– Maths à la carte –

ABDELKADER HAMMAMI

Équations et inéquations

1re année secondaire · Pr Abdelkader Hammami

Le cours

CE QU'IL DIT EN ACCUEILLANT

3aslema ! L'équation hiya so2al : l ay valeurs de x hal égalité tkoun sa7i7a ? Résoudre ma3neha tjaweb 3ala esso2al hedheka, w 7atta 7aja o5ra. La méthode ma tetbaddelch : nbastou 7atta noslou l x égale un nombre. W fi l'inéquation thamma istithna2 un, amma 7asem.

عسلامة ! l'équation هي سؤال : لأيّ valeurs de x هالـ égalité تكون صحيحة ؟ résoudre معناها تجاوب على السؤال هاذاكة، w حتّى حاجة أخرى. la méthode ما تتبدّلش : نبسّطو حتّى نوصلو لـ x égale un nombre. w في l'inéquation ثمّة استثناء واحد، أمّا حاسم.

Bonjour ! Une équation, c'est une question : pour quelles valeurs de x cette égalité est-elle vraie ? Résoudre, c'est répondre à cette question, et rien d'autre. La méthode ne change jamais : on simplifie jusqu'à x égale un nombre. Et pour les inéquations, il y a une seule exception — mais elle est décisive.

Une équation, c'est une **question** : pour quelles valeurs de x cette égalité est-elle vraie ? Résoudre, c'est répondre à cette question, et rien d'autre.

La méthode ne change jamais : on transforme l'équation en une autre qui a **exactement les mêmes solutions**, jusqu'à isoler x. Les inéquations suivent les mêmes règles, avec une exception qui coûte cher — et qu'on va regarder de près.

OBJECTIFS ANNONCÉS

CE QU'IL DIT EN LES ANNONÇANT

Fi e5er el chapitre hedha, bech tkoun ta3ref :

في آخر الـ chapitre هذا ، باش تكون تعرف :

À la fin de ce chapitre, tu sauras :

- Résoudre une équation du premier degré $ax + b = 0$

  > Résoudre une équation du premier degré, ax plus b égale zéro.
  > *Résoudre une équation du premier degré, ax plus b égale zéro.*

- Résoudre une équation contenant des fractions en réduisant au même dénominateur

> Résoudre une équation contenant des fractions en réduisant au même dénominateur.
> *Résoudre une équation contenant des fractions en réduisant au même dénominateur.*

- Mettre un problème en équation : choisir l'inconnue, traduire, résoudre, vérifier
  > Mettre un problème en équation : choisir l'inconnue, traduire, résoudre, vérifier.
  > *Mettre un problème en équation : choisir l'inconnue, traduire, résoudre, vérifier.*
- Résoudre une inéquation du premier degré en maîtrisant le changement de sens
  > Résoudre une inéquation du premier degré en maîtrisant le changement de sens.
  > *Résoudre une inéquation du premier degré en maîtrisant le changement de sens.*
- Écrire l'ensemble des solutions sous forme d'intervalle
  > Écrire l'ensemble des solutions sous forme d'intervalle.
  > *Écrire l'ensemble des solutions sous forme d'intervalle.*
- Résoudre $x^2 = a$ en discutant le signe de a, et n'oublier aucune des deux solutions
  > Résoudre x au carré égale a en discutant le signe de a, sans oublier aucune des deux solutions.
  > *Résoudre x au carré égale a en discutant le signe de a, sans oublier aucune des deux solutions.*

---

1. ACTIVITÉ

Retrouver le nombre de départ

CE QU'IL DIT

Barra nabdaw b un programme de calcul. E5tar un nombre, odhorbou fi 5, w na99as 3. Telmidh 3mel hakka w l9a 12. Jarreb b 2, baad b 4. W baad erja3 le programme bel ma9loub : anhi opération telghi « na99as 3 » ? Hedheka bel dhabt houwa elli bech na3mlouh fi l'équation.

برّة نبداو بـ un programme de calcul. أختار un nombre، أضربو في 5، w نقّص 3. تلميذ عمل هكّا w لقا 12. جرّب بـ 2، بعد بـ 4. w بعد أرجع le programme بالمقلوب : أنهي opération تلغي « نقّص 3 » ؟ هاذاكة بالضبط هو الّي باش نعملوه في l'équation.

On commence par un programme de calcul. Choisis un nombre, multiplie-le par 5, retire 3. Un élève applique le programme et obtient 12. Teste avec 2, puis avec 4. Ensuite, remonte le programme à l'envers : quelle opération annule « retirer 3 » ? C'est exactement ce qu'on va faire dans une équation.

Voici un programme de calcul :

> Choisis un nombre. Multiplie-le par 5. Retire 3.

Un élève applique ce programme et obtient 12.

1. Teste avec 2, puis avec 4. Que peux-tu en déduire sur le nombre choisi ?
2. Remonte le programme à l'envers : quelle opération annule « retirer 3 » ? Et « multiplier par 5 » ?
3. Appelle x le nombre choisi et écris le programme en une seule ligne.

Le tâtonnement de la question 1 finit parfois par tomber juste. L'écriture de la question 3 tombe juste **toujours** : c'est tout l'intérêt des équations.

EXEMPLE TRAITÉ

Ce que donnent les trois démarches.

Tâtonnement — Avec 2 on obtient 7, avec 4 on obtient 17. Le nombre cherché est entre les deux.

$5 \times 2 - 3 = 7 \quad ; \quad 5 \times 4 - 3 = 17$

Remonter — On annule chaque opération, dans l'ordre inverse.

$12 + 3 = 15 \quad ; \quad \frac{15}{5} = 3$

Avec une lettre — Le programme s'écrit d'une seule ligne, et se résout sans essayer.

$5x - 3 = 12$

$$x = 3$$

À ne pas faire : On essaie des valeurs jusqu'à tomber juste — On écrit l'équation, puis on la résout. Le tâtonnement échoue dès que la solution n'est pas un petit entier — et il ne prouve jamais qu'il n'y en a pas d'autre.

2. MÉTHODE

Résoudre une équation du premier degré

CE QU'IL DIT

L'équation du premier degré tetkteb fel e5er ax plus b égale zéro, m3a a différent de zéro. W wa9tha 3andha une solution et une seule. Deux transformations berk masmou7in, w ma ybaddlouch les solutions : tzid walla tna99as nafs el nombre fi les deux membres, walla todhrob walla t9assem 3ala un nombre non nul.

l'équation du premier degré تتكتب في الآخر ax plus b égale zéro، مع a différent de zéro. w وقتها عندها une solution et une seule. deux transformations برك مسموحين، w ما يبدّلوش les solutions : تزيد ولّا تنقّص نفس الـ nombre في les deux membres، ولّا تضرب ولّا تقسّم على un nombre non nul.

Une équation du premier degré s'écrit, après transformation, ax plus b égale zéro, avec a différent de zéro. Elle admet alors une solution et une seule. Deux transformations seulement sont autorisées, et elles ne changent jamais les solutions : ajouter ou retirer le même nombre aux deux membres, ou multiplier et diviser par un nombre non nul.

Une équation du premier degré à une inconnue s'écrit, après transformation, sous la forme $ax + b = 0$ avec $a \neq 0$. Elle admet alors **une solution et une seule**.

Deux transformations sont autorisées, et elles ne changent jamais les solutions :

- ajouter ou retirer le **même** nombre aux deux membres ;
- multiplier ou diviser les deux membres par un **même nombre non nul**.

La méthode est toujours la même : on rassemble les x d'un côté, les nombres de l'autre, puis on divise par le coefficient de x. Et on vérifie — une vérification prend dix secondes et attrape toutes les erreurs de signe.

LA SOLUTION

$$ax + b = 0 \iff x = -\frac{b}{a} \quad (a \neq 0)$$

EXEMPLE TRAITÉ

Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $5x - 3 = 12$.

Isoler le terme en x — On ajoute 3 aux deux membres.

$$5x - 3 + 3 = 12 + 3$$

$$5x = 15$$

Diviser — On divise les deux membres par 5.

$$x = \frac{15}{5} = 3$$

Vérification —

$5 \times 3 - 3 = 15 - 3 = 12$ ✓

$$S = \{3\}$$

À ne pas faire : $5x - 3 = 12 \Rightarrow 5x = 12 - 3$ — $5x - 3 = 12 \Rightarrow 5x = 12 + 3$. Le terme -3 passe de l'autre côté en **changeant de signe** : il devient $+3$.

---

3. PROPRIÉTÉ

L'équation $x^2 = a$

CE QU'IL DIT

9bal ma tekhou la racine, chouf le signe mte3 a. Ken positif : zouz solutions, wahda opposée lel okhra. Ken zéro : solution wahda. W ken négatif : ma thammech solution, khater le carré dima positif walla nul. El hala ethaltha hiya elli tetnsa.

قبل ما تاخو la racine ، شوف le signe متاع a . كان positif : زوز solutions ، واحدة opposée للأخرى. كان zéro : solution وحدة. w كان négatif : ما ثمّاش solution ، خاطر le carré دايما positif ولّا nul . الحالة الثالثة هي اللي تتنسى.

Avant de prendre la racine, regarde le signe de a. S'il est positif : deux solutions, opposées l'une de l'autre. S'il est nul : une seule. Et s'il est négatif : aucune solution, parce qu'un carré est toujours positif ou nul. C'est le troisième cas qu'on oublie.

Cette équation n'est pas du premier degré, et pourtant elle a sa place ici : elle se résout sans aucune méthode nouvelle, à condition de **discuter le signe de a**.

On considère l'équation $x^2 = a$, où a est un réel donné. Trois cas, et il n'y en a pas d'autre :

1. si $a > 0$, elle admet **deux** solutions, $x = \sqrt{a}$ et $x = -\sqrt{a}$;
2. si $a = 0$, elle admet **une** solution, $x = 0$;
3. si $a < 0$, elle **n'admet aucune** solution.

Le troisième cas est celui qu'on oublie, et c'est le plus important : un carré est toujours positif ou nul, donc rien ne peut avoir un carré négatif.

$$a > 0 \ : \ S = \{-\sqrt{a}\,;\,\sqrt{a}\}$$

$$a = 0 \ : \ S = \{0\}$$

$$a < 0 \ : \ S = \varnothing$$

EXEMPLE TRAITÉ

Résoudre $x^2 = 49$, puis $x^2 = 5$, puis $x^2 = -9$.

Signe de a : positif — $49 > 0$: deux solutions, opposées l'une de l'autre. Et 49 est un carré parfait.

$x = 7 \quad \text{ou} \quad x = -7$

Positif, sans racine entière — $5 > 0$: deux solutions encore, qu'on laisse sous le radical — les écrire en décimal serait les arrondir.

$x = \sqrt{5} \quad \text{ou} \quad x = -\sqrt{5}$

Signe de a : négatif — Pour tout réel x, $x^2 \geq 0$. Aucun réel n'a donc -9 pour carré.

$S = \varnothing$

$$S = \{-7\,;\,7\} \quad ; \quad S = \{-\sqrt{5}\,;\,\sqrt{5}\} \quad ; \quad S = \varnothing$$

À ne pas faire : $x^2 = 49$ donne $x = 7$. — $x = 7$ **ou** $x = -7$. La solution négative est aussi valable : $(-7)^2 = 49$. Oublier l'opposée fait perdre la moitié des solutions, à chaque fois.

À ne pas faire : $x^2 = -9$ donne $x = -3$. — $S = \varnothing$. $(-3)^2 = 9$, pas -9. Un carré ne peut pas être négatif : il faut regarder le signe de a **avant** de prendre une racine.

À ne pas faire : $\sqrt{x^2} = x$ — $\sqrt{x^2} = |x|$. C'est la même erreur vue de l'autre côté. Pour $x = -7$, $\sqrt{49} = 7$ et non -7.

4. MÉTHODE

Les équations avec des fractions

CE QU'IL DIT

Ki tal9a des dénominateurs, le premier geste dima : tayyarhom. Nodhorbou les deux membres b un dénominateur commun. Deux i7tiyatat, w houma bel dhabt les deux ghaltat elli nchoufouhom akthar :

lezmek todhrob el termes el koll, 7atta elli ma 3andhomch dénominateur ; w ki le numérateur ykoun une somme, 7ottlou des parenthèses.

un dénominateur بـ les deux membres نضربو. طيّرهم ديما : des dénominateurs، le premier geste كي تلقى commun. deux احتياطات، w هوما بالضبط les deux غلطات الّي نشوفوهم أكثر : لازمك تضرب الـ termes الكلّ، حتّى الّي ما عندهمش dénominateur ؛ w كي le numérateur يكون une somme، حطّلو des parenthèses.

Face à une équation avec des dénominateurs, le premier geste est toujours de les faire disparaître : on multiplie les deux membres par un dénominateur commun. Deux précautions, et ce sont exactement les deux erreurs qu'on voit le plus : il faut multiplier tous les termes, y compris ceux qui n'ont pas de dénominateur ; et quand le numérateur est une somme, il faut lui mettre des parenthèses.

Face à une équation qui contient des dénominateurs, le premier geste est toujours de **les faire disparaître** : on multiplie les deux membres par un dénominateur commun.

Deux précautions, et ce sont les deux erreurs qu'on voit le plus :

- il faut multiplier **tous** les termes, y compris ceux qui n'ont pas de dénominateur, et y compris le membre de droite ;
- quand un numérateur est une somme, il porte une parenthèse invisible : $6 \times \dfrac{x-1}{3} = 2(x-1)$, et non $2x-1$.

LE PRINCIPE

$$\frac{A}{n} = B \iff A = nB \quad (n \neq 0)$$

EXEMPLE TRAITÉ

Résoudre dans $\mathbb{R}$: $\dfrac{x-1}{3} + \dfrac{x}{2} = 4$.

Dénominateur commun — 3 et 2 divisent 6 : on multiplie tout par 6.

$6 \times \frac{x-1}{3} + 6 \times \frac{x}{2} = 6 \times 4$

Chaque numérateur garde sa parenthèse.

$2(x-1) + 3x = 24$

Développer et réduire —

$2x - 2 + 3x = 24 \iff 5x = 26$

$x = \frac{26}{5}$

$$S = \left\{ \frac{26}{5} \right\}$$

À ne pas faire : $6 \times \dfrac{x-1}{3} = 2x - 1$ — $6 \times \dfrac{x-1}{3} = 2(x-1) = 2x - 2$. La barre de fraction joue le rôle d'une parenthèse : tout le numérateur est multiplié.

5. MÉTHODE

Mettre un problème en équation

CE QU'IL DIT

9bal ma tabda, 9oul chnowa houwa x. Ektebha : « Soit x la largeur ». W fi lekher, rajja3 el jaweb lel so2al : machi x égale 8, ama la largeur mesure 8 centimètres.

قبل ما تبدا، قول شنوّة هو x. اكتبها : « Soit x la largeur ». w في الآخر، رجّع الجواب للسؤال : ماشي x égale 8، أمّا la largeur mesure 8 centimètres.

Avant de commencer, dis ce qu'est x. Écris-le : « Soit x la largeur ». Et à la fin, ramène la réponse à la question : ce n'est pas x égale 8, c'est la largeur mesure 8 centimètres.

C'est la partie qui fait peur, et elle tient en quatre étapes toujours identiques :

1. **choisir l'inconnue** et l'écrire noir sur blanc : « Soit x la largeur, en cm » ;
2. **exprimer** les autres grandeurs en fonction de x ;
3. **traduire** l'énoncé par une équation ;
4. **résoudre**, puis **revenir à la question posée**.

La quatrième étape est celle qu'on oublie. Trouver $x = 8$ ne suffit pas : il faut dire ce que vaut 8, et vérifier que la réponse a un sens dans le problème — une longueur négative n'en a pas.

PÉRIMÈTRE D'UN RECTANGLE

$$\mathcal{P} = 2(L + \ell)$$

EXEMPLE TRAITÉ

Le périmètre d'un rectangle est 46 cm. Sa longueur dépasse sa largeur de 7 cm. Quelles sont ses dimensions ?

Choisir l'inconnue — Soit x la largeur, en cm. La longueur vaut alors $x + 7$.

$$\ell = x \quad ; \quad L = x + 7$$

Traduire —

$$2\big(x + (x + 7)\big) = 46$$

Résoudre —

$$2(2x + 7) = 46 \iff 4x + 14 = 46 \iff 4x = 32$$

$$x = 8$$

Revenir à la question — La largeur vaut 8 cm et la longueur 15 cm. Vérification : $2(8 + 15) = 46$.

$$\ell = 8 \text{ cm} \quad ; \quad L = 15 \text{ cm}$$

À ne pas faire : On répond « $x = 8$ » — On répond « la largeur mesure 8 cm et la longueur 15 cm ». L'énoncé pose une question sur des dimensions, pas sur x. Il faut y revenir explicitement.

6. PROPRIÉTÉ

Les inéquations

CE QU'IL DIT

L'inéquation tet7all bel dhabt kif l'équation, m3a une seule exception — amma 7asma. Tzid walla tna99as : le sens ma yetbaddelch. Todhrob walla t9assem 3ala un nombre strictement positif : le sens ma yetbaddelch. Amma ki todhrob walla t9assem 3ala un nombre strictement négatif, le sens yet9leb. Hedhi hiya la première erreur fel chapitre.

l'inéquation تتحلّ بالضبط كيف l'équation، مع une seule exception — أمّا حاسمة. تزيد ولّا تنقّص : le sens ما يتبدّلش. تضرب ولّا تقسّم على un nombre strictement positif : le sens ما يتبدّلش. أمّا كي تضرب ولّا تقسّم على un nombre strictement négatif، le sens يتقلب. هاذي هي la première erreur في الشابيتر.

Une inéquation se résout exactement comme une équation, avec une seule exception — mais elle est décisive. Ajouter ou retirer : le sens ne change pas. Multiplier ou diviser par un nombre strictement positif : le sens ne change pas. Mais si on multiplie ou divise par un nombre strictement négatif, le sens s'inverse. C'est la première erreur du chapitre.

Une inéquation se résout **exactement comme une équation**, avec une seule exception — mais elle est décisive :

- on peut ajouter ou retirer le même nombre aux deux membres : le sens ne change pas ;
- on peut multiplier ou diviser par un nombre **strictement positif** : le sens ne change pas ;
- si on multiplie ou divise par un nombre **strictement négatif**, le sens de l'inégalité **s'inverse**.

Pour t'en convaincre une fois pour toutes : $2 < 5$ est vrai. Multiplie par -1 : -2 et -5. Or $-2 > -5$. Le sens a bien changé.

POSITIF

$$a < b \text{ et } c > 0 \Rightarrow \frac{a}{c} < \frac{b}{c}$$

NÉGATIF

$$a < b \text{ et } c < 0 \Rightarrow \frac{a}{c} > \frac{b}{c}$$

DÉMONSTRATION

Soient a et b deux réels tels que $a < b$, et soit c un réel strictement négatif.

Dire que $a < b$, c'est dire que $b - a > 0$. Le produit d'un nombre strictement négatif par un nombre strictement positif est strictement négatif, donc

$$c\,(b - a) < 0 \text{ c'est-à-dire } cb - ca < 0$$

En ajoutant ca aux deux membres, il vient $cb < ca$, autrement dit $ca > cb$.

Le sens de l'inégalité s'est bien inversé.

EXEMPLE TRAITÉ

Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation $-2x < 6$.

Diviser par −2 — Le diviseur est négatif : le sens s'inverse.

$-2x < 6 \iff x > \frac{6}{-2}$

$x > -3$

Contrôle — On teste une valeur : $x = 0$ convient-il ? $-2 \times 0 = 0 < 6$, oui. Et $0 > -3$: cohérent.

$x = 0 \ : \ 0 < 6 \quad \checkmark$

$$S =]-3\,;+\infty[$$

À ne pas faire : $-2x < 6 \ \Rightarrow \ x < -3$ — $-2x < 6 \ \Rightarrow \ x > -3$. On a divisé par -2, qui est négatif : le sens de l'inégalité s'inverse.

---

7. MÉTHODE

Écrire l'ensemble des solutions

CE QU'IL DIT

L'inéquation 3omorha ma 3andha solution une : 3andha un intervalle kemel. El jaweb ma youfach 3and x supérieur à moins 3 — youfa ki tekteb l'ensemble des solutions. W rodd belek lel crochet : ki la borne mettekhdha, crochet fermé ; ki mahich mettekhdha, crochet ouvert.

x supérieur à moins 3 — يوفا كي تكتب l'ensemble des solutions. w رد بالك للـ crochet : كي la borne متاخذة، crochet fermé ؛ كي ما هيش متاخذة، crochet ouvert.

عمرها ما عندها solution une : عندها un intervalle كامل. الجواب ما يوفاش عند l'inéquation

Une inéquation n'a presque jamais une seule solution : elle en a tout un intervalle. La réponse ne se termine pas à x supérieur à moins 3 — elle se termine quand tu écris l'ensemble des solutions. Et fais attention au crochet : borne prise, crochet fermé ; borne non prise, crochet ouvert.

Une inéquation n'a presque jamais une seule solution : elle en a un **intervalle**. La réponse ne se termine donc pas à $x > -3$, mais à l'écriture de cet ensemble.

Les correspondances à connaître :

- $x > a$ donne $S =]a\,;+\infty[$
- $x \geq a$ donne $S = [a\,;+\infty[$
- $x < a$ donne $S =]-\infty\,;a[$
- $x \leq a$ donne $S =]-\infty\,;a]$

Un dernier réflexe utile : tester une valeur de l'intervalle trouvé dans l'inéquation de départ. Si elle ne convient pas, le sens a été inversé quelque part.

FERMÉ

$$x \geq a \iff x \in [a\,;+\infty[$$

OUVERT

$$x < a \iff x \in]-\infty\,;a[$$

EXEMPLE TRAITÉ

Résoudre $\dfrac{3x-1}{2} \geq x+4$ et donner S.

Supprimer le dénominateur — On multiplie les **deux** membres par 2.

$3x-1 \geq 2(x+4)$

$3x-1 \geq 2x+8$

Rassembler — On retire $2x$ et on ajoute 1 : opérations qui ne changent pas le sens.

$x \geq 9$

$$S = [9\,;+\infty[$$

À ne pas faire : $x \geq 9$ donne $S =]9\,;+\infty[$ — $x \geq 9$ donne $S = [9\,;+\infty[$. Le symbole $\geq$ autorise l'égalité : la valeur 9 appartient à l'ensemble, le crochet se ferme.

À RETENIR

CE QU'IL DIT EN L'ÉCRIVANT

Hedha elli lezmek tetfakkrou :

هذا اللي لازمك تتفكّرو :

Voici ce qu'il faut retenir :

1. $ax+b=0$ avec $a \neq 0$ a une solution et une seule : $x = -\dfrac{b}{a}$.

   > ax plus b égale zéro, m3a a différent de zéro, 3andha une solution et une seule : x égale moins b sur a.
   > *ax plus b égale zéro, avec a différent de zéro, a une solution et une seule : x égale moins b sur a.*

2. Un terme change de signe quand il change de membre.

   > Le terme ki ybaddel le membre, ybaddel le signe.
   > *Un terme change de signe quand il change de membre.*

3. Pour supprimer les dénominateurs, on multiplie **tous** les termes, des deux côtés.

   > Bech tna77i les dénominateurs, todhrob les termes el koll, fi les deux membres.
   > *Pour supprimer les dénominateurs, on multiplie tous les termes, des deux côtés.*

4. Un numérateur qui est une somme porte une parenthèse invisible.

   > Le numérateur ki ykoun une somme, 3andou une parenthèse invisible.
   > *Un numérateur qui est une somme porte une parenthèse invisible.*

5. Multiplier ou diviser une inéquation par un nombre négatif **inverse** son sens.

   > Ki todhrob walla te9sem une inéquation b un nombre négatif, le sens yetbaddel.
   > *Multiplier ou diviser une inéquation par un nombre négatif inverse son sens.*

6. La réponse à une inéquation est un intervalle : $\geq$ ferme le crochet, $>$ l'ouvre.

   > Le résultat mte3 inéquation houwa intervalle : supérieur ou égal ysakker le crochet, w strictement supérieur y7ellou.
   > *La réponse à une inéquation est un intervalle : supérieur ou égal ferme le crochet, strictement supérieur l'ouvre.*

7. $x^2 = a$: deux solutions opposées si $a > 0$, une seule si $a = 0$, **aucune** si $a < 0$.

   > x au carré égale a : ken a strictement positif, deux solutions opposées. Ken a égale zéro, une seule. W ken a strictement négatif, 7atta solution.
   > *x au carré égale a : deux solutions opposées si a est strictement positif, une seule si a égale zéro, aucune si a est strictement négatif.*

8. $\sqrt{x^2} = |x|$, jamais x.

   > Racine carrée de x au carré égale valeur absolue de x, mouch x.
   > *Racine carrée de x au carré égale valeur absolue de x, jamais x.*

Questions fréquentes — ses réponses toutes prêtes

Quand un élève tape une de ces questions pendant le cours, cette réponse part aussitôt, avec sa voix, sans passer par le modèle. Les formulations sont celles qu'on reconnaît.

QUESTION 1 · RETROUVER LE NOMBRE DE DÉPART

pourquoi ne pas essayer des valeurs jusqu'à trouver | 3lech ma njarrbouch des nombres 7atta nal9aw | je peux trouver la solution en essayant ? | le tâtonnement ça marche ? | nejjem n7el b el essai ? | essayer des nombres au hasard c'est bon ?

CE QU'IL ÉCRIT AU TABLEAU

$5x - 3 = 12 \iff x = 3$

CE QU'IL RÉPOND

Et-tajrib sa3at yti7 s7i7, ama yfchel ki la solution mahich entier sghir, w 3omrou ma yprouvi elli ma thammech solution o5ra. El équation tti7 s7i7a dima : $5x - 3 = 12$ ta3ti $x = 3$ bla ma njarrbou.

التجريب ساعات يطيح صحيح ، أما يفشل كي la solution ماهيش entier صغير ، w عمرو ما يـ prouve اللي ما
ثمّاش solution أخرى . الـ équation تطيح صحيحة ديما : 5 x moins 3 égale 12 تعطي x égale 3 بلا ما نجرّبو .

Le tâtonnement tombe parfois juste, mais il échoue dès que la solution n'est pas un petit entier, et il ne prouve jamais qu'il n'y a pas d'autre solution. L'équation tombe juste à tous les coups : 5 x moins 3 égale 12 donne x égale 3 sans rien essayer.

QUESTION 2 · RETROUVER LE NOMBRE DE DÉPART

comment retrouver le nombre de départ | kifech nal9a le nombre de départ | remonter le programme à l'envers comment | le programme à l'envers kifech | nombre de départ si on obtient 12 | comment faire le programme en sens inverse

CE QU'IL ÉCRIT AU TABLEAU

$12 + 3 = 15 \quad ; \quad \frac{15}{5} = 3$

CE QU'IL RÉPOND

Nannuler koll opération bel 3aks, mel e5er lel bdeya. Retirer 3 yetna77a b ajouter 3 : $12 + 3 = 15$. Multiplier par 5 yetna77a b diviser par 5 : $\frac{15}{5} = 3$. W bel équation : $5x - 3 = 12$.

ajouter 3 : 12 plus 3 égale 15 . يتنحّى بـ retirer 3 . من الآخر للأوّل ، بالعكس opération كل annuler نـ
. équation : 5 x moins 3 égale 12 بالـ diviser par 5 : 15 sur 5 égale 3 . w يتنحّى بـ multiplier par 5

On annule chaque opération, dans l'ordre inverse. « Retirer 3 » s'annule en ajoutant 3 : 12 plus 3 égale 15. « Multiplier par 5 » s'annule en divisant par 5 : 15 sur 5 égale 3. Et avec l'équation : 5 x moins 3 égale 12.

QUESTION 3 · RÉSOUDRE UNE ÉQUATION DU PREMIER DEGRÉ

comment résoudre une équation | kifech n7el équation | méthode pour résoudre une équation | les étapes pour résoudre 5x - 3 = 12 | kifech n7el 5x - 3 = 12 | résoudre une équation comment on fait

CE QU'IL ÉCRIT AU TABLEAU

$5x - 3 = 12 \iff 5x = 15 \iff x = 3$

CE QU'IL RÉPOND

Nlemmou les x fi jiha, w les nombres fel jiha lo5ra, men ba3d ndiviser par le coefficient de x. Pour $5x - 3 = 12$: nzidou 3, $5x = 15$, ndiviser par 5, $x = 3$. W nvérifier : $5 \times 3 - 3 = 12$.

diviser par le coefficient de x . pour 5 x نـ بعد من ، الأخرى الجيهة في w les nombres ، جيهة في les x نلمّو
vérifier : 5 fois 3 moins 3 égale نـ diviser par 5 ، x égale 3 . w نـ ، x égale 15 5 ، 3 نزيدو : moins 3 égale 12
. 12

On rassemble les x d'un côté, les nombres de l'autre, puis on divise par le coefficient de x. Pour 5 x moins 3 égale 12 : on ajoute 3, 5 x égale 15, on divise par 5, x égale 3. Et on vérifie : 5 fois 3 moins 3 égale 12.

QUESTION 4 · RÉSOUDRE UNE ÉQUATION DU PREMIER DEGRÉ

pourquoi -3 devient +3 quand il change de côté | 3lech el signe ybaddel ki n3addi l jiha o5ra | quand un nombre passe de l'autre côté son signe change ? | 5x - 3 = 12 donne 5x = 12 - 3 ? | passer un terme de l'autre côté du égal | ki n3addi terme lel jiha lo5ra chnowa ysir

CE QU'IL ÉCRIT AU TABLEAU

$$5x - 3 + 3 = 12 + 3 \iff 5x = 15$$

CE QU'IL RÉPOND

Fel 7a9i9a ma yet3adda chay : nzidou 3 lel deux membres. $5x - 3 + 3 = 12 + 3$, donc $5x = 15$. Hakka -3 yben ka2ennou t3adda w walla $+3$. W $5x = 12 - 3$ ghalet.

في الحقيقة ما يتعدّى شي : نزيدو 3 للـ deux membres . 5 x moins 3 plus 3 égale 12 plus 3 ، donc 5 x égale 15 . هاكّا 3 moins يبان كأنّو تعدّى w ولّى 3 moins 12 égale 5 x . w 5 x égale 12 moins 3 plus غالط .

En réalité rien ne « passe » : on ajoute 3 aux deux membres. 5 x moins 3 plus 3 égale 12 plus 3, donc 5 x égale 15. C'est pour cela que moins 3 semble changer de côté en devenant plus 3. Écrire 5 x égale 12 moins 3 est faux.

QUESTION 5 · RÉSOUDRE UNE ÉQUATION DU PREMIER DEGRÉ

qu'est-ce qu'on a le droit de faire dans une équation | chnowa les transformations autorisées | les règles pour transformer une équation | est-ce qu'on a le droit de multiplier les membres d'une équation | transformations qui ne changent pas les solutions | chnowa el règles fel équation

CE QU'IL RÉPOND

3andna règles : nzidou walla nretirer nafs el nombre lel membres el koll, w nmultiplier walla ndiviser les membres par un même nombre non nul. Hedhouma 3omrhom ma ybaddlou les solutions.

عندنا règles : نزيدو ولّا نـ retirer نفس الـ nombre للـ membres الكل ، w نـ multiplier ولّا نـ diviser les membres par un même nombre non nul . هاذوما عمرهم ما يبدّلو les solutions .

Deux transformations sont autorisées : ajouter ou retirer le même nombre aux deux membres, et multiplier ou diviser les deux membres par un même nombre non nul. Elles ne changent jamais les solutions.

QUESTION 6 · RÉSOUDRE UNE ÉQUATION DU PREMIER DEGRÉ

combien de solutions a une équation ax + b = 0 | équation ax + b = 0 9addech 3andha men solution | une équation a toujours une seule solution ? | combien de solutions pour ax + b = 0 | solution wa7da walla barcha ? | pourquoi une seule solution

CE QU'IL ÉCRIT AU TABLEAU

$$ax + b = 0 \iff x = -\frac{b}{a} \quad (a \neq 0)$$

CE QU'IL RÉPOND

L'équation $ax + b = 0$, m3a $a \ne 0$, 3andha solution wa7da bark : $x = -\frac{b}{a}$. Par exemple $5x - 3 = 12$ 3andha solution wa7da, $x = 3$.

l'équation a x plus b égale zéro ، مع a différent de zéro ، عندها solution وحدة برك : x égale moins b sur a . par exemple 5 x moins 3 égale 12 ، عندها solution وحدة ، x égale 3 .

L'équation a x plus b égale zéro, avec a différent de zéro, admet une solution et une seule : x égale moins b sur a. Par exemple, 5 x moins 3 égale 12 a une seule solution, x égale 3.

QUESTION 7 · RÉSOUDRE UNE ÉQUATION DU PREMIER DEGRÉ

comment vérifier la solution d'une équation | kifech nvérifi el solution | à quoi sert la vérification | vérifier une équation comment | kifech nt2akked elli el solution s7i7a | pourquoi vérifier la solution

CE QU'IL ÉCRIT AU TABLEAU

$5 \times 3 - 3 = 15 - 3 = 12 \quad \checkmark$

CE QU'IL RÉPOND

Nbaddlou x bel solution fi l'équation de départ, w nchoufou el zouz membres kif kif. Pour $x = 3$: $5 \times 3 - 3 = 12$, s7i7. Tdoum 3achra thawani, w tchedd les erreurs de signe el koll.

نبدّلو x بالـ solution في l'équation de départ ، w نشوفو الزوج membres كيف كيف . pour x égale 3 : 5 fois 3 moins 3 égale 12 ، صحيح . يدوم عشر ثواني ، w يشدّ les erreurs de signe الكل .

On remplace x par la solution dans l'équation de départ et on regarde si les deux membres sont égaux. Pour x égale 3 : 5 fois 3 moins 3 égale 12, c'est juste. Cela prend dix secondes et attrape toutes les erreurs de signe.

QUESTION 8 · L'ÉQUATION X² = A

comment résoudre x² = a | x² = a kifech n7elha | combien de solutions pour x² = a | x² = a les trois cas | l'équation x carré égale a | x² = a ça dépend du signe de a ?

CE QU'IL ÉCRIT AU TABLEAU

$a > 0 \ : \ S = \{-\sqrt{a} ; \sqrt{a}\}$

$a = 0 \ : \ S = \{0\}$

$a < 0 \ : \ S = \varnothing$

CE QU'IL RÉPOND

Nchoufou le signe de a. Ken $a > 0$, zouz solutions : $\sqrt{a}$ w $-\sqrt{a}$. Ken $a = 0$, solution wa7da : 0. W ken $a < 0$, ma thammech 7atta solution, 5ater un carré dima positif walla nul.

نشوفو le signe de a . كان a positif strictement ، زوز solutions : racine de a w moins racine de a . كان a négatif ، ما ثمّاش حتى solution ، خاطر un carré دايما positif ولّا nul . w : وحدة égale zéro ، solution zéro .

On regarde le signe de a. Si a est strictement positif, deux solutions : racine de a et moins racine de a. Si a égale zéro, une seule solution : zéro. Si a est négatif, aucune solution, car un carré est toujours positif ou nul.

QUESTION 9 · L'ÉQUATION X² = A

x² = 49 donne seulement 7 ? | pourquoi -7 est aussi solution de x² = 49 | x² = 49 3lech zouz solutions | x carré égale 49 la solution c'est 7 | x² = 49 wel -7 zeda ? | pourquoi il y a deux solutions pour x² = 49

CE QU'IL ÉCRIT AU TABLEAU

$$x^2 = 49 \iff x = 7 \text{ ou } x = -7$$

CE QU'IL RÉPOND

$(-7)^{2} = 49$ zeda. Donc $x^{2} = 49$ 3andha zouz solutions : $x = 7$ walla $x = -7$. Ken nansew l'opposé, nekhsrou nos les solutions.

x ولّا solutions : x égale 7 زوز عندها donc x au carré égale 49 . زادة 49 يعطي moins 7 le tout au carré . égale moins 7 كان نساو l'opposé ، نخسرو نصّ les solutions .

Moins 7, le tout au carré, donne aussi 49. Donc x au carré égale 49 a deux solutions : x égale 7 ou x égale moins 7. Oublier l'opposé fait perdre la moitié des solutions.

QUESTION 10 · L'ÉQUATION X² = A

x² = -9 a une solution ? | x² = -9 donne x = -3 ? | pourquoi x² égal à un nombre négatif n'a pas de solution | x carré négatif ma fihech solution 3lech | x² = -9 ensemble vide pourquoi | un carré peut être négatif ?

CE QU'IL ÉCRIT AU TABLEAU

$$(-3)^2 = 9 \neq -9 \quad ; \quad S = \varnothing$$

CE QU'IL RÉPOND

Un carré dima positif walla nul : 7atta réel ma 3andou carré négatif. $(-3)^{2} = 9$, mouch -9. Donc $x^{2} = -9$ ma 3andhech solution, w $S = \varnothing$.

ولّا positif ديما un carré : nul حتّى réel ما عندو carré négatif . يعطي 9 ، موش moins 3 le tout au carré . donc x au carré égale moins 9 ما عندهاش S w ، solution هو l'ensemble vide .

Un carré est toujours positif ou nul : aucun réel n'a un carré négatif. Moins 3, le tout au carré, donne 9, pas moins 9. Donc x au carré égale moins 9 n'a aucune solution : S est l'ensemble vide.

QUESTION 11 · L'ÉQUATION X² = A

x² = 5 on écrit √5 ou 2,23 | pourquoi laisser la racine de 5 et pas un décimal | x² = 5 la solution en décimal ? | racine de 5 nektebha b virgule wala le | pourquoi on garde le radical | x² = 5 kifech nekteb el solution

CE QU'IL ÉCRIT AU TABLEAU

$$S = \{-\sqrt{5}\,;\,\sqrt{5}\}$$

CE QU'IL RÉPOND

$x^{2} = 5$ 3andha zouz solutions : $\sqrt{5}$ w $-\sqrt{5}$. N5alliwhom sous le radical, 5ater ken nektbouhom en décimal, narrondir, w el valeur ma3adech exacte.

x عندها زوز 5 racine de 5 w moins racine de 5 . solutions : نخلّيوهم sous le radical ، خاطر exacte ماعادش valeur الـ arrondir ، w نـ ، en décimal نكتبوهم كان .

x au carré égale 5 a deux solutions : racine de 5 et moins racine de 5. On les laisse sous le radical : les écrire en décimal serait les arrondir, et la valeur ne serait plus exacte.

QUESTION 12 · L'ÉQUATION $X^2 = A$

racine de x^2 égale x ? | $\sqrt{(x^2)} = x$ | racine carrée de x carré c'est quoi | racine de x^2 ça donne x toujours ? | est-ce que $\sqrt{x^2} = x$ | racine x carré valeur absolue

CE QU'IL ÉCRIT AU TABLEAU

$$\sqrt{x^2} = |x|$$

CE QU'IL RÉPOND

$\sqrt{x^{2}} = |x|$, mouch x. Pour $x = -7$: $\sqrt{49} = 7$, mouch -7.

، x . pour x égale moins 7 : racine de 49 égale 7 موش ، racine de x au carré égale valeur absolue de x
. moins 7 موش

Racine de x au carré égale valeur absolue de x, pas x. Pour x égale moins 7 : racine de 49 égale 7, et non moins 7.

QUESTION 13 · LES ÉQUATIONS AVEC DES FRACTIONS

comment résoudre une équation avec des fractions | kifech n7el équation fiha fractions | équation avec des dénominateurs comment faire | fractions fel équation chnowa na3mel | comment enlever les dénominateurs | équation avec fractions méthode

CE QU'IL ÉCRIT AU TABLEAU

$$2(x-1)+3x=24 \iff 5x=26 \iff x=\frac{26}{5}$$

CE QU'IL RÉPOND

Awwel 7aja ntayrou les dénominateurs : nmultiplier les deux membres par un dénominateur commun. Pour $\dfrac{x-1}{3} + \dfrac{x}{2} = 4$, nmultiplier par 6 : $2(x - 1) + 3x = 24$, donc $5x = 26$ w $x = \frac{26}{5}$.

multiplier les deux membres par un dénominateur commun . pour نـ : les dénominateurs أوّل حاجة نطيّرو
multiplier par 6 : 2 fois (x moins 1) ، plus 3 x égale 24 ، نـ ، x moins 1 ، le tout sur 3 ، plus x sur 2 égale 4
. donc 5 x égale 26 w x égale 26 sur 5

Le premier geste est de faire disparaître les dénominateurs : on multiplie les deux membres par un dénominateur commun. Pour x moins 1, le tout sur 3, plus x sur 2 égale 4, on multiplie par 6 : 2 fois (x moins 1), plus 3 x, égale 24, donc 5 x égale 26 et x égale 26 sur 5.

QUESTION 14 · LES ÉQUATIONS AVEC DES FRACTIONS

il faut multiplier aussi le membre de droite ? | le terme sans dénominateur on le multiplie aussi ?

nmultipli el 4 zeda ? | multiplier tous les termes par 6 même ceux sans fraction | koll les termes nmultipliwhom ? | pourquoi 6 fois 4 à droite

CE QU'IL ÉCRIT AU TABLEAU

$$6 \times \frac{x-1}{3} + 6 \times \frac{x}{2} = 6 \times 4$$

CE QU'IL RÉPOND

Ey, nmultiplier les termes el koll, 7atta elli ma 3andhomch dénominateur, w 7atta le membre de droite. Pour $\dfrac{x-1}{3} + \dfrac{x}{2} = 4$, el 4 ywalli $6 \times 4 = 24$. Ken nansewh, l'égalité ma3adech s7i7a.

le membre de droite . pour حتى dénominateur ، w الكل multiplier les termes إيه ، نـ حتى اللي ما عندهمش ماعادش l'égalité ، كان ننساوه . يعني 24 ، fois 4 6 يولّي الـ 4 ، x moins 1 ، le tout sur 3 ، plus x sur 2 égale 4 صحيحة .

Oui, on multiplie tous les termes, y compris ceux qui n'ont pas de dénominateur, et y compris le membre de droite. Pour x moins 1, le tout sur 3, plus x sur 2 égale 4, le 4 devient 6 fois 4, soit 24. En l'oubliant, l'égalité n'est plus conservée.

QUESTION 15 · LES ÉQUATIONS AVEC DES FRACTIONS

6 × (x-1)/3 donne 2x - 1 ? | pourquoi une parenthèse quand on simplifie la fraction | le numérateur x - 1 3lech parenthèse | parenthèse invisible c'est quoi | pourquoi 2(x-1) et pas 2x-1 | numérateur somme fiha parenthèse ?

CE QU'IL ÉCRIT AU TABLEAU

$$6 \times \frac{x-1}{3} = 2(x-1) = 2x-2$$

CE QU'IL RÉPOND

La barre de fraction tal3eb dour parenthèse : le numérateur el koll yetmultiplier. $6 \times \dfrac{x-1}{3} = 2(x - 1) = 2x - 2$, mouch $2x - 1$.

multiplier . 6 fois (x moins 1) sur 3 égale يتـ الكل parenthèse : le numérateur دور تلعب la barre de fraction . x moins 1 2 ، موش x moins 2 2 ، يعني 2 fois (x moins 1)

La barre de fraction joue le rôle d'une parenthèse : tout le numérateur est multiplié. 6 fois (x moins 1) sur 3 égale 2 fois (x moins 1), soit 2 x moins 2, et non 2 x moins 1.

QUESTION 16 · LES ÉQUATIONS AVEC DES FRACTIONS

par quel nombre multiplier pour enlever les fractions | comment choisir le dénominateur commun | pourquoi on multiplie par 6 | dénominateur commun kifech nal9ah | b 9addech nmultipli bech ntayyer les dénominateurs | 3lech 6 w mouch 5

CE QU'IL ÉCRIT AU TABLEAU

$$\frac{6}{3} = 2 \quad ; \quad \frac{6}{2} = 3$$

CE QU'IL RÉPOND

Nekhtarou nombre divisible par les dénominateurs el koll. Pour les dénominateurs 3 w 2, 6 yemchi : $\frac{6}{3} = 2$ w $\frac{6}{2} = 3$. El a7sen nekhtarou le plus petit, bech les calculs yo93dou sghar.

نختارو nombre يـ divisible par les dénominateurs الكل . 6 ، 2 w 3 pour les dénominateurs يمشي : 6 sur 3 égale 2 w 6 sur 2 égale 3 . الأحسن نختارو le plus petit ، باش les calculs يقعدو صغار .

On choisit un nombre divisible par tous les dénominateurs. Pour 3 et 2, 6 convient : 6 sur 3 égale 2 et 6 sur 2 égale 3. Mieux vaut prendre le plus petit, pour garder des calculs simples.

QUESTION 17 · METTRE UN PROBLÈME EN ÉQUATION

comment mettre un problème en équation | kifech n7ott problème en équation | mise en équation d'un problème étapes | problème kifech nbadda | méthode pour résoudre un problème avec une équation | comment traduire un problème en équation

CE QU'IL ÉCRIT AU TABLEAU

$$2\big(x + (x + 7)\big) = 46$$

CE QU'IL RÉPOND

Arba3 étapes dima : nekhtarou l'inconnue w nektbouha, n3abrou les autres grandeurs en fonction de x, nektbou l'énoncé b équation, w n7elou, men ba3d nerja3 lel so2al. Mathalan : soit x la largeur, la longueur hiya $x + 7$.

أربعة étapes ديما : نختارو l'inconnue w نكتبوها ، نعبّرو les autres grandeurs en fonction de x ، نكتبو l'énoncé بـ équation ، w نحلّو ، من بعد نرجعو للسؤال . مثلا : soit x la largeur ، la longueur هي x plus 7 .

Quatre étapes, toujours les mêmes : choisir l'inconnue et l'écrire, exprimer les autres grandeurs en fonction de x, traduire l'énoncé par une équation, puis résoudre et revenir à la question posée. Par exemple : soit x la largeur, la longueur vaut x plus 7.

QUESTION 18 · METTRE UN PROBLÈME EN ÉQUATION

comment choisir l'inconnue | chnowa n7ott x | l'inconnue c'est quoi dans un problème | kifech nekhtar l'inconnue | x c'est la largeur ou la longueur | quelle grandeur appeler x

CE QU'IL ÉCRIT AU TABLEAU

$$\ell = x \quad ; \quad L = x + 7$$

CE QU'IL RÉPOND

Nekhdhou x el grandeur elli el so2al y7ki 3liha, walla elli najjmou n3abrou biha 3al be9i bel sehel. W nektbouha bel wadh7 : soit x la largeur, en cm. Men ba3d la longueur twalli $x + 7$.

ناخذو x الـ grandeur اللي السؤال يحكي عليها ، ولّا اللي نجّمو نعبّرو بيها على الباقي بالساهل . w نكتبوها بالواضح : soit x la largeur ، en cm . من بعد la longueur تولّي x plus 7 .

On appelle x la grandeur que demande la question, ou celle qui permet d'exprimer facilement les autres. Et on l'écrit noir sur blanc : soit x la largeur, en cm. La longueur vaut alors x plus 7.

QUESTION 19 · METTRE UN PROBLÈME EN ÉQUATION

j'ai trouvé x = 8 c'est fini ? | l9it x = 8 kammalt ? | après avoir trouvé x qu'est-ce qu'on fait | pourquoi revenir à la question posée | la réponse c'est x = 8 ? | ba3d ma nal9a x chnowa na3mel

CE QU'IL ÉCRIT AU TABLEAU

$\ell = 8 \text{ cm} \quad ; \quad L = 15 \text{ cm}$

CE QU'IL RÉPOND

Le, $x = 8$ mouch el jweb. El so2al 3la les dimensions : la largeur 8 cm w la longueur 15 cm. W nvérifier : $2(8 + 15) = 46$. W nchoufou el jweb 3andou ma3na : longueur négative ma 3andhech ma3na.

vérifier نـ les dimensions : la largeur 8 cm w la longueur 15 cm . w السؤال على . موش الجواب x égale 8 ، لا
. ما عندهاش معنى longueur négative : نشوفو الجواب عندو معنى : 2 fois (8 plus 15) égale 46 . w

Non, x égale 8 n'est pas la réponse. La question porte sur les dimensions : la largeur mesure 8 cm et la longueur 15 cm. On vérifie : 2 fois (8 plus 15) égale 46. Et on s'assure que la réponse a un sens : une longueur négative n'en a pas.

QUESTION 20 · METTRE UN PROBLÈME EN ÉQUATION

périmètre d'un rectangle formule | kifech na7seb le périmètre mta3 rectangle | périmètre rectangle 2(L + l) | c'est quoi le périmètre d'un rectangle | périmètre 46 comment écrire l'équation | formule du périmètre

CE QU'IL ÉCRIT AU TABLEAU

$\mathcal{P} = 2(L + \ell)$

CE QU'IL RÉPOND

Le périmètre mte3 rectangle houwa $2(L + \ell)$. Ken la largeur x w la longueur $x + 7$, w le périmètre 46 : $2\big(x + (x + 7)\big) = 46$, ya3ni $4x + 14 = 46$.

la largeur x w la longueur x plus 7 كان . fois ، la longueur plus la largeur 2 هو rectangle متاع le périmètre
. x plus 14 égale 46 4 يعني ، ، w le périmètre 46 : 2 fois (x plus x plus 7) égale 46

Le périmètre d'un rectangle vaut 2 fois, la longueur plus la largeur. Si la largeur est x, la longueur x plus 7 et le périmètre 46 : 2 fois (x plus x plus 7) égale 46, c'est-à-dire 4 x plus 14 égale 46.

QUESTION 21 · METTRE UN PROBLÈME EN ÉQUATION

la longueur dépasse la largeur de 7 comment l'écrire | dépasse de 7 ya3ni chnowa | kifech nekteb la longueur dépasse la largeur | dépasser de 7 c'est plus 7 ou fois 7 | longueur dépasse largeur traduire | dépasse ya3ni nzid wala nadhreb

CE QU'IL ÉCRIT AU TABLEAU

$$L = x + 7$$

CE QU'IL RÉPOND

Dépasse de 7 ya3ni nzidou 7, mouch nadhrbou. Ken la largeur x, la longueur hiya $x + 7$: el longueur akbar b 7 cm.

dépasse de 7 يعني نزيدو 7 ، موش نضربو . كان la longueur ، la largeur x هي x plus 7 . الـ longueur أكبر بـ 7 cm .

« Dépasse de 7 » veut dire qu'on ajoute 7, pas qu'on multiplie. Si la largeur est x, la longueur vaut x plus 7 : elle a 7 cm de plus.

QUESTION 22 · LES INÉQUATIONS

pourquoi le sens de l'inégalité change quand on divise par un négatif | 3lech el sens ytbaddel ki ndivisi b négatif | diviser une inéquation par un négatif, le sens change ? | -2x < 6 donne x < -3 ? | multiplier par un négatif le sens s'inverse ? | sens inversé nombre négatif 3lech

CE QU'IL ÉCRIT AU TABLEAU

$$2 < 5 \quad \text{mais} \quad -2 > -5$$
$$-2x < 6 \iff x > -3$$

CE QU'IL RÉPOND

Jarreb : $2 < 5$ s7i7. Nmultiplier par -1 : -2 w -5, w $-2 > -5$. Le sens tbaddel. Donc $-2x < 6$, ki ndiviser par -2, ta3ti $x > -3$.

جرّب : 2 inférieur à 5 . صحيح نـ multiplier par moins 1 : moins 2 w moins 5 ، w moins 2 supérieur à moins 5 . le sens تبدّل . donc moins 2 x inférieur à 6 ، كي نـ diviser par moins 2 ، تعطي x supérieur à moins 3 .

Essaie : 2 est inférieur à 5. Multiplie par moins 1 : moins 2 et moins 5, et moins 2 est supérieur à moins 5. Le sens a changé. Donc pour moins 2 x inférieur à 6, en divisant par moins 2, on obtient x supérieur à moins 3.

QUESTION 23 · LES INÉQUATIONS

si on divise par un positif le sens change ? | multiplier une inéquation par un nombre positif | nombre positif el sens yetbaddel ? | ajouter un nombre change le sens de l'inégalité ? | quand est-ce que le sens ne change pas | positif sens change wala le

CE QU'IL RÉPOND

Le. Nzidou walla nretirer nafs el nombre, le sens ma yetbaddelch. Nmultiplier walla ndiviser par un nombre strictement positif, zeda ma yetbaddelch. Le sens yetbaddel ken ki nmultiplier walla ndiviser par un nombre strictement négatif.

لا . نزيدو ولّا نـ retirer نفس الـ le sens ، nombre ما يتبدّلش . نـ multiplier ولّا نـ diviser par un nombre
strictement positif ، زادة ما يتبدّلش . le sens يتبدّل كان كي نـ multiplier ولّا نـ diviser par un nombre
. strictement négatif

Non. Ajouter ou retirer le même nombre ne change pas le sens. Multiplier ou diviser par un nombre strictement positif ne le change pas non plus. Le sens ne s'inverse que si l'on multiplie ou divise par un nombre strictement négatif.

QUESTION 24 · LES INÉQUATIONS

quelle est la différence entre une équation et une inéquation | chnowa el far9 bin équation w inéquation | une inéquation se résout comme une équation ? | c'est quoi une inéquation | inéquation chnowa | kifech n7el inéquation

CE QU'IL RÉPOND

L'inéquation fiha inférieur walla supérieur fi blaset égal. N7elouha kif l'équation bedhabt, m3a exception wa7da : ki nmultiplier walla ndiviser par un nombre négatif, le sens yetbaddel. W les solutions twalli intervalle, mouch nombre wa7ed.

l'inéquation فيها inférieur ولّا supérieur في بلاصة égal . نحلّوها كيف l'équation بالظبط ، مع exception وحدة : كي نـ multiplier ولّا نـ diviser par un nombre négatif ، le sens يتبدّل . w les solutions تولّي intervalle ، موش nombre واحد .

Une inéquation compare avec inférieur ou supérieur au lieu de égal. Elle se résout exactement comme une équation, avec une seule exception : en multipliant ou en divisant par un nombre négatif, le sens s'inverse. Et ses solutions forment un intervalle, pas un seul nombre.

QUESTION 25 · ÉCRIRE L'ENSEMBLE DES SOLUTIONS

comment écrire l'ensemble des solutions d'une inéquation | kifech nekteb S | x > -3 donne quel intervalle | ensemble des solutions avec un intervalle | comment passer de x > a à l ensemble des solutions | S = intervalle kifech

CE QU'IL ÉCRIT AU TABLEAU

$$x > a \iff S =]a\,;+\infty[$$
$$x \leq a \iff S =]-\infty\,;a]$$

CE QU'IL RÉPOND

$x > a$ ya3ti $S = \]a\,;+\infty[$. $x \ge a$ ya3ti $[a\,;+\infty[$. $x < a$ ya3ti $]-\infty\,;a[$. Mathalan $x > -3$ ya3ti $S = \]-3\,;+\infty[$.

a . x supérieur ou عند S égale l'intervalle de a exclu à plus l'infini ، crochet ouvert يعطي x supérieur à a
x مثلا . l'intervalle de moins l'infini à a exclu يعطي a . x inférieur à a عند crochet fermé يعطي égal à a
. S égale l'intervalle de moins 3 exclu à plus l'infini يعطي supérieur à moins 3

x supérieur à a donne S égale l'intervalle ouvert de a à plus l'infini. x supérieur ou égal à a donne le crochet fermé en a. x inférieur à a donne l'intervalle de moins l'infini à a, ouvert. Par exemple, x supérieur à moins 3 donne S égale l'intervalle de moins 3 exclu à plus l'infini.

QUESTION 26 · ÉCRIRE L'ENSEMBLE DES SOLUTIONS

crochet ouvert ou fermé pour x ≥ 9 | kifech na3ref crochet ouvert wala fermé | x ≥ 9 le crochet est fermé ? | quand est-ce que le crochet est fermé | crochet fermé 3lech | ouvert ou fermé comment savoir

CE QU'IL ÉCRIT AU TABLEAU

$$x \geq 9 \iff S = [9\,;+\infty[$$

CE QU'IL RÉPOND

$\ge$ walla $\le$ ya9blou l'égalité : el valeur todkhol, le crochet fermé. Strictement ya3ni ma todkholch : crochet ouvert. $x \ge 9$ ya3ti $S = [9\,;+\infty[$.

يعني le crochet fermé . strictement ، تدخل valeur الـ : l'égalité يقبلو inférieur ou égal ولّا supérieur ou égal
S égale l'intervalle de 9 inclus à plus l'infini ، يعطي crochet ouvert . x supérieur ou égal à 9 : ما تدخلش
. 9 عند fermé

Supérieur ou égal, ou inférieur ou égal, autorisent l'égalité : la valeur appartient à l'ensemble, le crochet est fermé. Une inégalité stricte l'exclut : crochet ouvert. x supérieur ou égal à 9 donne S égale l'intervalle fermé en 9, jusqu'à plus l'infini.

QUESTION 27 · ÉCRIRE L'ENSEMBLE DES SOLUTIONS

pourquoi le crochet est toujours ouvert à l'infini | infini crochet fermé wala ouvert | +∞ on met quel crochet | kifech nekteb el crochet mta3 l'infini | l'infini est-il inclus | moins l'infini crochet

CE QU'IL ÉCRIT AU TABLEAU

$$[9\,;+\infty[$$

CE QU'IL RÉPOND

L'infini mouch nombre, 3omrna ma noussloulou : donc le crochet dima ouvert men jihet l'infini, 7atta ki ykoun fermé mel jiha lo5ra. Mathalan $[9\,;+\infty[$: fermé 3and 9 w ouvert 3and $+\infty$.

fermé يكون كي حتى ، l'infini من جيهة ouvert ديما donc le crochet : نوصلولو ما عمرنا ، nombre موش l'infini
. plus l'infini عند w ouvert 9 عند l'intervalle de 9 à plus l'infini : fermé مثلا . من الجيهة الأخرى

L'infini n'est pas un nombre, on ne l'atteint jamais : le crochet est donc toujours ouvert du côté de l'infini, même quand il est fermé de l'autre côté. Par exemple, de 9 à plus l'infini : fermé en 9, ouvert en plus l'infini.

QUESTION 28 · ÉCRIRE L'ENSEMBLE DES SOLUTIONS

comment vérifier la solution d'une inéquation | kifech nt2akked mel intervalle | tester une valeur dans l'inéquation

comment vérifier si le sens est bien inversé | nverifi inéquation kifech | tester une valeur de l'intervalle trouvé

CE QU'IL ÉCRIT AU TABLEAU

$x = 0 \ : \ -2 \times 0 = 0 < 6 \quad \checkmark$

CE QU'IL RÉPOND

Nekhdhou valeur men l'intervalle elli l9inah, w nbaddlouha fi l'inéquation de départ. Pour $-2x < 6$ w $x > -3$: $x = 0$ ya3ti $0 < 6$, s7i7. Ken el valeur ma temchich, rahou le sens tbaddel fi blasa ghalta.

ناخذو valeur من l'intervalle اللي لقيناه ، w نبدّلوها في l'inéquation de départ . pour moins 2 x inférieur à 6 w x supérieur à moins 3 : x égale zéro donne zéro inférieur à 6 ، صحيح . كان الـ valeur ما تمشيش ، راهو le sens تبدّل في بلاصة غالطة .

On prend une valeur de l'intervalle trouvé et on la remplace dans l'inéquation de départ. Pour moins 2 x inférieur à 6 et x supérieur à moins 3 : x égale zéro donne zéro inférieur à 6, c'est juste. Si la valeur ne convient pas, le sens a été inversé à tort quelque part.

Les exercices — avec les corrigés

EXERCICE 1 · BASE **Une équation en deux gestes**

Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $4x - 7 = 13$.

Réponse attendue : 5

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Commence par isoler le terme en x : que faut-il faire du -7 ?
2. Un terme qui change de membre change de signe.
3. Une fois $4x$ seul, divise les deux membres par 4.

CORRECTION

Isoler — On ajoute 7 aux deux membres.

$4x = 13 + 7 = 20$

Diviser —

$x = \frac{20}{4}$

$x = 5$

Vérification —

$4 \times 5 - 7 = 13 \quad \checkmark$

$S = \{5\}$

Rassembler, puis diviser. La vérification confirme le signe.

PIÈGES ANTICIPÉS

3/2 / 1.5 → Tu as écrit $4x = 13 - 7$. En changeant de membre, le -7 devient $+7$.

`80` → Tu as multiplié par 4 au lieu de diviser. Le 4 multiplie déjà x : pour l'annuler, on divise.

EXERCICE 2 · BASE

Le sens qui s'inverse

Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation $-3x < 12$.

Écrire l'ensemble des solutions sous forme d'intervalle (note l'infini « inf » ou « ∞ »).

Réponse attendue : `]-4;+inf[` — aussi acceptées :]-4;+∞[·]-4,+inf[

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Pour isoler x, il faut diviser les deux membres par -3.
2. Diviser par un nombre **négatif** inverse le sens de l'inégalité.
3. Teste ensuite $x = 0$ dans l'inéquation de départ pour contrôler ton sens.

CORRECTION

Diviser par −3 — Le diviseur est négatif : le symbole $<$ devient $>$.

$-3x < 12 \iff x > \frac{12}{-3}$

$x > -4$

Écrire l'ensemble — L'inégalité est stricte : le crochet reste ouvert.

$S =]-4\,;+\infty[$

Contrôle — $x = 0$ appartient à S, et $-3 \times 0 = 0 < 12$. Cohérent.

$0 \in S \quad \checkmark$

$S =]-4\,;+\infty[$

C'est le seul cas où le symbole change : division ou multiplication par un négatif.

PIÈGES ANTICIPÉS

`]-inf;-4[ / ]-∞;-4[` → Tu as gardé le sens de départ. En divisant par -3, le $<$ devient $>$. Teste $x = 0$: il convient, or il n'est pas dans ton ensemble.

`[-4;+inf[ / [-4;+∞[` → L'inégalité est **stricte** : -4 n'est pas solution, son crochet reste ouvert.

EXERCICE 3 · PRATIQUE

Une équation avec des fractions

Résoudre dans $\mathbb{R}$: $\dfrac{x+1}{4} + \dfrac{x}{6} = 2$.

Réponse attendue : `21/5` — aussi acceptées : 4.2

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Multiplie les deux membres par un dénominateur commun pour supprimer les fractions.
2. Ici 12 convient : c'est le plus petit multiple commun de 4 et de 6. N'oublie pas de multiplier **aussi** le membre de droite.
3. La barre de fraction est une parenthèse : $12 \times \dfrac{x+1}{4} = 3(x+1)$.

CORRECTION

Multiplier par 12 —

$12 \times \frac{x+1}{4} + 12 \times \frac{x}{6} = 12 \times 2$

Chaque numérateur garde sa parenthèse.

$3(x+1) + 2x = 24$

Développer —

$3x + 3 + 2x = 24$

Réduire et résoudre —

$5x = 21 \iff x = \frac{21}{5}$

Le dénominateur commun ramène toute l'équation aux entiers en une seule opération.

PIÈGES ANTICIPÉS

`23/5 / 4.6` → Tu as écrit $3x + 1$ au lieu de $3(x+1) = 3x + 3$. Tout le numérateur est multiplié.

`-1/5 / -0.2` → Tu n'as pas multiplié le 2 par 12. Une transformation s'applique aux **deux** membres.

EXERCICE 4 · PRATIQUE

Un rectangle à retrouver

Le périmètre d'un rectangle est 54 cm. Sa longueur dépasse sa largeur de 5 cm.

Quelle est la largeur, en cm ?

Réponse attendue : 11

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Commence par nommer l'inconnue : « Soit x la largeur, en cm ». La longueur s'écrit alors en fonction de x.
2. Le périmètre d'un rectangle vaut $2(L + \ell)$.
   $\mathcal{P} = 2(L + \ell)$
3. Traduis l'énoncé, puis résous l'équation du premier degré obtenue.

CORRECTION

L'inconnue — Soit x la largeur en cm. La longueur vaut $x + 5$.

$\ell = x \quad ; \quad L = x + 5$

Traduire —

$2\big(x + x + 5\big) = 54$

Résoudre —

$4x + 10 = 54 \iff 4x = 44 \iff x = 11$

Revenir à la question — Vérification du périmètre : $2(11 + 16) = 54$.

$\ell = 11 \text{ cm} \quad ; \quad L = 16 \text{ cm}$

On nomme, on traduit, on résout, puis on revient à ce que demandait l'énoncé.

PIÈGES ANTICIPÉS

`16` → 16 cm, c'est la **longueur**. La question porte sur la largeur, qui est 5 cm de moins.

`24.5` → Tu as travaillé sur 54 comme si c'était $L + \ell$. Le périmètre en est le double.

`13.5` → Tu as divisé 54 par 4, ce qui reviendrait à un carré. Ici la longueur dépasse la largeur de 5 cm.

EXERCICE 5 · RAISONNEMENT

Une inéquation à dénominateur

Résoudre dans $\mathbb{R}$: $\dfrac{3x - 1}{2} \geq x + 4$.

Donner la plus petite valeur entière de x qui convient.

Réponse attendue : `9`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Multiplie les deux membres par 2. Le multiplicateur est positif : le sens ne change pas.
2. N'oublie pas la parenthèse à droite : $2 \times (x + 4) = 2x + 8$.
3. Le symbole est $\geq$: la borne trouvée fait partie des solutions.

CORRECTION

Supprimer le dénominateur — $2 > 0$: le sens est conservé.

$$3x - 1 \geq 2(x + 4)$$

$$3x - 1 \geq 2x + 8$$

Rassembler — On retire $2x$ et on ajoute 1 des deux côtés.

$$x \geq 9$$

L'ensemble — Le crochet se ferme sur 9, qui est solution.

$$S = [9\,;+\infty[$$

Comme l'inégalité est large, la borne appartient à l'ensemble : c'est elle, la plus petite valeur entière.

PIÈGES ANTICIPÉS

`10` → Tu as traité $\geq$ comme $>$. L'inégalité est large : la borne elle-même convient.

`5` → Tu as multiplié seulement le x à droite. Le $+4$ est aussi multiplié par 2.

EXERCICE 6 · DEFI

Comparer deux expressions

On pose $A = 2(x - 3)$ et $B = 5 - (x + 1)$. On cherche les valeurs de x pour lesquelles $A > B$.

Donner la borne de l'ensemble des solutions.

Réponse attendue : `10/3`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Développe chaque expression avant de comparer.
2. Attention au signe moins devant $(x + 1)$: il change le signe des **deux** termes.
3. Rassemble ensuite les x d'un côté, les nombres de l'autre.

CORRECTION

Développer A —

$A = 2(x - 3) = 2x - 6$

Développer B — Le moins change le signe de x **et** de 1.

$B = 5 - (x + 1) = 5 - x - 1 = 4 - x$

Poser l'inéquation —

$2x - 6 > 4 - x$

Rassembler — On ajoute x et 6 des deux côtés : le sens ne change pas.

$3x > 10$

Diviser — $3 > 0$: le sens est conservé.

$x > \frac{10}{3}$

$S = \left] \frac{10}{3} ; +\infty \right[$

Aucune division par un négatif ici : le sens reste le même du début à la fin.

PIÈGES ANTICIPÉS

`4` → Tu as écrit $5 - x + 1$. Le moins s'applique à toute la parenthèse : c'est $5 - x - 1$.

`10` → Tu es arrivé à $3x > 10$ et tu t'es arrêté. Il reste à diviser par 3.

`3.33 / 3.3 / 3.333` → C'est une valeur approchée de la borne, pas la borne elle-même. La division ne tombe pas juste : garde-la exacte, sous forme de fraction.

EXERCICE 7 · BASE **Deux solutions, pas une**

Résoudre l'équation $x^2 = 49$.

Donner l'ensemble des solutions.

Écrire l'ensemble des solutions, par exemple {-2;2}.

Réponse attendue : `{-7;7}` — aussi acceptées : {-7 ; 7} · -7;7 · {7;-7} · -7 et 7 · {-7,7}

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Commence par regarder le signe du membre de droite : c'est lui qui décide du nombre de solutions.
2. 49 est positif : il y a donc deux solutions, et elles sont opposées l'une de l'autre. Cherche un nombre dont le carré vaut 49, puis pense à son opposé.

CORRECTION

Le signe de 49 — $49 > 0$: l'équation admet deux solutions, opposées.

$x = \sqrt{49} \quad \text{ou} \quad x = -\sqrt{49}$

$S = \{-7\,;\,7\}$

Vérifie les deux : $7^2 = 49$ et $(-7)^2 = 49$. Un carré efface le signe, c'est précisément pourquoi il y a deux antécédents.

PIÈGES ANTICIPÉS

`{7} / 7` → Tu n'as gardé que la solution positive. $(-7)^2$ vaut aussi 49 : la solution négative compte autant.

`{24.5} / 24.5` → Tu as divisé par 2 au lieu de prendre la racine carrée. L'inconnue est au **carré**, pas multipliée par 2.

EXERCICE 8 · PRATIQUE

Quand il n'y a rien à trouver

Résoudre l'équation $x^2 + 9 = 0$.

Donner l'ensemble des solutions.

Répondre par l'ensemble des solutions, ou par « aucune solution ».

Réponse attendue : `vide` — aussi acceptées : ensemble vide · aucune solution · pas de solution · S = vide

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Isole d'abord le carré : ramène l'équation à la forme $x^2 = a$.
2. Tu obtiens $x^2 = -9$. Avant de chercher une racine, regarde le signe : que vaut le carré d'un réel, au minimum ?

CORRECTION

On isole le carré —

$$x^2 + 9 = 0 \iff x^2 = -9$$

Le signe de −9 — Pour tout réel x, $x^2 \geq 0$. Aucun réel n'a donc un carré égal à -9.

$$S = \varnothing$$

Le réflexe : regarder le signe **avant** de prendre une racine. On ne trouve pas -3 ici, car $(-3)^2 = 9$ et non -9. À ce niveau, une équation peut parfaitement n'avoir aucune solution — et le dire est la bonne réponse.

PIÈGES ANTICIPÉS

`{-3;3} / {-3 ; 3} / -3;3` → Tu as pris la racine de 9 en ignorant le signe moins. Or $(\pm 3)^2 = 9$, pas -9 : ces deux nombres ne sont pas solutions.

`{-3} / -3` → $(-3)^2$ vaut 9 et non -9. Un carré ne peut pas être négatif, quel que soit le signe du nombre de départ.

EXERCICE 9 · BASE

Remonter un programme

On choisit un nombre, on le multiplie par 3, puis on ajoute 7. On obtient 25.

Déterminer le nombre choisi.

Donner le nombre choisi.

Réponse attendue : 6

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Appelle x le nombre choisi et écris le programme en une seule ligne.
2. Pour remonter le programme, on annule les opérations dans l'ordre **inverse** : d'abord « ajouter 7 », puis « multiplier par 3 ».

CORRECTION

Avec une lettre — Soit x le nombre choisi.

$3x + 7 = 25$

Isoler — On retire 7 aux deux membres.

$3x = 18$

Diviser — On divise les deux membres par 3.

$x = \frac{18}{3}$

Vérification —

$3 \times 6 + 7 = 25$ ✓

$x = 6$

On remonte le programme en annulant chaque opération, de la dernière à la première : c'est exactement résoudre l'équation.

PIÈGES ANTICIPÉS

32/3 → Tu as ajouté 7 au lieu de le retirer. Pour annuler « ajouter 7 », on retire 7.

4/3 → Tu as annulé les opérations dans le mauvais ordre : on annule d'abord la **dernière** opération, « ajouter 7 », avant de diviser par 3.

EXERCICE 10 · BASE

La parenthèse du programme

On choisit un nombre, on lui retranche 4, puis on multiplie le résultat par 5. On obtient 35.

Déterminer le nombre choisi.

Donner le nombre choisi.

Réponse attendue : 11

INDICES, DANS L'ORDRE

1. « Multiplier **le résultat** par 5 » : c'est toute la différence qui est multipliée. Écris-la entre parenthèses.
2. La dernière opération est la multiplication par 5 : c'est elle qu'on annule en premier.

CORRECTION

Avec une lettre — Soit x le nombre choisi. Le résultat $x - 4$ est multiplié par 5.

$5(x - 4) = 35$

Diviser par 5 —

$x - 4 = 7$

Ajouter 4 —

$x = 7 + 4$

Vérification —

$5 \times (11 - 4) = 5 \times 7 = 35$ ✓

$x = 11$

Quand le programme dit « le résultat », la parenthèse est obligatoire dans l'équation.

PIÈGES ANTICIPÉS

39/5 / 7.8 → Tu as écrit $5x - 4 = 35$: seul x a été multiplié. C'est le résultat $x - 4$ tout entier qui est multiplié par 5.

3 → Tu as retranché 4 au lieu de l'ajouter. Pour annuler « retrancher 4 », on ajoute 4.

EXERCICE 11 · BASE

Un programme qui change le signe

On choisit un nombre, on le multiplie par -2, puis on ajoute 9. On obtient 1.

Déterminer le nombre choisi.

Donner le nombre choisi.

Réponse attendue : 4

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Écris l'équation : le nombre x multiplié par -2, augmenté de 9, vaut 1.
2. Retire 9 aux deux membres, puis divise par -2 : attention au signe du quotient.

CORRECTION

Avec une lettre — Soit x le nombre choisi.

$-2x + 9 = 1$

Isoler — On retire 9 aux deux membres.

$-2x = -8$

Diviser par −2 —

$x = \frac{-8}{-2}$

Vérification —

$-2 \times 4 + 9 = 1$ ✓

$x = 4$

Le quotient de deux nombres négatifs est positif : la vérification le confirme.

PIÈGES ANTICIPÉS

-5 → Tu as ajouté 9 au lieu de le retirer : $-2x = 1 + 9$. Le $+9$ change de signe en changeant de membre.

-4 → Tu t'es trompé dans le signe du quotient : $\dfrac{-8}{-2}$ est positif.

EXERCICE 12 · BASE

Quand le tâtonnement ne suffit pas

Maths à la carte
ABDELKADER HAMMAMI

Un programme de calcul : multiplier par 4, puis retirer 6. Avec 2 on obtient 2, avec 5 on obtient 14.

Déterminer le nombre de départ qui donne 8.

Donner le nombre de départ.

Réponse attendue : `7/2` — aussi acceptées : `3.5`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Les essais disent seulement que le nombre cherché est entre 2 et 5. Écris plutôt l'équation.
2. L'équation est $4x - 6 = 8$: isole $4x$, puis divise par 4.
3. Le résultat n'est pas forcément un entier : c'est justement pour cela que les essais échouent.

CORRECTION

Avec une lettre — Soit x le nombre de départ.

$$4x - 6 = 8$$

Isoler — On ajoute 6 aux deux membres.

$$4x = 14$$

Diviser —

$$x = \frac{14}{4}$$

Vérification —

$$4 \times 3{,}5 - 6 = 14 - 6 = 8 \quad \checkmark$$

$$x = \frac{7}{2}$$

Un nombre qui n'est pas entier se trouve difficilement en essayant ; l'équation le donne du premier coup.

PIÈGES ANTICIPÉS

`1/2 / 0.5` → Tu as écrit $4x = 8 - 6$. Pour annuler « retirer 6 », on ajoute 6.

`8` → Tu as annulé les opérations dans le mauvais ordre : on annule d'abord « retirer 6 », la dernière opération, puis « multiplier par 4 ».

EXERCICE 13 · PRATIQUE

Deux programmes, un même résultat

Programme A : multiplier par 3, puis ajouter 5. Programme B : multiplier par 5, puis retirer 9.

Déterminer le nombre de départ pour lequel les deux programmes donnent le même résultat.

Donner le nombre de départ.

Réponse attendue : `7`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Écris le résultat de chaque programme en fonction de x, puis écris qu'ils sont égaux.
2. Rassemble les termes en x d'un côté et les nombres de l'autre : chaque terme qui change de membre change de signe.

CORRECTION

Traduire — Soit x le nombre de départ. A donne $3x + 5$ et B donne $5x - 9$.

$$3x + 5 = 5x - 9$$

Rassembler — On retire $3x$ et on ajoute 9 aux deux membres.

$$14 = 2x$$

Diviser —

$$x = \frac{14}{2}$$

Vérification — A donne 26, B donne 26.

$$3 \times 7 + 5 = 26 = 5 \times 7 - 9 \quad \checkmark$$

$$x = 7$$

Deux programmes qui donnent le même résultat : on écrit l'égalité de leurs deux expressions.

PIÈGES ANTICIPÉS

2 → Tu as écrit $-2x = -9 + 5$: en passant de l'autre côté, le $+5$ devient -5, pas $+5$.

-7 → Tu es arrivé à $-2x = -14$ et tu t'es trompé de signe en divisant : $\dfrac{-14}{-2}$ est positif.

EXERCICE 14 · PRATIQUE

Un programme en quatre étapes

Penser à un nombre. Lui ajouter 3. Multiplier le résultat par 2. Retrancher 4. Diviser le tout par 2. On obtient 10.

Déterminer le nombre pensé.

Donner le nombre pensé.

Réponse attendue : 9

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Écris l'expression obtenue à chaque étape en fonction de x, sans oublier les parenthèses.
2. Le programme s'écrit en une seule ligne :
   $\frac{2(x+3)-4}{2} = 10$
3. Tu peux aussi remonter le programme : multiplier par 2, ajouter 4, diviser par 2, retirer 3.

CORRECTION

Traduire — Soit x le nombre pensé.

$$\frac{2(x+3)-4}{2} = 10$$

Multiplier par 2 —

$$2(x + 3) - 4 = 20$$

Développer —

$$2x + 6 - 4 = 20 \iff 2x + 2 = 20$$

Résoudre —

$$2x = 18$$

$x = 9$

Chaque « le résultat » du programme se traduit par une parenthèse ; ensuite, la méthode est celle de toute équation.

PIÈGES ANTICIPÉS

9/2 / 4.5 → Tu n'as divisé par 2 que le terme 2 de $2x + 2$, et pas $2x$. C'est tout le numérateur qui est divisé : $\dfrac{2x+2}{2} = x + 1$.

4 → Tu as oublié d'annuler la dernière opération, « diviser par 2 » : il faut d'abord multiplier 10 par 2.

EXERCICE 15 · PRATIQUE

Un programme qui donne toujours la même chose

Choisir un nombre. Le multiplier par 6. Ajouter 12. Diviser le résultat par 3. Retrancher enfin le double du nombre choisi.

Déterminer le résultat obtenu, quel que soit le nombre choisi.

Donner le résultat obtenu.

Réponse attendue : 4

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Appelle x le nombre choisi et écris le résultat du programme en fonction de x.
2. La division par 3 porte sur toute la somme $6x + 12$: divise chacun de ses deux termes.

CORRECTION

Traduire — Soit x le nombre choisi.

$\frac{6x+12}{3} - 2x$

Diviser chaque terme —

$= 2x + 4 - 2x$

Réduire — Les termes en x s'annulent.

$= 4$

Contrôle — Avec $x = 5$: $30 + 12 = 42$, puis 14, puis $14 - 10 = 4$.

$\frac{6\times5+12}{3} - 2 \times 5 = 4$ ✓

4

Écrire le programme avec une lettre montre ce que les essais ne font que suggérer : le résultat ne dépend pas du nombre choisi.

PIÈGES ANTICIPÉS

12 → Tu n'as divisé par 3 que le terme $6x$. La division porte sur toute la somme : $\dfrac{12}{3} = 4$ aussi.

EXERCICE 16 · PRATIQUE

Un résultat négatif

On choisit un nombre x, on lui ajoute 5, puis on multiplie le résultat par 3. Le programme donne -6.

Déterminer x.

Donner la valeur de x.

Réponse attendue : -7

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Le programme donne $3(x+5)$: écris l'équation correspondante.
2. Divise d'abord les deux membres par 3, puis annule « ajouter 5 ».

CORRECTION

Traduire —

$3(x+5) = -6$

Diviser par 3 —

$x + 5 = -2$

Retirer 5 —

$x = -2 - 5$

Vérification —

$3 \times (-7+5) = 3 \times (-2) = -6$ ✓

$x = -7$

Un résultat négatif ne change rien à la méthode : on annule les opérations dans l'ordre inverse.

PIÈGES ANTICIPÉS

-11/3 → Tu as écrit $3x + 5 = -6$. C'est la somme $x+5$ qui est multipliée par 3 : $3(x+5)$.

3 → Tu as ajouté 5 au lieu de le retirer : de $x + 5 = -2$ on tire $x = -2 - 5$.

EXERCICE 17 · RAISONNEMENT

Le nombre de Karim

Karim choisit un nombre, le multiplie par 4, ajoute 3, puis multiplie le résultat par 2. Il annonce 46.

Déterminer le nombre choisi par Karim.

Donner le nombre choisi par Karim.

Réponse attendue : 5

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Écris le programme en une ligne : la dernière multiplication porte sur tout le résultat $4x+3$.
2. Commence par annuler la dernière opération : divise les deux membres par 2.

CORRECTION

Traduire — Soit x le nombre choisi.

$2(4x+3) = 46$

Diviser par 2 —

$4x + 3 = 23$

Isoler —

$4x = 20$

Vérification —

$2 \times (4 \times 5 + 3) = 2 \times 23 = 46$ ✓

$x = 5$

Plus le programme est long, plus la parenthèse compte : c'est elle qui garde l'ordre des opérations.

PIÈGES ANTICIPÉS

43/8 → Tu as écrit $8x + 3 = 46$: le 3 aussi est multiplié par 2. Le résultat entier $4x + 3$ est doublé.

89/4 / 22.25 → Tu as multiplié 46 par 2. Pour annuler « multiplier par 2 », on divise par 2.

EXERCICE 18 · RAISONNEMENT

Deux programmes qui se rencontrent

Programme A : ajouter 2, puis multiplier le résultat par 5. Programme B : multiplier par 2, puis ajouter 17.

Déterminer le nombre de départ pour lequel les deux programmes donnent le même résultat.

Donner le nombre de départ, sous forme de fraction irréductible.

Réponse attendue : 7/3

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Programme A donne $5(x + 2)$; écris aussi le résultat du programme B, puis l'égalité.
2. Développe, puis rassemble les x d'un côté et les nombres de l'autre.
3. Le résultat n'est pas un entier : garde-le sous forme de fraction.

CORRECTION

Traduire — Soit x le nombre de départ.

$5(x + 2) = 2x + 17$

Développer —

$5x + 10 = 2x + 17$

Rassembler — On retire $2x$ et 10 aux deux membres.

$3x = 7$

Diviser —

$x = \frac{7}{3}$

Vérification — A donne $5 \times \frac{13}{3} = \frac{65}{3}$, B donne $\frac{14}{3} + 17 = \frac{65}{3}$.

$\frac{65}{3} = \frac{65}{3}$ ✓

$x = \frac{7}{3}$

Aucun essai sur les entiers n'aurait trouvé ce nombre : l'équation, si.

PIÈGES ANTICIPÉS

5 → Tu as écrit $5x + 2$: c'est la somme $x + 2$ entière qui est multipliée par 5.

9 → Tu as écrit $3x = 17 + 10$. Le $+10$ change de membre : il devient -10.

2.33 / 2.3 / 2.333 → C'est une valeur approchée. La division ne tombe pas juste : garde la fraction exacte.

EXERCICE 19 · RAISONNEMENT

Un résultat fractionnaire

On choisit un nombre, on le multiplie par -3, puis on ajoute 1. On obtient $-\frac{1}{2}$.

Déterminer le nombre choisi.

Donner le nombre choisi.

Réponse attendue : 1/2 — aussi acceptées : 0.5

INDICES, DANS L'ORDRE

1. L'équation est $-3x + 1 = -\frac{1}{2}$: isole d'abord $-3x$.
2. Retirer 1 à $-\frac{1}{2}$, c'est descendre encore d'une unité.
3. Divise enfin par -3 : deux nombres négatifs ont un quotient positif.

CORRECTION

Traduire — Soit x le nombre choisi.

$-3x + 1 = -\frac{1}{2}$

Isoler — On retire 1 aux deux membres.

$-3x = -\frac{3}{2}$

Diviser par −3 —

$x = \frac{-3}{2} \times \frac{1}{-3}$

Vérification —

$-3 \times \frac{1}{2} + 1 = -\frac{1}{2}$ ✓

$x = \frac{1}{2}$

Les fractions et les signes ne changent pas la méthode : isoler, diviser, vérifier.

PIÈGES ANTICIPÉS

-1/6 → Tu as écrit $-3x = -\frac{1}{2} + 1$. Le $+1$ change de membre en changeant de signe : $-\frac{1}{2} - 1$.

-1/2 / -0.5 → Tu t'es trompé de signe en divisant $-\frac{3}{2}$ par -3 : le quotient de deux négatifs est positif.

EXERCICE 20 · DEFI

La commerçante et ses deux années

Une commerçante possède une somme de départ. La première année, elle dépense 200 D, puis augmente ce qui lui reste d'un quart. La deuxième année, elle recommence : elle dépense 200 D, puis augmente ce qui lui reste d'un quart. Elle possède alors $1\,625$ D.

Déterminer la somme de départ.

Donner la somme de départ, en dinars.

Réponse attendue : `1400`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Augmenter une somme s d'un quart, c'est la multiplier par $\frac{5}{4}$.
2. Tu peux remonter le programme depuis la fin : pour annuler « multiplier par $\frac{5}{4}$ », on multiplie par $\frac{4}{5}$.
3. Soit x la somme de départ : après la première année, elle possède $\frac{5}{4}(x-200)$.

CORRECTION

Première année — Soit x la somme de départ, en dinars.

$\frac{5}{4}(x-200)$

Deuxième année —

$\frac{5}{4}\left(\frac{5}{4}(x-200)-200\right)=1625$

Annuler le dernier quart — On multiplie les deux membres par $\frac{4}{5}$.

$\frac{5}{4}(x-200)-200=1300$

Annuler la dépense —

$\frac{5}{4}(x-200)=1500 \iff x-200=1200$

Vérification — $1\,400-200=1\,200$, puis $1\,500$; $1\,500-200=1\,300$, puis $1\,625$.

$1200 \to 1500 \to 1300 \to 1625$ ✓

$x=1\,400$

Un problème en plusieurs étapes se remonte à l'envers, étape par étape : chaque opération a son opération inverse.

PIÈGES ANTICIPÉS

`1264.0625` → Tu as annulé « augmenter d'un quart » en retirant un quart, c'est-à-dire en multipliant par $\frac{3}{4}$. Or $\frac{5}{4}\times\frac{3}{4}\neq 1$: l'inverse de $\frac{5}{4}$ est $\frac{4}{5}$.

`1240 / 1200` → Tu n'as annulé la dépense de 200 D qu'une seule fois. Chaque année commence par une dépense : il faut la rajouter deux fois.

EXERCICE 21 · BASE **Isoler, puis diviser**

Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $7x+5=26$.

Réponse attendue : 3

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Fais d'abord disparaître le $+5$ du membre de gauche.
2. Une fois $7x$ seul, divise les deux membres par le coefficient de x.

CORRECTION

Isoler — On retire 5 aux deux membres.

$7x = 21$

Diviser —

$x = \frac{21}{7}$

Vérification —

$7 \times 3 + 5 = 26$ ✓

$S = \{3\}$

Deux gestes, toujours dans cet ordre : rassembler, puis diviser par le coefficient de x.

PIÈGES ANTICIPÉS

31/7 → Tu as écrit $7x = 26 + 5$. En changeant de membre, le $+5$ devient -5.

147 → Tu as multiplié par 7 au lieu de diviser. Le 7 multiplie déjà x : pour l'annuler, on divise.

EXERCICE 22 · BASE **Un coefficient négatif**

Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $-5x = 35$.

Réponse attendue : -7

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Il suffit de diviser les deux membres par le coefficient de x.
2. Le coefficient est -5 : quel est le signe du quotient de 35 par un nombre négatif ?

CORRECTION

Diviser par −5 —

$x = \frac{35}{-5}$

Vérification —

$-5 \times (-7) = 35$ ✓

$S = \{-7\}$

On divise par le coefficient avec son signe : ici -5, pas 5.

PIÈGES ANTICIPÉS

7 → Tu as divisé par 5 au lieu de -5. Vérifie : $-5 \times 7 = -35$, pas 35.

-1/7 → Tu as calculé $\frac{-5}{35}$. On divise le membre de droite par le coefficient : $\frac{35}{-5}$.

EXERCICE 23 · BASE

Le terme en x à droite du nombre

Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $9 - 2x = 3$.

Réponse attendue : 3

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Le terme en x est $-2x$, avec son signe. Retire d'abord 9 aux deux membres.
2. Tu obtiens une équation de la forme $-2x = \ldots$: divise par -2.

CORRECTION

Isoler — On retire 9 aux deux membres.

$-2x = 3 - 9 = -6$

Diviser par −2 —

$x = \frac{-6}{-2}$

Vérification —

$9 - 2 \times 3 = 3$ ✓

$S = \{3\}$

Le signe placé devant $2x$ fait partie du coefficient : ici, on divise par -2.

PIÈGES ANTICIPÉS

-6 → Tu as écrit $-2x = 3 + 9$. Le 9 change de membre : il devient -9.

-3 → Tu es arrivé à $-2x = -6$ mais tu t'es trompé en divisant : $\frac{-6}{-2}$ est positif.

EXERCICE 24 · BASE

Est-ce une solution ?

Le nombre -2 est-il solution de l'équation $5x + 3 = 2x - 3$?

Répondre par « oui » ou « non ».

Réponse attendue : `oui`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Pas besoin de résoudre : remplace x par -2 dans chacun des deux membres.
2. Calcule séparément le membre de gauche et le membre de droite, puis compare.

CORRECTION

Membre de gauche —

$5 \times (-2) + 3 = -10 + 3 = -7$

Membre de droite —

$2 \times (-2) - 3 = -4 - 3 = -7$

Comparer — Les deux membres sont égaux : l'égalité est vraie pour $x = -2$.

$-7 = -7$

-2 est solution

Pour savoir si un nombre est solution, on le remplace dans les deux membres : c'est aussi ainsi qu'on vérifie une résolution.

PIÈGES ANTICIPÉS

non → Refais le calcul en remplaçant x par -2 des deux côtés, en gardant les parenthèses : $5 \times (-2) = -10$ et $2 \times (-2) = -4$.

EXERCICE 25 · PRATIQUE

Une parenthèse à développer

Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $3(x - 4) = 2x + 1$.

Réponse attendue : 13

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Commence par développer le membre de gauche : le 3 multiplie **les deux** termes de la parenthèse.
2. Rassemble ensuite les termes en x à gauche, les nombres à droite.

CORRECTION

Développer —

$3x - 12 = 2x + 1$

Rassembler — On retire $2x$ et on ajoute 12 aux deux membres.

$x = 1 + 12$

Vérification —

$3 \times (13 - 4) = 27 = 2 \times 13 + 1$ ✓

$S = \{13\}$

Développer d'abord, rassembler ensuite : une équation avec parenthèses se ramène toujours à $ax + b = 0$.

PIÈGES ANTICIPÉS

5 → Tu as écrit $3x - 4$: le 3 multiplie aussi le 4. On a $3(x - 4) = 3x - 12$.

-11 → Tu as écrit $x = 1 - 12$. Le -12 change de membre en changeant de signe : il devient $+12$.

EXERCICE 26 · PRATIQUE

Où est l'erreur ?

Un élève résout $6x - 5 = 2x + 7$ ainsi : $6x - 2x = 7 + 5$, donc $4x = 12$, donc $x = 12 - 4 = 8$.

Résoudre correctement l'équation.

Réponse attendue : 3

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Les deux premières lignes sont justes. Regarde le dernier passage : que fait le 4 devant x ?

---

2. Le 4 multiplie x : pour l'annuler, on ne soustrait pas, on divise.

CORRECTION

Rassembler — Cette étape de l'élève est juste.

$6x - 2x = 7 + 5 \iff 4x = 12$

Diviser — C'est ici l'erreur : $4x$ signifie $4 \times x$, on divise donc par 4.

$x = \frac{12}{4}$

Vérification —

$6 \times 3 - 5 = 13 = 2 \times 3 + 7$ ✓

$S = \{3\}$

Un coefficient multiplie l'inconnue : il s'annule par une division, jamais par une soustraction.

PIÈGES ANTICIPÉS

`8` → C'est la réponse de l'élève : $x = 12 - 4$ est faux. $4x$, c'est $4 \times x$: on divise par 4.

`1/2 / 0.5` → Tu as écrit $4x = 7 - 5$. En passant à droite, le -5 devient $+5$.

EXERCICE 27 · PRATIQUE

Deux parenthèses, un signe moins

Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $2(3x - 1) - 3(x - 4) = x + 6$.

Réponse attendue : `-2`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Développe chaque produit. Attention : c'est -3 qui multiplie la deuxième parenthèse.
2. $-3 \times (-4)$ est positif.
3. Réduis le membre de gauche avant de rassembler les x.

CORRECTION

Développer —

$6x - 2 - 3x + 12 = x + 6$

Réduire —

$3x + 10 = x + 6$

Rassembler — On retire x et 10 aux deux membres.

$2x = -4$

Vérification —

$2 \times (-7) - 3 \times (-6) = 4 = -2 + 6$ ✓

$S = \{-2\}$

Le signe placé devant une parenthèse s'applique à chacun de ses termes.

PIÈGES ANTICIPÉS

`10` → Tu as écrit $-3(x - 4) = -3x - 12$. Or $-3 \times (-4) = +12$.

`8` → Tu as écrit $2x = 6 + 10$. Le $+10$ change de membre : il devient -10.

EXERCICE 28 · PRATIQUE

Des coefficients décimaux

Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $0{,}5x + 2{,}3 = 1{,}3x - 0{,}9$.

Réponse attendue : 4

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Les décimaux ne changent pas la méthode : rassemble les x d'un côté, les nombres de l'autre.
2. Tu peux aussi multiplier les deux membres par 10 pour travailler avec des entiers.

CORRECTION

Multiplier par 10 —

$5x + 23 = 13x - 9$

Rassembler — On retire $5x$ et on ajoute 9 aux deux membres.

$32 = 8x$

Diviser —

$x = \frac{32}{8}$

Vérification —

$0{,}5 \times 4 + 2{,}3 = 4{,}3 = 1{,}3 \times 4 - 0{,}9$ ✓

$S = \{4\}$

Multiplier par 10 (un nombre non nul) donne une équation équivalente, sans virgule.

PIÈGES ANTICIPÉS

`7/4 / 1.75` → Tu as écrit $0{,}8x = 2{,}3 - 0{,}9$. Le $-0{,}9$ change de membre : il devient $+0{,}9$.

`-4` → Tu es arrivé à $-0{,}8x = -3{,}2$ et tu t'es trompé de signe : le quotient de deux négatifs est positif.

EXERCICE 29 · PRATIQUE

Trouver le paramètre

Déterminer le réel a pour que 3 soit solution de l'équation $ax - 7 = 2a + 5$, d'inconnue x.

Donner la valeur de a.

Réponse attendue : 12

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Dire que 3 est solution, c'est dire que l'égalité est vraie quand on remplace x par 3.
2. Tu obtiens alors une équation dont l'inconnue est a : résous-la.

CORRECTION

Remplacer x par 3 —

$3a - 7 = 2a + 5$

Résoudre en a — On retire $2a$ et on ajoute 7 aux deux membres.

$a = 5 + 7$

Vérification — Avec $a = 12$: $12 \times 3 - 7 = 29$ et $2 \times 12 + 5 = 29$.

$29 = 29$ ✓

$a = 12$

Une solution connue transforme l'équation en une équation sur le paramètre.

PIÈGES ANTICIPÉS

`-2` → Tu as écrit $a = 5 - 7$. Le -7 change de membre : il devient $+7$.

EXERCICE 30 · RAISONNEMENT

Quand x disparaît

Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $2(x + 3) = 2x + 1$.

Écrire l'ensemble des solutions entre accolades, valeurs séparées par « ; », ou « aucune solution ».

Réponse attendue : `vide` — aussi acceptées : ensemble vide · aucune solution · pas de solution

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Développe le membre de gauche, puis rassemble les termes en x.
2. Les termes en x s'annulent. Que reste-t-il ? Est-ce vrai ?

CORRECTION

Développer —

$2x + 6 = 2x + 1$

Rassembler — On retire $2x$ aux deux membres.

$6 = 1$

Conclure — Cette égalité est fausse, quelle que soit la valeur de x : aucun réel n'est solution.

$S = \varnothing$

Quand l'inconnue disparaît, on lit l'égalité qui reste : fausse, l'équation n'a aucune solution ; toujours vraie, tous les réels sont solutions.

PIÈGES ANTICIPÉS

`0 / {0}` → L'inconnue a disparu, mais cela ne veut pas dire que $x = 0$. Teste : $2(0 + 3) = 6$ et $2 \times 0 + 1 = 1$. Ce n'est pas une solution.

`R / IR / ℝ` → L'égalité qui reste, $6 = 1$, est fausse : elle n'est vraie pour aucun x.

EXERCICE 31 · RAISONNEMENT

Une égalité toujours vraie

Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $3(x - 2) + 6 = 3x$.

Écrire l'ensemble des solutions (noter $\mathbb{R}$ « R » ou « IR »), ou « aucune solution ».

Réponse attendue : `R` — aussi acceptées : IR · ℝ ·]-inf;+inf[·]-∞;+∞[· tous les réels

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Développe et réduis le membre de gauche.
2. Les termes en x disparaissent : l'égalité qui reste est-elle vraie ou fausse ?

CORRECTION

Développer —

$3x - 6 + 6 = 3x$

Réduire —

$3x = 3x$

Conclure — Cette égalité est vraie pour **tout** réel x : chaque réel est solution.

$0 = 0$

$S = \mathbb{R}$

Une égalité qui reste vraie après la disparition de x est vraie pour tous les réels.

PIÈGES ANTICIPÉS

`vide / aucune solution` → L'égalité obtenue, $0 = 0$, n'est pas fausse : elle est vraie, et pour tous les x.

`0 / {0}` → 0 est bien solution, mais il n'est pas le seul : essaie $x = 5$, l'égalité est encore vraie.

EXERCICE 32 · RAISONNEMENT

Le coefficient qui s'annule

On considère l'équation $(m - 2)x = 5$, d'inconnue x, où m est un réel.

Déterminer la valeur de m pour laquelle cette équation n'a pas de solution.

Donner la valeur de m.

Réponse attendue : 2

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Si le coefficient de x n'est pas nul, on peut diviser par lui : il y a alors une solution.
2. Que devient l'équation quand le coefficient $m - 2$ vaut 0 ?

CORRECTION

Coefficient non nul — Si $m - 2 \neq 0$, l'équation a une solution unique.

$x = \frac{5}{m-2}$

Coefficient nul — Si $m - 2 = 0$, c'est-à-dire $m = 2$, l'équation devient $0 \times x = 5$.

$0 = 5$

Conclure — Cette égalité est fausse pour tout x : pas de solution.

$m = 2$

On ne divise par le coefficient de x que s'il n'est pas nul : le cas nul se traite à part.

PIÈGES ANTICIPÉS

`-2` → Pour $m = -2$, le coefficient vaut -4 : l'équation a une solution. C'est $m - 2 = 0$ qu'il faut résoudre.

0 → Pour $m = 0$, l'équation devient $-2x = 5$: elle a une solution. C'est le **coefficient** $m - 2$ qui doit être nul.

EXERCICE 33 · RAISONNEMENT

Se ramener à ax + b = 0

L'équation $4{,}3x + 2 = 1{,}3x - 7$ est équivalente à une équation de la forme $3x + b = 0$.

Déterminer b.

Donner la valeur de b.

Réponse attendue : 9

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Fais passer tous les termes dans le membre de gauche : chaque terme qui change de membre change de signe.
2. Réduis : les termes en x ensemble, les nombres ensemble.

CORRECTION

Tout à gauche —

$4{,}3x - 1{,}3x + 2 + 7 = 0$

Réduire —

$3x + 9 = 0$

$b = 9$

Ajouter un même terme aux deux membres donne une équation équivalente : c'est ainsi qu'on ramène toute équation du premier degré à $ax + b = 0$.

PIÈGES ANTICIPÉS

-5 → Tu as fait passer le -7 à gauche sans changer son signe : $2 - 7$. Il devient $+7$, et $2 + 7 = 9$.

EXERCICE 34 · DEFI

Deux carrés qui se simplifient

Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $(x + 3)^2 - (x - 1)^2 = 32$.

Réponse attendue : 3

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Développe chaque carré avec les identités remarquables.
2. Le signe moins s'applique à **tout** le développement de $(x - 1)^2$: mets-le entre parenthèses.
3. Les termes en x^2 s'annulent : il reste une équation du premier degré.

CORRECTION

Identités remarquables —

$(x + 3)^2 = x^2 + 6x + 9 \quad ; \quad (x - 1)^2 = x^2 - 2x + 1$

Soustraire — Le moins change le signe des trois termes.

$x^2 + 6x + 9 - x^2 + 2x - 1 = 32$

Réduire —

$8x + 8 = 32$

Résoudre —

$8x = 24$

Vérification —

$6^2 - 2^2 = 36 - 4 = 32$ ✓

$S = \{3\}$

Une équation qui contient des carrés n'est pas forcément du second degré : il faut développer avant de juger.

PIÈGES ANTICIPÉS

11/2 / 5.5 → Tu as retiré $x^2 - 2x + 1$ en ne changeant que le premier signe. Le moins s'applique aux trois termes : $-x^2 + 2x - 1$.

12 → Tu as écrit $(x+3)^2 = x^2 + 9$. Il manque le double produit : $(x+3)^2 = x^2 + 6x + 9$.

EXERCICE 35 · DEFI

Des crochets et des parenthèses

Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $5x - [3 - 2(x-4)] = 4(x+1) - 1$.

Réponse attendue : 14/3

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Commence par l'intérieur : développe $-2(x-4)$, puis réduis ce qu'il y a dans les crochets.
2. Le signe moins devant le crochet change le signe de **chacun** des termes qu'il contient.
3. Le résultat n'est pas entier : donne-le sous forme de fraction irréductible.

CORRECTION

L'intérieur du crochet —

$3 - 2(x-4) = 3 - 2x + 8 = 11 - 2x$

Enlever le crochet —

$5x - (11 - 2x) = 5x - 11 + 2x = 7x - 11$

Le membre de droite —

$4(x+1) - 1 = 4x + 3$

Résoudre —

$7x - 11 = 4x + 3 \iff 3x = 14$

$S = \left\{\frac{14}{3}\right\}$

On travaille de l'intérieur vers l'extérieur, et chaque signe moins devant un groupe s'applique à tout le groupe.

PIÈGES ANTICIPÉS

`-2/3` → Tu as écrit $-2(x-4) = -2x - 8$. Or $-2 \times (-4) = +8$.

`2` → En enlevant le crochet, tu n'as changé que le signe du 3. Le moins change le signe de tout ce qu'il contient : $-(11 - 2x) = -11 + 2x$.

`4.67 / 4.7 / 4.667` → C'est une valeur approchée : la division ne tombe pas juste. Garde la fraction exacte.

EXERCICE 36 · BASE

Un carré fractionnaire

Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $x^2 = \dfrac{9}{25}$.

Écrire l'ensemble des solutions entre accolades, valeurs séparées par « ; », ou « aucune solution ».

Réponse attendue : `{-3/5;3/5}` — aussi acceptées : {3/5;-3/5} · -3/5;3/5 · {-0.6;0.6} · -3/5 et 3/5 · x = -3/5 ou x = 3/5 · ±3/5

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Regarde d'abord le signe du membre de droite : il décide du nombre de solutions.
2. Cherche une fraction dont le carré vaut $\dfrac{9}{25}$: le carré d'un quotient est le quotient des carrés. Puis pense à son opposé.

CORRECTION

Le signe de 9/25 — $\dfrac{9}{25} > 0$: deux solutions, opposées l'une de l'autre.

$x = \sqrt{\frac{9}{25}}$ ou $x = -\sqrt{\frac{9}{25}}$

La racine — $3^2 = 9$ et $5^2 = 25$.

$\left(\frac{3}{5}\right)^2 = \frac{9}{25}$

$S = \left\{-\frac{3}{5}\,;\,\frac{3}{5}\right\}$

Un réel positif a deux antécédents par la fonction carré : sa racine carrée et l'opposé de sa racine carrée.

PIÈGES ANTICIPÉS

`{3/5} / 3/5` → Tu as oublié la solution négative : $\left(-\dfrac{3}{5}\right)^2 = \dfrac{9}{25}$ aussi.

`{-3/25;3/25} / -3/25;3/25` → Tu n'as pris la racine que du numérateur : $\left(\dfrac{3}{25}\right)^2 = \dfrac{9}{625}$. La racine porte aussi sur le dénominateur : $\sqrt{25} = 5$.

EXERCICE 37 · BASE

Le cas a = 0

Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $x^2 = 0$.

Écrire l'ensemble des solutions entre accolades, valeurs séparées par « ; », ou « aucune solution ».

Réponse attendue : `{0}` — aussi acceptées : 0 · x = 0

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Un carré est nul si et seulement si le nombre lui-même est nul.
2. Ici, la solution et son opposé sont le même nombre.

CORRECTION

Le signe de a — Le membre de droite vaut 0 : c'est le cas d'une seule solution.

Seul 0 a pour carré 0, et son opposé est lui-même.

$$x^2 = 0 \iff x = 0$$

$$S = \{0\}$$

Quand $a = 0$, les deux solutions opposées se confondent en une seule.

PIÈGES ANTICIPÉS

`vide / aucune solution` → $0^2 = 0$: 0 est bien solution. Il n'y a aucune solution seulement quand a est **strictement** négatif.

EXERCICE 38 · BASE **Un carré négatif ?**

Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $x^2 = -16$.

Écrire l'ensemble des solutions entre accolades, valeurs séparées par « ; », ou « aucune solution ».

Réponse attendue : `vide` — aussi acceptées : ensemble vide · aucune solution · pas de solution

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Avant de chercher une racine, regarde le signe du membre de droite.
2. Que vaut, au minimum, le carré d'un réel ?

CORRECTION

Le signe de −16 — Pour tout réel x, $x^2 \geq 0$. Un carré ne peut pas valoir -16.

$$x^2 \geq 0 > -16$$

$$S = \varnothing$$

Regarder le signe d'abord : si $a < 0$, l'équation $x^2 = a$ n'a aucune solution.

PIÈGES ANTICIPÉS

`{-4;4}` / `-4;4` → $(\pm 4)^2 = 16$, pas -16 : ces nombres ne sont pas solutions.

`{-4}` / `-4` → $(-4)^2 = 16$: le carré efface le signe, il ne peut pas être négatif.

EXERCICE 39 · PRATIQUE **Une racine qui ne tombe pas juste**

Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $x^2 = 7$.

Écrire l'ensemble des solutions entre accolades, valeurs séparées par « ; », ou « aucune solution ».

Réponse attendue : `{-√7;√7}` — aussi acceptées : {-sqrt(7);sqrt(7)} · {-sqrt7;sqrt7} · {-racine(7);racine(7)} · ±sqrt(7) · -√7 et √7

INDICES, DANS L'ORDRE

1. 7 est positif : il y a deux solutions opposées.
2. 7 n'est pas un carré parfait : laisse les solutions sous le radical, une valeur décimale serait arrondie.

CORRECTION

Le signe de 7 — $7 > 0$: deux solutions opposées.

$$x = \sqrt{7} \quad \text{ou} \quad x = -\sqrt{7}$$

$$S = \{-\sqrt{7}\,;\,\sqrt{7}\}$$

Une solution exacte s'écrit avec le radical ; un décimal comme $2{,}65$ n'en est qu'une valeur approchée.

PIÈGES ANTICIPÉS

`{√7} / √7` → Tu as oublié la solution négative : $(-\sqrt{7})^2 = 7$ aussi.

`{-2.65;2.65} / {-2.6;2.6} / {-2.646;2.646}` → Ce sont des valeurs approchées : $2{,}65^2 \neq 7$. Les solutions exactes s'écrivent avec $\sqrt{7}$.

EXERCICE 40 · PRATIQUE

Isoler le carré

Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $x^2 - 25 = 0$.

Écrire l'ensemble des solutions entre accolades, valeurs séparées par « ; », ou « aucune solution ».

Réponse attendue : `{-5;5}` — aussi acceptées : {5;-5} · -5;5 · -5 et 5 · x = -5 ou x = 5

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Ramène d'abord l'équation à la forme $x^2 = a$.
2. Le nombre obtenu est positif : combien de solutions ?

CORRECTION

Isoler le carré — On ajoute 25 aux deux membres.

$$x^2 = 25$$

Le signe de 25 — $25 > 0$: deux solutions opposées.

$$x = 5 \quad \text{ou} \quad x = -5$$

$$S = \{-5\,;\,5\}$$

On isole le carré, on regarde le signe, puis on écrit les deux solutions opposées.

PIÈGES ANTICIPÉS

`{5} / 5` → Tu as oublié la solution négative : $(-5)^2 - 25 = 0$ aussi.

`{-25;25} / -25;25` → Tu as trouvé $x^2 = 25$ puis oublié de prendre la racine carrée : $25^2 = 625$.

EXERCICE 41 · PRATIQUE

Un coefficient devant le carré

Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $3x^2 = 48$.

Écrire l'ensemble des solutions entre accolades, valeurs séparées par « ; », ou « aucune solution ».

Réponse attendue : `{-4;4}` — aussi acceptées : {4;-4} · -4;4 · -4 et 4 · x = -4 ou x = 4

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Le 3 multiplie x^2 : divise les deux membres par 3 pour isoler le carré.
2. Tu obtiens une équation $x^2 = a$ avec a positif.

CORRECTION

Isoler le carré — On divise les deux membres par 3.

$$x^2 = 16$$

Le signe de 16 — $16 > 0$: deux solutions opposées.

$$x = 4 \quad \text{ou} \quad x = -4$$

$$S = \{-4\,;\,4\}$$

Le coefficient de x^2 s'annule par une division, comme celui de x dans une équation du premier degré.

PIÈGES ANTICIPÉS

`{-3√5;3√5}` / `{-√45;√45}` → Tu as retiré 3 au lieu de diviser par 3. $3x^2$, c'est $3 \times x^2$.

`{4}` / `4` → Tu as oublié la solution négative : $3 \times (-4)^2 = 48$ aussi.

EXERCICE 42 · PRATIQUE

Un carré qui devrait être négatif

Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $2x^2 + 10 = 0$.

Écrire l'ensemble des solutions entre accolades, valeurs séparées par « ; », ou « aucune solution ».

Réponse attendue : `vide` — aussi acceptées : ensemble vide · aucune solution · pas de solution

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Isole x^2 : retire 10, puis divise par 2.
2. Regarde le signe du nombre obtenu avant de chercher une racine.

CORRECTION

Isoler le carré —

$$2x^2 = -10 \iff x^2 = -5$$

Le signe de −5 — Un carré est toujours positif ou nul : il ne peut pas valoir -5.

$$S = \varnothing$$

Isoler le carré, puis lire le signe : un carré négatif, c'est aucune solution.

PIÈGES ANTICIPÉS

`{-√5;√5}` / `-√5;√5` → $(\pm\sqrt{5})^2 = 5$, pas -5. Regarde le signe avant de prendre une racine.

`{-5;5}` → Tu as écrit $2x^2 = 10$: le $+10$ change de membre en changeant de signe. Et même alors, $5^2 = 25$, pas 5.

EXERCICE 43 · RAISONNEMENT

Simplifier la racine

Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $x^2 = 12$.

Écrire les solutions sous la forme $a\sqrt{3}$.

Écrire l'ensemble des solutions entre accolades, valeurs séparées par « ; », ou « aucune solution ».

Réponse attendue : `{-2√3;2√3}` — aussi acceptées : {-2sqrt(3);2sqrt(3)} · {-2sqrt3;2sqrt3} · {-2*sqrt(3);2*sqrt(3)} · ±2sqrt(3) · -2√3 et 2√3

INDICES, DANS L'ORDRE

1. 12 est positif : deux solutions opposées, $\sqrt{12}$ et $-\sqrt{12}$.
2. Décompose 12 en produit d'un carré parfait et d'un autre entier.
3. Puis utilise :
$$\sqrt{a \times b} = \sqrt{a} \times \sqrt{b}$$

CORRECTION

Le signe de 12 — $12 > 0$: deux solutions opposées.

$x = \sqrt{12} \quad \text{ou} \quad x = -\sqrt{12}$

Simplifier —

$\sqrt{12} = \sqrt{4 \times 3} = 2\sqrt{3}$

$S = \{-2\sqrt{3}\,;\, 2\sqrt{3}\}$

On résout d'abord ; on simplifie la racine ensuite, en faisant sortir le plus grand carré parfait.

PIÈGES ANTICIPÉS

`{-6;6}` / `-6;6` → Tu as divisé 12 par 2. Prendre la racine carrée n'est pas diviser par 2 : $6^2 = 36$.

`{2√3}` / `2√3` → Tu as oublié la solution négative : $(-2\sqrt{3})^2 = 12$ aussi.

EXERCICE 44 · PRATIQUE

Le côté d'un carré

Un carré a une aire de 50 cm².

Déterminer la valeur exacte de la longueur de son côté.

Donner la longueur du côté en cm, en valeur exacte.

Réponse attendue : `5*sqrt(2)` — aussi acceptées : sqrt(50)

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Appelle c la longueur du côté : l'aire s'écrit c^2.
2. L'équation $c^2 = 50$ a deux solutions, mais une longueur est positive.
3. Simplifie la racine : $50 = 25 \times 2$.

CORRECTION

Traduire — Soit c la longueur du côté, en cm.

$c^2 = 50$

Résoudre — $50 > 0$: deux solutions, $\sqrt{50}$ et $-\sqrt{50}$.

$c = \sqrt{50} \quad \text{ou} \quad c = -\sqrt{50}$

Revenir au problème — Une longueur est positive : on garde la solution positive.

$c = \sqrt{50} = \sqrt{25 \times 2} = 5\sqrt{2}$

$c = 5\sqrt{2}\ \text{cm}$

Dans un problème, on résout l'équation entière, puis on ne garde que les solutions qui ont un sens.

PIÈGES ANTICIPÉS

`-5*sqrt(2) / -sqrt(50)` → C'est bien une solution de $c^2 = 50$, mais une longueur ne peut pas être négative.

`25` → Tu as divisé l'aire par 2. Le côté se trouve avec la racine carrée : $25^2 = 625$, pas 50.

`7.07 / 7.1 / 7.071` → C'est une valeur approchée. La consigne demande la valeur exacte, avec un radical.

EXERCICE 45 · RAISONNEMENT

Un carré décalé

Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $(x-3)^2 = 16$.

Écrire l'ensemble des solutions entre accolades, valeurs séparées par « ; », ou « aucune solution ».

Réponse attendue : `{-1;7}` — aussi acceptées : {7;-1} · -1;7 · -1 et 7 · x = -1 ou x = 7

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Pose $X = x - 3$: l'équation devient $X^2 = 16$.
2. X peut valoir deux nombres opposés. Pour chacun, retrouve x.

CORRECTION

Changer de regard — Le nombre $x - 3$ a pour carré 16, qui est positif.

$x - 3 = 4 \quad \text{ou} \quad x - 3 = -4$

Résoudre chaque cas —

$x = 7 \quad \text{ou} \quad x = -1$

Vérification —

$(7-3)^2 = 16 \quad ; \quad (-1-3)^2 = 16 \quad ✓$

$S = \{-1\,;\,7\}$

Ce qui est au carré peut être une expression entière : on applique la propriété à $x - 3$, puis on résout deux équations du premier degré.

PIÈGES ANTICIPÉS

`{7} / 7` → Tu n'as gardé que $x - 3 = 4$. Le cas $x - 3 = -4$ donne une deuxième solution.

`{-7;1} / -7;1` → Tu as résolu $x + 3 = \pm 4$. Ici c'est $x - 3$ qui vaut ± 4 : on **ajoute** 3.

EXERCICE 46 · RAISONNEMENT

Le carré d'une expression

Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $(2x+1)^2 = 9$.

Écrire l'ensemble des solutions entre accolades, valeurs séparées par « ; », ou « aucune solution ».

Réponse attendue : `{-2;1}` — aussi acceptées : {1;-2} · -2;1 · -2 et 1 · x = -2 ou x = 1

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Le nombre $2x+1$ a pour carré 9 : quelles valeurs peut-il prendre ?
2. Tu obtiens deux équations du premier degré ; résous-les jusqu'au bout, sans oublier la division par 2.

CORRECTION

Deux cas — $9 > 0$: $2x+1$ vaut 3 ou -3.

$$2x+1 = 3 \quad \text{ou} \quad 2x+1 = -3$$

Résoudre —

$$2x = 2 \quad \text{ou} \quad 2x = -4$$

$$x = 1 \quad \text{ou} \quad x = -2$$

$$S = \{-2\,;\,1\}$$

Deux valeurs opposées pour l'expression, donc deux équations du premier degré : chacune donne une solution.

PIÈGES ANTICIPÉS

`{1} / 1` → Tu n'as traité que $2x+1 = 3$. Le cas $2x+1 = -3$ donne la deuxième solution.

`{-4;2} / -4;2` → Tu t'es arrêté à $2x = 2$ et $2x = -4$. Il reste à diviser par 2.

EXERCICE 47 · RAISONNEMENT

Des carrés des deux côtés

Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $x^2 + 4 = 2x^2 - 5$.

Écrire l'ensemble des solutions entre accolades, valeurs séparées par « ; », ou « aucune solution ».

Réponse attendue : `{-3;3}` — aussi acceptées : {3;-3} · -3;3 · -3 et 3 · x = -3 ou x = 3

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Traite x^2 comme une inconnue : rassemble les termes en x^2 d'un côté, les nombres de l'autre.
2. Tu obtiens $x^2 = a$: regarde le signe de a.

CORRECTION

Rassembler — On retire x^2 et on ajoute 5 aux deux membres.

$$4 + 5 = 2x^2 - x^2$$

$$x^2 = 9$$

Le signe de 9 — $9 > 0$: deux solutions opposées.

$$x = 3 \quad \text{ou} \quad x = -3$$

$$S = \{-3\,;\,3\}$$

On se ramène à $x^2 = a$ avec les mêmes gestes qu'une équation du premier degré, en traitant x^2 comme un bloc.

PIÈGES ANTICIPÉS

`{3} / 3` → Tu as oublié la solution négative : $(-3)^2 = 9$ aussi.

`vide / aucune solution` → Tu as dû obtenir un carré négatif en changeant un terme de membre sans changer son signe. Refais : $4 + 5 = 2x^2 - x^2$.

EXERCICE 48 · DEFI

Une identité cachée

Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $4x^2 - 12x + 9 = 25$.

Écrire l'ensemble des solutions entre accolades, valeurs séparées par « ; », ou « aucune solution ».

Réponse attendue : `{-1;4}` — aussi acceptées : {4;-1} · -1;4 · -1 et 4 · x = -1 ou x = 4

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Le membre de gauche est une identité remarquable : reconnais le carré d'une différence.
2. Pense à :
   $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
3. Une fois l'équation écrite $(\ldots)^2 = 25$, raisonne comme pour $x^2 = a$.

CORRECTION

Reconnaître un carré —

$4x^2 - 12x + 9 = (2x - 3)^2$

Deux cas — $25 > 0$: $2x - 3$ vaut 5 ou -5.

$2x - 3 = 5 \quad \text{ou} \quad 2x - 3 = -5$

Résoudre —

$x = 4 \quad \text{ou} \quad x = -1$

Vérification —

$(2 \times 4 - 3)^2 = 25 \quad ; \quad (2 \times (-1) - 3)^2 = 25 \quad \checkmark$

$S = \{-1\,;\,4\}$

Reconnaître une identité remarquable ramène une équation qui semble difficile à la forme $X^2 = a$.

PIÈGES ANTICIPÉS

`{4} / 4` → Tu n'as traité que $2x - 3 = 5$. Le cas $2x - 3 = -5$ donne une deuxième solution.

`{-2;8} / -2;8` → Tu t'es arrêté à $2x = 8$ et $2x = -2$. Il reste à diviser par 2.

EXERCICE 49 · DEFI

Deux carrés côte à côte

Deux carrés ont pour aires respectives 5 cm² et 45 cm². On les pose côte à côte, et on note ℓ la somme de leurs côtés.

Déterminer la valeur exacte de ℓ.

Donner ℓ en cm, en valeur exacte simplifiée.

Réponse attendue : `4*sqrt(5)`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Le côté de chaque carré est la solution positive de $c^2 = \text{aire}$.
2. Simplifie $\sqrt{45}$: $45 = 9 \times 5$.
3. Attention : la racine d'une somme n'est pas la somme des racines. Calcule chaque côté séparément.

CORRECTION

Premier carré —

$c_1^2 = 5 \iff c_1 = \sqrt{5} \quad (c_1 > 0)$

Second carré —

$c_2^2 = 45 \iff c_2 = \sqrt{45} = 3\sqrt{5}$

Additionner —

$\ell = \sqrt{5} + 3\sqrt{5}$

$\ell = 4\sqrt{5}\ \text{cm}$

Chaque côté se trouve par une équation $c^2 = a$ dont on garde la solution positive ; on additionne ensuite des racines semblables.

PIÈGES ANTICIPÉS

`sqrt(50) / 5*sqrt(2)` → Tu as calculé $\sqrt{5 + 45}$. Ce sont les côtés qu'on additionne, pas les aires : $\sqrt{5} + \sqrt{45} \neq \sqrt{50}$.

`8.94 / 8.9 / 8.944` → C'est une valeur approchée. La consigne demande la valeur exacte.

EXERCICE 50 · BASE **Un seul dénominateur**

Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $\dfrac{x}{3} = 5$.

Réponse attendue : `15`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Pour faire disparaître le dénominateur, multiplie les deux membres par 3.
2. Diviser par 3 s'annule en multipliant par 3, pas en divisant encore.

CORRECTION

Multiplier par 3 —

$3 \times \frac{x}{3} = 3 \times 5$

Vérification —

$\frac{15}{3} = 5 \quad \checkmark$

$S = \{15\}$

Le premier geste devant un dénominateur : multiplier les deux membres par lui.

PIÈGES ANTICIPÉS

`5/3` → Tu as divisé 5 par 3. Le x est déjà divisé par 3 : pour l'annuler, on multiplie par 3.

2 → Tu as retiré 3. Le 3 est un dénominateur : on l'annule par une multiplication.

EXERCICE 51 · BASE **Un numérateur qui est une différence**

Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $\dfrac{x-2}{4} = 3$.

Réponse attendue : 14

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Multiplie les deux membres par 4 : tout le numérateur $x-2$ reste ensemble.
2. Tu obtiens une équation sans fraction : annule ensuite le -2.

CORRECTION

Multiplier par 4 —

$x - 2 = 12$

Isoler —

$x = 12 + 2$

Vérification —

$\frac{14-2}{4} = \frac{12}{4} = 3$ ✓

$S = \{14\}$

On supprime le dénominateur d'abord ; il reste une équation qu'on sait résoudre.

PIÈGES ANTICIPÉS

`10` → Tu as écrit $x = 12 - 2$. Le -2 change de membre : il devient $+2$.

`11/4 / 2.75` → Tu as divisé 3 par 4 au lieu de multiplier. Pour supprimer le dénominateur 4, on multiplie par 4.

EXERCICE 52 · BASE **Un coefficient fractionnaire**

Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $\dfrac{2x}{5} = 4$.

Réponse attendue : 10

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Multiplie d'abord les deux membres par 5.
2. Il reste $2x = \ldots$: divise par 2.

CORRECTION

Multiplier par 5 —

$2x = 20$

Diviser par 2 —

$x = \frac{20}{2}$

Vérification —

$\frac{2\times 10}{5} = \frac{20}{5} = 4$ ✓

$S = \{10\}$

Supprimer le dénominateur, puis diviser par le coefficient : deux gestes, dans cet ordre.

PIÈGES ANTICIPÉS

`20` → Tu t'es arrêté à $2x = 20$. Il reste à diviser par 2.

`2/5 / 0.4` → Tu as divisé 4 par 5. Pour annuler le dénominateur 5, on multiplie par 5.

EXERCICE 53 · PRATIQUE

Un demi et un tiers

Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $\frac{x}{2} + \frac{x}{3} = 10$.

Réponse attendue : `12`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Cherche un dénominateur commun à 2 et 3.
2. Multiplie **tous** les termes par ce nombre, y compris le 10 du membre de droite.

CORRECTION

Multiplier par 6 —

$6 \times \frac{x}{2} + 6 \times \frac{x}{3} = 6 \times 10$

$3x + 2x = 60$

Réduire —

$5x = 60$

Vérification —

$\frac{12}{2} + \frac{12}{3} = 6 + 4 = 10$ ✓

$S = \{12\}$

Un dénominateur commun fait disparaître toutes les fractions en une seule multiplication.

PIÈGES ANTICIPÉS

`2` → Tu n'as pas multiplié le 10 par 6. Une transformation s'applique aux **deux** membres.

`50` → Tu as écrit $\frac{x}{2} + \frac{x}{3} = \frac{x}{5}$. On n'additionne pas les dénominateurs : on réduit au même dénominateur.

EXERCICE 54 · PRATIQUE

Une fraction de chaque côté

Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $\frac{x+1}{2} = \frac{x-1}{3}$.

Réponse attendue : `-5`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Multiplie les deux membres par 6, un multiple commun de 2 et de 3.
2. Chaque numérateur garde sa parenthèse : $6 \times \dfrac{x+1}{2} = 3(x+1)$.

CORRECTION

Multiplier par 6 —

$3(x+1) = 2(x-1)$

Développer —

$3x + 3 = 2x - 2$

Rassembler — On retire $2x$ et 3 aux deux membres.

$x = -2 - 3$

Vérification —

$\frac{-5+1}{2} = -2 = \frac{-5-1}{3}$ ✓

$S = \{-5\}$

Le dénominateur de gauche va multiplier le numérateur de droite, et inversement : c'est ce que produit la multiplication par 6.

PIÈGES ANTICIPÉS

-2 → Tu as écrit $3x + 1 = 2x - 1$. Les numérateurs sont des sommes : $3(x+1) = 3x + 3$ et $2(x-1) = 2x - 2$.

5 → Tu as écrit $2(x+1) = 3(x-1)$. En multipliant par 6, le numérateur $x+1$ est multiplié par 3, et $x-1$ par 2.

EXERCICE 55 · PRATIQUE **Le terme sans dénominateur**

Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $\dfrac{x}{4} - 2 = \dfrac{x}{6}$.

Réponse attendue : 24

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Multiplie tous les termes par 12, un multiple commun de 4 et de 6.
2. Le -2 n'a pas de dénominateur, mais il est multiplié par 12 lui aussi.

CORRECTION

Multiplier par 12 —

$12 \times \frac{x}{4} - 12 \times 2 = 12 \times \frac{x}{6}$

$3x - 24 = 2x$

Rassembler —

$x = 24$

Vérification —

$\frac{24}{4} - 2 = 4 = \frac{24}{6}$ ✓

$S = \{24\}$

Tous les termes sont multipliés, y compris ceux qui n'ont pas de dénominateur.

PIÈGES ANTICIPÉS

`2` → Tu as laissé le -2 tel quel. En multipliant par 12, il devient -24.

EXERCICE 56 · PRATIQUE

Une fraction et un x seul

Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $\dfrac{3x-1}{5} + 2 = x$.

Réponse attendue : `9/2` — aussi acceptées : `4.5`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Multiplie les deux membres par 5 : le 2 et le x de droite sont multipliés aussi.
2. Rassemble ensuite les termes en x du côté où le coefficient reste positif.

CORRECTION

Multiplier par 5 —

$3x - 1 + 10 = 5x$

Réduire —

$3x + 9 = 5x$

Rassembler —

$9 = 2x$

Vérification —

$\frac{3\times4{,}5-1}{5} + 2 = \frac{12{,}5}{5} + 2 = 4{,}5$ ✓

$S = \left\{\frac{9}{2}\right\}$

Chaque terme des deux membres est multiplié par 5 : ceux qui ont un dénominateur comme les autres.

PIÈGES ANTICIPÉS

`1/2 / 0.5` → Tu n'as pas multiplié le 2 par 5 : il devient 10.

`-9/2 / -4.5` → Tu n'as pas multiplié le x du membre de droite par 5 : il devient $5x$.

EXERCICE 57 · PRATIQUE

Des fractions partout

Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $\dfrac{2}{3}x - \dfrac{1}{2} = \dfrac{5}{6}$.

Réponse attendue : `2`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Les trois dénominateurs 3, 2 et 6 divisent tous 6.

2. Multiplie chaque terme par 6 : $6 \times \frac{2}{3}x = 4x$.

CORRECTION

Multiplier par 6 —

$4x - 3 = 5$

Isoler —

$4x = 8$

Vérification —

$\frac{2}{3} \times 2 - \frac{1}{2} = \frac{8}{6} - \frac{3}{6} = \frac{5}{6}$ ✓

$S = \{2\}$

Le plus petit dénominateur commun donne les calculs les plus simples.

PIÈGES ANTICIPÉS

`3/2 / 1.5` → Tu as laissé -1 au lieu de $6 \times \frac{1}{2} = 3$. Chaque terme est multiplié par 6.

`1/2 / 0.5` → Tu as écrit $\frac{2}{3}x = \frac{5}{6} - \frac{1}{2}$. Le $-\frac{1}{2}$ change de membre en devenant $+\frac{1}{2}$.

EXERCICE 58 · RAISONNEMENT

Le moins devant une fraction

Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $\frac{x-1}{3} - \frac{x-2}{4} = 1$.

Réponse attendue : `10`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Multiplie tout par 12, sans oublier le membre de droite.
2. Le signe moins devant la seconde fraction porte sur **tout** son numérateur : $-3(x-2)$.
3. $-3 \times (-2)$ est positif.

CORRECTION

Multiplier par 12 —

$4(x-1) - 3(x-2) = 12$

Développer —

$4x - 4 - 3x + 6 = 12$

Réduire —

$x + 2 = 12$

Vérification —

$\frac{9}{3} - \frac{8}{4} = 3 - 2 = 1$ ✓

$S = \{10\}$

Un moins devant une fraction se comporte comme un moins devant une parenthèse : il change le signe de chaque terme du numérateur.

PIÈGES ANTICIPÉS

22 → Tu as écrit $-3(x-2) = -3x - 6$. Le moins s'applique aussi au -2 : $-3 \times (-2) = +6$.

-1 → Tu n'as pas multiplié le 1 du membre de droite par 12.

EXERCICE 59 · RAISONNEMENT

Des nombres seuls des deux côtés

Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $\dfrac{x+3}{2} - 1 = \dfrac{x-2}{3} + 1$.

Réponse attendue : -1

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Multiplie chaque terme par 6 : les nombres -1 et $+1$ sont multipliés aussi.
2. Les numérateurs gardent leurs parenthèses : $3(x+3)$ et $2(x-2)$.

CORRECTION

Multiplier par 6 —

$3(x+3) - 6 = 2(x-2) + 6$

Développer —

$3x + 9 - 6 = 2x - 4 + 6$

Réduire —

$3x + 3 = 2x + 2$

Rassembler —

$x = -1$

Vérification —

$\frac{2}{2} - 1 = 0 = \frac{-3}{3} + 1$ ✓

$S = \{-1\}$

Les deux précautions du cours ensemble : multiplier tous les termes, et garder les parenthèses des numérateurs.

PIÈGES ANTICIPÉS

-11 → Tu n'as pas multiplié -1 et $+1$ par 6 : ils deviennent -6 et $+6$.

7 → Tu as écrit $3x + 3$ et $2x - 2$. Les numérateurs entiers sont multipliés : $3(x+3) = 3x + 9$ et $2(x-2) = 2x - 4$.

EXERCICE 60 · RAISONNEMENT

Trois fractions qui font un tout

Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $\dfrac{x}{2} + \dfrac{x}{3} + \dfrac{x}{6} = 7$.

Réponse attendue : 7

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Un dénominateur commun à 2, 3 et 6 suffit pour tout simplifier.
2. Après multiplication, compare le coefficient de x obtenu au dénominateur commun : que remarques-tu ?

CORRECTION

Multiplier par 6 —

$3x + 2x + x = 42$

Réduire —

$6x = 42$

Remarque — La moitié, plus le tiers, plus le sixième d'un nombre, c'est le nombre entier.

$\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6} = 1$

$S = \{7\}$

Avant de calculer, regarder la structure : ici, la somme des trois fractions vaut exactement x.

PIÈGES ANTICIPÉS

77 → Tu as additionné les dénominateurs : $2 + 3 + 6 = 11$. On n'additionne jamais les dénominateurs, on réduit au même dénominateur.

7/6 → Tu n'as pas multiplié le 7 par 6. Une transformation s'applique aux **deux** membres.

EXERCICE 61 · RAISONNEMENT

L'inconnue au dénominateur

Résoudre l'équation $\frac{5}{x} = \frac{2}{3}$, où x est un réel non nul.

Réponse attendue : 15/2 — aussi acceptées : 7.5

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Multiplie les deux membres par $3x$, qui n'est pas nul.
2. Tu obtiens l'égalité des produits en croix : $5 \times 3 = 2 \times x$.

CORRECTION

Multiplier par 3x — $x \neq 0$: la multiplication par $3x$ donne une équation équivalente.

$5 \times 3 = 2x$

Résoudre —

$2x = 15$

Vérification —

$\frac{5}{7{,}5} = \frac{50}{75} = \frac{2}{3}$ ✓

$S = \left\{\frac{15}{2}\right\}$

Une équation $\frac{a}{x} = \frac{c}{d}$ se ramène aux produits en croix, à condition que x ne soit pas nul.

PIÈGES ANTICIPÉS

10/3 → Tu as écrit $3x = 5 \times 2$. Les produits en croix sont 5×3 et $2 \times x$.

`2/15` → Tu as trouvé l'inverse de la solution. Vérifie : $\frac{5}{x}$ doit valoir $\frac{2}{3}$.

EXERCICE 62 · DEFI

Une équation qui ne choisit pas

Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $\frac{2x+1}{3} - \frac{x-4}{6} = \frac{x}{2} + 1$.

Écrire l'ensemble des solutions (noter $\mathbb{R}$ « R » ou « IR »), ou « aucune solution ».

Réponse attendue : `R` — aussi acceptées : IR · $\mathbb{R}$ ·]-inf;+inf[·]-∞;+∞[· tous les réels

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Multiplie chaque terme par 6, en gardant les parenthèses des numérateurs.
2. Le moins devant $\frac{x-4}{6}$ change le signe de x **et** de -4.
3. Les x disparaissent : lis l'égalité qui reste.

CORRECTION

Multiplier par 6 —

$$2(2x+1) - (x-4) = 3x + 6$$

Développer —

$$4x + 2 - x + 4 = 3x + 6$$

Réduire —

$$3x + 6 = 3x + 6$$

Conclure — Cette égalité est vraie pour tout réel x.

$$6 = 6$$

$$S = \mathbb{R}$$

Une équation peut être vraie pour tous les réels : il faut aller au bout du calcul pour le voir.

PIÈGES ANTICIPÉS

`vide / aucune solution` → Tu as dû écrire $-(x-4) = -x - 4$: le moins change aussi le signe du -4, qui devient $+4$.

`0 / {0}` → 0 est bien solution, mais il n'est pas le seul : teste $x = 2$, l'égalité est encore vraie.

EXERCICE 63 · DEFI

Quatre fractions

Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $\frac{x}{3} - \frac{x-1}{4} = \frac{2x+5}{12} - \frac{1}{6}$.

Réponse attendue : `0`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. 3, 4, 12 et 6 divisent tous 12 : multiplie chaque terme par 12.

2. Attention au moins devant $\dfrac{x-1}{4}$: il porte sur tout le numérateur.

3. La solution peut être un nombre très simple : vérifie-la dans l'équation de départ.

CORRECTION

Multiplier par 12 —

$4x - 3(x-1) = 2x + 5 - 2$

Développer —

$4x - 3x + 3 = 2x + 3$

Réduire —

$x + 3 = 2x + 3$

Rassembler —

$x = 0$

Vérification —

$0 - \frac{-1}{4} = \frac{1}{4}$; $\frac{5}{12} - \frac{2}{12} = \frac{1}{4}$ ✓

$S = \{0\}$

Une solution nulle est une solution comme une autre : la vérification la confirme.

PIÈGES ANTICIPÉS

-6 → Tu as écrit $-3(x-1) = -3x - 3$. Or $-3 \times (-1) = +3$.

-1 → Tu as laissé -1 au lieu de $12 \times \dfrac{1}{6} = 2$. Chaque terme est multiplié par 12.

EXERCICE 64 · BASE **Un nombre et son triple**

La somme d'un nombre et de son triple est égale à 52.

Déterminer ce nombre.

Donner le nombre cherché.

Réponse attendue : 13

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Commence par nommer l'inconnue : « Soit x le nombre cherché ». Comment s'écrit son triple ?
2. Traduis la phrase par une équation, puis réduis le membre de gauche.

CORRECTION

Choisir l'inconnue — Soit x le nombre cherché ; son triple est $3x$.

Traduire —

$x + 3x = 52$

Résoudre —

$4x = 52$

Vérification —

$13 + 3 \times 13 = 13 + 39 = 52$ ✓

$x = 13$

Nommer l'inconnue, traduire mot à mot, résoudre, vérifier : la méthode tient en quatre gestes.

PIÈGES ANTICIPÉS

52/3 → Tu as écrit $3x = 52$: tu as oublié le nombre lui-même. L'énoncé parle de la somme du nombre **et** de son triple.

26 → Tu as écrit $x + x = 52$. Le triple de x, c'est $3x$.

EXERCICE 65 · BASE

Trois entiers consécutifs

La somme de trois entiers consécutifs est égale à 96.

Déterminer le plus petit de ces trois entiers.

Donner le plus petit des trois entiers.

Réponse attendue : 31

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Soit n le plus petit des trois entiers. Comment s'écrivent les deux suivants ?
2. Additionne les trois expressions et écris que la somme vaut 96.

CORRECTION

Choisir l'inconnue — Soit n le plus petit ; les suivants sont $n + 1$ et $n + 2$.

Traduire —

$n + (n + 1) + (n + 2) = 96$

Résoudre —

$3n + 3 = 96 \iff 3n = 93$

Revenir à la question — Les trois entiers sont 31, 32 et 33 ; leur somme vaut bien 96.

$31 + 32 + 33 = 96$ ✓

$n = 31$

Des entiers consécutifs s'écrivent n, $n + 1$, $n + 2$: une seule inconnue suffit.

PIÈGES ANTICIPÉS

32 → 32 est l'entier du milieu. La question porte sur le plus petit des trois.

33 → 33 est le plus grand des trois. La question porte sur le plus petit.

EXERCICE 66 · BASE

Deux âges

Ali a 5 ans de plus que Sami. À eux deux, ils ont 33 ans.

Déterminer l'âge de Sami.

Donner l'âge de Sami, en années.

Réponse attendue : `14`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Soit x l'âge de Sami. Comment s'écrit l'âge d'Ali en fonction de x ?
2. La somme des deux âges vaut 33 : traduis, puis résous.

CORRECTION

Choisir l'inconnue — Soit x l'âge de Sami, en années. Ali a $x + 5$ ans.

Traduire —

$$x + (x + 5) = 33$$

Résoudre —

$$2x + 5 = 33 \iff 2x = 28$$

Revenir à la question — Sami a 14 ans et Ali 19 ans : $14 + 19 = 33$.

$$x = 14$$

$$\text{Sami : } 14 \text{ ans}$$

On choisit pour inconnue la grandeur la plus simple, et on exprime l'autre en fonction d'elle.

PIÈGES ANTICIPÉS

`19` → 19 ans, c'est l'âge d'Ali. La question porte sur Sami, le plus jeune.

`16.5 / 33/2` → Tu as partagé 33 en deux parts égales. Ali a 5 ans de plus : les deux âges ne sont pas égaux.

EXERCICE 67 · PRATIQUE

Le sang et ses pourcentages

Au repos, en une minute, $15\,\%$ du volume de sang envoyé par le cœur irrigue le cerveau et $20\,\%$ irrigue les reins. Le reste, soit $3\,250$ mL, irrigue le reste du corps.

Déterminer le volume total de sang envoyé par le cœur en une minute.

Donner le volume total, en mL.

Réponse attendue : `5000`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Soit V le volume total, en mL. Quel pourcentage de V représentent les $3\,250$ mL ?
2. $100\,\% - 15\,\% - 20\,\% = 65\,\%$: traduis « $65\,\%$ de V vaut $3\,250$ ».
3. Prendre $65\,\%$ d'un nombre, c'est le multiplier par $0{,}65$.

CORRECTION

Choisir l'inconnue — Soit V le volume total, en mL.

La part restante —

$$100\,\% - 15\,\% - 20\,\% = 65\,\%$$

Traduire —

$0{,}65\,V = 3\,250$

Résoudre —

$V = \frac{3\,250}{0{,}65}$

Vérification — $15\,\%$ de $5\,000$ font 750, $20\,\%$ font $1\,000$: il reste $3\,250$.

$5\,000 - 750 - 1\,000 = 3\,250$ ✓

$V = 5\,000\ \text{mL}$

Un pourcentage d'une inconnue se traduit par un produit : $p\,\%$ de V s'écrit $\frac{p}{100}V$.

PIÈGES ANTICIPÉS

`2112.5` → Tu as calculé $65\,\%$ de $3\,250$. C'est $3\,250$ qui représente $65\,\%$ du total : on divise par $0{,}65$.

`3250/0.35 / 65000/7` → Tu as divisé par $0{,}35$. Les $3\,250$ mL sont le **reste**, soit $65\,\%$, et non les $35\,\%$ du cerveau et des reins.

EXERCICE 68 · PRATIQUE

Un triangle isocèle

Le périmètre d'un triangle isocèle ABC, de sommet principal A, est égal à 32 cm. La base $[BC]$ mesure 4 cm de moins que chacun des deux côtés égaux.

Déterminer la longueur AB.

Donner la longueur AB, en cm.

Réponse attendue : 12

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Soit x la longueur commune des côtés égaux AB et AC. Exprime BC en fonction de x.
2. Le périmètre est la somme des trois côtés.

CORRECTION

Choisir l'inconnue — Soit $x = AB = AC$, en cm. Alors $BC = x - 4$.

Traduire —

$x + x + (x - 4) = 32$

Résoudre —

$3x - 4 = 32 \iff 3x = 36$

Revenir à la question — $AB = AC = 12$ cm et $BC = 8$ cm ; vérification : $12 + 12 + 8 = 32$.

$x = 12$

$AB = 12\ \text{cm}$

Exprimer toutes les longueurs à l'aide d'une seule inconnue, puis traduire la donnée globale.

PIÈGES ANTICIPÉS

`8` → 8 cm, c'est la base BC. La question porte sur AB, un des côtés égaux.

`28/3` → Tu as écrit $BC = x + 4$. La base mesure 4 cm **de moins** : $BC = x - 4$.

EXERCICE 69 · PRATIQUE

Deux tarifs de location

Une agence de location propose deux tarifs. Tarif A : 45 D de forfait et $0{,}350$ D par kilomètre. Tarif B : 75 D de forfait et $0{,}250$ D par kilomètre.

Déterminer le nombre de kilomètres pour lequel les deux tarifs reviennent au même prix.

Donner le nombre de kilomètres.

Réponse attendue : `300`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Soit x le nombre de kilomètres parcourus. Écris le prix payé avec chaque tarif.
2. Écris que les deux prix sont égaux, puis rassemble les termes en x.

CORRECTION

Choisir l'inconnue — Soit x le nombre de kilomètres parcourus.

$A = 45 + 0{,}35x \quad ; \quad B = 75 + 0{,}25x$

Traduire —

$45 + 0{,}35x = 75 + 0{,}25x$

Résoudre —

$0{,}1x = 30$

Vérification — Avec 300 km : $45 + 105 = 150$ et $75 + 75 = 150$.

$150 = 150$ ✓

$x = 300 \text{ km}$

Comparer deux tarifs commence par chercher le point où ils sont égaux.

PIÈGES ANTICIPÉS

`50` → Tu as écrit $0{,}6x = 30$. En faisant passer $0{,}25x$ à gauche, on le **retranche** : $0{,}35x - 0{,}25x = 0{,}1x$.

`3000 / 30` → Revois la division : $0{,}1x = 30$ donne $x = \dfrac{30}{0{,}1} = 30 \times 10$.

EXERCICE 70 · PRATIQUE

Un rectangle trois fois plus long

La longueur d'un rectangle est le triple de sa largeur. Son périmètre est égal à 64 cm.

Déterminer la largeur de ce rectangle.

Donner la largeur, en cm.

Réponse attendue : `8`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Soit x la largeur, en cm. La longueur s'écrit alors $3x$.

2. Le périmètre d'un rectangle :
$\mathcal{P} = 2(L + \ell)$

CORRECTION

Choisir l'inconnue — Soit x la largeur en cm ; la longueur vaut $3x$.

$\ell = x \quad ; \quad L = 3x$

Traduire —

$2(3x + x) = 64$

Résoudre —

$8x = 64$

Revenir à la question — La largeur vaut 8 cm et la longueur 24 cm ; vérification : $2(24 + 8) = 64$.

$\ell = 8 \text{ cm} \quad ; \quad L = 24 \text{ cm}$

On revient toujours à la question posée : ici la largeur, pas la longueur.

PIÈGES ANTICIPÉS

16 → Tu as écrit $3x + x = 64$. Le périmètre est le **double** de $L + \ell$.

24 → 24 cm, c'est la longueur. La question porte sur la largeur.

EXERCICE 71 · PRATIQUE **Un nombre et son quart**

Un nombre augmenté de son quart est égal à 45.

Déterminer ce nombre.

Donner le nombre cherché.

Réponse attendue : 36

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Soit x le nombre cherché. Son quart s'écrit $\dfrac{x}{4}$.
2. Traduis, puis multiplie les deux membres par 4 pour supprimer le dénominateur.

CORRECTION

Traduire — Soit x le nombre cherché.

$x + \frac{x}{4} = 45$

Multiplier par 4 —

$4x + x = 180$

Résoudre —

$5x = 180$

Vérification —

$36 + \frac{36}{4} = 36 + 9 = 45 \quad ✓$

$x = 36$

« Augmenté de son quart » se traduit par $x + \dfrac{x}{4}$: le quart est celui du nombre cherché, pas celui du résultat.

PIÈGES ANTICIPÉS

`135/4 / 33.75` → Tu as retiré le quart de 45. Mais le quart ajouté est celui du nombre cherché, pas celui de 45.

`9` → Tu n'as pas multiplié le 45 par 4 : la multiplication s'applique aux deux membres.

EXERCICE 72 · RAISONNEMENT

Le bidon

Un bidon rempli d'eau aux deux tiers pèse $1\,300$ g. Rempli au tiers, il pèse 900 g.

Déterminer la masse d'eau que contient le bidon quand il est plein.

Donner la masse d'eau du bidon plein, en grammes.

Réponse attendue : `1200`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Soit e la masse d'eau du bidon plein. Entre les deux pesées, la masse du bidon vide ne change pas.
2. Passer d'un tiers à deux tiers, c'est ajouter un tiers de e : à quelle différence de masse cela correspond-il ?

CORRECTION

Choisir l'inconnue — Soit e la masse d'eau du bidon plein, en g.

Traduire — La différence des deux pesées est la masse d'un tiers de l'eau.

$$\tfrac{2}{3}e - \tfrac{1}{3}e = 1\,300 - 900$$

Résoudre —

$$\tfrac{1}{3}e = 400 \iff e = 1\,200$$

Vérification — Le bidon vide pèse $900 - 400 = 500$ g ; aux deux tiers : $500 + 800 = 1\,300$ g.

$$500 + 800 = 1\,300 \quad \checkmark$$

$$e = 1\,200 \text{ g}$$

Quand une grandeur inconnue (ici la masse du bidon vide) est la même dans deux situations, la différence la fait disparaître.

PIÈGES ANTICIPÉS

`400` → 400 g, c'est la masse d'**un tiers** de l'eau. Le bidon plein en contient trois tiers.

`800` → 800 g, ce sont les deux tiers de l'eau. Le bidon plein contient trois tiers.

EXERCICE 73 · RAISONNEMENT

La mère et sa fille

Aujourd'hui, l'âge d'une mère est le quadruple de celui de sa fille. Dans 20 ans, l'âge de la mère sera le double de celui de sa fille.

Déterminer l'âge actuel de la fille.

Donner l'âge actuel de la fille, en années.

Réponse attendue : `10`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Soit x l'âge actuel de la fille. Écris l'âge actuel de la mère, puis les deux âges dans 20 ans.
2. Dans 20 ans, **chacune** a vieilli de 20 ans : la mère aussi.
3. Traduis « le double » : l'âge de la mère dans 20 ans égale deux fois l'âge de la fille dans 20 ans.

CORRECTION

Choisir l'inconnue — Soit x l'âge actuel de la fille ; la mère a $4x$ ans.

Dans 20 ans — La fille aura $x + 20$ ans et la mère $4x + 20$ ans.

$$4x + 20 = 2(x + 20)$$

Résoudre —

$$4x + 20 = 2x + 40 \iff 2x = 20$$

Vérification — Aujourd'hui 10 et 40 ans ; dans 20 ans, 30 et 60 : $60 = 2 \times 30$.

$60 = 2 \times 30$ ✓

fille : 10 ans

Dans un problème d'âges, le temps passe pour tout le monde : on ajoute la même durée à chaque âge.

PIÈGES ANTICIPÉS

`40` → 40 ans, c'est l'âge actuel de la mère. La question porte sur la fille.

`0` → Tu as écrit $2x + 20$ au lieu de $2(x + 20)$: c'est l'âge de la fille **dans 20 ans** qui est doublé.

EXERCICE 74 · RAISONNEMENT

Les places d'un théâtre

Un théâtre compte 200 places : certaines à 2 D, les autres à 3 D. Quand la salle est pleine, la recette est de 490 D.

Déterminer le nombre de places à 3 D.

Donner le nombre de places à 3 dinars.

Réponse attendue : `90`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Soit x le nombre de places à 3 D. Combien y a-t-il alors de places à 2 D ?
2. La recette est la somme de ce que rapportent les deux sortes de places.

CORRECTION

Choisir l'inconnue — Soit x le nombre de places à 3 D ; il y a $200 - x$ places à 2 D.

Traduire —

$$3x + 2(200 - x) = 490$$

Résoudre —

$3x + 400 - 2x = 490 \iff x = 90$

Vérification — 90 places à 3 D et 110 à 2 D : $270 + 220 = 490$.

$270 + 220 = 490$ ✓

$x = 90$

Deux quantités dont on connaît la somme : une seule inconnue suffit, l'autre est « le total moins x ».

PIÈGES ANTICIPÉS

`110` → 110, c'est le nombre de places à 2 D. La question porte sur les places à 3 D.

`45` → Tu as écrit $3x + 400 - x$: le 2 multiplie toute la parenthèse $200 - x$, donc $-2x$.

EXERCICE 75 · DEFI

Deux oiseaux et une graine

Deux poteaux verticaux, hauts de 12 m et de 6 m, sont plantés sur un terrain plat ; leurs pieds sont distants de 20 m. Un oiseau perché au sommet de chacun s'envole au même instant, à la même vitesse et en ligne droite, vers une graine posée au sol entre les deux pieds, sur le segment qui les joint. Ils l'atteignent en même temps.

Déterminer la distance entre la graine et le pied du plus haut poteau.

Donner cette distance, en m.

Réponse attendue : `73/10` — aussi acceptées : 7.3

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Les deux oiseaux parcourent la même distance. Soit x la distance de la graine au pied du grand poteau : la distance au pied du petit est $20 - x$.
2. Chaque oiseau parcourt l'hypoténuse d'un triangle rectangle : utilise le théorème de Pythagore.
3. Écris l'égalité des carrés des deux distances : les termes en x^2 s'annulent.

CORRECTION

Choisir l'inconnue — Soit x la distance entre la graine et le pied du grand poteau, en m.

Pythagore — Les carrés des distances parcourues par les deux oiseaux :

$12^2 + x^2 = 6^2 + (20 - x)^2$

Développer —

$144 + x^2 = 36 + 400 - 40x + x^2$

Résoudre —

$40x = 292$

Vérification — $12^2 + 7{,}3^2 = 197{,}29$ et $6^2 + 12{,}7^2 = 197{,}29$.

$197{,}29 = 197{,}29$ ✓

$x = 7{,}3$ m

Une équation qui contient des carrés peut rester du premier degré : ici les x^2 disparaissent.

PIÈGES ANTICIPÉS

`7` → Tu as écrit $12 + x = 6 + (20 - x)$: on n'additionne pas des longueurs de côtés perpendiculaires. La distance parcourue se calcule avec Pythagore.

`10` → La graine n'est pas au milieu : le grand poteau est plus haut, son oiseau a plus de hauteur à descendre, donc la graine est plus près de lui.

`127/10 / 12.7` → $12{,}7$ m, c'est la distance entre la graine et le pied du **petit** poteau : $20 - 7{,}3 = 12{,}7$. La question porte sur le pied du plus haut.

EXERCICE 76 · DEFI

Un héritage en trois parts

Une somme est partagée entre trois frères. Le premier reçoit le tiers de la somme, le deuxième en reçoit le quart, et le troisième reçoit le reste, soit $2\,500$ D.

Déterminer la somme partagée.

Donner la somme partagée, en dinars.

Réponse attendue : `6000`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Soit x la somme partagée. Exprime les parts des deux premiers frères en fonction de x.
2. La part du troisième est ce qui reste : x moins les deux autres parts.
3. Réduis au même dénominateur, 12.

CORRECTION

Choisir l'inconnue — Soit x la somme partagée, en dinars.

Traduire —

$$x - \frac{x}{3} - \frac{x}{4} = 2\,500$$

Multiplier par 12 —

$$12x - 4x - 3x = 30\,000$$

Résoudre —

$$5x = 30\,000$$

Vérification — Parts : $2\,000$ D, $1\,500$ D et $2\,500$ D, soit $6\,000$ D en tout.

$$2\,000 + 1\,500 + 2\,500 = 6\,000 \quad \checkmark$$

$$x = 6\,000 \text{ D}$$

Les fractions d'une même somme se comparent sur un dénominateur commun : ici, le troisième frère reçoit les $\frac{5}{12}$.

PIÈGES ANTICIPÉS

`30000/7` → Tu as compté $2\,500$ D comme les $\frac{7}{12}$ de la somme. $\frac{7}{12}$, c'est ce que reçoivent les deux premiers ; le troisième reçoit $\frac{5}{12}$.

`3125/3` → Tu as calculé les $\frac{5}{12}$ de $2\,500$. C'est $2\,500$ qui vaut les $\frac{5}{12}$ de la somme : on divise par $\frac{5}{12}$.

AH Maths à la carte ABDELKADER HAMMAMI

EXERCICE 77 · DEFI

Deux cyclistes

Deux villes A et B sont distantes de 95 km. Un premier cycliste part de A vers B à 8 h, à la vitesse constante de 20 km/h. Un second part de B vers A à 9 h, à la vitesse constante de 30 km/h.

Déterminer la durée, en heures, entre le départ du premier cycliste et le moment où ils se croisent.

Donner cette durée, en heures (un nombre décimal ou une fraction).

Réponse attendue : `5/2` — aussi acceptées : 2.5

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Soit t la durée écoulée depuis 8 h, en heures. Quelle distance a parcourue le premier cycliste ?
2. Le second est parti une heure plus tard : il a roulé $t - 1$ heures.
3. Au croisement, les deux distances parcourues ont pour somme 95 km.

CORRECTION

Choisir l'inconnue — Soit t la durée écoulée depuis 8 h, en heures.

$d_1 = 20t \quad ; \quad d_2 = 30(t-1)$

Traduire —

$20t + 30(t-1) = 95$

Résoudre —

$50t - 30 = 95 \iff 50t = 125$

Revenir à la question — Ils se croisent $2{,}5$ h après 8 h, soit à 10 h 30. Vérification : $50 + 45 = 95$.

$t = \frac{125}{50}$

$t = 2{,}5 \text{ h}$

Quand deux mobiles ne partent pas en même temps, on mesure tout depuis le même instant et on décale la durée du second.

PIÈGES ANTICIPÉS

`1.9 / 19/10` → Tu as fait partir les deux cyclistes en même temps. Le second ne roule que depuis 9 h : pendant $t - 1$ heures.

`1.3 / 13/10` → Tu as écrit $30(t+1)$: le second cycliste est parti **après** le premier, il a roulé moins longtemps, $t - 1$ heures.

EXERCICE 78 · BASE

Ajouter ne change rien au sens

Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation $x + 7 > 3$.

Écrire l'ensemble des solutions sous forme d'intervalle (noter l'infini « inf » ou « ∞ »).

Réponse attendue : `]-4;+inf[` — aussi acceptées :]-4;+∞[·]-4,+inf[

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Retire 7 aux deux membres : ajouter ou retirer un nombre ne change pas le sens de l'inégalité.

2. L'inégalité est stricte : la borne est-elle une solution ?

CORRECTION

Retirer 7 — Le sens est conservé.

$x > 3 - 7$

$x > -4$

L'ensemble — Inégalité stricte : crochet ouvert en -4.

$S =]-4\,;+\infty[$

Contrôle — $x = 0$: $0 + 7 = 7 > 3$, et $0 \in S$.

$0 \in S$ ✓

$S =]-4\,;+\infty[$

Ajouter ou retirer le même nombre aux deux membres : même technique que pour une équation, et le sens ne bouge pas.

PIÈGES ANTICIPÉS

`]10;+inf[` / `]10;+∞[` → Tu as écrit $x > 3 + 7$. Pour faire passer le $+7$ à droite, on le retranche.

`[-4;+inf[` / `[-4;+∞[` → L'inégalité est **stricte** : $-4 + 7 = 3$ n'est pas strictement supérieur à 3. Le crochet reste ouvert.

EXERCICE 79 · BASE

Diviser par un positif

Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation $2x \leq 10$.

Écrire l'ensemble des solutions sous forme d'intervalle (noter l'infini « inf » ou « ∞ »).

Réponse attendue : `]-inf;5]` — aussi acceptées :]-∞;5] ·]-inf,5]

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Divise les deux membres par 2. Ce nombre est-il positif ou négatif ?
2. Le symbole $\leq$ autorise l'égalité : la borne fait partie des solutions.

CORRECTION

Diviser par 2 — $2 > 0$: le sens est conservé.

$x \leq \frac{10}{2}$

$x \leq 5$

L'ensemble — Inégalité large : crochet fermé en 5.

$S =]-\infty\,;5]$

$S =]-\infty\,;5]$

Diviser par un nombre strictement positif ne change pas le sens : il n'y a rien à inverser.

PIÈGES ANTICIPÉS

`[5;+inf[` / `[5;+∞[` → Tu as inversé le sens alors que tu divises par 2, un nombre **positif**. Seule la division par un négatif inverse le sens.

`]-inf;5[` / `]-∞;5[` → Le symbole est $\leq$: 5 est solution, car $2 \times 5 = 10$. Le crochet se ferme.

EXERCICE 80 · BASE

Diviser par un négatif

Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation $-4x \geq 8$.

Écrire l'ensemble des solutions sous forme d'intervalle (noter l'infini « inf » ou « ∞ »).

Réponse attendue : `]-inf;-2]` — aussi acceptées :]-∞;-2] ·]-inf,-2]

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Pour isoler x, divise les deux membres par -4.
2. Diviser par un nombre **négatif** inverse le sens de l'inégalité.
3. Contrôle avec une valeur simple, par exemple $x = -5$.

CORRECTION

Diviser par −4 — $-4 < 0$: le sens s'inverse, $\geq$ devient $\leq$.

$x \leq \frac{8}{-4}$

$x \leq -2$

Contrôle — $x = -5$: $-4 \times (-5) = 20 \geq 8$, et $-5 \in S$.

$-5 \in S$ ✓

$S =]-\infty\,;-2]$

Diviser par un négatif : on inverse le sens, et on n'oublie pas le signe du quotient.

PIÈGES ANTICIPÉS

`[-2;+inf[` / `[-2;+∞[` → Tu as gardé le sens de départ. En divisant par -4, le $\geq$ devient $\leq$. Teste $x = 0$: $0 \geq 8$ est faux, or 0 est dans ton ensemble.

`]-inf;2]` / `]-∞;2]` → Tu as bien inversé le sens, mais $\frac{8}{-4} = -2$, pas 2.

EXERCICE 81 · PRATIQUE

Des x des deux côtés

Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation $5x - 3 < 2x + 9$.

Écrire l'ensemble des solutions sous forme d'intervalle (noter l'infini « inf » ou « ∞ »).

Réponse attendue : `]-inf;4[` — aussi acceptées :]-∞;4[·]-inf,4[

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Rassemble les termes en x à gauche et les nombres à droite, comme pour une équation.
2. Au moment de diviser, regarde le signe du coefficient de x.

CORRECTION

Rassembler — On retire $2x$ et on ajoute 3 : le sens ne change pas.

$3x < 12$

Diviser par 3 — $3 > 0$: le sens est conservé.

$x < 4$

Contrôle — $x = 0$: $-3 < 9$, vrai, et $0 \in S$.

$0 \in S$ ✓

$S =]-\infty\,;4[$

Mêmes gestes que pour une équation ; on ne s'arrête qu'au moment de diviser, pour regarder le signe.

PIÈGES ANTICIPÉS

`]-inf;2[ / ]-∞;2[` → Tu as écrit $3x < 9 - 3$. Le -3 change de membre : il devient $+3$.

`]4;+inf[ / ]4;+∞[` → Tu as inversé le sens en divisant par 3, qui est positif. Le sens ne change que pour un diviseur négatif.

EXERCICE 82 · PRATIQUE

Le piège du coefficient négatif

Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation $3 - 2x > 11$.

Écrire l'ensemble des solutions sous forme d'intervalle (noter l'infini « inf » ou « ∞ »).

Réponse attendue : `]-inf;-4[` — aussi acceptées :]-∞;-4[·]-inf,-4[

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Retire 3 aux deux membres pour isoler le terme en x.
2. Tu obtiens $-2x > \ldots$: par quel nombre divises-tu, et que devient le sens ?

CORRECTION

Retirer 3 —

$-2x > 8$

Diviser par −2 — $-2 < 0$: le sens s'inverse.

$x < \frac{8}{-2}$

$x < -4$

Contrôle — $x = -5$: $3 + 10 = 13 > 11$, vrai.

$-5 \in S$ ✓

$S =]-\infty\,;-4[$

Le coefficient de x porte son signe : ici -2, et c'est lui qui impose d'inverser le sens.

PIÈGES ANTICIPÉS

`]-4;+inf[ / ]-4;+∞[` → Tu as gardé le sens en divisant par -2. Teste $x = 0$: $3 > 11$ est faux, or 0 est dans ton ensemble.

`]-inf;-7[ / ]-∞;-7[` → Tu as écrit $-2x > 11 + 3$. Le 3 change de membre en changeant de signe : $11 - 3 = 8$.

Maths à la carte — ABDELKADER HAMMAMI

EXERCICE 83 · PRATIQUE

Une fraction négative

Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation $-\dfrac{x}{3} \leq 2$.

Écrire l'ensemble des solutions sous forme d'intervalle (noter l'infini « inf » ou « ∞ »).

Réponse attendue : `[-6;+inf[` — aussi acceptées : [-6;+∞[· [-6,+inf[

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Pour isoler x, multiplie les deux membres par -3.
2. Multiplier par un nombre négatif inverse le sens.

CORRECTION

Multiplier par −3 — $-3 < 0$: le sens s'inverse, $\leq$ devient $\geq$.

$x \geq 2 \times (-3)$

$x \geq -6$

Contrôle — $x = 0$: $0 \leq 2$, vrai, et $0 \in S$.

$0 \in S$ ✓

$S = [-6\,;+\infty[$

Multiplier ou diviser : la règle est la même, seul le signe du nombre compte.

PIÈGES ANTICIPÉS

`]-inf;-6] / ]-∞;-6]` → Tu as gardé le sens en multipliant par -3. Teste $x = 0$: il convient, or il n'est pas dans ton ensemble.

`[-2/3;+inf[ / [-2/3;+∞[` → Tu as divisé 2 par -3. Pour annuler la division par -3, on **multiplie** par -3.

EXERCICE 84 · PRATIQUE

Développer avant de comparer

Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation $4(x-1) \geq 6x + 2$.

Écrire l'ensemble des solutions sous forme d'intervalle (noter l'infini « inf » ou « ∞ »).

Réponse attendue : `]-inf;-3]` — aussi acceptées :]-∞;-3] ·]-inf,-3]

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Développe le membre de gauche.
2. Rassemble les x : si tu les mets à gauche, le coefficient obtenu est négatif. Prends-en note au moment de diviser.

CORRECTION

Développer —

$4x - 4 \geq 6x + 2$

Rassembler — On retire $6x$ et on ajoute 4 : le sens ne change pas.

$-2x \geq 6$

Diviser par −2 — $-2 < 0$: le sens s'inverse.

$x \leq -3$

Contrôle — $x = -4$: $4 \times (-5) = -20$ et $6 \times (-4) + 2 = -22$; $-20 \geq -22$.

$-4 \in S$ ✓

$S =]-\infty\,;-3]$

On peut aussi rassembler les x à droite, $-6 \leq 2x$: le coefficient est positif et le sens ne change pas. Les deux chemins donnent le même ensemble.

PIÈGES ANTICIPÉS

`[-3;+inf[ / [-3;+∞[` → Tu es arrivé à $-2x \geq 6$ et tu as gardé le sens en divisant par -2. Il s'inverse.

`]-inf;-3/2] / ]-∞;-3/2]` → Tu as écrit $4x - 1$: le 4 multiplie aussi le 1. $4(x-1) = 4x - 4$.

EXERCICE 85 · RAISONNEMENT

Le double d'un entier

Le double d'un entier relatif n, diminué de 3, est strictement inférieur à 18.

Déterminer la plus grande valeur possible de n.

Donner la plus grande valeur possible de n.

Réponse attendue : `10`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Traduis la phrase par une inéquation d'inconnue n, puis résous-la.
2. La borne obtenue n'est pas un entier. Parmi les entiers qui conviennent, lequel est le plus grand ?

CORRECTION

Traduire —

$2n - 3 < 18$

Résoudre —

$2n < 21 \iff n < \frac{21}{2}$

Situer la borne — $\dfrac{21}{2} = 10{,}5$: les entiers solutions sont $\ldots, 9, 10$.

$10 < \frac{21}{2} < 11$

Vérification — $2 \times 10 - 3 = 17 < 18$, mais $2 \times 11 - 3 = 19$.

$17 < 18$ ✓

$n = 10$

L'inéquation donne un intervalle ; la condition « n entier » choisit dedans.

PIÈGES ANTICIPÉS

`11` → 11 ne convient pas : $2 \times 11 - 3 = 19$, qui n'est pas inférieur à 18.

`21/2 / 10.5` → $\dfrac{21}{2}$ est la borne, et elle n'est pas un entier. On cherche le plus grand **entier** strictement inférieur à elle.

EXERCICE 86 · RAISONNEMENT

La note du devoir de synthèse

Un élève a obtenu 9 au devoir de contrôle, de coefficient 1. Le devoir de synthèse a le coefficient 2.

Déterminer la note minimale qu'il doit obtenir au devoir de synthèse pour que sa moyenne soit supérieure ou égale à 12.

Donner la note minimale.

Réponse attendue : 27/2 — aussi acceptées : 13.5

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Soit x la note du devoir de synthèse. La moyenne pondérée s'écrit $\dfrac{9+2x}{3}$: pourquoi divise-t-on par 3 ?
2. Traduis « moyenne supérieure ou égale à 12 », puis multiplie les deux membres par 3.
3. L'inégalité est large : la borne trouvée convient.

CORRECTION

Traduire — Soit x la note de synthèse. La somme des coefficients vaut 3.

$\frac{9+2x}{3} \geq 12$

Multiplier par 3 — $3 > 0$: le sens est conservé.

$9 + 2x \geq 36$

Résoudre —

$2x \geq 27 \iff x \geq 13{,}5$

Vérification — Avec $13{,}5$: $\dfrac{9+27}{3} = 12$.

$\frac{36}{3} = 12$ ✓

$x \geq 13{,}5$

Une moyenne avec coefficients se divise par la somme des coefficients ; le reste est une inéquation du premier degré.

PIÈGES ANTICIPÉS

15 → Tu as calculé $\dfrac{9+x}{2}$, comme si les deux devoirs comptaient autant. Le devoir de synthèse compte double.

15/2 / 7.5 → Tu as divisé par 2. On divise par la **somme** des coefficients, $1 + 2 = 3$.

EXERCICE 87 · RAISONNEMENT

L'abonnement qui devient rentable

Au club vidéo, deux formules sont proposées. Formule A : abonnement de 12 D par mois, puis $0{,}5$ D par film. Formule B : 2 D par film, sans abonnement.

Déterminer le nombre minimal de films à louer dans le mois pour que la formule A soit strictement moins chère.

Donner le nombre minimal de films.

Réponse attendue : 9

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Soit n le nombre de films loués dans le mois. Écris le prix payé avec chaque formule.
2. Traduis « A strictement moins chère que B », puis résous l'inéquation.
3. n est un entier : choisis le plus petit entier qui convient.

CORRECTION

Traduire — Soit n le nombre de films.

$$12 + 0{,}5n < 2n$$

Résoudre —

$$12 < 1{,}5n \iff n > 8$$

Le plus petit entier — L'inégalité est stricte : 8 ne convient pas, les deux prix sont alors égaux (16 D).

$$n \geq 9$$

Vérification — Pour 9 films : A coûte $16{,}5$ D, B coûte 18 D.

$$16{,}5 < 18 \quad \checkmark$$

$$n = 9$$

Comparer deux formules, c'est résoudre une inéquation ; la nature de l'inconnue (un entier) fait choisir la bonne valeur.

PIÈGES ANTICIPÉS

8 → Pour 8 films, les deux formules coûtent exactement 16 D : A n'est pas **strictement** moins chère.

5 → Tu as écrit $12 < 2{,}5n$. Le $0{,}5n$ passe à droite en se retranchant : $2n - 0{,}5n = 1{,}5n$.

EXERCICE 88 · RAISONNEMENT

Un moins devant la parenthèse

Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation $-2(x + 3) > 4 - x$.

Écrire l'ensemble des solutions sous forme d'intervalle (noter l'infini « inf » ou « ∞ »).

Réponse attendue : `]-inf;-10[` — aussi acceptées :]-∞;-10[·]-inf,-10[

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Développe : -2 multiplie les deux termes de la parenthèse.
2. Rassemble les x à gauche. Le coefficient obtenu est négatif : attention au moment de diviser.

CORRECTION

Développer —

$$-2x - 6 > 4 - x$$

Rassembler — On ajoute x et 6 aux deux membres.

$$-x > 10$$

Multiplier par −1 — Le sens s'inverse.

$$x < -10$$

Contrôle — $x = -11$: $-2 \times (-8) = 16$ et $4 + 11 = 15$; $16 > 15$.

$-11 \in S$ ✓

$S =]-\infty\,;-10[$

Passer de $-x$ à x, c'est multiplier par -1 : le sens s'inverse aussi.

PIÈGES ANTICIPÉS

`]-10;+inf[ / ]-10;+∞[` → De $-x > 10$, tu as tiré $x > -10$. Multiplier par -1 inverse le sens : $x < -10$.

`]-inf;-7[ / ]-∞;-7[` → Tu as écrit $-2x - 3$: le -2 multiplie aussi le 3, ce qui donne -6.

EXERCICE 89 · DEFI

Quand A est négative

On pose $A = 3(2x - 1) - 2(x + 4)$.

Déterminer l'ensemble des réels x pour lesquels A est négative ou nulle.

Écrire l'ensemble des solutions sous forme d'intervalle (noter l'infini « inf » ou « ∞ »).

Réponse attendue : `]-inf;11/4]` — aussi acceptées :]-∞;11/4] ·]-inf,11/4] ·]-inf;2.75] ·]-∞;2,75]

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Développe et réduis A avant d'écrire l'inéquation.
2. « Négative ou nulle » se traduit par $A \leq 0$.
3. Le moins devant $2(x + 4)$ change le signe des deux termes.

CORRECTION

Développer —

$A = 6x - 3 - 2x - 8 = 4x - 11$

Traduire —

$4x - 11 \leq 0$

Résoudre — $4 > 0$: le sens est conservé.

$x \leq \frac{11}{4}$

$S = \left]-\infty\,;\frac{11}{4}\right]$

Simplifier l'expression d'abord, traduire ensuite : « négatif ou nul » ferme le crochet.

PIÈGES ANTICIPÉS

`]-inf;-5/4] / ]-∞;-5/4]` → Tu as écrit $-2(x + 4) = -2x + 8$. Le moins change le signe des deux termes : $-2x - 8$.

`]-inf;11/4[ / ]-∞;11/4[` → « Négative ou nulle » autorise $A = 0$: la borne $\frac{11}{4}$ est solution, le crochet se ferme.

EXERCICE 90 · DEFI

Un rectangle qui doit exister

Un rectangle a pour dimensions $x+3$ et $2x-1$, en cm, où x est un réel.

Déterminer l'ensemble des valeurs de x pour lesquelles ce rectangle existe et a un périmètre inférieur ou égal à 40 cm.

Écrire l'ensemble des solutions sous forme d'intervalle (noter l'infini « inf » ou « ∞ »).

Réponse attendue : `]1/2;6]` — aussi acceptées :]1/2,6] ·]0.5;6] ·]0,5;6]

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Pour que le rectangle existe, ses deux dimensions doivent être strictement positives.
2. Écris la condition sur le périmètre : $2\big((x+3)+(2x-1)\big) \leq 40$.
3. Les solutions doivent vérifier **toutes** les conditions à la fois.

CORRECTION

Existence — $2x-1>0$ donne $x>\dfrac{1}{2}$; alors $x+3>0$ aussi.

$x > \frac{1}{2}$

Périmètre —

$2(3x+2) \leq 40 \iff 6x+4 \leq 40 \iff x \leq 6$

Les deux conditions —

$\frac{1}{2} < x \leq 6$

$S = \left]\frac{1}{2}\,;6\right]$

Dans un problème, les conditions d'existence (une longueur est positive) s'ajoutent à l'inéquation de l'énoncé.

PIÈGES ANTICIPÉS

`]-inf;6]` / `]-∞;6]` → Pour $x=0$, la dimension $2x-1$ vaut -1 : ce rectangle n'existe pas. Il faut aussi $2x-1>0$.

`[1/2;6]` / `[0.5;6]` → Pour $x=\dfrac{1}{2}$, la largeur $2x-1$ est nulle : il n'y a plus de rectangle. Le crochet est ouvert en $\dfrac{1}{2}$.

EXERCICE 91 · BASE

De l'inégalité à l'intervalle

Écrire sous forme d'intervalle l'ensemble des réels x tels que $x \geq -1$.

Écrire l'intervalle (noter l'infini « inf » ou « ∞ »).

Réponse attendue : `[-1;+inf[` — aussi acceptées : [-1;+∞[· [-1,+inf[

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Les réels supérieurs ou égaux à -1 vont de -1 jusqu'à l'infini.
2. Le symbole $\geq$ autorise l'égalité : le crochet en -1 est-il ouvert ou fermé ?

CORRECTION

Lire l'inégalité — -1 est inclus ; aucune borne à droite.

$x \geq -1$

Écrire l'intervalle — Crochet fermé sur -1, toujours ouvert du côté de l'infini.

$S = [-1\,;+\infty[$

$\geq$ ferme le crochet ; du côté de l'infini, le crochet est toujours ouvert.

PIÈGES ANTICIPÉS

`]-1;+inf[ / ]-1;+∞[` → Le symbole est $\geq$: -1 fait partie de l'ensemble, le crochet se ferme.

`]-inf;-1] / ]-∞;-1]` → Tu as écrit les réels **inférieurs** ou égaux à -1. Ici x est supérieur ou égal à -1 : l'intervalle part vers $+\infty$.

EXERCICE 92 · BASE

Une borne fractionnaire

Écrire sous forme d'intervalle l'ensemble des réels x tels que $x < \dfrac{2}{3}$.

Écrire l'intervalle (noter l'infini « inf » ou « ∞ »).

Réponse attendue : `]-inf;2/3[` — aussi acceptées :]-∞;2/3[·]-inf,2/3[

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Les réels strictement inférieurs à $\dfrac{2}{3}$ viennent de $-\infty$.
2. L'inégalité est stricte : la borne n'est pas dans l'ensemble.

CORRECTION

Lire l'inégalité — $\dfrac{2}{3}$ est exclu ; aucune borne à gauche.

$x < \frac{2}{3}$

$S = \left]-\infty\,;\frac{2}{3}\right[$

Une borne fractionnaire s'écrit telle quelle : l'arrondir changerait l'ensemble.

PIÈGES ANTICIPÉS

`]-inf;2/3] / ]-∞;2/3]` → L'inégalité est stricte : $\dfrac{2}{3}$ n'est pas solution, le crochet reste ouvert.

`]2/3;+inf[ / ]2/3;+∞[` → Tu as écrit les réels supérieurs à $\dfrac{2}{3}$. Ici x est **inférieur** à $\dfrac{2}{3}$.

EXERCICE 93 · BASE

Un encadrement

Écrire sous forme d'intervalle l'ensemble des réels x tels que $-5 < x \leq 1$.

Écrire l'intervalle.

Réponse attendue : `]-5;1]` — aussi acceptées :]-5,1]

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Un encadrement donne deux bornes : l'intervalle va de -5 à 1.
2. Regarde chaque symbole séparément : $<$ du côté de -5, $\leq$ du côté de 1.

CORRECTION

Côté gauche — $-5 < x$: -5 est exclu, crochet ouvert.

Côté droit — $x \leq 1$: 1 est inclus, crochet fermé.

$S =]-5\,;1]$

Chaque borne a son crochet, décidé par son propre symbole.

PIÈGES ANTICIPÉS

`[-5;1]` → Du côté de -5, le symbole est $<$: -5 est exclu, le crochet s'ouvre vers l'extérieur.

`]-5;1[` → Du côté de 1, le symbole est $\leq$: 1 est inclus, le crochet se ferme.

EXERCICE 94 · PRATIQUE

Une inéquation avec une moitié

Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation $\dfrac{x}{2} - 1 < 0$.

Écrire l'ensemble des solutions sous forme d'intervalle (noter l'infini « inf » ou « ∞ »).

Réponse attendue : `]-inf;2[` — aussi acceptées :]-∞;2[·]-inf,2[

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Ajoute 1 aux deux membres.
2. Pour annuler la division par 2, multiplie les deux membres par 2 : le sens change-t-il ?

CORRECTION

Ajouter 1 —

$\frac{x}{2} < 1$

Multiplier par 2 — $2 > 0$: le sens est conservé.

$x < 2$

$S =]-\infty\,;2[$

Supprimer un dénominateur positif ne change pas le sens de l'inégalité.

PIÈGES ANTICIPÉS

`]-inf;1/2[ / ]-∞;1/2[` → Tu as divisé 1 par 2. Pour annuler la division par 2, on multiplie par 2.

`]-inf;2] / ]-∞;2]` → L'inégalité est stricte : pour $x = 2$, on obtient $0 < 0$, faux. Le crochet reste ouvert.

EXERCICE 95 · PRATIQUE

Un double encadrement

Résoudre dans $\mathbb{R}$: $-1 \leq 2x + 3 < 9$.

Écrire l'ensemble des solutions sous forme d'intervalle (noter l'infini « inf » ou « ∞ »).

Réponse attendue : `[-2;3[` — aussi acceptées : [-2,3[

INDICES, DANS L'ORDRE

1. On traite les trois membres à la fois : retire 3 partout.
2. Divise ensuite les trois membres par 2, qui est positif.

CORRECTION

Retirer 3 — Aux trois membres.

$-4 \leq 2x < 6$

Diviser par 2 — $2 > 0$: les deux sens sont conservés.

$-2 \leq x < 3$

$S = [-2\,;3[$

Un encadrement se transforme comme une inéquation, en appliquant chaque opération aux trois membres.

PIÈGES ANTICIPÉS

`[-4;6[` → Tu t'es arrêté à $-4 \leq 2x < 6$. C'est un encadrement de $2x$, pas de x : divise encore par 2.

`]-2;3]` → Les crochets viennent des symboles : $\leq$ à gauche (fermé en -2), $<$ à droite (ouvert en 3).

EXERCICE 96 · PRATIQUE

Un encadrement qui se retourne

Résoudre dans $\mathbb{R}$: $-3 < 1 - 2x \leq 5$.

Écrire l'ensemble des solutions sous forme d'intervalle (noter l'infini « inf » ou « ∞ »).

Réponse attendue : `[-2;2[` — aussi acceptées : [-2,2[

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Retire 1 aux trois membres.
2. Divise ensuite par -2 : les **deux** symboles s'inversent.
3. Réécris enfin l'encadrement dans l'ordre croissant, avant de choisir les crochets.

CORRECTION

Retirer 1 —

$-4 < -2x \leq 4$

Diviser par −2 — $-2 < 0$: les deux sens s'inversent.

$2 > x \geq -2$

Remettre dans l'ordre —

$-2 \leq x < 2$

$S = [-2\,;2[$

Diviser un encadrement par un négatif inverse les deux symboles : on le relit ensuite de gauche à droite.

PIÈGES ANTICIPÉS

`]-2;2]` → Tu as remis les bornes dans l'ordre mais pas les symboles : de $2 > x \geq -2$, on lit $-2 \leq x < 2$. C'est -2 qui est inclus.

`]-4;4]` → Tu t'es arrêté à l'encadrement de $-2x$. Il faut encore diviser par -2.

Maths à la carte — ABDELKADER HAMMAM

EXERCICE 97 · PRATIQUE

Deux fractions à comparer

Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation $\dfrac{2x-1}{3} \leq \dfrac{x+2}{2}$.

Écrire l'ensemble des solutions sous forme d'intervalle (noter l'infini « inf » ou « ∞ »).

Réponse attendue : `]-inf;8]` — aussi acceptées :]-∞;8] ·]-inf,8]

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Multiplie les deux membres par 6 : c'est un nombre positif.
2. Garde les parenthèses des numérateurs : $6 \times \dfrac{2x-1}{3} = 2(2x-1)$.

CORRECTION

Multiplier par 6 — $6 > 0$: le sens est conservé.

$$2(2x-1) \leq 3(x+2)$$

Développer —

$$4x - 2 \leq 3x + 6$$

Rassembler —

$$x \leq 8$$

$$S =]-\infty\,;8]$$

Les règles des fractions et celles des inéquations se combinent sans changement.

PIÈGES ANTICIPÉS

`]-inf;3]` / `]-∞;3]` → Tu as écrit $4x - 1 \leq 3x + 2$: les numérateurs entiers sont multipliés, $2(2x-1) = 4x - 2$ et $3(x+2) = 3x + 6$.

`[8;+inf[` / `[8;+∞[` → Aucune division par un négatif ici : le sens $\leq$ reste le même jusqu'au bout.

EXERCICE 98 · RAISONNEMENT

Compter les entiers

Déterminer le nombre d'entiers relatifs n qui vérifient $-3 < 2n + 1 \leq 9$.

Donner le nombre d'entiers solutions.

Réponse attendue : 6

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Résous d'abord l'encadrement : retire 1, puis divise par 2.
2. Liste ensuite les entiers de l'intervalle obtenu, en faisant attention à chaque borne.

CORRECTION

Retirer 1 —

$$-4 < 2n \leq 8$$

Diviser par 2 —

$$-2 < n \leq 4$$

Lister — -2 est exclu, 4 est inclus.

$n \in \{-1\,;\,0\,;\,1\,;\,2\,;\,3\,;\,4\}$

6

Compter des entiers dans un intervalle, c'est d'abord regarder si chaque borne est incluse.

PIÈGES ANTICIPÉS

`7` → Tu as compté -2. Or $2 \times (-2) + 1 = -3$, qui n'est pas strictement supérieur à -3.

`5` → Tu as oublié 4. Or $2 \times 4 + 1 = 9$, et l'inégalité ≤ 9 l'autorise.

EXERCICE 99 · RAISONNEMENT

Une inéquation toujours vraie

Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation $2(x+1) > 2x - 5$.

Écrire l'ensemble des solutions (noter $\mathbb{R}$ « R » ou « IR »), ou « aucune solution ».

Réponse attendue : `]-inf;+inf[` — aussi acceptées :]-∞;+∞[· R · IR · $\mathbb{R}$ · tous les réels

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Développe le membre de gauche et rassemble les termes en x.
2. Les x disparaissent : l'inégalité qui reste est-elle vraie ou fausse ?

CORRECTION

Développer —

$2x + 2 > 2x - 5$

Rassembler — On retire $2x$ aux deux membres.

$2 > -5$

Conclure — Cette inégalité est vraie, quelle que soit la valeur de x.

$S = \mathbb{R}$

Quand l'inconnue disparaît, l'inégalité restante décide : vraie, tous les réels sont solutions ; fausse, aucun.

PIÈGES ANTICIPÉS

`vide / aucune solution` → L'inégalité qui reste, $2 > -5$, est **vraie** : tous les réels conviennent.

`]-5;+inf[ / ]-5;+∞[` → Il ne reste aucun x : $2 > -5$ ne dit rien de x, elle est vraie pour tous les réels.

EXERCICE 100 · RAISONNEMENT

Une inéquation impossible

Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation $3(x-1) \geq 3x + 2$.

Écrire l'ensemble des solutions, ou « aucune solution ».

Réponse attendue : `vide` — aussi acceptées : ensemble vide · aucune solution · pas de solution

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Développe le membre de gauche.

2. Les termes en x s'annulent : lis l'inégalité qui reste.

CORRECTION

Développer —

$3x - 3 \geq 3x + 2$

Rassembler — On retire $3x$ aux deux membres.

$-3 \geq 2$

Conclure — Cette inégalité est fausse pour tout x : aucun réel n'est solution.

$S = \varnothing$

Une inégalité fausse qui ne dépend plus de x signifie : aucune solution.

PIÈGES ANTICIPÉS

`]-inf;+inf[ / R / IR` → L'inégalité qui reste, $-3 \geq 2$, est **fausse** : aucun réel ne convient.

`[2;+inf[ / [-3;+inf[` → Il ne reste aucun x dans $-3 \geq 2$: cette inégalité est fausse, elle ne définit pas d'intervalle.

EXERCICE 101 · DEFI

Deux conditions à la fois

Déterminer l'ensemble des réels x qui vérifient à la fois $2x - 3 < 5$ et $1 - x \leq 3$.

Écrire l'ensemble des solutions sous forme d'intervalle (noter l'infini « inf » ou « ∞ »).

Réponse attendue : `[-2;4[` — aussi acceptées : [-2,4[

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Résous chaque inéquation séparément.
2. Dans la seconde, le coefficient de x est -1 : attention au sens.
3. « À la fois » : on garde les réels qui vérifient les deux, c'est-à-dire la partie commune des deux intervalles.

CORRECTION

Première inéquation —

$2x < 8 \iff x < 4$

Seconde inéquation — On multiplie $-x \leq 2$ par -1 : le sens s'inverse.

$-x \leq 2 \iff x \geq -2$

Les deux à la fois —

$-2 \leq x < 4$

$S = [-2\,;4[$

Deux conditions simultanées : on résout chacune, puis on garde ce qu'elles ont en commun.

PIÈGES ANTICIPÉS

`]-inf;4[ / ]-∞;4[` → C'est l'ensemble des solutions de la première inéquation seulement. Il faut aussi $1 - x \leq 3$.

`]-inf;-2]` / `]-∞;-2]` → De $-x \leq 2$, tu as tiré $x \leq -2$. Multiplier par -1 inverse le sens : $x \geq -2$. Avec $x < 4$, l'ensemble est un intervalle borné.

EXERCICE 102 · DEFI

Un carré et un triangle

Un triangle équilatéral a pour côté x et un carré a pour côté $x - 2$, en cm, avec $x > 2$.

Déterminer l'ensemble des valeurs de x pour lesquelles le périmètre du carré dépasse strictement celui du triangle, sans dépasser 40 cm.

Écrire l'ensemble des solutions sous forme d'intervalle (noter l'infini « inf » ou « ∞ »).

Réponse attendue : `]8;12]` — aussi acceptées :]8,12]

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Exprime les deux périmètres en fonction de x.
2. Traduis les deux conditions : le périmètre du carré est strictement supérieur à celui du triangle, et inférieur ou égal à 40.
3. Garde les réels qui vérifient les deux conditions, et la condition $x > 2$.

CORRECTION

Les périmètres —

$\mathcal{P}_{\text{carré}} = 4(x - 2) \quad ; \quad \mathcal{P}_{\text{triangle}} = 3x$

Première condition —

$4x - 8 > 3x \iff x > 8$

Seconde condition —

$4x - 8 \leq 40 \iff x \leq 12$

Les deux à la fois — Ces valeurs vérifient bien $x > 2$.

$8 < x \leq 12$

$S =]8\,;12]$

Un énoncé à plusieurs exigences se traduit par plusieurs inéquations : la réponse est leur partie commune.

PIÈGES ANTICIPÉS

`]8;+inf[` / `]8;+∞[` → Tu n'as traité que la comparaison des périmètres. Le périmètre du carré ne doit pas dépasser 40 cm.

`]2;12]` → Tu as oublié la comparaison avec le triangle : pour $x = 5$, le carré a un périmètre de 12 cm, inférieur aux 15 cm du triangle.
