $\widehat{AB'C'}$ et $\widehat{ACB}$.

CORRECTION

Les milieux — Dans un triangle, la droite qui joint les milieux de deux côtés est parallèle au troisième.

$(B'C') \parallel (BC)$

Les correspondants — La sécante (AC) coupe ces parallèles en B' et en C. Les angles $\widehat{AB'C'}$ et $\widehat{ACB}$ sont correspondants, donc égaux.

$\widehat{AB'C'} = \widehat{ACB}$

$\widehat{AB'C'} = 42°$

De même $\widehat{AC'B'} = \widehat{ABC} = 50°$: le petit triangle $AC'B'$ a les mêmes angles que ABC.

PIÈGES ANTICIPÉS

`50` → $50°$ est l'angle correspondant en B, qui donne $\widehat{AC'B'}$. L'angle $\widehat{AB'C'}$ a son sommet en B', sur $[AC]$: il correspond à l'angle en C.

EXERCICE 37 · PRATIQUE

Sous la droite des milieux

On reprend le triangle ABC où $\widehat{ABC} = 50°$ et $\widehat{ACB} = 42°$, avec C' milieu de $[AB]$ et B' milieu de $[AC]$, de sorte que $(B'C') \parallel (BC)$.

Calculer $\widehat{BC'B'}$.

Donner la mesure en degrés, sans écrire l'unité.

Réponse attendue : `130`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Regarde la sécante (AB) : elle coupe $(B'C')$ en C' et (BC) en B. Où sont situés $\widehat{BC'B'}$ et $\widehat{C'BC}$?
2. Ils sont entre les deux parallèles, du même côté de (AB) : intérieurs d'un même côté.

CORRECTION

La famille — Pour les parallèles $(B'C')$ et (BC) et la sécante (AB), les angles $\widehat{BC'B'}$ et $\widehat{C'BC}$ sont intérieurs d'un même côté : ils sont supplémentaires.

$\widehat{BC'B'} + \widehat{C'BC} = 180°$

Et $\widehat{C'BC} = \widehat{ABC} = 50°$.

$\widehat{BC'B'} = 180° - 50°$

$\widehat{BC'B'} = 130°$

Même figure, même sécante, autre famille : selon la position des angles, on obtient une égalité ou un supplément. La figure ne se mesure pas, elle se lit.

PIÈGES ANTICIPÉS

`50` → $\widehat{BC'B'}$ n'est pas correspondant à l'angle en B : il est du côté de B, entre les parallèles. C'est un angle intérieur d'un même côté, donc le **supplémentaire**.

EXERCICE 38 · PRATIQUE

La diagonale du parallélogramme

$ABCD$ est un parallélogramme. On trace la diagonale $[AC]$ et on sait que $\widehat{BAC} = 38°$ et $\widehat{ACB} = 27°$.

Calculer $\widehat{CAD}$.

Donner la mesure en degrés, sans écrire l'unité.

Réponse attendue : 27

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Quels côtés du parallélogramme sont parallèles ? Quelle sécante les coupe en A et en C ?
2. $(AD) \parallel (BC)$ et la sécante est (AC). Les angles $\widehat{CAD}$ et $\widehat{ACB}$ sont de part et d'autre de (AC), entre les parallèles.

CORRECTION

Les parallèles — $ABCD$ est un parallélogramme, donc $(AD) \parallel (BC)$.

Les alternes-internes — Avec la sécante (AC), les angles $\widehat{CAD}$ et $\widehat{ACB}$ sont alternes-internes, donc égaux.

$\widehat{CAD} = \widehat{ACB}$

$\widehat{CAD} = 27°$

Une diagonale de parallélogramme est une sécante de **deux** couples de parallèles : elle fait apparaître deux paires d'angles alternes-internes.

PIÈGES ANTICIPÉS

38 → $\widehat{BAC}$ est l'alterne-interne de $\widehat{ACD}$, pour les parallèles (AB) et (DC). L'angle $\widehat{CAD}$ s'apparie avec $\widehat{ACB}$, pour (AD) et (BC).

EXERCICE 39 · PRATIQUE

L'angle en D

On reprend le parallélogramme $ABCD$ où $\widehat{BAC} = 38°$ et $\widehat{ACB} = 27°$.

Calculer $\widehat{ADC}$.

Donner la mesure en degrés, sans écrire l'unité.

Réponse attendue : 115

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Dans le triangle ACD, il te faut deux angles. Les alternes-internes te les donnent.
2. $\widehat{CAD} = \widehat{ACB}$ (parallèles (AD) et (BC)) et $\widehat{ACD} = \widehat{BAC}$ (parallèles (AB) et (DC)).

CORRECTION

Deux alternes-internes —

$\widehat{CAD} = \widehat{ACB} = 27°$ $\quad$ $\widehat{ACD} = \widehat{BAC} = 38°$

Le triangle ACD —

$\widehat{ADC} = 180° - 27° - 38°$

$\widehat{ADC} = 115°$

On retrouve que $\widehat{ADC} = \widehat{ABC} = 180 - 38 - 27$: les angles opposés d'un parallélogramme sont égaux.

PIÈGES ANTICIPÉS

`65` → $65° = 38 + 27$ est l'angle $\widehat{BAD}$, en A. L'angle en D en est le supplémentaire.

EXERCICE 40 · PRATIQUE

Une parallèle par le sommet

Le triangle ABC est isocèle en A et $\widehat{BAC} = 40°$. La droite (d) passe par A et est parallèle à (BC). Le point E est sur (d), de l'autre côté de (AB) par rapport à C.

Calculer $\widehat{EAB}$.

Donner la mesure en degrés, sans écrire l'unité.

Réponse attendue : `70`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Calcule d'abord les angles de la base du triangle isocèle.
2. $(d) \parallel (BC)$ et (AB) est une sécante. $\widehat{EAB}$ et $\widehat{ABC}$ sont de part et d'autre de (AB), entre les parallèles.

CORRECTION

La base —

$\widehat{ABC} = \frac{180° - 40°}{2} = 70°$

Les alternes-internes — Pour les parallèles (d) et (BC) et la sécante (AB), $\widehat{EAB}$ et $\widehat{ABC}$ sont alternes-internes, donc égaux.

$\widehat{EAB} = \widehat{ABC}$

$\widehat{EAB} = 70°$

De l'autre côté, l'angle entre (d) et $[AC)$ vaut aussi $70°$: $70 + 40 + 70 = 180$. C'est la preuve classique de la somme des angles d'un triangle.

PIÈGES ANTICIPÉS

`40` → $40°$ est l'angle en A du triangle. L'angle $\widehat{EAB}$ est à l'extérieur du triangle, et il est alterne-interne avec l'angle en B.

`110` → $\widehat{EAB}$ et $\widehat{ABC}$ sont alternes-internes : égaux, pas supplémentaires.

EXERCICE 41 · RAISONNEMENT

Le point entre les parallèles

Les droites (d) et (d') sont parallèles. Les points A et E sont sur (d), les points B et F sur (d'), avec E et F du même côté de (AB). Le point M est entre les deux droites, du même côté de (AB) que E et F, et $\widehat{EAM} = 35°$, $\widehat{FBM} = 45°$.

Calculer $\widehat{AMB}$.

Donner la mesure en degrés, sans écrire l'unité.

Réponse attendue : `80`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Aucune sécante ne relie directement les deux angles donnés. Il en faut une troisième droite : laquelle tracer par M ?
2. Trace par M la parallèle (Δ) à (d), et place-y un point G du côté de E. Elle découpe $\widehat{AMB}$ en deux angles.
3. $\widehat{AMG}$ est alterne-interne avec $\widehat{EAM}$, et $\widehat{GMB}$ avec $\widehat{FBM}$.
   $\widehat{AMB} = \widehat{AMG} + \widehat{GMB}$

CORRECTION

La parallèle auxiliaire — On trace par M la droite (Δ) parallèle à (d), donc aussi à (d'), et on place G sur (Δ) du côté de E. Elle découpe l'angle en M.

$\widehat{AMB} = \widehat{AMG} + \widehat{GMB}$

Deux alternes-internes — Sécante (AM) pour (d) et (Δ) ; sécante (BM) pour (Δ) et (d').

$\widehat{AMG} = \widehat{EAM} = 35°$ $\qquad$ $\widehat{GMB} = \widehat{FBM} = 45°$

$\widehat{AMB} = 80°$

Quand deux angles sont « séparés », on **construit** la droite qui les relie : une parallèle de plus fait apparaître deux couples d'alternes-internes.

PIÈGES ANTICIPÉS

`10` → Les deux angles ne se soustraient pas : la parallèle tracée par M coupe $\widehat{AMB}$ en deux morceaux, égaux à $35°$ et à $45°$. Ils s'**additionnent**.

`100` → $100° = 180 - 80$ est le supplémentaire. Les deux morceaux de $\widehat{AMB}$ sont directement égaux aux angles donnés.

EXERCICE 42 · RAISONNEMENT

Deux bissectrices entre deux parallèles

Les droites Δ et Δ' sont parallèles. Une sécante les coupe en A, sur Δ, et en C, sur Δ'. On considère les deux angles intérieurs d'un même côté de cette sécante ; celui de sommet A mesure $128°$. Leurs bissectrices se coupent en D.

Calculer $\widehat{ADC}$.

Donner la mesure en degrés, sans écrire l'unité.

Réponse attendue : `90`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Calcule d'abord l'angle intérieur en C : les droites sont parallèles.
2. Les bissectrices partagent les angles en deux : tu connais alors $\widehat{DAC}$ et $\widehat{DCA}$ dans le triangle ADC.

CORRECTION

L'angle en C — Les angles intérieurs d'un même côté sont supplémentaires.

$\widehat{C} = 180° - 128° = 52°$

Les moitiés —

$\widehat{DAC} = 64°$ $\widehat{DCA} = 26°$

Le triangle ADC —

$\widehat{ADC} = 180° - 64° - 26°$

$\widehat{ADC} = 90°$

Le résultat ne dépend pas de $128°$: les deux moitiés font toujours $\frac{1}{2} \times 180 = 90°$, donc l'angle en D est toujours droit.

PIÈGES ANTICIPÉS

`64` → $64°$ est $\widehat{DAC}$, la moitié de l'angle en A. L'angle demandé a son sommet en D.

EXERCICE 43 · RAISONNEMENT

La somme des angles, par une parallèle

Dans le triangle ABC, on trace par A la droite Δ parallèle à (BC). On y place E du côté de B et F du côté de C. On mesure $\widehat{EAB} = 55°$ et $\widehat{FAC} = 65°$.

Calculer $\widehat{BAC}$.

Donner la mesure en degrés, sans écrire l'unité.

Réponse attendue : `60`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Les trois angles $\widehat{EAB}$, $\widehat{BAC}$ et $\widehat{CAF}$ sont adjacents, et E, A, F sont alignés.
2. Leur somme vaut donc $180°$.

$\widehat{EAB} + \widehat{BAC} + \widehat{CAF} = 180°$

CORRECTION

L'angle plat — E, A, F sont alignés : les trois angles adjacents en A forment un angle plat.

$\widehat{BAC} = 180° - 55° - 65°$

$\widehat{BAC} = 60°$

Et par les alternes-internes, $\widehat{ABC} = 55°$ et $\widehat{ACB} = 65°$: les trois angles du triangle reconstituent l'angle plat en A. C'est la démonstration de la somme $180°$.

PIÈGES ANTICIPÉS

`120` → $55 + 65 = 120$ est la somme des deux angles latéraux. L'angle du milieu est ce qu'il reste de l'angle plat.

EXERCICE 44 · RAISONNEMENT

La bissectrice dans le parallélogramme

$ABCD$ est un parallélogramme avec $\widehat{DAB} = 70°$. La bissectrice de l'angle $\widehat{DAB}$ coupe le côté $[DC]$ en E.

Calculer $\widehat{AED}$.

Donner la mesure en degrés, sans écrire l'unité.

Réponse attendue : 35

INDICES, DANS L'ORDRE

1. La bissectrice donne $\widehat{EAB}$. Quelles droites parallèles la sécante (AE) coupe-t-elle ?
2. $(DC) \parallel (AB)$: $\widehat{AED}$ et $\widehat{EAB}$ sont alternes-internes.

CORRECTION

La bissectrice —

$\widehat{EAB} = \widehat{DAE} = \frac{1}{2} \times 70° = 35°$

Les alternes-internes — $(DC) \parallel (AB)$ et (AE) est une sécante : $\widehat{AED}$ et $\widehat{EAB}$ sont alternes-internes, donc égaux.

$\widehat{AED} = \widehat{EAB}$

$\widehat{AED} = 35°$

Conséquence : $\widehat{DAE} = \widehat{AED}$, donc le triangle ADE est **isocèle en D**. Une bissectrice dans un parallélogramme fabrique toujours un triangle isocèle.

PIÈGES ANTICIPÉS

`70` → $70°$ est l'angle $\widehat{DAB}$ en entier. La bissectrice n'en garde que la moitié, et c'est cette moitié que recopient les alternes-internes.

`110` → $110°$ est l'angle $\widehat{ADC}$ du parallélogramme. La question porte sur l'angle en E.

EXERCICE 45 · RAISONNEMENT

Une longueur par les angles

On reprend le parallélogramme $ABCD$ et la bissectrice de $\widehat{DAB}$ qui coupe $[DC]$ en E. On a montré que le triangle ADE est isocèle en D. On sait maintenant que $AB = 9$ cm et $AD = 5$ cm.

Calculer EC.

Donner la longueur en cm, sans écrire l'unité.

Réponse attendue : 4

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Le triangle ADE est isocèle en D : que vaut DE ?
2. $DE = DA$, et $DC = AB$ dans le parallélogramme. Il reste une soustraction.
   $EC = DC - DE$

CORRECTION

Le triangle isocèle —

$DE = DA = 5$ cm

Le côté opposé — Dans le parallélogramme, $DC = AB$.

$$EC = DC - DE = 9 - 5$$

$$EC = 4 \text{ cm}$$

Les angles ont donné une **longueur** : deux angles égaux, c'est un triangle isocèle, donc deux côtés égaux.

PIÈGES ANTICIPÉS

5 → 5 cm est la longueur DE. Le point E découpe $[DC]$: la question demande l'autre morceau, EC.

EXERCICE 46 · DEFI

Une somme qui ne bouge pas

Le triangle ABC est isocèle en A, avec $AB = AC = 7$ cm. Le point M est sur $[BC]$. La parallèle à (AB) passant par M coupe $[AC]$ en N, et la parallèle à (AC) passant par M coupe $[AB]$ en P.

Calculer $MN + MP$.

Donner la longueur en cm, sans écrire l'unité.

Réponse attendue : 7

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Quelle est la nature du quadrilatère $APMN$? Que peux-tu en déduire pour MP ?
2. $APMN$ est un parallélogramme, donc $MP = AN$. Regarde maintenant le triangle NMC : compare ses angles en M et en C.
3. $\widehat{NMC} = \widehat{ABC}$ (correspondants) et $\widehat{ABC} = \widehat{ACB}$: le triangle NMC est isocèle en N.
   $MN + MP = NC + AN$

CORRECTION

Le parallélogramme — $(MN) \parallel (AP)$ et $(MP) \parallel (AN)$: $APMN$ est un parallélogramme.

$$MP = AN$$

Le triangle NMC — $(MN) \parallel (AB)$ et (BC) est une sécante : $\widehat{NMC} = \widehat{ABC}$ (correspondants). Or $\widehat{ABC} = \widehat{ACB}$, car ABC est isocèle en A. Donc NMC est isocèle en N.

$$MN = NC$$

La somme —

$$MN + MP = NC + AN = AC$$

$$MN + MP = 7 \text{ cm}$$

La somme ne dépend pas de la position de M sur $[BC]$: elle vaut toujours AC. Les angles correspondants ont transformé des segments mobiles en un segment fixe.

EXERCICE 47 · DEFI

Le trapèze aux trois côtés égaux

$ABCD$ est un trapèze isocèle de bases $[AB]$ et $[DC]$, avec $(AB) \parallel (DC)$, tel que $AD = DC = CB$. On sait de plus que $\widehat{ADB} = 90°$.

Calculer $\widehat{DAB}$.

Donner la mesure en degrés, sans écrire l'unité.

Réponse attendue : `60`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Note $t = \widehat{CDB}$. Le triangle DCB est isocèle : en quel sommet, et que vaut $\widehat{CBD}$?
2. $(DC) \parallel (AB)$ et (DB) est une sécante : $\widehat{CDB}$ et $\widehat{DBA}$ sont alternes-internes. Exprime $\widehat{ABC}$, puis $\widehat{DAB}$, en fonction de t.
3. $\widehat{ABC} = 2t$ et, le trapèze étant isocèle, $\widehat{DAB} = 2t$. Écris la somme des angles du triangle ABD.

CORRECTION

Le triangle DCB — $CD = CB$: le triangle DCB est isocèle en C.

$\widehat{CBD} = \widehat{CDB} = t$

Les alternes-internes — $(DC) \parallel (AB)$, sécante (DB) :

$\widehat{DBA} = \widehat{CDB} = t \quad \text{donc} \quad \widehat{ABC} = 2t = \widehat{DAB}$

Le triangle ABD —

$2t + t + 90° = 180° \quad \text{donc} \quad t = 30°$

$\widehat{DAB} = 60°$

Ce trapèze est la moitié d'un hexagone régulier. Méthode du défi : une inconnue, que l'on fait voyager par les alternes-internes et les triangles isocèles jusqu'à une somme de $180°$.

PIÈGES ANTICIPÉS

`30` → $30°$ est l'angle $\widehat{DBA}$. L'angle $\widehat{DAB}$ du trapèze vaut le double.

EXERCICE 48 · BASE

Deux alternes-internes égaux

Deux droites (d) et (d') sont coupées par une sécante. Deux angles alternes-internes formés par ces droites mesurent tous les deux $47°$.

Dire si les droites (d) et (d') sont parallèles.

Répondre par oui ou par non.

Réponse attendue : `oui` — aussi acceptées : parallèles · oui parallèles · oui elles sont parallèles · elles sont parallèles

INDICES, DANS L'ORDRE

1. On ne sait pas au départ si les droites sont parallèles : c'est la question. Quel théorème part des angles pour conclure sur les droites ?
2. C'est une **réciproque** : si deux angles alternes-internes sont égaux, alors…

CORRECTION

Ce qu'on sait — Les deux angles alternes-internes sont égaux : $47° = 47°$.

La réciproque — Si deux droites forment avec une sécante deux angles alternes-internes égaux, alors elles sont parallèles.

$(d) \parallel (d')$

Pour **démontrer** un parallélisme, on part des angles et on applique une réciproque. Le sens direct, lui, suppose déjà les droites parallèles.

PIÈGES ANTICIPÉS

`non` → Les angles alternes-internes sont égaux : c'est exactement l'hypothèse de la réciproque. Elle conclut que les droites **sont** parallèles.

EXERCICE 49 · BASE **Une somme qui ne fait pas 180**

Deux droites (d) et (d') sont coupées par une sécante. Deux angles intérieurs d'un même côté mesurent $112°$ et $78°$.

Dire si les droites (d) et (d') sont parallèles.

Répondre par oui ou par non.

Réponse attendue : non — aussi acceptées : pas parallèles · pas parallèle · non parallèles · non parallèle · non pas parallèles · non, pas parallèles · ne sont pas parallèles · elles ne sont pas parallèles · non elles ne sont pas parallèles · non, elles ne sont pas parallèles · les droites ne sont pas parallèles · non les droites ne sont pas parallèles · non, les droites ne sont pas parallèles · non elles ne le sont pas · non, elles ne le sont pas · sécantes · sécante · elles sont sécantes · les droites sont sécantes · non sécantes · non, sécantes · non elles sont sécantes · non, elles sont sécantes · non les droites sont sécantes · non, les droites sont sécantes · elles se coupent · non elles se coupent · non, elles se coupent

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Si les droites étaient parallèles, que vaudrait la somme de deux angles intérieurs d'un même côté ?
2. Calcule $112 + 78$ et compare avec 180.

CORRECTION

La somme —

$112° + 78° = 190° \neq 180°$

Le raisonnement — Si les droites étaient parallèles, ces angles intérieurs d'un même côté seraient supplémentaires. Ils ne le sont pas : les droites ne sont **pas** parallèles.

$(d) \nparallel (d')$

Le théorème direct sert aussi à prouver qu'il n'y a **pas** de parallélisme : une seule conséquence qui manque suffit. Les deux droites se coupent, du côté où la somme est inférieure à $180°$.

PIÈGES ANTICIPÉS

`oui / parallèles` → La somme fait $190°$, pas $180°$. Des angles intérieurs d'un même côté doivent être **supplémentaires** pour que les droites soient parallèles.

EXERCICE 50 · BASE

La mesure qui rend parallèle

Deux droites (d) et (d') sont coupées par une sécante. Deux angles intérieurs d'un même côté mesurent $105°$ et x (en degrés).

Calculer x pour que (d) et (d') soient parallèles.

Donner la valeur de x.

Réponse attendue : 75

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Quelle relation entre deux angles intérieurs d'un même côté garantit le parallélisme ?
2. Ils doivent être supplémentaires.

$$105 + x = 180$$

CORRECTION

La réciproque — Si les angles intérieurs d'un même côté sont supplémentaires, les droites sont parallèles.

$$105 + x = 180$$

$$x = 75$$

Réciproque des angles intérieurs : la condition est une somme de $180°$, pas une égalité.

PIÈGES ANTICIPÉS

`105` → Des angles intérieurs d'un même côté ne sont pas égaux quand les droites sont parallèles : ils sont **supplémentaires**.

EXERCICE 51 · PRATIQUE

Deux mesures avec des virgules

Une sécante coupe les droites (MN) et (PQ). Deux angles intérieurs d'un même côté mesurent $41{,}5°$ et $138{,}5°$.

Dire si les droites (MN) et (PQ) sont parallèles.

Répondre par oui ou par non.

Réponse attendue : `oui` — aussi acceptées : parallèles · oui parallèles · oui elles sont parallèles · elles sont parallèles

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Quelle famille d'angles ? Et quelle condition donne le parallélisme pour cette famille ?
2. Calcule la somme des deux mesures.

CORRECTION

La somme —

$$41{,}5° + 138{,}5° = 180°$$

La réciproque — Deux angles intérieurs d'un même côté supplémentaires : les droites sont parallèles.

$(MN) \parallel (PQ)$

Les deux angles sont différents, et pourtant les droites sont parallèles : pour cette famille, ce n'est pas l'égalité qu'on cherche, c'est le $180°$.

PIÈGES ANTICIPÉS

non → Les deux angles ne sont pas égaux, mais ils n'ont pas à l'être : ils sont intérieurs d'un même côté. Leur somme vaut $180°$, et cela suffit.

EXERCICE 52 · PRATIQUE

La bissectrice de l'angle extérieur

Le triangle ABC est isocèle en A et $\widehat{ABC} = 65°$. On prolonge $[BA]$ au-delà de A jusqu'au point E, et on trace la bissectrice $[At)$ de l'angle $\widehat{CAE}$.

Calculer $\widehat{tAC}$.

Donner la mesure en degrés, sans écrire l'unité.

Réponse attendue : 65

INDICES, DANS L'ORDRE

1. $\widehat{CAE}$ est un angle extérieur du triangle. Que vaut-il ?
2. $\widehat{CAE} = \widehat{ABC} + \widehat{ACB}$, et les deux angles de la base sont égaux. La bissectrice en prend la moitié.

CORRECTION

L'angle extérieur — Le triangle est isocèle en A, donc $\widehat{ACB} = \widehat{ABC} = 65°$.

$\widehat{CAE} = 65° + 65° = 130°$

La bissectrice —

$\widehat{tAC} = \frac{1}{2} \times 130°$

$\widehat{tAC} = 65°$

Conséquence : $\widehat{tAC} = \widehat{ACB}$. Ces deux angles sont alternes-internes pour les droites (At) et (BC) et la sécante (AC) : par la réciproque, $(At) \parallel (BC)$. La bissectrice extérieure au sommet d'un triangle isocèle est parallèle à la base.

PIÈGES ANTICIPÉS

130 → $130°$ est l'angle extérieur $\widehat{CAE}$ en entier. La bissectrice le partage en deux.

50 → $50°$ est l'angle au sommet $\widehat{BAC}$. L'angle demandé est la moitié de l'angle **extérieur** en A.

EXERCICE 53 · PRATIQUE

Deux expressions alternes-internes

Une sécante coupe deux droites (d_1) et (d_2). Deux angles alternes-internes mesurent, en degrés, $2x + 12$ et $5x - 30$.

Calculer x pour que (d_1) et (d_2) soient parallèles.

Donner la valeur de x.

Réponse attendue : 14

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Pour la réciproque des angles alternes-internes, quelle condition faut-il ?
2. Les deux angles doivent être égaux.

$$2x + 12 = 5x - 30$$

CORRECTION

La condition — Les droites sont parallèles dès que les angles alternes-internes sont égaux.

$$2x + 12 = 5x - 30$$

$$42 = 3x$$

$$x = 14$$

Pour $x = 14$, les deux angles mesurent $40°$. Vérifie toujours en remplaçant : les deux expressions doivent donner la même valeur.

PIÈGES ANTICIPÉS

`40` → $40°$ est la mesure des angles. La question demande la valeur de x.

EXERCICE 54 · PRATIQUE

Deux expressions intérieures

Une sécante coupe deux droites (d_1) et (d_2). Deux angles intérieurs d'un même côté mesurent, en degrés, $3x$ et $x + 40$.

Calculer x pour que (d_1) et (d_2) soient parallèles.

Donner la valeur de x.

Réponse attendue : 35

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Intérieurs d'un même côté : la condition de parallélisme est-elle une égalité ?
2. Non : il faut que leur somme vaille $180°$.

$$3x + (x + 40) = 180$$

CORRECTION

La condition —

$$3x + x + 40 = 180$$

$$4x = 140$$

$$x = 35$$

Les angles mesurent alors $105°$ et $75°$. Nommer la famille d'abord : c'est elle qui choisit l'équation.

PIÈGES ANTICIPÉS

20 → Tu as écrit $3x = x + 40$. Pour des angles intérieurs d'un même côté, la réciproque demande qu'ils soient **supplémentaires**.

EXERCICE 55 · PRATIQUE

Un quadrilatère à examiner

$ABCD$ est un quadrilatère convexe avec $\widehat{DAB} = 110°$, $\widehat{ABC} = 70°$ et $\widehat{BCD} = 95°$.

Dire si les droites (AD) et (BC) sont parallèles.

Répondre par oui ou par non.

Réponse attendue : `oui` — aussi acceptées : parallèles · oui parallèles · oui elles sont parallèles · elles sont parallèles

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Quelle sécante coupe à la fois (AD) et (BC) ? Quels angles du quadrilatère sont ses angles intérieurs ?
2. La sécante (AB) : les angles $\widehat{DAB}$ et $\widehat{ABC}$ sont intérieurs d'un même côté. Calcule leur somme.

CORRECTION

La sécante — (AB) coupe (AD) en A et (BC) en B. Le quadrilatère étant convexe, $\widehat{DAB}$ et $\widehat{ABC}$ sont intérieurs d'un même côté.

$\widehat{DAB} + \widehat{ABC} = 110° + 70° = 180°$

La réciproque —

$(AD) \parallel (BC)$

Pour une paire de côtés, on choisit la sécante qui les relie : ici le côté $[AB]$. L'angle en C ne servait à rien pour cette question.

PIÈGES ANTICIPÉS

non → Pour (AD) et (BC), la sécante est (AB) : additionne les angles en A et en B. Leur somme vaut $180°$.

EXERCICE 56 · PRATIQUE

L'autre paire de côtés

On reprend le quadrilatère convexe $ABCD$ avec $\widehat{DAB} = 110°$, $\widehat{ABC} = 70°$ et $\widehat{BCD} = 95°$.

Dire si les droites (AB) et (DC) sont parallèles.

Répondre par oui ou par non.

Réponse attendue : non — aussi acceptées : pas parallèles · pas parallèle · non parallèles · non parallèle · non pas parallèles · non, pas parallèles · ne sont pas parallèles · elles ne sont pas parallèles · non elles ne sont pas parallèles · non, elles ne sont pas parallèles · les droites ne sont pas parallèles · non les droites ne sont pas parallèles · non, les droites ne sont pas parallèles · non elles ne le sont pas · non, elles ne le sont pas · sécantes · sécante · elles sont sécantes · les droites sont sécantes · non sécantes · non, sécantes · non elles sont sécantes · non, elles sont sécantes · non les droites sont sécantes · non, les droites sont sécantes · elles se coupent · non elles se coupent · non, elles se coupent

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Quelle sécante relie (AB) et (DC) ?
2. La sécante (BC) : les angles en B et en C sont intérieurs d'un même côté. Leur somme vaut-elle $180°$?

CORRECTION

La sécante — (BC) coupe (AB) en B et (DC) en C ; $\widehat{ABC}$ et $\widehat{BCD}$ sont intérieurs d'un même côté.

$70° + 95° = 165° \neq 180°$

La conclusion — Si (AB) et (DC) étaient parallèles, cette somme vaudrait $180°$.

$(AB) \nparallel (DC)$

$ABCD$ a donc une seule paire de côtés parallèles : c'est un trapèze de bases $[AD]$ et $[BC]$, et son angle en D vaut $360 - 110 - 70 - 95 = 85°$.

PIÈGES ANTICIPÉS

`oui / parallèles` → $70 + 95 = 165$: les angles intérieurs en B et en C ne sont pas supplémentaires, donc (AB) et (DC) ne peuvent pas être parallèles.

EXERCICE 57 · PRATIQUE

Des correspondants supplémentaires

Une sécante coupe deux droites (d) et (d'). Deux angles **correspondants** mesurent $72°$ et $108°$.

Dire si les droites (d) et (d') sont parallèles.

Répondre par oui ou par non.

Réponse attendue : non — aussi acceptées : pas parallèles · pas parallèle · non parallèles · non parallèle · non pas parallèles · non, pas parallèles · ne sont pas parallèles · elles ne sont pas parallèles · non elles ne sont pas parallèles · non, elles ne sont pas parallèles · les droites ne sont pas parallèles · non les droites ne sont pas parallèles · non, les droites ne sont pas parallèles · non elles ne le sont pas · non, elles ne le sont pas · sécantes · sécante · elles sont sécantes · les droites sont sécantes · non sécantes · non, sécantes · non elles sont sécantes · non, elles sont sécantes · non les droites sont sécantes · non, les droites sont sécantes · elles se coupent · non elles se coupent · non, elles se coupent

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Pour des angles correspondants, quelle condition donne le parallélisme : égalité ou somme de $180°$?
2. Des correspondants doivent être **égaux**. Ici $72 + 108 = 180$, mais ce n'est pas la bonne condition pour cette famille.

CORRECTION

La famille — Avec des droites parallèles, deux angles correspondants seraient égaux.

$72° \neq 108°$

La conclusion —

$(d) \nparallel (d')$

La somme de $180°$ ne prouve le parallélisme que pour les angles **intérieurs d'un même côté**. Toujours nommer la famille avant de choisir la condition.

PIÈGES ANTICIPÉS

`oui / parallèles` → Tu as utilisé la condition des angles intérieurs d'un même côté. Ces angles sont **correspondants** : il faudrait qu'ils soient égaux.

EXERCICE 58 · RAISONNEMENT

Deux cercles tangents

Deux cercles (C) et (C'), de centres O et O', sont tangents extérieurement en P : les points O, P et O' sont alignés. Une droite passant par P recoupe (C) en A et (C') en A'. On sait que $\widehat{OAP} = 38°$.

Calculer $\widehat{O'A'P}$.

Donner la mesure en degrés, sans écrire l'unité.

Réponse attendue : 38

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Les triangles OAP et $O'A'P$ sont isocèles. Pourquoi, et en quels sommets ?
2. $OA = OP$ et $O'A' = O'P$ (des rayons). Regarde les angles en P : $\widehat{OPA}$ et $\widehat{O'PA'}$ sont opposés par le sommet.

CORRECTION

Le premier triangle — $OA = OP$: OAP est isocèle en O.

$\widehat{OPA} = \widehat{OAP} = 38°$

Opposés par le sommet — O, P, O' sont alignés, ainsi que A, P, A'.

$\widehat{O'PA'} = \widehat{OPA} = 38°$

Le second triangle — $O'A' = O'P$: $O'A'P$ est isocèle en O'.

$\widehat{O'A'P} = \widehat{O'PA'}$

$\widehat{O'A'P} = 38°$

Les angles $\widehat{OAP}$ et $\widehat{O'A'P}$ sont alternes-internes pour (OA), $(O'A')$ et la sécante (AA') : ils sont égaux, donc par la réciproque $(OA) \parallel (O'A')$, quelle que soit la droite tracée par P.

PIÈGES ANTICIPÉS

`142` → Les angles en P sont **opposés par le sommet**, donc égaux, et chaque triangle isocèle recopie l'angle en P. Rien ici n'est supplémentaire.

EXERCICE 59 · RAISONNEMENT

Une droite dans le triangle

Dans le triangle ABC, $\widehat{BAC} = 48°$ et $\widehat{ABC} = 72°$. Les points M et N sont sur $[AB]$ et $[AC]$, et $\widehat{AMN} = 72°$.

Calculer $\widehat{ANM}$.

Donner la mesure en degrés, sans écrire l'unité.

Réponse attendue : 60

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Dans le triangle AMN, deux angles sont connus.
2. Et compare $\widehat{AMN}$ et $\widehat{ABC}$: que dit la réciproque des angles correspondants sur (MN) et (BC) ?

CORRECTION

Le triangle AMN —

$\widehat{ANM} = 180° - 48° - 72°$

$\widehat{ANM} = 60°$

Le parallélisme — $\widehat{AMN} = \widehat{ABC}$: ces angles sont correspondants pour (MN), (BC) et la sécante (AB). Par la réciproque, $(MN) \parallel (BC)$.

$\widehat{ANM} = \widehat{ACB} = 60°$

Deux chemins vers le même résultat : la somme des angles de AMN, ou les correspondants une fois le parallélisme démontré. Les deux s'accordent, c'est une vérification gratuite.

PIÈGES ANTICIPÉS

72 → $72°$ est l'angle en M. Dans le triangle AMN, l'angle en N est ce qui reste de $180°$.

EXERCICE 60 · RAISONNEMENT

Deux points à égale distance

Le triangle ABC est isocèle en A avec $\widehat{BAC} = 44°$. Les points D et E sont sur $[AB]$ et $[AC]$, avec $AD = AE$.

Calculer $\widehat{ADE}$, puis conclure sur les droites (DE) et (BC).

Donner la mesure en degrés, sans écrire l'unité.

Réponse attendue : 68

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Le triangle ADE est isocèle en A, avec le même angle au sommet que ABC.
2. Les deux triangles isocèles ont le même angle au sommet : compare leurs angles de la base.

CORRECTION

Le triangle ADE — $AD = AE$: ADE est isocèle en A.

$\widehat{ADE} = \frac{180° - 44°}{2}$

$\widehat{ADE} = 68°$

La comparaison — De même $\widehat{ABC} = 68°$. Les angles $\widehat{ADE}$ et $\widehat{ABC}$ sont correspondants (sécante (AB)) et égaux : par la réciproque, $(DE) \parallel (BC)$.

$\widehat{ADE} = \widehat{ABC} = 68°$

Le parallélisme vient d'une égalité d'angles, sans aucune mesure de longueur sur $[DE]$ ou $[BC]$.

PIÈGES ANTICIPÉS

136 → $180 - 44 = 136$ est la somme des **deux** angles de la base. Chacun en vaut la moitié.

EXERCICE 61 · RAISONNEMENT

Un triangle isocèle sur la bissectrice

Dans le triangle ABC, $\widehat{ABC} = 64°$. La bissectrice de $\widehat{ABC}$ coupe $[AC]$ en D. Le point E est sur $[BC]$ et vérifie $ED = EB$.

Calculer $\widehat{BDE}$.

Donner la mesure en degrés, sans écrire l'unité.

Réponse attendue : 32

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Le triangle EBD est isocèle en E : quels sont ses deux angles égaux ?
2. $\widehat{EDB} = \widehat{EBD}$, et $\widehat{EBD} = \widehat{DBC}$ est la moitié de $\widehat{ABC}$.

CORRECTION

La bissectrice —
$\widehat{DBC} = \widehat{DBA} = \frac{1}{2} \times 64° = 32°$

Le triangle isocèle — $ED = EB$: le triangle EBD est isocèle en E.
$\widehat{BDE} = \widehat{EBD}$
$\widehat{BDE} = 32°$

Alors $\widehat{BDE} = \widehat{DBA}$: ce sont des angles alternes-internes pour (DE), (AB) et la sécante (BD). Par la réciproque, $(DE) \parallel (AB)$.

PIÈGES ANTICIPÉS

64 → $64°$ est l'angle $\widehat{ABC}$ en entier. La bissectrice le partage, et le triangle isocèle recopie la **moitié**.

EXERCICE 62 · DEFI

Trois droites, une sécante

Une droite Δ coupe trois droites (d_1), (d_2) et (d_3) en A, B et C, dans cet ordre. On sait que $(d_1) \parallel (d_2)$. L'angle formé en A par (d_1) et $[AB)$ mesure $112°$. En C, l'angle formé par (d_3) et $[CB)$, du même côté de Δ, mesure $2x + 8$ (en degrés).

Calculer x pour que (d_3) soit parallèle à (d_2).

Donner la valeur de x.

Réponse attendue : 30

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Commence par transporter l'angle de $112°$ en B : $(d_1) \parallel (d_2)$, et les angles sont correspondants.
2. En B, l'angle formé par (d_2) et $[BC)$ mesure $112°$. Pour (d_2) et (d_3), cet angle et celui de C sont intérieurs d'un même côté.

3. La réciproque demande qu'ils soient supplémentaires.

$$112 + (2x + 8) = 180$$

CORRECTION

Le transport — $(d_1) \parallel (d_2)$: l'angle en A et l'angle formé en B par (d_2) et $[BC)$ sont correspondants, donc égaux.

$$\widehat{B} = 112^\circ$$

La réciproque — Pour (d_2), (d_3) et la sécante Δ, les angles en B et en C sont intérieurs d'un même côté. Ils doivent être supplémentaires.

$$112 + 2x + 8 = 180$$

$$2x = 60$$

$$x = 30$$

Deux théorèmes enchaînés : le sens direct transporte l'angle (on sait que $(d_1) \parallel (d_2)$), la réciproque conclut (on veut $(d_3) \parallel (d_2)$). Bien distinguer ce qu'on sait de ce qu'on veut.

PIÈGES ANTICIPÉS

52 → Tu as écrit $2x + 8 = 112$. Mais en B et en C, les angles sont intérieurs d'un même côté : il faut une somme de 180°.

68 → 68° est la mesure de l'angle en C. La question demande x.

EXERCICE 63 · DEFI

Le quadrilatère qui devient parallélogramme

$ABCD$ est un quadrilatère convexe avec, en degrés, $\widehat{DAB} = 3x + 10$, $\widehat{ABC} = 2x + 20$ et $\widehat{BCD} = 4x - 20$.

On choisit x pour que $(AD) \parallel (BC)$. Calculer alors $\widehat{ADC}$.

Donner la mesure en degrés, sans écrire l'unité.

Réponse attendue : `80`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. (AD) et (BC) sont coupées par la sécante (AB) : les angles en A et en B sont intérieurs d'un même côté. Écris la condition de parallélisme.
2. $(3x + 10) + (2x + 20) = 180$ donne x. Calcule ensuite les trois angles connus.
3. La somme des angles d'un quadrilatère vaut 360°.

CORRECTION

La condition — Les angles intérieurs d'un même côté $\widehat{DAB}$ et $\widehat{ABC}$ doivent être supplémentaires.

$$5x + 30 = 180 \quad \text{donc} \quad x = 30$$

Les angles —

$$\widehat{DAB} = 100^\circ \qquad \widehat{ABC} = 80^\circ \qquad \widehat{BCD} = 100^\circ$$

Le quatrième angle —

$$\widehat{ADC} = 360^\circ - 100^\circ - 80^\circ - 100^\circ$$

$\widehat{ADC} = 80°$

De plus $\widehat{ABC} + \widehat{BCD} = 180°$: par la réciproque, $(AB) \parallel (DC)$ aussi. $ABCD$ a ses côtés opposés parallèles : c'est un **parallélogramme**, et ses angles opposés sont bien égaux.

PIÈGES ANTICIPÉS

`100` → $100°$ est l'angle en A (ou en C). L'angle en D est opposé à celui en B, et vaut $80°$.

`30` → 30 est la valeur de x. La question demande ensuite la mesure de $\widehat{ADC}$.

EXERCICE 64 · BASE

L'angle qu'on ne calcule pas

$[AB]$ est un diamètre d'un cercle (C), et P est un point de (C) distinct de A et de B. On sait que $\widehat{PAB} = 37°$.

Calculer $\widehat{APB}$.

Donner la mesure en degrés, sans écrire l'unité.

Réponse attendue : `90`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Où est situé P ? Et quel est le rôle de $[AB]$ pour le cercle ?
2. P est sur le cercle de diamètre $[AB]$. La mesure de $37°$ ne sert à rien pour cette question.

CORRECTION

Le théorème — P est un point du cercle de diamètre $[AB]$, distinct de A et de B : le triangle APB est rectangle en P.

$\widehat{APB} = 90°$

L'angle en P ne dépend ni de la position de P sur le cercle, ni de l'angle en A : dès qu'un côté est un diamètre, l'angle opposé est droit.

PIÈGES ANTICIPÉS

`53` → $53°$ est l'angle en B. La question porte sur l'angle en P, qui est droit.

`143` → Tu as calculé $180 - 37$. L'angle en P est droit, sans aucun calcul : $[AB]$ est un diamètre.

EXERCICE 65 · BASE

Le rayon du cercle circonscrit

Le triangle EFG est rectangle en E, et son hypoténuse mesure $FG = 6$ cm.

Calculer le rayon de son cercle circonscrit.

Donner la longueur en cm, sans écrire l'unité.

Réponse attendue : `3`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Où est le centre du cercle circonscrit à un triangle rectangle ?
2. L'hypoténuse est un **diamètre** de ce cercle : son centre est le milieu de $[FG]$.

CORRECTION

Le diamètre — EFG est rectangle en E : E est sur le cercle de diamètre $[FG]$, qui est donc le cercle circonscrit.

Le rayon est la moitié du diamètre.

$r = \frac{FG}{2} = \frac{6}{2}$

$r = 3 \text{ cm}$

Dans un triangle rectangle, le centre du cercle circonscrit est le **milieu de l'hypoténuse**.

PIÈGES ANTICIPÉS

6 → 6 cm est le diamètre du cercle. Le rayon en est la moitié.

EXERCICE 66 · BASE **L'hypoténuse par le périmètre**

Le triangle EFG est rectangle en E, et son cercle circonscrit a pour périmètre 14π cm.

Calculer la longueur de l'hypoténuse $[FG]$.

Donner la longueur en cm, sans écrire l'unité.

Réponse attendue : 14

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Quel segment du triangle est un diamètre de son cercle circonscrit ?
2. L'hypoténuse $[FG]$ est un diamètre. Le périmètre d'un cercle de diamètre d vaut $\pi \times d$.

   $\pi \times FG = 14\pi$

CORRECTION

Le diamètre — EFG est rectangle en E : E est sur le cercle de diamètre $[FG]$, qui est donc le cercle circonscrit. Son diamètre est FG.

Le périmètre — Le périmètre d'un cercle vaut π fois son diamètre.

$\pi \times FG = 14\pi$

$FG = 14 \text{ cm}$

On part de la longueur du cercle pour remonter au triangle : l'hypoténuse d'un triangle rectangle **est** le diamètre de son cercle circonscrit.

PIÈGES ANTICIPÉS

7 → 7 cm est le **rayon** du cercle ($2\pi r = 14\pi$). L'hypoténuse est un diamètre : le double.

28 → Tu as écrit $\pi \times r = 14\pi$, d'où un rayon de 14 cm et un diamètre de 28 cm. Le périmètre vaut $\pi \times d$, ou $2\pi r$: c'est le **diamètre** qui vaut 14 cm.

EXERCICE 67 · BASE

La médiane vers l'hypoténuse

Le triangle ABC est rectangle en A, avec $BC = 10$ cm. Le point M est le milieu de $[BC]$.

Calculer AM.

Donner la longueur en cm, sans écrire l'unité.

Réponse attendue : 5

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Le triangle est rectangle en A : sur quel cercle se trouve le point A ?
2. A est sur le cercle de diamètre $[BC]$, de centre M. Que représente alors $[MA]$?

CORRECTION

Le cercle — ABC est rectangle en A : A est sur le cercle de diamètre $[BC]$, dont le centre est M.

$[MA]$ est un rayon de ce cercle, comme $[MB]$.

$AM = MB = \frac{BC}{2}$

$AM = 5 \text{ cm}$

À retenir : dans un triangle rectangle, la médiane issue de l'angle droit mesure la moitié de l'hypoténuse.

PIÈGES ANTICIPÉS

`10` → 10 cm est l'hypoténuse, un diamètre du cercle. $[MA]$ est un rayon : la moitié.

EXERCICE 68 · PRATIQUE

L'aire du disque

Le triangle ABC est rectangle en A, avec $BC = 5$ cm.

Calculer l'aire du disque limité par son cercle circonscrit.

Donner la valeur exacte en cm², avec π, sans écrire l'unité.

Réponse attendue : `25pi/4` — aussi acceptées : 6.25pi

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Quel segment est un diamètre du cercle circonscrit ? Déduis-en le rayon.
2. $[BC]$ est un diamètre, donc $r = 2{,}5$ cm. L'aire d'un disque vaut πr^2.

CORRECTION

Le rayon — ABC est rectangle en A : $[BC]$ est un diamètre du cercle circonscrit.

$r = \frac{5}{2} \text{ cm}$

L'aire —

$\mathcal{A} = \pi r^2 = \pi \times \left(\frac{5}{2}\right)^2$

$\mathcal{A} = \frac{25\pi}{4} \text{ cm}^2$

On peut aussi écrire $6{,}25\pi$ cm², environ $19{,}63$ cm². Toujours repérer le diamètre avant d'appliquer une formule qui demande le rayon.

PIÈGES ANTICIPÉS

`25pi` → Tu as pris $r = 5$ cm. Mais $[BC]$ est un **diamètre** : le rayon vaut $2{,}5$ cm.

EXERCICE 69 · PRATIQUE

Le rayon par Pythagore

P est un point d'un cercle de diamètre $[AB]$, distinct de A et de B. On sait que $PA = 6$ cm et $PB = 8$ cm.

Calculer le rayon du cercle.

Donner la longueur en cm, sans écrire l'unité.

Réponse attendue : 5

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Le triangle APB a un angle droit. Lequel ?
2. Rectangle en P : le théorème de Pythagore donne AB, le diamètre.

$$AB^2 = PA^2 + PB^2$$

CORRECTION

L'angle droit — P est sur le cercle de diamètre $[AB]$: APB est rectangle en P.

Pythagore —

$$AB^2 = 6^2 + 8^2 = 100 \quad \text{donc} \quad AB = 10 \text{ cm}$$

Le rayon —

$$r = \frac{AB}{2} = 5 \text{ cm}$$

Le cercle de diamètre $[AB]$ fournit l'angle droit, Pythagore fournit la longueur : deux outils qui s'enchaînent souvent.

PIÈGES ANTICIPÉS

`10` → 10 cm est le diamètre AB. Le rayon en est la moitié.

`7` → La moyenne de 6 et 8 n'a pas de sens ici. L'angle en P est droit : utilise Pythagore pour obtenir AB.

EXERCICE 70 · PRATIQUE

Un angle au centre dans le demi-cercle

$[AB]$ est un diamètre d'un cercle de centre O, et P est un point du cercle tel que $\widehat{POB} = 70°$.

Calculer $\widehat{PBA}$.

Donner la mesure en degrés, sans écrire l'unité.

Réponse attendue : 55

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Le triangle OPB est isocèle : pourquoi, et en quel sommet ?
2. $OP = OB$ (deux rayons) : isocèle en O, d'angle au sommet $70°$.

CORRECTION

Le triangle OPB — $OP = OB$: le triangle OPB est isocèle en O. Ses angles de la base sont égaux.

$\widehat{OBP} = \frac{180° - 70°}{2}$

O est sur $[AB]$, donc $\widehat{PBA} = \widehat{PBO}$.

$\widehat{PBA} = 55°$

Vérification : le triangle APB est rectangle en P, donc $\widehat{PAB} = 90 - 55 = 35°$, exactement la moitié de $70°$.

PIÈGES ANTICIPÉS

`70` → $70°$ est l'angle au centre $\widehat{POB}$. L'angle demandé a son sommet en B : il est dans le triangle isocèle OPB.

`35` → $35°$ est l'angle $\widehat{PAB}$, en A. La question porte sur l'angle en B.

EXERCICE 71 · PRATIQUE

Combien de points ?

A et B sont deux points avec $AB = 10$ cm, et O est le milieu de $[AB]$. Une droite (d), qui ne passe ni par A ni par B, est à 3 cm du point O.

Déterminer le nombre de points P de (d) qui vérifient $\widehat{APB} = 90°$.

Donner un nombre entier.

Réponse attendue : 2

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Quel est l'ensemble des points P tels que $\widehat{APB} = 90°$?
2. C'est le cercle de diamètre $[AB]$, privé de A et de B : centre O, rayon 5 cm. Combien de points communs avec une droite à 3 cm du centre ?

CORRECTION

L'ensemble — Les points P tels que $\widehat{APB} = 90°$ sont ceux du cercle de diamètre $[AB]$, privé de A et de B.

$\text{centre } O, \text{ rayon } 5 \text{ cm}$

La droite et le cercle — (d) est à 3 cm du centre, et $3 < 5$: elle coupe le cercle en deux points, qui ne sont ni A ni B.

2 points

Un problème d'angle droit devient un problème de **cercle** : distance au centre plus petite que le rayon, deux points ; égale, un seul ; plus grande, aucun.

PIÈGES ANTICIPÉS

1 → Une droite coupe un cercle en un seul point seulement si elle lui est tangente, c'est-à-dire à 5 cm du centre. Ici elle est à 3 cm.

EXERCICE 72 · PRATIQUE

Le centre au milieu

Le triangle ABC est inscrit dans un cercle de centre O, et O est le milieu de $[BC]$. On sait que $AB = 5$ cm et $AC = 12$ cm.

Calculer le rayon OA.

Donner la longueur en cm, sans écrire l'unité.

Réponse attendue : `6.5`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. $[BC]$ est un diamètre du cercle circonscrit. Que peux-tu dire du triangle ABC ?
2. Il est rectangle en A : Pythagore donne BC.

$$BC^2 = AB^2 + AC^2$$

CORRECTION

Le triangle rectangle — $[BC]$ est un diamètre du cercle circonscrit à ABC : le triangle est rectangle en A.

Pythagore —

$$BC^2 = 5^2 + 12^2 = 169 \quad \text{donc} \quad BC = 13 \text{ cm}$$

Le rayon —

$$OA = \frac{BC}{2} = 6{,}5 \text{ cm}$$

Ici c'est le **sens direct** du théorème : un côté diamètre du cercle circonscrit, donc un angle droit en face.

PIÈGES ANTICIPÉS

13 → 13 cm est BC, le diamètre. Le rayon OA en est la moitié.

EXERCICE 73 · PRATIQUE

Le troisième côté

$[AB]$ est un diamètre d'un cercle, avec $AB = 13$ cm. Le point P du cercle vérifie $PA = 5$ cm.

Calculer PB.

Donner la longueur en cm, sans écrire l'unité.

Réponse attendue : `12`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Quel angle du triangle APB est connu sans calcul ?
2. L'angle en P est droit : $[AB]$ est l'hypoténuse.

$$PB^2 = AB^2 - PA^2$$

CORRECTION

L'angle droit — P est sur le cercle de diamètre $[AB]$: APB est rectangle en P, d'hypoténuse $[AB]$.

Pythagore —

$PB^2 = 13^2 - 5^2 = 169 - 25 = 144$

$PB = 12 \text{ cm}$

Bien repérer l'hypoténuse : c'est le **diamètre**, le côté opposé à l'angle droit.

PIÈGES ANTICIPÉS

8 → $13 - 5 = 8$: on ne soustrait pas les longueurs, mais leurs **carrés** (Pythagore).

EXERCICE 74 · RAISONNEMENT

La tangente issue de A

(C) est un cercle de centre O et de rayon 4 cm, et A est un point tel que $OA = 5$ cm. Le cercle (C') de diamètre $[OA]$ coupe (C) en T.

Calculer AT.

Donner la longueur en cm, sans écrire l'unité.

Réponse attendue : 3

INDICES, DANS L'ORDRE

1. T est sur le cercle de diamètre $[OA]$. Quel angle cela donne-t-il ?
2. $\widehat{OTA} = 90°$ et $OT = 4$ cm (un rayon de (C)). Pythagore dans le triangle OTA.

CORRECTION

L'angle droit — T est sur le cercle (C') de diamètre $[OA]$, et $T \neq O$, $T \neq A$: le triangle OTA est rectangle en T.

Pythagore — $OT = 4$ cm, car T est sur (C).

$AT^2 = OA^2 - OT^2 = 25 - 16 = 9$

$AT = 3 \text{ cm}$

(AT) est perpendiculaire au rayon $[OT]$ en T : c'est la **tangente** à (C) issue de A. Le cercle de diamètre $[OA]$ sert à construire les tangentes.

PIÈGES ANTICIPÉS

1 → $5 - 4 = 1$ est la distance de A au cercle le long de (OA), pas la longueur AT. Le triangle OTA est rectangle en T : Pythagore.

EXERCICE 75 · RAISONNEMENT

Deux cercles et une tangente

(C_1) est un cercle de diamètre $[AB]$, avec $AB = 10$ cm, et (C_2) est un cercle de centre B et de rayon 6 cm, qui coupe (C_1) en T.

Calculer AT.

Donner la longueur en cm, sans écrire l'unité.

Réponse attendue : 8

INDICES, DANS L'ORDRE

1. T est sur (C_1), le cercle de diamètre $[AB]$: quel angle est droit ?
2. $\widehat{ATB} = 90°$, et $BT = 6$ cm est un rayon de (C_2).

CORRECTION

L'angle droit — $T \in (C_1)$, distinct de A et de B : le triangle ATB est rectangle en T.

Pythagore —

$AT^2 = AB^2 - BT^2 = 100 - 36 = 64$

$AT = 8$ cm

(AT) est perpendiculaire en T au rayon $[BT]$ de (C_2) : c'est une tangente à (C_2) issue de A.

PIÈGES ANTICIPÉS

4 → $10 - 6 = 4$: on ne soustrait pas les longueurs. Le triangle ATB est rectangle en T, utilise Pythagore.

EXERCICE 76 · RAISONNEMENT

Deux diamètres, un rectangle

$[AB]$ et $[PQ]$ sont deux diamètres distincts d'un même cercle, avec $AB = 10$ cm et $AP = 6$ cm.

Calculer l'aire du quadrilatère $APBQ$.

Donner l'aire en cm², sans écrire l'unité.

Réponse attendue : 48

INDICES, DANS L'ORDRE

1. P et Q sont sur le cercle de diamètre $[AB]$; A et B sont sur le cercle de diamètre $[PQ]$. Combien d'angles droits cela fait-il ?
2. $APBQ$ a quatre angles droits : c'est un rectangle. Il te manque PB.
   $PB^2 = AB^2 - AP^2$

CORRECTION

La nature — P et Q sont sur le cercle de diamètre $[AB]$: les angles en P et en Q sont droits. De même, A et B sont sur le cercle de diamètre $[PQ]$: les angles en A et en B sont droits. $APBQ$ est un rectangle.

Le côté PB — Le triangle APB est rectangle en P.

$PB^2 = 10^2 - 6^2 = 64 \quad \text{donc} \quad PB = 8$ cm

L'aire —

$\mathcal{A} = AP \times PB = 6 \times 8$

$\mathcal{A}(APBQ) = 48$ cm²

Deux diamètres d'un même cercle sont toujours les diagonales d'un rectangle : chaque sommet voit un diamètre sous un angle droit.

PIÈGES ANTICIPÉS

`24` → 24 cm² est l'aire du triangle APB, la moitié du rectangle.

`60` → Tu as multiplié AP par le diamètre AB. $[AB]$ est une **diagonale** du rectangle, pas un côté : il faut PB.

EXERCICE 77 · RAISONNEMENT

Le milieu de l'hypoténuse

Le triangle ABC est rectangle en A, avec $\widehat{ABC} = 35°$. Le point M est le milieu de $[BC]$.

Calculer $\widehat{AMB}$.

Donner la mesure en degrés, sans écrire l'unité.

Réponse attendue : `110`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Compare MA et MB. Le cercle de diamètre $[BC]$ y aide.
2. $MA = MB$: le triangle AMB est isocèle en M, et $\widehat{MAB} = \widehat{MBA}$.

CORRECTION

Le cercle — ABC est rectangle en A : A est sur le cercle de diamètre $[BC]$, de centre M. Donc $MA = MB$.

Le triangle AMB — Isocèle en M, ses angles de la base valent $35°$.

$\widehat{AMB} = 180° - 2 \times 35°$

$\widehat{AMB} = 110°$

$\widehat{AMC} = 180 - 110 = 70°$, le double de $35°$: c'est l'angle au centre associé à l'angle inscrit $\widehat{ABC}$. Le chapitre se tient d'un bout à l'autre.

PIÈGES ANTICIPÉS

`70` → $70°$ est l'angle $\widehat{AMC}$. L'angle $\widehat{AMB}$ est son supplémentaire, du côté de B.

EXERCICE 78 · RAISONNEMENT

Les pieds de deux hauteurs

Dans un triangle ABC dont les angles sont aigus, H est le pied de la hauteur issue de B et K celui de la hauteur issue de C. On note I le milieu de $[BC]$, et $BC = 9$ cm.

Calculer $IH + IK$.

Donner la longueur en cm, sans écrire l'unité.

Réponse attendue : 9

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Que vaut l'angle $\widehat{BHC}$? Et l'angle $\widehat{BKC}$?

2. Ces deux angles sont droits : H et K sont sur un même cercle. Lequel ?

CORRECTION

Deux angles droits — $\widehat{BHC} = 90°$ et $\widehat{BKC} = 90°$: H et K sont sur le cercle de diamètre $[BC]$, de centre I et de rayon $4{,}5$ cm.

Deux rayons —

$$IH = IK = 4{,}5 \text{ cm}$$

$$IH + IK = 9 \text{ cm}$$

Les points B, C, H et K sont sur un même cercle. Chaque fois qu'un segment est vu sous un angle droit, pense au cercle qui a ce segment pour diamètre.

PIÈGES ANTICIPÉS

`4.5 / 4,5` → $4{,}5$ cm est l'une des deux longueurs. La question demande la **somme** $IH + IK$.

EXERCICE 79 · DEFI

La hauteur dans le demi-cercle

$[AB]$ est un diamètre d'un cercle, avec $AB = 10$ cm. Le point M du cercle vérifie $AM = 6$ cm, et H est le projeté orthogonal de M sur $[AB]$.

Calculer MH.

Donner la longueur en cm, sans écrire l'unité.

Réponse attendue : `4.8`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Le triangle AMB est rectangle en M. Calcule d'abord MB.
2. L'aire du triangle AMB s'écrit de deux façons : avec les côtés de l'angle droit, ou avec la base $[AB]$ et la hauteur $[MH]$.
   $\frac{AM \times MB}{2} = \frac{AB \times MH}{2}$

CORRECTION

L'angle droit — M est sur le cercle de diamètre $[AB]$: AMB est rectangle en M.

$$MB^2 = 10^2 - 6^2 = 64 \quad \text{donc} \quad MB = 8 \text{ cm}$$

Deux fois l'aire —

$$AM \times MB = AB \times MH$$

$$MH = \frac{6 \times 8}{10}$$

$$MH = 4{,}8 \text{ cm}$$

L'aire d'un triangle se calcule avec n'importe quel couple base-hauteur : en égalant deux écritures, on obtient une hauteur sans la mesurer.

PIÈGES ANTICIPÉS

`5` → 5 cm est le rayon. H n'est le centre que si M est au milieu de l'arc ; ici $AM \neq MB$.

EXERCICE 80 · DEFI

À l'intérieur du disque

A et B sont deux points distincts et M est un point situé **à l'intérieur** du disque de diamètre $[AB]$, hors du segment $[AB]$.

Parmi les mesures $72°$, $90°$ et $118°$, déterminer celle qui peut être la mesure de $\widehat{AMB}$.

Donner la mesure en degrés, sans écrire l'unité.

Réponse attendue : `118`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Prolonge $[AM)$ au-delà de M : elle recoupe le cercle en un point P. Que vaut $\widehat{APB}$?
2. $\widehat{APB} = 90°$. Et $\widehat{AMB}$ est un angle **extérieur** du triangle MPB.
   $\widehat{AMB} = \widehat{MPB} + \widehat{PBM}$

CORRECTION

Le point P — La demi-droite $[AM)$ recoupe le cercle en P, au-delà de M. Comme P est sur le cercle de diamètre $[AB]$:

$\widehat{APB} = 90°$

L'angle extérieur — A, M, P sont alignés : $\widehat{AMB}$ est l'angle extérieur en M du triangle MPB.

$\widehat{AMB} = 90° + \widehat{PBM} > 90°$

Seule la mesure $118°$ dépasse $90°$.

$\widehat{AMB} = 118°$

À l'intérieur du disque, $[AB]$ est vu sous un angle **obtus** ; sur le cercle, sous un angle droit ; à l'extérieur, sous un angle aigu.

PIÈGES ANTICIPÉS

`72` → Un angle aigu correspond à un point **extérieur** au disque. À l'intérieur, l'angle est plus grand que $90°$.

`90` → $\widehat{AMB} = 90°$ exactement quand M est **sur** le cercle. Ici M est à l'intérieur.

EXERCICE 81 · DEFI

Rectangle et isocèle à la fois

A et B sont deux points avec $AB = 6$ cm. Le point P vérifie $\widehat{APB} = 90°$ et $PA = PB$.

Calculer PA.

Donner la valeur exacte en cm, sans écrire l'unité.

Réponse attendue : `3sqrt(2)`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Le triangle APB est rectangle et isocèle en P. Écris Pythagore avec $PA = PB$.
2. $PA^2 + PA^2 = AB^2$, donc $2\,PA^2 = 36$.

CORRECTION

Pythagore — APB est rectangle en P, d'hypoténuse $[AB]$, et $PA = PB$.

$2\,PA^2 = 36 \quad \text{donc} \quad PA^2 = 18$

$PA = \sqrt{18} = \sqrt{9 \times 2}$

$PA = 3\sqrt{2}\ \text{cm}$

P est sur le cercle de diamètre $[AB]$ et sur la médiatrice de $[AB]$: c'est l'un des deux points où la médiatrice coupe ce cercle. Il est à 3 cm du milieu O, mais à $3\sqrt{2}$ cm de A.

PIÈGES ANTICIPÉS

3 → 3 cm est la distance OP, du centre du cercle à P. La question demande PA, l'hypoténuse du petit triangle rectangle OPA.

9 → Tu as divisé 18 par 2 au lieu de prendre la racine carrée : $PA^2 = 18$ donne $PA = \sqrt{18}$.

EXERCICE 82 · BASE La moitié de l'angle au centre

Dans un cercle de centre O, les points A, B et M sont sur le cercle. L'angle au centre $\widehat{AOB}$ mesure $140°$, et M est sur l'arc AB qui n'est pas intercepté par $\widehat{AOB}$.

Calculer $\widehat{AMB}$.

Donner la mesure en degrés, sans écrire l'unité.

Réponse attendue : `70`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. $\widehat{AMB}$ a son sommet sur le cercle : c'est un angle inscrit. Quel arc intercepte-t-il ?
2. Il intercepte le même arc que $\widehat{AOB}$. L'inscrit vaut la moitié du centre.

$\widehat{AMB} = \frac{1}{2}\,\widehat{AOB}$

CORRECTION

Qui est qui — $\widehat{AMB}$ est inscrit, $\widehat{AOB}$ est l'angle au centre associé : ils interceptent le même arc AB.

$\widehat{AMB} = \frac{1}{2} \times 140°$

$\widehat{AMB} = 70°$

Angle inscrit $= \frac{1}{2}\times$ angle au centre qui intercepte le même arc. Le sommet au centre voit deux fois plus grand.

PIÈGES ANTICIPÉS

`280` → Tu as doublé. C'est l'angle **au centre** qui est le double de l'inscrit, pas l'inverse.

`140` → Tu as recopié l'angle au centre. L'angle inscrit en est la **moitié**.

EXERCICE 83 · BASE Remonter vers le centre

Dans un cercle de centre O, l'angle inscrit $\widehat{AMB}$ mesure $35°$.

Calculer l'angle au centre $\widehat{AOB}$ qui intercepte le même arc.

Donner la mesure en degrés, sans écrire l'unité.

Réponse attendue : `70`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Lequel des deux angles est le double de l'autre ?
2. L'angle au centre est le double de l'angle inscrit.
   $\widehat{AOB} = 2\,\widehat{AMB}$

CORRECTION

La relation — L'inscrit est la moitié du centre, donc le centre est le double de l'inscrit.

$\widehat{AOB} = 2 \times 35^\circ$

$\widehat{AOB} = 70^\circ$

La propriété se lit dans les deux sens : connaissant l'inscrit, on double ; connaissant le centre, on divise par deux.

PIÈGES ANTICIPÉS

`17.5` / `17,5` → Tu as divisé par deux. Ici on part de l'inscrit pour aller au centre : il faut **doubler**.

EXERCICE 84 · BASE **Deux inscrits sur le même arc**

A, B, M et N sont quatre points d'un même cercle ; M et N sont sur le même arc limité par A et B. On sait que $\widehat{AMB} = 48^\circ$.

Calculer $\widehat{ANB}$.

Donner la mesure en degrés, sans écrire l'unité.

Réponse attendue : `48`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Les deux angles ont leur sommet sur le cercle. Interceptent-ils le même arc ?
2. Oui : M et N sont du même côté de (AB). Deux angles inscrits qui interceptent le même arc…

CORRECTION

Le même arc — $\widehat{AMB}$ et $\widehat{ANB}$ sont inscrits et interceptent le même arc AB : ils sont égaux.

$\widehat{ANB} = \widehat{AMB}$

$\widehat{ANB} = 48^\circ$

Tous deux valent la moitié du même angle au centre $\widehat{AOB}$: c'est pour cela qu'ils sont égaux, où que soient M et N sur cet arc.

PIÈGES ANTICIPÉS

`96` → 96° serait l'angle au centre. Ici les deux angles sont **inscrits** : ils sont égaux.

24 → Deux angles inscrits sur le même arc ne sont pas dans le rapport $\frac{1}{2}$: ce rapport relie un inscrit et l'angle **au centre**.

EXERCICE 85 · BASE

Un angle au centre de 60°

A et B sont deux points d'un cercle de centre O et de rayon 5 cm, et l'angle au centre $\widehat{AOB}$ mesure $60°$.

Calculer la longueur de la corde AB.

Donner la longueur en cm, sans écrire l'unité.

Réponse attendue : 5

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Le triangle OAB est isocèle en O : pourquoi ?
2. Isocèle avec un angle au sommet de $60°$: que valent ses angles de la base ?

CORRECTION

Le triangle OAB — $OA = OB = 5$ cm (deux rayons) : OAB est isocèle en O.

$\widehat{OAB} = \widehat{OBA} = \frac{180° - 60°}{2} = 60°$

Ses trois angles mesurent $60°$: il est équilatéral.

$AB = OA$

$AB = 5 \text{ cm}$

Un angle au centre de $60°$ découpe une corde égale au rayon. C'est ainsi qu'on inscrit un hexagone régulier au compas.

PIÈGES ANTICIPÉS

10 → 10 cm est le diamètre. La corde $[AB]$ n'est un diamètre que si $\widehat{AOB} = 180°$.

EXERCICE 86 · BASE

Le triangle inscrit

Le triangle ABC est inscrit dans un cercle de centre O, et $\widehat{BAC} = 52°$.

Calculer $\widehat{BOC}$.

Donner la mesure en degrés, sans écrire l'unité.

Réponse attendue : 104

INDICES, DANS L'ORDRE

1. $\widehat{BAC}$ est un angle inscrit : quel arc intercepte-t-il ?
2. Il intercepte l'arc BC, comme l'angle au centre $\widehat{BOC}$.

CORRECTION

La relation — $\widehat{BAC}$ est inscrit et intercepte l'arc BC ; $\widehat{BOC}$ est l'angle au centre associé.

$\widehat{BOC} = 2\,\widehat{BAC} = 2 \times 52°$

$\widehat{BOC} = 104°$

Dans un triangle inscrit, chaque angle du triangle est la moitié de l'angle au centre qui intercepte le côté opposé.

PIÈGES ANTICIPÉS

26 → Tu as divisé par deux. L'angle au centre est le **double** de l'angle inscrit.

EXERCICE 87 · PRATIQUE

Sur le petit arc

Dans un cercle de centre O, l'angle au centre $\widehat{AOB}$ mesure $100°$. Le point M est sur le **petit** arc AB, celui qui est intercepté par $\widehat{AOB}$.

Calculer $\widehat{AMB}$.

Donner la mesure en degrés, sans écrire l'unité.

Réponse attendue : `130`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Quand M est sur le petit arc, $\widehat{AMB}$ intercepte l'**autre** arc, le grand. Quel angle au centre lui est associé ?
2. L'angle au centre du grand arc fait le tour restant autour de O.

   $360° - \widehat{AOB}$

CORRECTION

L'arc intercepté — M est sur le petit arc : l'angle $\widehat{AMB}$ intercepte le grand arc AB, dont l'angle au centre est rentrant.

$360° - 100° = 260°$

La moitié —

$\widehat{AMB} = \frac{1}{2} \times 260°$

$\widehat{AMB} = 130°$

Avant d'appliquer « la moitié », repère **quel arc** l'angle inscrit intercepte : c'est celui qui est en face du sommet, pas celui qui le contient.

PIÈGES ANTICIPÉS

50 → $50°$ vaudrait si M était sur le grand arc. Ici M est sur le petit arc : l'angle intercepte le **grand** arc.

EXERCICE 88 · PRATIQUE

Le triangle au centre

Dans un cercle de centre O, l'angle au centre $\widehat{AOB}$ mesure $110°$.

Calculer $\widehat{OAB}$.

Donner la mesure en degrés, sans écrire l'unité.

Réponse attendue : 35

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Regarde le triangle OAB : que sais-tu de OA et OB ?
2. OAB est isocèle en O, d'angle au sommet $110°$.

CORRECTION

Le triangle isocèle — $OA = OB$ (deux rayons) : OAB est isocèle en O.

$\widehat{OAB} = \frac{180° - 110°}{2}$

$\widehat{OAB} = 35°$

L'angle au centre et le triangle isocèle formé par deux rayons vont toujours ensemble : les angles de la base valent $90°$ moins la moitié de l'angle au centre.

PIÈGES ANTICIPÉS

`55` → $55°$ est la mesure d'un angle **inscrit** interceptant le même arc. La question porte sur un angle du triangle OAB.

`70` → $180 - 110 = 70$ est la somme des **deux** angles de la base. Chacun en vaut la moitié.

EXERCICE 89 · PRATIQUE

Le quadrilatère inscrit

$ABCD$ est un quadrilatère inscrit dans un cercle de centre O, et $\widehat{ABC} = 104°$.

Calculer $\widehat{ADC}$.

Donner la mesure en degrés, sans écrire l'unité.

Réponse attendue : 76

INDICES, DANS L'ORDRE

1. $\widehat{ABC}$ et $\widehat{ADC}$ sont inscrits. Interceptent-ils le même arc AC ?
2. Non : B et D sont de part et d'autre de (AC). Les deux arcs interceptés font à eux deux le cercle entier, et leurs angles au centre font $360°$.

CORRECTION

Les deux arcs — $\widehat{ABC}$ intercepte l'arc AC qui contient D, et $\widehat{ADC}$ l'arc AC qui contient B. Leurs angles au centre font ensemble le tour de O : $360°$.

Les moitiés —

$\widehat{ABC} + \widehat{ADC} = \frac{1}{2} \times 360° = 180°$

$\widehat{ADC} = 180° - 104° = 76°$

Dans un quadrilatère inscrit, deux angles **opposés** sont supplémentaires. Deux angles inscrits ne sont égaux que s'ils interceptent le **même** arc.

PIÈGES ANTICIPÉS

`104` → B et D sont de part et d'autre de la corde $[AC]$: les deux angles n'interceptent pas le même arc, ils ne sont donc pas égaux.

EXERCICE 90 · PRATIQUE

Le centre de l'équilatéral

Le triangle équilatéral ABC est inscrit dans un cercle de centre O.

Calculer $\widehat{BOC}$.

Donner la mesure en degrés, sans écrire l'unité.

Réponse attendue : `120`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Que vaut l'angle inscrit $\widehat{BAC}$?
2. $\widehat{BAC} = 60°$, et il intercepte l'arc BC, comme $\widehat{BOC}$.

CORRECTION

L'angle inscrit — ABC est équilatéral, donc $\widehat{BAC} = 60°$. Il intercepte l'arc BC.

$\widehat{BOC} = 2 \times 60°$

$\widehat{BOC} = 120°$

Les trois angles au centre $\widehat{AOB}$, $\widehat{BOC}$ et $\widehat{COA}$ valent chacun $120°$: ils se partagent les $360°$ autour de O.

PIÈGES ANTICIPÉS

`60` → $60°$ est l'angle inscrit $\widehat{BAC}$. L'angle au centre en est le **double**.

`30` → L'angle au centre est le double de l'inscrit, pas la moitié.

EXERCICE 91 · PRATIQUE

Diamètre et angles inscrits

$[AB]$ est un diamètre d'un cercle. Les points C et D sont sur le cercle, de part et d'autre de (AB), et $\widehat{CAB} = 25°$.

Calculer $\widehat{ADC}$.

Donner la mesure en degrés, sans écrire l'unité.

Réponse attendue : `65`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. $\widehat{ADC}$ intercepte l'arc AC. Quel autre angle inscrit, de sommet B, intercepte le même arc ?
2. $\widehat{ABC}$ intercepte aussi l'arc AC. Calcule-le dans le triangle ABC, rectangle en C.

CORRECTION

Le triangle ABC — $[AB]$ est un diamètre : ABC est rectangle en C.

$\widehat{ABC} = 90° - 25° = 65°$

Le même arc — B et D sont sur le même arc limité par A et C : $\widehat{ADC}$ et $\widehat{ABC}$ interceptent le même arc AC, donc ils sont égaux.

$\widehat{ADC} = \widehat{ABC}$

$\widehat{ADC} = 65°$

Pour un angle inscrit inconnu, on cherche un **autre** angle inscrit sur le même arc, plus facile à calculer.

PIÈGES ANTICIPÉS

25 → $\widehat{CAB}$ intercepte l'arc CB, pas l'arc AC. C'est $\widehat{CDB}$ qui lui est égal.

115 → B et D sont du **même** côté de (AC) : les angles $\widehat{ABC}$ et $\widehat{ADC}$ sont égaux, pas supplémentaires.

EXERCICE 92 · PRATIQUE

Une équation dans le cercle

Dans un cercle de centre O, l'angle au centre $\widehat{AOB}$ et l'angle inscrit $\widehat{AMB}$ interceptent le même arc. Ils mesurent, en degrés, $3x + 10$ et $x + 20$.

Calculer x.

Donner la valeur de x.

Réponse attendue : `30`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Les deux angles ne sont pas égaux : quel est le rapport entre eux ?
2. L'angle au centre est le double de l'inscrit.

$3x + 10 = 2(x + 20)$

CORRECTION

La relation —

$3x + 10 = 2(x + 20)$

$3x + 10 = 2x + 40$

$x = 30$

Vérification : $\widehat{AOB} = 100°$ et $\widehat{AMB} = 50°$, la moitié. Le théorème fournit l'équation, l'algèbre fait le reste.

PIÈGES ANTICIPÉS

5 → Tu as écrit $3x + 10 = x + 20$. L'angle au centre n'est pas égal à l'inscrit : il en est le **double**.

EXERCICE 93 · PRATIQUE

Un angle au centre dans un triangle

Le triangle ABC est inscrit dans un cercle de centre O, avec $\widehat{BAC} = 65°$ et $\widehat{ABC} = 45°$.

Calculer $\widehat{AOB}$.

Donner la mesure en degrés, sans écrire l'unité.

Réponse attendue : `140`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. $\widehat{AOB}$ intercepte l'arc AB. Quel angle du triangle intercepte le même arc ?
2. C'est l'angle en C, qui se calcule par la somme des angles.

CORRECTION

L'angle en C —

$\widehat{ACB} = 180° - 65° - 45° = 70°$

Le centre — $\widehat{ACB}$ est inscrit et intercepte l'arc AB, comme $\widehat{AOB}$.

$\widehat{AOB} = 2 \times 70°$

$\widehat{AOB} = 140°$

Chaque côté du triangle est intercepté par l'angle du sommet opposé : c'est lui qu'il faut doubler.

PIÈGES ANTICIPÉS

`70` → $70°$ est l'angle inscrit $\widehat{ACB}$. L'angle au centre en est le double.

`130 / 90` → Tu as doublé un angle qui n'intercepte pas l'arc AB. C'est l'angle **opposé** au côté $[AB]$, celui de sommet C, qu'il faut utiliser.

EXERCICE 94 · RAISONNEMENT

Isocèle dans son cercle

Le triangle ABC est isocèle en A, inscrit dans un cercle de centre O, avec $\widehat{BAC} = 40°$.

Calculer $\widehat{OBC}$.

Donner la mesure en degrés, sans écrire l'unité.

Réponse attendue : `50`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Commence par l'angle au centre $\widehat{BOC}$.
2. $\widehat{BOC} = 2\,\widehat{BAC}$. Le triangle OBC est isocèle en O.

CORRECTION

L'angle au centre —

$\widehat{BOC} = 2 \times 40° = 80°$

Le triangle OBC — $OB = OC$: isocèle en O.

$\widehat{OBC} = \frac{180° - 80°}{2}$

$\widehat{OBC} = 50°$

Le fait que ABC soit isocèle ne servait pas ici : seul l'angle en A comptait. Il reste utile pour d'autres angles, par exemple $\widehat{ABC} = 70°$.

PIÈGES ANTICIPÉS

`70` → $70°$ est l'angle $\widehat{ABC}$ du triangle ABC. La question porte sur $\widehat{OBC}$, dans le triangle OBC.

`100` → $180 - 80 = 100$: ce sont les **deux** angles de la base du triangle OBC ensemble.

EXERCICE 95 · RAISONNEMENT

Le point M de l'arc BC

Le triangle équilatéral ABC est inscrit dans un cercle (C), et M est un point de l'arc BC qui ne contient pas A.

Calculer $\widehat{BMC}$.

Donner la mesure en degrés, sans écrire l'unité.

Réponse attendue : `120`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. $[MA)$ partage $\widehat{BMC}$ en deux angles : $\widehat{BMA}$ et $\widehat{AMC}$. Chacun est un angle inscrit.
2. $\widehat{BMA}$ intercepte le même arc que $\widehat{BCA}$, et $\widehat{AMC}$ le même arc que $\widehat{ABC}$.

CORRECTION

Le découpage —

$\widehat{BMC} = \widehat{BMA} + \widehat{AMC}$

Deux inscrits — $\widehat{BMA}$ et $\widehat{BCA}$ interceptent l'arc AB ; $\widehat{AMC}$ et $\widehat{ABC}$ interceptent l'arc AC.

$\widehat{BMA} = \widehat{BCA} = 60°$ $\quad$ $\widehat{AMC} = \widehat{ABC} = 60°$

$\widehat{BMC} = 120°$

Le résultat ne dépend pas de la position de M sur l'arc. On retrouve que $ABMC$ est un quadrilatère inscrit : $\widehat{BMC} + \widehat{BAC} = 180°$.

PIÈGES ANTICIPÉS

`60` → $60°$ n'est qu'un des deux morceaux, $\widehat{BMA}$ ou $\widehat{AMC}$. L'angle $\widehat{BMC}$ les contient tous les deux.

EXERCICE 96 · RAISONNEMENT

Quatre points, trois angles

$ABCD$ est un quadrilatère convexe inscrit dans un cercle, avec $\widehat{BAC} = 30°$, $\widehat{CAD} = 40°$ et $\widehat{ABD} = 35°$.

Calculer $\widehat{BCD}$.

Donner la mesure en degrés, sans écrire l'unité.

Réponse attendue : `110`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. La diagonale $[CA)$ découpe $\widehat{BCD}$ en $\widehat{BCA}$ et $\widehat{ACD}$. Cherche chacun par un angle inscrit sur le même arc.
2. $\widehat{ACD}$ et $\widehat{ABD}$ interceptent l'arc AD. Pour $\widehat{BCA}$, calcule d'abord $\widehat{ABC} = \widehat{ABD} + \widehat{DBC}$, avec $\widehat{DBC} = \widehat{DAC}$.

CORRECTION

Le même arc — $\widehat{ACD}$ et $\widehat{ABD}$ interceptent l'arc AD ; $\widehat{DBC}$ et $\widehat{DAC}$ interceptent l'arc DC.

$\widehat{ACD} = 35°$ $\quad$ $\widehat{DBC} = 40°$

Le triangle ABC —

$\widehat{ABC} = 35° + 40° = 75°$ $\quad$ donc $\quad \widehat{BCA} = 180° - 30° - 75° = 75°$

Le découpage —

$\widehat{BCD} = 75° + 35°$

$\widehat{BCD} = 110°$

Vérification : $\widehat{BAD} = 30 + 40 = 70°$, et $70 + 110 = 180$: les angles opposés du quadrilatère inscrit sont bien supplémentaires.

PIÈGES ANTICIPÉS

`70` → $70°$ est l'angle $\widehat{BAD}$, en A. L'angle en C, opposé, en est le supplémentaire.

EXERCICE 97 · RAISONNEMENT

Deux cordes qui se croisent

Dans un cercle de centre O, les cordes $[AC]$ et $[BD]$ se coupent en un point I intérieur au disque. Les angles au centre $\widehat{AOB}$ et $\widehat{COD}$, qui interceptent les arcs AB et CD ne contenant aucun des deux autres points, mesurent $80°$ et $120°$.

Calculer $\widehat{AIB}$.

Donner la mesure en degrés, sans écrire l'unité.

Réponse attendue : `100`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. A, I, C sont alignés : $\widehat{AIB}$ est un angle extérieur du triangle IBC.
2. $\widehat{AIB} = \widehat{ICB} + \widehat{IBC}$, c'est-à-dire $\widehat{ACB} + \widehat{DBC}$. Ce sont deux angles inscrits.

CORRECTION

L'angle extérieur — A, I, C sont alignés : dans le triangle IBC, l'angle extérieur en I vaut la somme des deux autres.

$\widehat{AIB} = \widehat{ACB} + \widehat{DBC}$

Deux inscrits — $\widehat{ACB}$ intercepte l'arc AB, $\widehat{DBC}$ intercepte l'arc CD.

$\widehat{ACB} = \frac{1}{2} \times 80° = 40°$ $\quad$ $\widehat{DBC} = \frac{1}{2} \times 120° = 60°$

$\widehat{AIB} = 100°$

L'angle de deux cordes est la demi-somme des angles au centre des deux arcs qu'il « voit » : $\frac{1}{2}(80+120)$. Mais c'est l'angle extérieur qui le démontre.

PIÈGES ANTICIPÉS

`40 / 60` → Tu n'as gardé qu'un des deux angles inscrits. $\widehat{AIB}$ est l'angle extérieur du triangle IBC : il en faut la **somme**.

`200` → $80+120=200$ additionne des angles **au centre**. Les angles du triangle IBC sont inscrits : chacun vaut la moitié.

EXERCICE 98 · RAISONNEMENT

Trois points sur le cercle

A, B et C sont trois points d'un cercle de centre O. L'angle au centre $\widehat{AOB}$ de l'arc AB ne contenant pas C mesure $100°$, et l'angle au centre $\widehat{BOC}$ de l'arc BC ne contenant pas A mesure $140°$.

Calculer $\widehat{ABC}$.

Donner la mesure en degrés, sans écrire l'unité.

Réponse attendue : `60`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. $\widehat{ABC}$ intercepte l'arc AC qui ne contient pas B. Que vaut son angle au centre ?
2. Les trois arcs AB, BC et CA font le tour complet : leurs angles au centre font $360°$.

CORRECTION

Le troisième arc — Les trois angles au centre se partagent le tour de O.

$\widehat{AOC}=360°-100°-140°=120°$

L'angle inscrit — $\widehat{ABC}$ intercepte l'arc AC ne contenant pas B.

$\widehat{ABC}=\frac{1}{2}\times 120°$

$\widehat{ABC}=60°$

De même $\widehat{BAC}=70°$ et $\widehat{ACB}=50°$: $60+70+50=180$. Chaque angle du triangle est la moitié de l'arc **opposé**.

PIÈGES ANTICIPÉS

`120` → $120°$ est l'angle au centre $\widehat{AOC}$. L'angle inscrit $\widehat{ABC}$ en est la moitié.

`70 / 50` → Tu as pris la moitié d'un arc qui n'est pas celui que voit B. L'angle en B intercepte l'arc AC, celui qui ne contient pas B.

EXERCICE 99 · RAISONNEMENT

Le carré inscrit

$ABCD$ est un carré inscrit dans un cercle de centre O, et M est un point du petit arc AB.

Calculer $\widehat{AMB}$.

Donner la mesure en degrés, sans écrire l'unité.

Réponse attendue : 135

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Que vaut l'angle au centre $\widehat{AOB}$? Les diagonales d'un carré sont perpendiculaires.
2. $\widehat{AOB} = 90°$. Comme M est sur le petit arc, $\widehat{AMB}$ intercepte le grand arc AB.

CORRECTION

L'angle au centre — Les diagonales du carré se coupent en O à angle droit.

$\widehat{AOB} = 90°$

Le grand arc — M est sur le petit arc : $\widehat{AMB}$ intercepte le grand arc AB, d'angle au centre $360° - 90° = 270°$.

$\widehat{AMB} = \frac{1}{2} \times 270°$

$\widehat{AMB} = 135°$

Autre chemin : $AMBC$ est un quadrilatère inscrit, donc $\widehat{AMB} = 180° - \widehat{ACB} = 180 - 45 = 135°$.

PIÈGES ANTICIPÉS

45 → $45°$ est l'angle sous lequel on voit $[AB]$ depuis C ou D, sur le grand arc. M est sur le **petit** arc : il voit le grand arc.

EXERCICE 100 · DEFI

Deux cordes perpendiculaires

$[MN]$ et $[PQ]$ sont deux cordes perpendiculaires d'un cercle, qui se coupent en I. Le point H est le pied de la hauteur issue de I dans le triangle IMQ, et la droite (IH) coupe $[PN]$ en A. On sait que $\widehat{MQP} = 28°$.

Calculer $\widehat{IAN}$.

Donner la mesure en degrés, sans écrire l'unité.

Réponse attendue : 124

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Montre d'abord que $\widehat{MIH} = \widehat{MQI}$: ces deux angles sont complémentaires d'un même angle. Lequel ?
2. $\widehat{AIN}$ et $\widehat{MIH}$ sont opposés par le sommet. Et $\widehat{INA} = \widehat{MNP}$ intercepte le même arc que $\widehat{MQP}$.
3. Le triangle AIN a alors deux angles égaux. Il reste la somme des angles.

CORRECTION

Le même complémentaire — Les triangles MIQ (rectangle en I) et MHI (rectangle en H) ont l'angle $\widehat{IMQ}$ en commun : $\widehat{MIH}$ et $\widehat{MQI}$ en sont tous deux le complémentaire.

$\widehat{MIH} = \widehat{MQI} = 28°$

Opposés par le sommet —

$\widehat{AIN} = \widehat{MIH} = 28°$

Le même arc — $\widehat{MNP}$ et $\widehat{MQP}$ sont inscrits et interceptent l'arc MP.

$\widehat{ANI} = \widehat{MNP} = 28°$

Le triangle AIN —

$\widehat{IAN} = 180° - 28° - 28°$

$\widehat{IAN} = 124°$

Le triangle AIN est isocèle en A, donc $AI = AN$; de même $AI = AP$, et A est le **milieu** de $[PN]$. Trois outils enchaînés : angles complémentaires, opposés par le sommet, angles inscrits.

PIÈGES ANTICIPÉS

28 → $28°$ est la mesure des deux angles égaux du triangle AIN, en I et en N. L'angle demandé est le troisième, au sommet A.

56 → $56°$ est la somme des deux angles égaux. L'angle en A est ce qui reste de $180°$.

EXERCICE 101 · DEFI

Une longueur par l'équilatéral

Le triangle équilatéral ABC est inscrit dans un cercle, et M est un point de l'arc BC qui ne contient pas A, avec $MB = 3$ cm et $MC = 5$ cm. Le point N de $[AM]$ vérifie $MN = MC$.

Calculer MA.

Donner la longueur en cm, sans écrire l'unité.

Réponse attendue : 8

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Que vaut $\widehat{AMC}$? Compare-le avec un angle du triangle ABC qui intercepte le même arc.
2. $\widehat{AMC} = \widehat{ABC} = 60°$ et $MN = MC$: le triangle MNC est équilatéral. Compare ensuite les triangles ANC et BMC.
3. $CA = CB$, $CN = CM$ et $\widehat{ACN} = \widehat{BCM}$: les triangles ANC et BMC sont isométriques, donc $AN = BM$.

   $MA = MN + NA$

CORRECTION

Le triangle MNC — $\widehat{AMC}$ et $\widehat{ABC}$ interceptent l'arc AC : $\widehat{NMC} = 60°$. Avec $MN = MC$, le triangle MNC est isocèle d'angle au sommet $60°$, donc équilatéral.

$NC = MC = 5$ cm

Deux triangles isométriques — $CA = CB$, $CN = CM$, et $\widehat{ACN} = 60° - \widehat{NCB} = \widehat{BCM}$. Les triangles ANC et BMC sont isométriques.

$AN = BM = 3$ cm

La somme —

$MA = MN + NA = 5 + 3$

$MA = 8$ cm

Pour tout point M de l'arc BC : $MA = MB + MC$. Les angles inscrits fabriquent l'équilatéral, les cas d'isométrie transportent la longueur.

PIÈGES ANTICIPÉS

2 → $5 - 3 = 2$: la relation est une **somme**. N découpe $[MA]$ en $MN = MC$ et $NA = MB$.

EXERCICE 102 · DEFI

Le pentagone régulier

$ABCDE$ est un pentagone régulier inscrit dans un cercle de centre O : ses cinq côtés sont égaux, et les cinq angles au centre $\widehat{AOB}$, $\widehat{BOC}$, $\widehat{COD}$, $\widehat{DOE}$, $\widehat{EOA}$ aussi.

Calculer l'angle $\widehat{ABC}$ du pentagone.

Donner la mesure en degrés, sans écrire l'unité.

Réponse attendue : `108`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Chaque angle au centre vaut $\frac{360^\circ}{5}$.
2. $\widehat{ABC}$ est inscrit et intercepte l'arc AC qui ne contient pas B : il passe par D et E. Combien d'angles au centre de 72° cet arc regroupe-t-il ?

CORRECTION

Les angles au centre —

$\widehat{AOB} = \frac{360^\circ}{5} = 72^\circ$

L'arc intercepté — $\widehat{ABC}$ intercepte l'arc AC ne contenant pas B, formé des arcs CD, DE et EA.

$3 \times 72^\circ = 216^\circ$

L'angle inscrit —

$\widehat{ABC} = \frac{1}{2} \times 216^\circ$

$\widehat{ABC} = 108^\circ$

Contrôle : cinq angles de 108° font 540°, la somme des angles d'un pentagone. Et $\widehat{ACB} = \frac{1}{2} \times 72 = 36^\circ$: le triangle ABC est isocèle en B avec $108 + 36 + 36 = 180$.

PIÈGES ANTICIPÉS

72 → 72° est un angle au centre. L'angle du pentagone est un angle **inscrit**, qui intercepte trois de ces arcs.

36 → 36° est la moitié d'un seul arc : c'est par exemple $\widehat{ACB}$. Le sommet B voit l'arc AC qui passe par D et E.

EXERCICE 103 · DEFI

Trois outils dans une figure

$[AB]$ est un diamètre d'un cercle de centre O, et C est un point du cercle tel que $\widehat{CAB} = 50^\circ$. La parallèle à (AC) passant par O coupe $[BC]$ en I.

Calculer $\widehat{COI}$.

Donner la mesure en degrés, sans écrire l'unité.

Réponse attendue : `50`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Quel réflexe pour l'angle $\widehat{BOC}$? C'est un angle au centre : cherche l'angle inscrit qui intercepte le même arc.
2. $\widehat{BOC} = 2\,\widehat{BAC}$. Et $(OI) \parallel (AC)$ avec la sécante (AB) : quels angles sont correspondants ?
3. $\widehat{BOI} = \widehat{BAC}$ (correspondants). La demi-droite $[OI)$ est à l'intérieur de $\widehat{BOC}$.
   $\widehat{COI} = \widehat{BOC} - \widehat{BOI}$

CORRECTION

L'angle au centre — $\widehat{BAC}$ est inscrit et intercepte l'arc BC, comme l'angle au centre $\widehat{BOC}$.

$\widehat{BOC} = 2 \times 50° = 100°$

Les correspondants — $(OI) \parallel (AC)$, sécante (AB) : $\widehat{BOI}$ et $\widehat{BAC}$ sont correspondants, donc égaux.

$\widehat{BOI} = 50°$

Le découpage — I est sur $[BC]$: $[OI)$ est à l'intérieur de l'angle $\widehat{BOC}$.

$\widehat{COI} = 100° - 50°$

$\widehat{COI} = 50°$

$[OI)$ est donc la bissectrice de $\widehat{BOC}$. Et comme $\widehat{ACB} = 90°$ (diamètre), les correspondants donnent aussi $(OI) \perp (BC)$: I est le milieu de $[BC]$. Un cercle, un diamètre, une parallèle : les trois réflexes du chapitre dans la même figure.

PIÈGES ANTICIPÉS

`100` → $100°$ est l'angle au centre $\widehat{BOC}$ en entier. $[OI)$ le découpe : il faut retirer $\widehat{BOI}$.

`40` → $40°$ est l'angle $\widehat{ABC}$ (ou $\widehat{OCB}$). L'angle demandé a son sommet en O.