– Maths à la carte –

ABDELKADER HAMMAMI

Exploitation de l'information

1re année secondaire · Pr Abdelkader Hammami

Le cours

CE QU'IL DIT EN ACCUEILLANT

3aslema ! Les statistiques ma tekhdemnech bech na7esbou : tekhdemna bech nlakhsou. 9oddem miatin note, 7atta wa7ed ma ynajjem ychouf el classe. Amma une moyenne, une médiane w une étendue, ynajmou. Bech nchoufou kifech ne9raw des données, w kifech nmathlouhom.

عسلامة ! les statistiques ما تخدمناش باش نحسبو : تخدمنا باش نلخّصو. قدّام مياتين note، حتّى واحد ما ينجّم يشوف الكلاس. أمّا une moyenne، une médiane w une étendue باش نشوفو كيفاش نقراو des données، w كيفاش نمثّلوهم.

Bonjour ! Les statistiques ne servent pas à calculer : elles servent à résumer. Face à deux cents notes, personne ne peut voir la classe. Une moyenne, une médiane et une étendue, si. On va voir comment lire des données, et comment les représenter.

Les statistiques ne servent pas à calculer : elles servent à **résumer**. Face à deux cents notes, personne ne peut « voir » la classe. Une moyenne, une médiane et une étendue, si.

Tout le chapitre consiste donc à choisir le bon résumé, et à savoir ce qu'il cache. Une moyenne de 12 ne dit pas si tout le monde a 12 ou si la moitié a 4 et l'autre 20 — et c'est exactement pour ça qu'on a inventé la médiane et l'étendue.

OBJECTIFS ANNONCÉS

CE QU'IL DIT EN LES ANNONÇANT

Fi e5er el chapitre hedha, bech tkoun ta3ref :

في آخر الـ chapitre هذا ، باش تكون تعرف :

À la fin de ce chapitre, tu sauras :

- Employer correctement le vocabulaire : population, individu, caractère, effectif, fréquence

  > Employer correctement le vocabulaire : population, individu, caractère, effectif, fréquence.
  > *Employer correctement le vocabulaire : population, individu, caractère, effectif, fréquence.*

- Distinguer un caractère qualitatif d'un caractère quantitatif, discret ou continu

  > Distinguer un caractère qualitatif d'un caractère quantitatif, discret ou continu.

> *Distinguer un caractère qualitatif d'un caractère quantitatif, discret ou continu.*

- Construire un tableau d'effectifs et de fréquences, et calculer des effectifs cumulés
  > Construire un tableau d'effectifs et de fréquences, et calculer des effectifs cumulés.
  > *Construire un tableau d'effectifs et de fréquences, et calculer des effectifs cumulés.*
- Lire et construire un diagramme en bâtons, un diagramme circulaire, un histogramme
  > Lire et construire un diagramme en bâtons, un diagramme circulaire, un histogramme.
  > *Lire et construire un diagramme en bâtons, un diagramme circulaire, un histogramme.*
- Calculer et interpréter une moyenne pondérée, une médiane, un mode et l'étendue
  > Calculer et interpréter une moyenne pondérée, une médiane, un mode et l'étendue.
  > *Calculer et interpréter une moyenne pondérée, une médiane, un mode et l'étendue.*
- Déterminer le centre d'une classe, et la classe modale d'une série regroupée
  > Déterminer le centre d'une classe, et la classe modale d'une série regroupée.
  > *Déterminer le centre d'une classe, et la classe modale d'une série regroupée.*
- Calculer la moyenne d'une série regroupée par classes à partir des centres et des fréquences
  > Calculer la moyenne d'une série regroupée par classes à partir des centres et des fréquences.
  > *Calculer la moyenne d'une série regroupée par classes à partir des centres et des fréquences.*
- Lire la médiane d'une série regroupée sur la courbe des fréquences cumulées croissantes
  > Lire la médiane d'une série regroupée sur la courbe des fréquences cumulées croissantes.
  > *Lire la médiane d'une série regroupée sur la courbe des fréquences cumulées croissantes.*
- Savoir que dans un histogramme, c'est l'aire du rectangle qui est proportionnelle à l'effectif
  > Savoir que dans un histogramme, c'est l'aire du rectangle qui est proportionnelle à l'effectif.
  > *Savoir que dans un histogramme, c'est l'aire du rectangle qui est proportionnelle à l'effectif.*
- Calculer un coefficient multiplicateur et un indice base 100 sur une série chronologique
  > Calculer un coefficient multiplicateur et un indice base 100 sur une série chronologique.
  > *Calculer un coefficient multiplicateur et un indice base 100 sur une série chronologique.*

---

1. ACTIVITÉ

Vingt notes en vrac

CE QU'IL DIT

3andna vingt note mte3 classe, ma7toutin fel 5lit. Bass fihom berk : tnajjem t9oul kifech 5edmet el classe ? S3ib. Rattebhom bel tartib ettasa3odi, w baad chouf. Hedhi hiya el mochkla elli bech y7ellha el chapitre el koll.

عندنا vingt note متاع كلاس، محطوطين في الخليط. بصّ فيهم برك : تنجّم تقول كيفاش خدمت الكلاس ؟ صعيب. رتّبهم بالترتيب التصاعدي، w بعد شوف. هاذي هي المشكلة الّي باش يحلّها الشابيتر الكلّ.

On a vingt notes d'une classe, en vrac. Regarde-les simplement : peux-tu dire comment la classe a travaillé ? C'est difficile. Range-les dans l'ordre croissant, puis regarde. C'est ce problème-là que tout le chapitre va résoudre.

Voici les notes obtenues par une classe à un contrôle :

$$8\ ;\ 12\ ;\ 15\ ;\ 6\ ;\ 12\ ;\ 14\ ;\ 9\ ;\ 12\ ;\ 18\ ;\ 11\ ;\ 12\ ;\ 7\ ;\ 13\ ;\ 12\ ;\ 10\ ;\ 16\ ;\ 12\ ;\ 9\ ;\ 14\ ;\ 12$$

1. En regardant seulement cette liste, peux-tu dire comment la classe a travaillé ?
2. Range les notes dans l'ordre croissant, puis compte combien de fois chacune apparaît.
3. Quelle note revient le plus souvent ? Combien d'élèves ont eu au moins 12 ?

La première question n'a pas de réponse, et c'est voulu. Tout le chapitre consiste à rendre lisible ce qui ne l'est pas.

EXEMPLE TRAITÉ

Ce que donne le comptage.

Effectif total —

$N = 20$

La note la plus fréquente — Elle apparaît sept fois : c'est le mode de la série.

12 apparaît 7 fois

En rangeant, on voit aussi les extrêmes, ce que la liste brute cachait.

$x_{\min} = 6 \quad ; \quad x_{\max} = 18$

Au moins 12 — On additionne les effectifs des notes supérieures ou égales à 12 : sept fois 12, puis 13, deux fois 14, 15, 16 et 18.

$7 + 1 + 2 + 1 + 1 + 1 = 13$ élèves

$$\text{Mode} = 12 \quad ; \quad \text{Étendue} = 18 - 6 = 12$$

À ne pas faire : On lit la série telle qu'elle est donnée — On la range et on compte les effectifs. Une liste en vrac ne se lit pas. Ranger et compter est le premier geste de toute étude statistique.

2. VOCABULAIRE

Le vocabulaire de la statistique

CE QU'IL DIT

Quatre kelmet, w lezmek testa3melhom bel dhabt. La population hiya l'ensemble elli n7ebbou nadrsouh. L'individu houwa un élément menha. Le caractère houwa elli nlé7dhouh 3ala koll individu. W l'effectif houwa 9adech marra tet3awed valeur. Te5let binethom, te5let ejjadwel el koll.

quatre كلمات، w لازمك تستعملهم بالضبط. la population هي l'ensemble الّي نحبّو ندرسوه. l'individu هو un élément منها. le caractère هو الّي نلاحظوه على كلّ individu. w l'effectif هو قدّاش مرّة تتعاود valeur. تخلط بيناتهم، تخلط الجدول الكلّ.

Quatre mots, et il faut les employer exactement. La population, c'est l'ensemble étudié. L'individu, c'est un élément de cet ensemble. Le caractère, c'est ce qu'on observe sur chaque individu. Et l'effectif, c'est le nombre de fois qu'une valeur revient. Si tu les mélanges, tu mélanges tout le tableau.

Quatre mots, et il faut les employer exactement :

- la **population** : l'ensemble étudié — les élèves d'une classe, les habitants d'une ville ;
- un **individu** : un élément de cette population ;
- le **caractère** : ce qu'on observe sur chaque individu — la couleur des yeux, la taille, le nombre de frères ;
- l'**effectif** d'une valeur : le nombre d'individus qui la présentent.

Le caractère se classe en deux familles, et ce classement décide de tout ce qui suit :

- **qualitatif** : il ne se mesure pas — couleur, sport pratiqué, moyen de transport ;
- **quantitatif** : il se mesure. Il est **discret** quand les valeurs sont isolées (nombre de frères : $0, 1, 2$ …), **continu** quand elles peuvent prendre n'importe quelle valeur d'un intervalle (la taille, la masse).

On ne calcule jamais de moyenne sur un caractère qualitatif : la « couleur moyenne » n'existe pas.

EFFECTIF TOTAL

$$N = \sum n_i$$

EXEMPLE TRAITÉ

Dans une classe de 25 élèves, on relève la couleur des yeux et le nombre de frères et sœurs.

Population — Les 25 élèves de la classe. Un individu est un élève.

$N = 25$

Premier caractère — La couleur des yeux ne se mesure pas : il est qualitatif.

Second caractère — Le nombre de frères et sœurs prend des valeurs isolées : il est quantitatif discret.

À ne pas faire : On calcule la moyenne des couleurs d'yeux — On donne le mode : la couleur la plus fréquente. Un caractère qualitatif n'a pas de valeur numérique. Seul le mode a un sens.

---

3. MÉTHODE

Effectifs, fréquences, cumuls

CE QU'IL DIT

La fréquence hiya l'effectif mte3 valeur ma9soum 3ala l'effectif total. Houwa nombre bin zéro w 1, w la somme des fréquences tsawi dima 1. Hedhi hiya la vérification elli lezmek ta3melha dima : ken la somme ma 3amletch 1, thamma ghalta fel jadwel. B pourcentage, nodhorbou fi 100.

zéro w 1، w la somme بين nombre هو .l'effectif total مقسوم على valeur متاع l'effectif هي la fréquence
des fréquences تساوي ديما 1. هاذي هي la vérification الّي لازمك تعملها ديما : كان la somme ما عملتش 1،
ثمّة غلطة في الجدول. بـ pourcentage، نضربو في 100.

La fréquence, c'est l'effectif d'une valeur divisé par l'effectif total. C'est un nombre compris entre zéro et 1, et la somme des fréquences vaut toujours 1. C'est le contrôle à faire systématiquement : si la somme ne fait pas 1, il y a une erreur dans le tableau. En pourcentage, on multiplie par 100.

La **fréquence** d'une valeur est la part qu'elle représente dans l'ensemble :

$$f_i = \frac{n_i}{N}$$

C'est un nombre compris entre 0 et 1, et la somme de toutes les fréquences vaut toujours 1. C'est le contrôle à faire systématiquement : si la somme ne fait pas 1, il y a une erreur dans le tableau.

En pourcentage, on multiplie par 100. Une fréquence de $0{,}4$ s'annonce donc « $40\,\%$ » — et il faut préciser lequel des deux on donne, car $0{,}4$ et 40 ne sont pas le même nombre.

L'**effectif cumulé croissant** d'une valeur est le nombre d'individus dont la valeur du caractère est inférieure ou égale à celle-ci. Il sert à trouver la médiane sans tout réécrire.

FRÉQUENCE

$f_i = \frac{n_i}{N}$

CONTRÔLE

$\sum f_i = 1$

EN %

$\text{pourcentage} = f_i \times 100$

EXEMPLE TRAITÉ

Sur 25 élèves, 10 pratiquent le football. Quelle est la fréquence, en pourcentage ?

La fréquence —

$f = \frac{10}{25} = 0{,}4$

En pourcentage —

$0{,}4 \times 100 = 40$

$40\,\%$ des élèves pratiquent le football.

$f = 40\,\%$

À ne pas faire : $f = \frac{25}{10} = 2{,}5$ — $f = \frac{10}{25} = 0{,}4$. L'effectif de la valeur est au numérateur, l'effectif total au dénominateur. Une fréquence ne dépasse jamais 1.

4. MÉTHODE

Représenter les données

CE QU'IL DIT

Le graphique yet5tar 3ala 7seb tabi3et le caractère — mouch 3ala 7seb edhdhou9. Le diagramme en bâtons l un caractère qualitatif walla quantitatif discret. Le diagramme circulaire bech tbayyen des parts d'un tout : l'angle proportionnel à l'effectif, 3ala 360 degrés. Anhi graphique te5tar, hedhi 7addha fi rou7ha so2al fi l'examen.

le graphique يتختار على حساب طبيعة le caractère — موش على حساب الذوق. le diagramme en bâtons لـ un caractère qualitatif ولّا quantitatif discret. le diagramme circulaire باش تبيّن des parts d'un tout : l'angle proportionnel à l'effectif، على 360 degrés. أنهي graphique تختار، هاذي حدّها في روحها سؤال في l'examen.

Le graphique se choisit d'après la nature du caractère — ce n'est pas une question de goût. Le diagramme en bâtons pour un caractère qualitatif ou quantitatif discret. Le diagramme circulaire pour montrer des parts d'un tout : l'angle est proportionnel à l'effectif, sur 360 degrés. Le choix du graphique est à lui seul une question d'examen.

Le graphique se choisit d'après la nature du caractère — ce n'est pas une question de goût :

- **diagramme en bâtons** : caractère qualitatif ou quantitatif discret. La hauteur du bâton est proportionnelle à l'effectif ;
- **diagramme circulaire** : pour montrer des parts d'un tout. L'angle est proportionnel à l'effectif, sur un tour complet de 360° ;
- **histogramme** : caractère quantitatif **continu**, regroupé en classes. Ce sont les **aires** des rectangles qui sont proportionnelles aux effectifs, pas leurs hauteurs.

Pour un diagramme circulaire, l'angle se calcule toujours de la même façon : la fréquence multipliée par 360.

ANGLE EN DEGRÉS

$$\alpha_i = \frac{n_i}{N} \times 360$$

EXEMPLE TRAITÉ

Sur 40 personnes interrogées, 14 préfèrent le thé. Quel angle représente le thé sur un diagramme circulaire ?

La fréquence —

$f = \frac{14}{40} = 0{,}35$

L'angle — Le tour complet fait 360°.

$\alpha = 0{,}35 \times 360$

$\alpha = 126^\circ$

$$\alpha = 126^\circ$$

Maths à la carte
ABDELKADER HAMMAMI

À ne pas faire : L'angle vaut $\frac{14}{40} \times 180 = 63^\circ$ — L'angle vaut $\frac{14}{40} \times 360 = 126^\circ$. Un disque complet mesure 360°, pas 180°. Le contrôle : la somme des angles doit faire 360°.

---

5. PROPRIÉTÉ

La moyenne pondérée

CE QU'IL DIT

Ma tensech les effectifs. La note elli khdhewha dix élèves ma tzench kif la note elli khdhewha cinq. Hedhi hiya la moyenne pondérée.

ما تنساش les effectifs. la note اللي خذاوها dix élèves ما تزنش كيف la note اللي خذاوها cinq. hedhi hiya la moyenne pondérée.

N'oublie pas les effectifs. Une note obtenue par dix élèves ne pèse pas comme une note obtenue par cinq. C'est ça, la moyenne pondérée.

Quand chaque valeur x_i est présentée par n_i individus, la moyenne se calcule en **pondérant** : chaque valeur pèse autant que son effectif.

$$\overline{x} = \frac{n_1 x_1 + n_2 x_2 + \cdots + n_p x_p}{N}$$

L'erreur la plus fréquente du chapitre est de faire la moyenne des **valeurs** en oubliant les effectifs. Elle donne un résultat faux dès que les effectifs diffèrent : une note obtenue par vingt élèves ne pèse pas comme une note obtenue par un seul.

Contrôle de bon sens : la moyenne est toujours comprise entre la plus petite et la plus grande valeur.

MOYENNE PONDÉRÉE

$$\overline{x} = \frac{\sum n_i x_i}{N}$$

CONTRÔLE

$$x_{\min} \leq \overline{x} \leq x_{\max}$$

DÉMONSTRATION

Notons $x_{\min}$ la plus petite valeur de la série et $x_{\max}$ la plus grande. Pour tout indice i :

$$x_{\min} \leq x_i \leq x_{\max}$$

En multipliant par $n_i > 0$, puis en additionnant sur toutes les valeurs :

$$x_{\min} \sum n_i \leq \sum n_i x_i \leq x_{\max} \sum n_i$$

Or $\sum n_i = N$. En divisant les trois membres par $N > 0$, il vient

$$x_{\min} \leq \overline{x} \leq x_{\max}$$

C'est le contrôle à faire après tout calcul de moyenne.

EXEMPLE TRAITÉ

Dans un contrôle, 5 élèves ont eu 8, 10 élèves ont eu 12 et 5 élèves ont eu 17. Calculer la moyenne de la classe.

Effectif total —

$N = 5 + 10 + 5 = 20$

Somme pondérée —

$5 \times 8 + 10 \times 12 + 5 \times 17 = 40 + 120 + 85 = 245$

La moyenne —

$\overline{x} = \frac{245}{20} = 12{,}25$

Contrôle — Elle est bien comprise entre 8 et 17.

$8 \leq 12{,}25 \leq 17$

$$\overline{x} = 12{,}25$$

À ne pas faire : $\overline{x} = \dfrac{8 + 12 + 17}{3}$ — $\overline{x} = \dfrac{5 \times 8 + 10 \times 12 + 5 \times 17}{20}$. Sans les effectifs, la note obtenue par dix élèves compterait autant que celle obtenue par cinq.

6. MÉTHODE

Médiane, mode et étendue

CE QU'IL DIT

Trois indicateurs ykammlou la moyenne, w y9oulou 7aja o5ra ghirha. La médiane t9assem la série l deux nossat kif b3adhhom. W el 5otwa elli ynsawha el koll : lezmek trattab les valeurs bel tartib ettasa3odi 9bal. Bla tartib, el be9i el koll ghalet. Le mode houwa la valeur elli tet3awed akthar, w l'étendue hiya la différence bin la plus grande w la plus petite.

نصّات كيف trois indicateurs يكمّلو la moyenne، w يقولو حاجة أخرى غيرها. la médiane تقسّم la série لـ deux بعضهم. w الخطوة الّي ينساوها الكلّ : لازمك ترتّب les valeurs بالترتيب التصاعدي قبل. بلا ترتيب، الباقي الكلّ غالط. le mode هو la valeur الّي تتعاود أكثر، w l'étendue هي la différence بين l'plus grande w la plus petite.

Trois indicateurs complètent la moyenne, et disent autre chose qu'elle. La médiane partage la série en deux moitiés de même effectif. Et l'étape que tout le monde oublie : il faut d'abord ranger les valeurs dans l'ordre croissant. Sans ce rangement, tout le reste est faux. Le mode, c'est la valeur qui revient le plus, et l'étendue, la différence entre la plus grande et la plus petite.

Trois indicateurs qui complètent la moyenne, et qui disent autre chose qu'elle.

La **médiane** partage la série en deux moitiés de même effectif : autant de valeurs en dessous qu'au-dessus. Pour la trouver :

1. **ranger** les valeurs dans l'ordre croissant — c'est l'étape qu'on oublie, et sans elle tout le reste est faux ;
2. si l'effectif N est **impair**, la médiane est la valeur de rang $\dfrac{N+1}{2}$;
3. si N est **pair**, c'est la moyenne des deux valeurs centrales.

Le **mode** est la valeur de plus grand effectif. C'est le seul indicateur qui a un sens pour un caractère qualitatif.

L'**étendue** est la différence entre la plus grande et la plus petite valeur. Elle mesure la dispersion : deux classes de même moyenne peuvent avoir des étendues très différentes.

Deux mots qu'il faut savoir lire dans un énoncé : une série qui n'a **qu'un seul** mode est dite **unimodale** ; celle qui en a **deux** est dite **bimodale**.

MÉDIANE

N impair : rang $\frac{N+1}{2}$

ÉTENDUE

$e = x_{\max} - x_{\min}$

EXEMPLE TRAITÉ

Tailles, en cm, de 9 élèves : 152 ; 158 ; 161 ; 149 ; 170 ; 155 ; 163 ; 158 ; 167. Déterminer la médiane et l'étendue.

Ranger —

149 ; 152 ; 155 ; 158 ; 158 ; 161 ; 163 ; 167 ; 170

Le rang — $N = 9$ est impair.

$\frac{9+1}{2} = 5$

La cinquième valeur de la liste rangée est 158.

$\text{Médiane} = 158$

Étendue —

$e = 170 - 149 = 21$

$\text{Médiane} = 158 \text{ cm} \quad ; \quad e = 21 \text{ cm}$

À ne pas faire : On prend la valeur du milieu de la liste **donnée** — On range d'abord, puis on prend celle du milieu. Ici la cinquième valeur non rangée est 170, alors que la médiane vaut 158.

7. ACTIVITÉ

Quand les valeurs sont trop nombreuses pour être listées

CE QU'IL DIT

Ki les valeurs ywalliw barcha, njamma3ouhom par classes. Ama wa9tha nekhsrou les valeurs individuelles : la moyenne exacte ma tnajjemch tethseb. Na3tiw lkoll classe le milieu mte3ha, w houwa elli ymathelha. Hedha houwa le centre de la classe.

les valeurs individuelles : la moyenne وقتها نخسرو . par classes نجمّعوهم ، les valeurs كي يوليو برشا exacte ما تنجّمش تتحسب. نعطيو لكل classe le milieu متاعها ، w هو اللي يمثّلها. هذا هو le centre de la classe .

Quand les valeurs deviennent trop nombreuses, on les regroupe par classes. Mais on perd alors les valeurs individuelles : la moyenne exacte n'est plus calculable. On fait jouer à chaque classe son milieu, et c'est lui qui la représente. C'est le centre de la classe.

On a relevé la durée, en minutes, de 40 appels téléphoniques. Les durées sont des nombres décimaux quelconques : $3{,}7$; $11{,}2$; $8{,}05$… Les lister une par une ne dirait rien. On les **regroupe par classes** :

Durée d'appel (min)	$[0\,;5[$	$[5\,;10[$	$[10\,;15[$	$[15\,;20[$
Nombre d'appels	8	12	15	5

1. Combien d'appels ont duré moins de 10 minutes ?
2. Peux-tu calculer la durée moyenne d'un appel à partir de ce tableau ? Que te manque-t-il ?
3. Quelle valeur vas-tu faire jouer à la classe $[5\,;10[$ tout entière ?

La question 3 est la difficulté du chapitre : dans une classe, on ne connaît plus les valeurs individuelles. Il faut en choisir **une** qui représente toute la classe — et ce choix a un nom.

EXEMPLE TRAITÉ

Répondre aux questions 1 et 3.

Moins de 10 minutes — On additionne les deux premières classes.

$8 + 12 = 20$ appels

La moyenne exacte est **hors d'atteinte** : le tableau a perdu les valeurs individuelles. On ne pourra donner qu'une valeur approchée.

Le représentant — On fait jouer à toute la classe son **milieu** : c'est la valeur la moins injuste, puisqu'on ne sait pas comment les appels se répartissent à l'intérieur.

$\text{milieu de } [5\,;10[= \frac{5+10}{2} = 7{,}5$

20 appels ; on retient $7{,}5$

8. PROPRIÉTÉ

Les paramètres d'une série regroupée par classes

CE QU'IL DIT

Rodd belek : le mode walla classe, mechi valeur. W la moyenne tethseb b les centres, koll wahed mesure bel fréquence mte3ou — mechi la moyenne des centres. W fi l'histogramme, l'aire hiya elli proportionnelle à l'effectif, mechi la hauteur.

رد بالك : le mode ولّى classe ، ماشي la moyenne w . valeur تتحسب بـ les centres ، كل واحد mesure بالـ proportionnelle هي اللي l'histogramme ، l'aire في la moyenne des centres . w ماشي — متاعه fréquence à l'effectif ، ماشي la hauteur .

Fais attention : le mode devient une classe, plus une valeur. Et la moyenne se calcule avec les centres, chacun pesé par sa fréquence — ce n'est pas la moyenne des centres. Et dans un histogramme, c'est l'aire qui est proportionnelle à l'effectif, pas la hauteur.

Les quatre paramètres changent de définition dès que la série est regroupée. C'est un second bloc à retenir, et il ne se déduit pas du premier.

- le **centre d'une classe** est le milieu de ses extrémités ;
- dans un **histogramme**, l'**aire** d'un rectangle est proportionnelle à l'effectif de la classe. Ce n'est pas la hauteur : quand les classes n'ont pas la même largeur, lire les hauteurs trompe ;
- un **mode** est une **classe** — la classe d'effectif le plus élevé, qu'on appelle classe modale. Ce n'est plus une valeur ;
- la **moyenne** s'obtient en multipliant chaque **centre** de classe par la fréquence correspondante, puis en additionnant ;
- la **médiane** est l'abscisse du point de la **courbe des fréquences cumulées croissantes** dont l'ordonnée est $0{,}5$.

CENTRE D'UNE CLASSE

$$c_i = \frac{\text{borne inférieure} + \text{borne supérieure}}{2}$$

MOYENNE PAR CLASSES

$$\overline{x} = \sum c_i \times f_i$$

EXEMPLE TRAITÉ

Pour la série des 40 appels ci-dessus, déterminer la classe modale, la durée moyenne, puis la médiane.

Les centres —

$2{,}5 \quad ; \quad 7{,}5 \quad ; \quad 12{,}5 \quad ; \quad 17{,}5$

Les fréquences — On divise chaque effectif par 40.

$0{,}2 \quad ; \quad 0{,}3 \quad ; \quad 0{,}375 \quad ; \quad 0{,}125$

La classe modale — L'effectif le plus élevé est 15. Le mode est une classe, pas un nombre.

$\text{classe modale} = [10\,;15[$

La moyenne —

$\overline{x} = 2{,}5(0{,}2) + 7{,}5(0{,}3) + 12{,}5(0{,}375) + 17{,}5(0{,}125)$

$\overline{x} = 0{,}5 + 2{,}25 + 4{,}6875 + 2{,}1875 = 9{,}625$

La médiane — Fréquences cumulées croissantes : $0{,}2$ puis $0{,}5$ puis $0{,}875$ puis 1. La valeur $0{,}5$ est atteinte exactement au bout de la classe $[5\,;10[$.

$\text{médiane} = 10$

$$\text{mode} = [10\,;15[\quad ; \quad \overline{x} = 9{,}625 \quad ; \quad \text{médiane} = 10$$

À ne pas faire : Le mode de cette série est 15. — La classe modale est $[10\,;15[$.. 15 est l'**effectif** de cette classe, pas une durée. Dans une série regroupée, le mode est une classe.

À ne pas faire : $\overline{x} = \dfrac{2{,}5 + 7{,}5 + 12{,}5 + 17{,}5}{4} = 10$ — $\overline{x} = \sum c_i \times f_i = 9{,}625$. Faire la moyenne des centres revient à donner le même poids à chaque classe. Or elles n'ont pas le même effectif : la moyenne est **pondérée**.

À ne pas faire : Dans un histogramme, la hauteur du rectangle donne l'effectif. — C'est l'**aire** du rectangle qui est proportionnelle à l'effectif.. Les deux se confondent uniquement quand toutes les classes ont la même largeur. Dès qu'une classe est deux fois plus large, sa hauteur doit être deux fois plus basse pour le même effectif.

---

9. PROPRIÉTÉ

Séries chronologiques : coefficient multiplicateur et indice

CE QU'IL DIT

L'année de référence hiya elli temchi fi le dénominateur, w hiya elli 3andha l'indice 100. Ken te9lebhom, la hausse twalli baisse. W indice 125 ma3neha hausse de vingt-cinq pour cent, mechi cent vingt-cinq : l'indice yet9aren m3a 100, mechi m3a zéro.

l'année de référence هي اللي تمشي في le dénominateur ، w هي اللي عندها l'indice 100 . كان تقلبهم ، la cent vingt-cinq : l'indice ماشي ، hausse de vingt-cinq pour cent معناها baisse . w indice 125 تولّي hausse يتقارن مع 100 ، ماشي مع zéro .

L'année de référence est celle qui va au dénominateur, et c'est elle qui porte l'indice 100. Si tu les inverses, la hausse devient une baisse. Et un indice de 125 signifie une hausse de vingt-cinq pour cent, pas de cent vingt-cinq : l'indice se compare à 100, pas à zéro.

Une **série chronologique** suit une même grandeur au fil des années. Deux outils permettent de comparer deux années sans se perdre dans les unités.

Le **coefficient multiplicateur** qui permet de passer de l'année b à l'année n est le quotient de la valeur de l'année n par celle de l'année b.

L'**indice** de l'année n, **base 100 en l'année b**, est ce même quotient multiplié par 100. L'année de référence a donc toujours l'indice 100 — c'est ce que « base 100 » veut dire.

Les deux disent la même chose, dans deux unités :

COEFFICIENT MULTIPLICATEUR

$$C = \frac{\text{valeur de l'année } n}{\text{valeur de l'année } b}$$

INDICE BASE 100

$$I = \frac{\text{valeur de l'année } n}{\text{valeur de l'année } b} \times 100$$

LE LIEN ENTRE LES DEUX

$$I = C \times 100$$

EXEMPLE TRAITÉ

Un produit coûtait 40 dinars en 2020 et coûte 50 dinars en 2024. Calculer le coefficient multiplicateur de 2020 à 2024, puis l'indice de 2024 base 100 en 2020.

Le coefficient — L'année de référence est 2020 : c'est elle qui va au dénominateur.

$C = \frac{50}{40} = 1{,}25$

L'indice —

$I = C \times 100 = 1{,}25 \times 100 = 125$

On lit l'indice directement : 125 contre 100, c'est une hausse de 25% sur la période.

$$C = 1{,}25 \quad ; \quad I = 125$$

À ne pas faire : $I = \frac{40}{50} \times 100 = 80$ — $I = \frac{50}{40} \times 100 = 125$. L'année de **référence** — celle qui porte la base 100 — va au dénominateur. Inverser transforme une hausse en baisse.

À ne pas faire : Un indice de 125 signifie une hausse de 125%. — Une hausse de 25%.. L'indice se compare à 100, pas à 0. La hausse en pourcentage est $I - 100$.

À RETENIR

CE QU'IL DIT EN L'ÉCRIVANT

Hedha elli lezmek tetfakkrou :

هذا اللي لازمك تتفكّرو :

Voici ce qu'il faut retenir :

1. Caractère qualitatif : pas de moyenne, seulement un mode.

   > Caractère qualitatif : ma fihch moyenne, fih mode berk.
   > *Caractère qualitatif : pas de moyenne, seulement un mode.*

2. $f_i = \frac{n_i}{N}$, et la somme des fréquences vaut toujours 1.

   > La fréquence égale l'effectif sur l'effectif total, w la somme des fréquences dima égale 1.
   > *La fréquence égale l'effectif sur l'effectif total, et la somme des fréquences vaut toujours 1.*

3. Angle d'un diagramme circulaire : $\frac{n_i}{N} \times 360$.

   > L'angle fi diagramme circulaire égale l'effectif sur l'effectif total, fois 360.
   > *L'angle d'un diagramme circulaire égale l'effectif sur l'effectif total, fois 360.*

4. Moyenne pondérée : chaque valeur pèse autant que son effectif.

   > La moyenne pondérée : koll valeur tewzen 9ad l'effectif mte3ha.
   > *Moyenne pondérée : chaque valeur pèse autant que son effectif.*

5. La moyenne est toujours entre la plus petite et la plus grande valeur.

   > La moyenne dima entre la plus petite et la plus grande valeur.
   > *La moyenne est toujours entre la plus petite et la plus grande valeur.*

6. Pour la médiane, on **range d'abord**. Rang $\frac{N+1}{2}$ si N est impair.

   > Bech tel9a la médiane, rattab 9bal koll chay. W ken N impair, hiya elli fi rang (N plus 1) sur 2.
   > *Pour la médiane, on range d'abord. Si N est impair, elle est au rang (N plus 1) sur 2.*

7. Série regroupée : le mode est une **classe**, et le centre d'une classe est le milieu de ses bornes.

   > Fi série regroupée, le mode houwa classe, w le centre d'une classe houwa le milieu de ses bornes.
   > *Dans une série regroupée, le mode est une classe, et le centre d'une classe est le milieu de ses bornes.*

8. Moyenne par classes : $\overline{x} = \sum c_i \times f_i$ — pondérée, jamais la moyenne des centres.

   > La moyenne par classes : la somme des produits centre fois fréquence. Pondérée, mouch la moyenne des centres.
   > *La moyenne par classes : la somme des produits centre fois fréquence. Pondérée, jamais la moyenne des centres.*

9. Médiane par classes : l'abscisse du point d'ordonnée $0{,}5$ sur la courbe des fréquences cumulées croissantes.

   > La médiane par classes : l'abscisse du point d'ordonnée 0,5 3ala la courbe des fréquences cumulées croissantes.
   > *La médiane par classes : l'abscisse du point d'ordonnée 0,5 sur la courbe des fréquences cumulées croissantes.*

10. Histogramme : c'est l'**aire** du rectangle qui est proportionnelle à l'effectif, pas sa hauteur.

    > Fi histogramme, l'aire du rectangle hiya elli proportionnelle à l'effectif, mouch la hauteur.
    > *Dans un histogramme, c'est l'aire du rectangle qui est proportionnelle à l'effectif, pas sa hauteur.*

11. $I = C \times 100$, et l'année de référence — celle de la base 100 — va au dénominateur.

    > I égale C fois 100, w l'année de référence, mte3 la base 100, dima au dénominateur.
    > *I égale C fois 100, et l'année de référence, celle de la base 100, va au dénominateur.*

Questions fréquentes — ses réponses toutes prêtes

Quand un élève tape une de ces questions pendant le cours, cette réponse part aussitôt, avec sa voix, sans passer par le modèle. Les formulations sont celles qu'on reconnaît.

QUESTION 1 · VINGT NOTES EN VRAC

pourquoi ranger les notes dans l'ordre croissant | 3lech nratbou les notes | une liste de notes en vrac comment la lire | quel est le premier geste d'une étude statistique | ranger et compter les valeurs pourquoi | kifech na9ra liste mta3 notes

CE QU'IL RÉPOND

Liste en vrac ma tet9rach. Nrattbou les valeurs dans l'ordre croissant, w n3eddou 9addech men marra tji koll valeur : hedha l'effectif mte3ha. Hakka nchoufou el valeur elli tet3awed akther, w el asghar w el akbar.

هذا : valeur كل مرّة تجي من نعدّو قدّاش ، les valeurs dans l'ordre croissant نرتّبو w . ما تتقراش liste en vrac l'effectif متاعها . هكّا نشوفو الـ valeur اللي تتعاود أكثر ، w الأصغر w الأكبر .

Une liste en vrac ne se lit pas. On range les valeurs dans l'ordre croissant et on compte combien de fois chacune apparaît : c'est son effectif. On voit alors la valeur la plus fréquente, la plus petite et la plus grande.

QUESTION 2 · LE VOCABULAIRE DE LA STATISTIQUE

c'est quoi une population en statistique | chnowa population w individu | c'est quoi un individu | population et individu différence | individu ya3ni chnowa | définition de population

CE QU'IL RÉPOND

La population hiya l'ensemble elli nadrsou fih, kif les élèves mte3 classe. W un individu houwa élément wa7ed menha, kif élève wa7ed.

واحد élément هو classe . w un individu متاع les élèves كيف ، فيه ندرسو اللي l'ensemble هي la population منها ، كيف élève واحد .

La population est l'ensemble étudié, par exemple les élèves d'une classe. Un individu est un élément de cette population, par exemple un élève.

QUESTION 3 · LE VOCABULAIRE DE LA STATISTIQUE

c'est quoi un caractère en statistique | chnowa caractère | caractère statistique ya3ni chnowa | définition du caractère | le caractère c'est quoi exactement | caractère chnia ma3neha

CE QU'IL RÉPOND

Le caractère houwa elli nlahdhouh 3la koll individu : la couleur des yeux, la taille, le nombre de frères. Ynajjem ykoun qualitatif walla quantitatif.

ينجّم . individu : la couleur des yeux ، la taille ، le nombre de frères هو اللي نلاحظوه على كل le caractère
يكون qualitatif ولّا quantitatif .

Le caractère est ce qu'on observe sur chaque individu : la couleur des yeux, la taille, le nombre de frères. Il peut être qualitatif ou quantitatif.

QUESTION 4 · LE VOCABULAIRE DE LA STATISTIQUE

quelle est la différence entre qualitatif et quantitatif | chnowa el far9 bin qualitatif w quantitatif | qualitatif ou quantitatif comment savoir | la couleur des yeux c'est qualitatif ou quantitatif | kifech na3ref qualitatif wala quantitatif | qualitatif w quantitatif

CE QU'IL RÉPOND

Qualitatif ma yet9esech : la couleur, le sport, le moyen de transport. Quantitatif yet9es : la taille, le nombre de frères. La couleur des yeux qualitatif, w le nombre de frères quantitatif.

qualitatif ما يتقاسش : la couleur ، le sport ، le moyen de transport . quantitatif : يتقاس la taille ، le
. nombre de frères . la couleur des yeux qualitatif ، w le nombre de frères quantitatif

Un caractère qualitatif ne se mesure pas : la couleur, le sport pratiqué, le moyen de transport. Un caractère quantitatif se mesure : la taille, le nombre de frères. La couleur des yeux est qualitative, le nombre de frères quantitatif.

QUESTION 5 · LE VOCABULAIRE DE LA STATISTIQUE

quelle est la différence entre discret et continu | chnowa el far9 bin discret w continu | caractère discret c'est quoi | la taille c'est discret ou continu | caractère continu ya3ni chnowa | discret wala continu kifech na3ref

CE QU'IL RÉPOND

El zouz quantitatifs. Discret ki les valeurs ma3zoulin : le nombre de frères, 0, 1, 2. Continu ki el valeur tnajjem tkoun ay nombre fi intervalle : la taille, la masse.

valeur الـ كي le nombre de frères ، 0 ، 1 ، 2 . continu : معزولين les valeurs كي quantitatifs . discret الزوز
تنجّم تكون أي nombre في la masse ، la taille : intervalle .

Les deux sont quantitatifs. Discret quand les valeurs sont isolées : le nombre de frères, 0, 1, 2. Continu quand la valeur peut être n'importe quel nombre d'un intervalle : la taille, la masse.

QUESTION 6 · LE VOCABULAIRE DE LA STATISTIQUE

c'est quoi l'effectif | chnowa effectif | effectif total c'est quoi | effectif ya3ni chnowa | comment calculer l'effectif total | définition de l'effectif

CE QU'IL ÉCRIT AU TABLEAU

$$N = \sum n_i$$

CE QU'IL RÉPOND

L'effectif mte3 valeur houwa 3dad les individus elli 3andhom el valeur hedhika. W l'effectif total N houwa la somme mte3 les effectifs el koll : $N = \sum n_{i}$.

l'effectif متاع valeur متاع هو عدد les individus اللي عندهم الـ valeur هاذيكا . w l'effectif total N هو la somme متاع الكل les effectifs .

L'effectif d'une valeur est le nombre d'individus qui présentent cette valeur. L'effectif total N est la somme de tous les effectifs.

QUESTION 7 · LE VOCABULAIRE DE LA STATISTIQUE

on peut calculer la moyenne d'un caractère qualitatif ? | moyenne des couleurs possible ? | caractère qualitatif moyenne | la couleur moyenne ça existe | moyenne fel qualitatif najmou na7sbouha ? | qualitatif quel indicateur utiliser

CE QU'IL RÉPOND

Le, la couleur moyenne ma tjich. Caractère qualitatif ma 3andouch valeur numérique. El indicateur el wa7id elli 3andou ma3na houwa le mode : el valeur elli tet3awed akther.

لا ، la couleur moyenne ما تجيش . caractère qualitatif ما عندوش valeur numérique . الـ indicateur الوحيد اللي عندو معنى هو le mode : الـ valeur اللي تتعاود أكثر .

Non, la couleur moyenne n'existe pas. Un caractère qualitatif n'a pas de valeur numérique. Le seul indicateur qui a un sens est le mode : la valeur la plus fréquente.

QUESTION 8 · EFFECTIFS, FRÉQUENCES, CUMULS

c'est quoi la fréquence | comment calculer une fréquence | chnowa fréquence | kifech na7seb el fréquence | formule de la fréquence | fréquence ya3ni chnowa

CE QU'IL ÉCRIT AU TABLEAU

$$f_i = \frac{n_i}{N}$$

CE QU'IL RÉPOND

La fréquence mte3 valeur hiya l'effectif mte3ha sur l'effectif total : $f_{i} = \frac{n_{i}}{N}$. Mathalan 6 élèves men 24 : $\frac{6}{24} = 0{,}25$.

la fréquence متاع valeur هي l'effectif متاعها sur l'effectif total : f indice i égale n indice i sur grand N مثلا . 6 élèves من 24 : 6 sur 24 égale 0,25 .

La fréquence d'une valeur est son effectif divisé par l'effectif total : f indice i égale n indice i sur grand N. Par exemple 6 élèves sur 24 : 6 sur 24 égale 0,25.

QUESTION 9 · EFFECTIFS, FRÉQUENCES, CUMULS

la somme des fréquences égale 1 ? | pourquoi la somme des fréquences fait 1 | somme des fréquences ma jetech 1 | total des fréquences combien | les fréquences additionnées donnent quoi | comment contrôler le tableau des fréquences

CE QU'IL ÉCRIT AU TABLEAU

$$\sum f_i = 1$$

CE QU'IL RÉPOND

La somme mte3 les fréquences el koll dima 1, 5ater la somme des effectifs hiya N. Hedha le contrôle : ken la somme ma jetech 1, rahou famma ghalta fi le tableau.

la somme متاع les fréquences الكل ديما 1 ، خاطر la somme des effectifs هي N . هذا le contrôle : كان la somme ما جاتش 1 ، راهو فمّا غلطة في le tableau .

La somme de toutes les fréquences vaut toujours 1, car la somme des effectifs vaut N. C'est le contrôle à faire : si la somme ne fait pas 1, il y a une erreur dans le tableau.

QUESTION 10 · EFFECTIFS, FRÉQUENCES, CUMULS

comment passer de la fréquence au pourcentage | fréquence en pourcentage kifech | 0,4 c est 40 pour cent ? | pourcentage comment le calculer | kifech nkteb fréquence b pourcentage | fréquence ou pourcentage lequel donner

CE QU'IL ÉCRIT AU TABLEAU

$$\text{pourcentage} = f_i \times 100$$

CE QU'IL RÉPOND

Nmultiplier la fréquence par 100. $0{,}25$ twalli $25\,\%$. W lezem n9oulou ama wa7ed na3tiw, 5ater $0{,}25$ w 25 mouch nafs el nombre.

w 25 0,25 لازم نقولو أما واحد نعطيو ، خاطر pour cent . w 25 تولّي multiplier la fréquence par 100 . 0,25 نـ nombre الـ نفس موش .

On multiplie la fréquence par 100 : 0,25 devient 25 pour cent. Et il faut préciser lequel des deux on donne, car 0,25 et 25 ne sont pas le même nombre.

QUESTION 11 · EFFECTIFS, FRÉQUENCES, CUMULS

une fréquence peut dépasser 1 ? | j'ai trouvé une fréquence de 2,5 | fréquence akbar men 1 normal ? | quel nombre au numérateur de la fréquence | effectif total au dénominateur ou au numérateur | fréquence supérieure à 1 possible ?

CE QU'IL ÉCRIT AU TABLEAU

$$0 \leq f_i \leq 1$$

CE QU'IL RÉPOND

Le, la fréquence dima bin 0 w 1. L'effectif mte3 el valeur yji fou9, w l'effectif total louta. Ken l9it $2{,}5$, rak 9lebtha : $\frac{25}{10}$ fi blaset $\frac{10}{25} = 0{,}4$.

لا ، la fréquence ديما بين 0 w 1 . l'effectif متاع الـ valeur يجي فوق ، l'effectif total w لوطة . كان لقيت 2,5 ، راك قلبتها : 25 sur 10 في بلاصة 10 sur 25 ، اللي تعطي 0,4 .

Non, une fréquence est toujours comprise entre 0 et 1. L'effectif de la valeur va au numérateur, l'effectif total au dénominateur. Si tu trouves 2,5, tu as inversé : 25 sur 10 au lieu de 10 sur 25, qui donne 0,4.

QUESTION 12 · EFFECTIFS, FRÉQUENCES, CUMULS

c'est quoi l'effectif cumulé croissant | effectif cumulé kifech na7sbou | effectifs cumulés à quoi ça sert | chnowa effectif cumulé | comment calculer les effectifs cumulés croissants | effectif cumulé croissant définition

CE QU'IL RÉPOND

L'effectif cumulé croissant mte3 valeur houwa 3dad les individus elli el valeur mte3hom inférieure ou égale liha. Nejm3ou les effectifs mel asghar 7atta liha. Yenfa3 bech nal9aw la médiane bla ma n3awdou nektbou koll chay.

l'effectif cumulé croissant متاع valeur هو عدد les individus اللي الـ valeur متاعهم inférieure ou égale ليها . نجمعو les effectifs من الأصغر حتّى ليها . ينفع باش نلقاو la médiane بلا ما نعاودو نكتبو كل شي .

L'effectif cumulé croissant d'une valeur est le nombre d'individus dont la valeur est inférieure ou égale à celle-ci. On additionne les effectifs depuis la plus petite valeur jusqu'à elle. Il sert à trouver la médiane sans tout réécrire.

QUESTION 13 · REPRÉSENTER LES DONNÉES

quel diagramme choisir | anahi graphique nesta3mel | comment choisir le graphique | bâtons, circulaire ou histogramme lequel | diagramme en bâtons ou histogramme comment choisir | quel graphique pour un caractère continu

CE QU'IL RÉPOND

7asb le caractère. Qualitatif walla quantitatif discret : diagramme en bâtons. Bech nwarriw des parts d'un tout : diagramme circulaire. Quantitatif continu ma9soum 3la classes : histogramme.

حسب le caractère . qualitatif ولّا quantitatif discret : diagramme en bâtons . باش نوريو des parts d'un tout : diagramme circulaire . quantitatif continu مقسوم على classes : histogramme .

Selon la nature du caractère. Qualitatif ou quantitatif discret : diagramme en bâtons. Pour montrer des parts d'un tout : diagramme circulaire. Quantitatif continu regroupé en classes : histogramme.

QUESTION 14 · REPRÉSENTER LES DONNÉES

comment calculer l'angle dans un diagramme circulaire | kifech na7seb l'angle fel diagramme circulaire

angle du secteur comment | diagramme circulaire angle formule | pourquoi multiplier par 360 | fois 180 wala fois 360

CE QU'IL ÉCRIT AU TABLEAU

$$\alpha_i = \frac{n_i}{N} \times 360$$
$$\frac{10}{40} \times 360 = 90^\circ$$

CE QU'IL RÉPOND

L'angle houwa la fréquence fois 360, 5ater le tour complet 360°, mouch 180. Mathalan 10 personnes men 40 : $\frac{10}{40} \times 360 = 90°$. W le contrôle : la somme des angles lezem ta3ti 360°.

: 40 من personnes 10 مثلا . 180 موش ، le tour complet 360 degrés خاطر ، la fréquence fois 360 هو l'angle
. 360 لازم تعطي degrés . w le contrôle : la somme des angles 90 يعطي sur 40 fois 360 10

L'angle est la fréquence multipliée par 360, car un tour complet mesure 360 degrés, pas 180. Par exemple 10 personnes sur 40 : 10 sur 40 fois 360 donne 90 degrés. Contrôle : la somme des angles doit faire 360 degrés.

QUESTION 15 · REPRÉSENTER LES DONNÉES

dans un histogramme c'est la hauteur ou l'aire | histogramme el hauteur ta3ti l'effectif ? | pourquoi l'aire dans l'histogramme | histogramme aire proportionnelle | comment lire un histogramme | histogramme rectangle hauteur effectif

CE QU'IL RÉPOND

Fi l'histogramme, l'aire mte3 koll rectangle hiya elli proportionnelle l l'effectif, mouch la hauteur. Ki les classes mouch nafs el 3ordh, ken n9raw les hauteurs netghallto.

les كي . la hauteur موش ، l'effectif لـ proportionnelle هي اللي rectangle كل متاع l'histogramme ، l'aire في
. نتغلّطو les hauteurs كان نقراو ، classes موش نفس العرض

Dans un histogramme, c'est l'aire de chaque rectangle qui est proportionnelle à l'effectif, pas sa hauteur. Quand les classes n'ont pas la même largeur, lire les hauteurs trompe.

QUESTION 16 · REPRÉSENTER LES DONNÉES

c'est quoi un diagramme en bâtons | diagramme en bâtons kifech nrasmou | comment tracer un diagramme en bâtons | bâtons la hauteur c'est quoi | diagramme b les bâtons chnowa | diagramme en bâtons quand l'utiliser

CE QU'IL RÉPOND

Le diagramme en bâtons lel caractère qualitatif walla quantitatif discret. L koll valeur bâton, w la hauteur mte3ou proportionnelle l l'effectif.

valeur ، bâton ، w la hauteur لكل . quantitatif discret ولّا caractère qualitatif لـ le diagramme en bâtons متاعو proportionnelle لـ l'effectif .

Le diagramme en bâtons sert pour un caractère qualitatif ou quantitatif discret. Chaque valeur a son bâton, dont la hauteur est proportionnelle à l'effectif.

QUESTION 17 · LA MOYENNE PONDÉRÉE

comment calculer la moyenne | kifech na7seb el moyenne | c'est quoi la moyenne pondérée | moyenne pondérée formule | pourquoi multiplier par les effectifs dans la moyenne | moyenne sans les effectifs c'est faux ?

CE QU'IL ÉCRIT AU TABLEAU

$$\overline{x} = \frac{\sum n_i x_i}{N}$$

$$\frac{2\times 10+3\times 15}{5} = \frac{65}{5} = 13$$

CE QU'IL RÉPOND

Nadhrbou koll valeur fi l'effectif mte3ha, nejm3ou, w ndiviser par l'effectif total N. Mathalan 2 élèves 3andhom 10 w 3 élèves 3andhom 15 : $\frac{2 \times 10 + 3 \times 15}{5} = \frac{65}{5} = 13$. Ken nansew les effectifs, nal9aw $12{,}5$, w hedha ghalet.

نضربو كل valeur في l'effectif متاعها ، نجمعو ، w نـ diviser par l'effectif total N . مثلا 2 élèves عندهم 10 w 3 élèves عندهم 15 : 2 fois 10 plus 3 fois 15 égale 65 ، w 65 sur 5 égale 13 . كان ننساو les effectifs ، نلقاو 12,5 ، w هذا غالط .

On multiplie chaque valeur par son effectif, on additionne, puis on divise par l'effectif total N. Par exemple, 2 élèves ont 10 et 3 élèves ont 15 : 2 fois 10 plus 3 fois 15 égale 65, et 65 sur 5 égale 13. En oubliant les effectifs, on trouverait 12,5, ce qui est faux.

QUESTION 18 · LA MOYENNE PONDÉRÉE

la moyenne est toujours entre la plus petite et la plus grande valeur ? | moyenne akbar men el max possible ? | comment vérifier ma moyenne | ma moyenne est plus grande que toutes les notes | moyenne entre min et max | contrôle de la moyenne

CE QU'IL ÉCRIT AU TABLEAU

$$x_{\min} \leq \overline{x} \leq x_{\max}$$

CE QU'IL RÉPOND

Ey, la moyenne dima bin el valeur el asghar w el valeur el akbar : $x_{\min} \le \overline{x} \le x_{\max}$. Ken l9it moyenne akbar mel max walla asghar mel min, rahou famma ghalta fel calcul.

إيه ، la moyenne ديما بين الـ valeur الأصغر w الـ valeur الأكبر . كان لقيت moyenne أكبر من le max ولّا أصغر من le min ، راهو فمّا غلطة في الـ calcul .

Oui, la moyenne est toujours comprise entre la plus petite et la plus grande valeur. Si ta moyenne dépasse le maximum ou tombe sous le minimum, il y a une erreur de calcul.

QUESTION 19 · MÉDIANE, MODE ET ÉTENDUE

c'est quoi la médiane | comment trouver la médiane | chnowa la médiane | kifech nal9a la médiane | médiane définition | médiane ya3ni chnowa

CE QU'IL ÉCRIT AU TABLEAU

$3\ ;\ 4\ ;\ \mathbf{5}\ ;\ 7\ ;\ 9$

CE QU'IL RÉPOND

La médiane tpartagi la série 3la zouz ansas 3andhom nafs l'effectif. Nrattbou les valeurs 9bal, w nekhdhou el valeur elli fel west. Mathalan 3, 9, 4, 7, 5 : nrattbou 3, 4, 5, 7, 9, w la médiane 5.

la médiane تـ partager la série على زوز أنصاص عندهم نفس l'effectif . نرتّبو les valeurs قبْلْ ، w ناخذو الـ valeur اللي في الوسط . مثلا 3 ، 9 ، 4 ، 7 ، 5 : نرتّبو 3 ، 4 ، 5 ، 7 ، 9 ، w la médiane 5 .

La médiane partage la série en deux moitiés de même effectif. On range d'abord les valeurs, puis on prend celle du milieu. Par exemple 3, 9, 4, 7, 5 : rangées, 3, 4, 5, 7, 9, et la médiane est 5.

QUESTION 20 · MÉDIANE, MODE ET ÉTENDUE

médiane quand l'effectif est pair | N pair kifech nal9a la médiane | médiane avec un nombre pair de valeurs | effectif impair la médiane c'est quel rang | rang de la médiane (N+1)/2 | médiane pair wala impair

CE QU'IL ÉCRIT AU TABLEAU

$N \text{ impair } :\ \text{rang } \frac{N+1}{2}$

CE QU'IL RÉPOND

Ken N impair, la médiane hiya el valeur de rang $\frac{N+1}{2}$. Ken N pair, la médiane hiya la moyenne mte3 el zouz valeurs elli fel west. W dima ba3d ma nrattbou.

la هي N pair ، la médiane كان . valeur de rang N plus 1 ، le tout sur 2 هي الـ N impair ، la médiane كان moyenne متاع الزوز valeurs اللي في الوسط . w ديما بعد ما نرتّبو .

Si N est impair, la médiane est la valeur de rang N plus 1, le tout sur 2. Si N est pair, c'est la moyenne des deux valeurs centrales. Toujours après avoir rangé la série.

QUESTION 21 · MÉDIANE, MODE ET ÉTENDUE

pourquoi ranger avant de chercher la médiane | la médiane c'est la valeur du milieu de la liste ? | 3lech nratbou 9bal la médiane | médiane sans ranger c'est faux ? | médiane valeur du milieu de la liste donnée | lezem nratteb bech nal9a la médiane ?

CE QU'IL RÉPOND

La médiane hiya el west mte3 la série rangée, mouch mte3 la liste kif ma jet. Bla tartib, el valeur elli fel west tnajjem tkoun ay 7aja, w yti7 el koll ghalet.

la médiane هي الوسط متاع la série rangée ، موش متاع la liste كيف ما جات . بلا ترتيب ، الـ valeur اللي في الوسط تنجّم تكون أي حاجة ، w يطيح الكل غالط .

La médiane est le milieu de la série rangée, pas celui de la liste telle qu'elle est donnée. Sans ranger, la valeur du milieu peut être n'importe laquelle, et tout le reste est faux.

QUESTION 22 · MÉDIANE, MODE ET ÉTENDUE

c'est quoi le mode | chnowa le mode d'une série | mode ya3ni chnowa | comment trouver le mode | le mode c'est la valeur la plus fréquente ? | définition du mode

CE QU'IL RÉPOND

Le mode houwa el valeur elli 3andha akbar effectif, elli tet3awed akther. Mathalan fi les 20 notes, 12 jet 7 marrat : le mode 12. W houwa el indicateur el wa7id elli 3andou ma3na l caractère qualitatif.

le mode هو الـ valeur اللي عندها أكبر effectif ، اللي تتعاود أكثر . مثلا في 12 ، les 20 notes جات 7 مرّات : le mode 12 . w هو الـ indicateur الوحيد اللي عندو معنى لـ caractère qualitatif .

Le mode est la valeur de plus grand effectif, celle qui revient le plus souvent. Par exemple, dans les 20 notes, 12 apparaît 7 fois : le mode est 12. C'est le seul indicateur qui a un sens pour un caractère qualitatif.

QUESTION 23 · MÉDIANE, MODE ET ÉTENDUE

c'est quoi une série bimodale | unimodale ya3ni chnowa | série unimodale et bimodale | bimodale chnowa | une série peut avoir deux modes ? | série à deux modes comment on l'appelle

CE QU'IL RÉPOND

Série 3andha mode wa7ed bark n9oulou 3liha unimodale, w elli 3andha zouz modes n9oulou 3liha bimodale.

série عندها mode واحد برك نقولو عليها ، w unimodale اللي عندها زوز modes نقولو عليها bimodale .

Une série qui n'a qu'un seul mode est dite unimodale ; celle qui en a deux est dite bimodale.

QUESTION 24 · MÉDIANE, MODE ET ÉTENDUE

c'est quoi l'étendue | comment calculer l'étendue | chnowa l'étendue | étendue formule | kifech na7seb l'étendue | à quoi sert l'étendue

CE QU'IL ÉCRIT AU TABLEAU

$$e = x_{\max} - x_{\min}$$

CE QU'IL RÉPOND

L'étendue hiya el valeur el akbar moins el valeur el asghar : $e = x_{\max} - x_{\min}$. T9is el dispersion : zouz classes 3andhom nafs la moyenne ynajjmou ykounou 3andhom étendues mekhtalfin barcha. Pour les 20 notes : $18 - 6 = 12$.

la عندهم نفس classes زوز : dispersion الـ تقيس . الأصغر valeur الـ moins الأكبر valeur الـ هي الـ l'étendue . pour les 20 notes : 18 moins 6 égale 12 . مختلفين برشة étendues عندهم يكون ينجّمو moyenne

L'étendue est la plus grande valeur moins la plus petite. Elle mesure la dispersion : deux classes de même moyenne peuvent avoir des étendues très différentes. Pour les 20 notes : 18 moins 6 égale 12.

QUESTION 25 · MÉDIANE, MODE ET ÉTENDUE

quelle est la différence entre la moyenne et la médiane | chnowa el far9 bin la moyenne w la médiane | moyenne et médiane c'est pareil ? | moyenne w médiane kifkif ? | moyenne ou médiane laquelle utiliser | far9 bin moyenne w médiane

CE QU'IL ÉCRIT AU TABLEAU

$$\frac{3+4+5+7+9}{5} = \frac{28}{5} = 5{,}6$$

CE QU'IL RÉPOND

La moyenne na7sbouha b les valeurs el koll w les effectifs. La médiane hiya el valeur elli tpartagi la série rangée 3la zouz ansas. Mouch dima kif kif : 3, 4, 5, 7, 9 3andha médiane 5 w moyenne $\frac{28}{5} = 5{,}6$.

partager la série تـ اللي valeur الـ هي w les effectifs . la médiane الكل les valeurs بـ نحسبوها la moyenne . médiane 5 w moyenne 5,6 عندها 9 ، 7 ، 5 ، 4 ، 3 : كيف كيف ديما موش . أنصاص زوز على rangée

La moyenne se calcule avec toutes les valeurs et leurs effectifs. La médiane est la valeur qui partage la série rangée en deux moitiés. Elles ne sont pas toujours égales : 3, 4, 5, 7, 9 a pour médiane 5 et pour moyenne 5,6.

QUESTION 26 · LES PARAMÈTRES D'UNE SÉRIE REGROUPÉE PAR CLASSES

c'est quoi le centre d'une classe | comment calculer le centre d'une classe | centre de classe kifech | milieu d'une classe | pourquoi on prend le milieu de la classe | centre mta3 classe chnowa

CE QU'IL ÉCRIT AU TABLEAU

$$c_i = \frac{\text{borne inf.} + \text{borne sup.}}{2}$$

$$\frac{5+10}{2} = 7{,}5$$

CE QU'IL RÉPOND

Le centre mte3 classe houwa el west mte3 les bornes mte3ha : borne inférieure plus borne supérieure, sur 2. Pour $[5\,;10[$: $\frac{5 + 10}{2} = 7{,}5$. Nekhdhouh 5ater ma na3rfouch les valeurs elli dekhel la classe.

borne inférieure plus borne supérieure ، sur 2 . : متاعها les bornes متاع الوسط هو classe متاع le centre
اللي داخل les valeurs ناخذوه خاطر ما نعرفوش . pour la classe de 5 à 10 : 5 plus 10 ، le tout sur 2 ، égale 7,5
. la classe

Le centre d'une classe est le milieu de ses extrémités : borne inférieure plus borne supérieure, sur 2. Pour la classe de 5 à 10 : 5 plus 10, le tout sur 2, égale 7,5. On le prend car on ne connaît plus les valeurs à l'intérieur de la classe.

QUESTION 27 · LES PARAMÈTRES D'UNE SÉRIE REGROUPÉE PAR CLASSES

c'est quoi la classe modale | classe modale kifech nal9aha | le mode d'une série par classes | chnowa classe modale | mode par classe c'est un nombre ? | classe modale ya3ni chnowa

CE QU'IL ÉCRIT AU TABLEAU

$$\text{classe modale} = [10\,;15[$$

CE QU'IL RÉPOND

Fi série regroupée, le mode walla classe : la classe elli 3andha akbar effectif, w nsammiwha classe modale. Pour les 40 appels, hiya $[10\,;15[$. W rodd belek, 15 houwa l'effectif, mouch le mode.

classe modale . نسمّيوها effectif ، w أكبر عندها اللي classe : la classe ولّى série regroupée ، le mode في
. le mode موش ، l'effectif هو 15 ، رد بالك la classe de 10 à 15 . w هي ، pour les 40 appels

Dans une série regroupée, le mode devient une classe : celle qui a le plus grand effectif, qu'on appelle classe modale. Pour les 40 appels, c'est la classe de 10 à 15. Attention : 15 est l'effectif, pas le mode.

QUESTION 28 · LES PARAMÈTRES D'UNE SÉRIE REGROUPÉE PAR CLASSES

comment calculer la moyenne d'une série regroupée par classes | moyenne par classes kifech | moyenne avec des classes | kifech na7seb la moyenne ki les valeurs en classes | moyenne des centres c'est juste ? | moyenne série par classe formule

CE QU'IL ÉCRIT AU TABLEAU

$$\overline{x} = \sum c_i \times f_i$$

CE QU'IL RÉPOND

Nadhrbou koll centre de classe fi la fréquence mte3ou, w nejm3ou : $\overline{x} = \sum c_{i} \times f_{i}$. Mathalan la classe $[0\,;5[$: centre $2{,}5$ w fréquence $0{,}2$, ta3ti $0{,}5$, w nkamlou hakka lel be9i. Mouch la moyenne des centres : les classes mouch nafs l'effectif, donc la moyenne pondérée.

la classe de 0 à 5 : centre 2,5 w مثلا . نجمعو w ، متاعو la fréquence في centre de classe كل نضربو
موش نفس la moyenne des centres : les classes موش . نكمّلو هكّا للباقي w ، 0,5 ، تعطي ، fréquence 0,2
. l'effectif ، donc la moyenne pondérée

On multiplie chaque centre de classe par sa fréquence, puis on additionne. Par exemple la classe de 0 à 5 : centre 2,5 et fréquence 0,2, ce qui donne 0,5 ; et ainsi de suite pour les autres. Pas la moyenne des centres : les classes n'ont pas le même effectif, la moyenne est pondérée.

QUESTION 29 · LES PARAMÈTRES D'UNE SÉRIE REGROUPÉE PAR CLASSES

comment trouver la médiane d'une série par classes | médiane par classes kifech | médiane avec les fréquences cumulées | médiane 0,5 fréquence cumulée | kifech nal9a la médiane mel courbe | médiane série regroupée

CE QU'IL RÉPOND

Na7sbou les fréquences cumulées croissantes, w nrasmou la courbe mte3hom. La médiane hiya l'abscisse mte3 le point elli l'ordonnée mte3ou $0{,}5$: ya3ni el valeur elli nos les individus ta7tha.

نحسبو les fréquences cumulées croissantes ، w نرسمو la courbe متاعهم . la médiane هي l'abscisse متاع le point اللي l'ordonnée متاعو 0,5 : يعني الـ valeur اللي نصّ les individus تحتها .

On calcule les fréquences cumulées croissantes et on trace leur courbe. La médiane est l'abscisse du point dont l'ordonnée vaut 0,5 : la valeur en dessous de laquelle se trouve la moitié des individus.

QUESTION 30 · SÉRIES CHRONOLOGIQUES : COEFFICIENT MULTIPLICATEUR ET INDICE

c'est quoi l'indice base 100 | comment calculer un indice | indice base 100 kifech | chnowa indice | quelle année au dénominateur pour l'indice | base 100 ya3ni chnowa

CE QU'IL ÉCRIT AU TABLEAU

$$I = \frac{\text{valeur de l'année } n}{\text{valeur de l'année } b} \times 100$$

$$\frac{60}{50} \times 100 = 120$$

CE QU'IL RÉPOND

L'indice de l'année n, base 100 en l'année b, houwa la valeur mte3 n sur la valeur mte3 b, fois 100. L'année de référence tji louta, w l'indice mte3ha dima 100. Mathalan 50 dinars twalli 60 dinars : $\frac{60}{50} \times 100 = 120$.

هو l'indice de l'année n ، base 100 en l'année b ، fois 100 . l'année متاع n sur la valeur متاع la valeur ، dinars : 60 sur 50 fois 100 60 تولّي dinars 50 مثلا . 100 متاعها ديما w l'indice ، تجي لوطة de référence . égale 120

L'indice de l'année n, base 100 en l'année b, est la valeur de l'année n divisée par celle de l'année b, multipliée par 100. L'année de référence va au dénominateur et a toujours l'indice 100. Par exemple, de 50 dinars à 60 dinars : 60 sur 50 fois 100 égale 120.

QUESTION 31 · SÉRIES CHRONOLOGIQUES : COEFFICIENT MULTIPLICATEUR ET INDICE

c'est quoi le coefficient multiplicateur | comment calculer le coefficient multiplicateur | coefficient multiplicateur kifech | lien entre indice et coefficient multiplicateur | chnowa coefficient multiplicateur | passer de l'indice au coefficient

CE QU'IL ÉCRIT AU TABLEAU

$$I = C \times 100$$

CE QU'IL RÉPOND

Le coefficient multiplicateur houwa la valeur mte3 l'année n sur la valeur mte3 l'année b. L'indice houwa nafs el quotient fois 100 : $I = C \times 100$. Mathalan men 50 l 60 dinars : $C = \frac{60}{50} = 1{,}2$ w $I = 120$.

le coefficient multiplicateur هو la valeur متاع l'année n sur la valeur متاع l'indice . l'année b هو نفس الـ
. quotient fois 100 : I égale C fois 100 . مثلا من 50 لـ 60 I égale 120 w C égale 1,2 : dinars

Le coefficient multiplicateur est la valeur de l'année n divisée par celle de l'année b. L'indice est ce même quotient multiplié par 100 : I égale C fois 100. Par exemple, de 50 à 60 dinars : C égale 1,2 et I égale 120.

QUESTION 32 · SÉRIES CHRONOLOGIQUES : COEFFICIENT MULTIPLICATEUR ET INDICE

un indice de 125 c'est une hausse de 125 % ? | indice 125 ya3ni zedet 9addech | comment lire la hausse avec l'indice | indice et pourcentage de hausse | indice 120 hausse de combien | indice inférieur à 100 c'est une baisse ?

CE QU'IL RÉPOND

L'indice ncomparer bih m3a 100, mouch m3a zéro. La hausse en pourcentage hiya $I - 100$: indice 125 ya3ni hausse de $25\,\%$, mouch 125. W indice asghar men 100 ya3ni baisse.

l'indice نـ comparer بيه مع 100 ، موش مع la hausse en pourcentage . zéro هي 125 : indice I moins 100
. baisse يعني أصغر من 100 . indice w 125 ، موش hausse de 25 pour cent يعني

L'indice se compare à 100, pas à zéro. La hausse en pourcentage vaut I moins 100 : un indice de 125 signifie une hausse de 25 pour cent, pas de 125. Et un indice inférieur à 100 signifie une baisse.

Les exercices — avec les corrigés

EXERCICE 1 · BASE **Une fréquence en pourcentage**

Dans une classe de 25 élèves, 10 pratiquent le football.

Quelle est la fréquence, en pourcentage ?

Réponse attendue : `40`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Une fréquence est l'effectif de la valeur divisé par l'effectif total.
2. Vérifie l'ordre : le résultat doit être compris entre 0 et 1.
3. Pour passer en pourcentage, multiplie par 100.

CORRECTION

La fréquence —

$f = \frac{10}{25} = 0{,}4$

En pourcentage —

$0{,}4 \times 100 = 40$

Contrôle — $40\,\%$ de 25 font bien 10.

$\frac{40}{100} \times 25 = 10$ ✓

$f = 40\,\%$

La fréquence se calcule d'abord entre 0 et 1, puis se convertit en pourcentage.

PIÈGES ANTICIPÉS

`0.4` → $0{,}4$ est bien la fréquence, mais la question la demande **en pourcentage** : il reste à multiplier par 100.

`2.5` → Tu as divisé 25 par 10. Une fréquence ne dépasse jamais 1 : c'est le contrôle qui l'attrape.

EXERCICE 2 · BASE **Reconnaître le type de caractère**

On relève la couleur des yeux des élèves d'une classe.

Ce caractère est-il qualitatif ou quantitatif ?

Réponse attendue : `qualitatif` — aussi acceptées : caractère qualitatif

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Pose-toi une seule question : cette observation se **mesure**-t-elle avec un nombre ?
2. Si la réponse est non, aucune moyenne n'aura de sens sur ce caractère.

CORRECTION

Le test — La couleur des yeux ne s'exprime pas par un nombre : elle ne se mesure pas.

C'est donc un caractère qualitatif.

qualitatif

Conséquence — On peut donner des effectifs, des fréquences et le mode — mais ni moyenne ni médiane.

Caractère qualitatif : seul le mode a un sens

Le type du caractère décide de ce qu'on a le droit de calculer ensuite.

PIÈGES ANTICIPÉS

`quantitatif` → Un caractère quantitatif se mesure par un nombre — une taille, un âge. Une couleur ne se mesure pas.

EXERCICE 3 · PRATIQUE

La moyenne d'une classe

Dans un contrôle, 5 élèves ont eu 8, 10 élèves ont eu 12 et 5 élèves ont eu 17.

Calculer la moyenne de la classe.

Réponse attendue : `12.25` — aussi acceptées : 49/4

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Chaque note doit peser autant que le nombre d'élèves qui l'ont obtenue.
2. Calcule d'abord l'effectif total, puis la somme des produits note $\times$ effectif.
3. Contrôle à la fin : la moyenne doit être comprise entre 8 et 17.

CORRECTION

Effectif total —

$N = 5 + 10 + 5 = 20$

Somme pondérée —

$5 \times 8 + 10 \times 12 + 5 \times 17 = 40 + 120 + 85 = 245$

La moyenne —

$\overline{x} = \frac{245}{20}$

$\overline{x} = 12{,}25$

La moyenne penche vers 12 parce que c'est la note la plus représentée.

PIÈGES ANTICIPÉS

37/3 → Tu as fait la moyenne des trois notes sans tenir compte des effectifs. La note 12 a été obtenue par dix élèves : elle pèse deux fois plus.

245 → 245 est la somme pondérée. Il reste à la diviser par l'effectif total, 20.

EXERCICE 4 · PRATIQUE

Un angle de diagramme circulaire

Sur 40 personnes interrogées, 14 préfèrent le thé. On veut représenter cela par un diagramme circulaire.

Quel angle, en degrés, représenter le thé ?

Réponse attendue : `126`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. L'angle est proportionnel à l'effectif : commence par calculer la fréquence.
2. Un disque complet représente l'ensemble de la population.
3. Un tour complet mesure 360°, pas 180°.

CORRECTION

La fréquence —

$f = \frac{14}{40} = 0{,}35$

L'angle —

$\alpha = 0{,}35 \times 360$

$\alpha = 126^\circ$

Contrôle — $0{,}35$ est un peu plus du tiers : 126° est bien un peu plus du tiers de 360°.

$\frac{360}{3} = 120 < 126$

$\alpha = 126^\circ$

La somme de tous les angles d'un diagramme circulaire doit faire 360° : c'est le contrôle final.

PIÈGES ANTICIPÉS

`126/2` → Tu as multiplié par 180. Un disque complet mesure 360° ; 180° n'en est que la moitié.

`35` → 35 est le pourcentage. La question porte sur l'angle, qui s'obtient en multipliant la fréquence par 360.

EXERCICE 5 · RAISONNEMENT

La médiane d'une série

Tailles, en cm, de 9 élèves : 152 ; 158 ; 161 ; 149 ; 170 ; 155 ; 163 ; 158 ; 167.

Déterminer la médiane, en cm.

Réponse attendue : `158`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Avant tout calcul, il y a un geste obligatoire sur la série. Lequel ?
2. Range les neuf valeurs dans l'ordre croissant.
3. $N = 9$ est impair : la médiane est la valeur de rang $\dfrac{N+1}{2}$.

CORRECTION

Ranger — C'est l'étape qu'on oublie, et sans elle tout le reste est faux.

149 ; 152 ; 155 ; 158 ; 158 ; 161 ; 163 ; 167 ; 170

Le rang —

$\frac{9+1}{2} = 5$

On prend la cinquième valeur de la liste rangée.

$\text{Médiane} = 158$

Contrôle — Quatre valeurs en dessous, quatre au-dessus : la série est bien partagée en deux.

$4 \mid 158 \mid 4$

$\text{Médiane} = 158 \text{ cm}$

La médiane partage l'effectif en deux moitiés égales, et non l'intervalle des valeurs.

PIÈGES ANTICIPÉS

`170` → Tu as pris la cinquième valeur de la liste **telle qu'elle est donnée**. Il faut d'abord ranger dans l'ordre croissant.

Maths à la carte · ABDELKADER HAMMAMI

`1433/9` → Tu as calculé la moyenne. La médiane est la valeur du milieu de la série rangée, pas le résultat d'un calcul.

EXERCICE 6 · DEFI

Une valeur de plus

Une série de 20 valeurs a pour moyenne 12. On ajoute une 21^{e} valeur égale à 33.

Quelle est la nouvelle moyenne ?

Réponse attendue : `13`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. On ne connaît pas les 20 valeurs, mais on connaît leur **somme**. Comment l'obtenir ?
2. La moyenne est la somme divisée par l'effectif : la somme vaut donc 20×12.
3. Ajoute la nouvelle valeur à cette somme, puis divise par le nouvel effectif, 21.

CORRECTION

Retrouver la somme — La moyenne est la somme divisée par l'effectif : on remonte.

$$S = 20 \times 12 = 240$$

Nouvelle somme —

$$S' = 240 + 33 = 273$$

Nouvelle moyenne —

$$\overline{x}' = \frac{273}{21}$$

$$\overline{x}' = 13$$

Contrôle — La valeur ajoutée est supérieure à la moyenne : celle-ci devait monter.

$$33 > 12 \;\Rightarrow\; \overline{x}' > 12 \quad \checkmark$$

$$\overline{x}' = 13$$

On ne travaille jamais sur les valeurs elles-mêmes, mais sur la somme — c'est elle que la moyenne permet de retrouver.

PIÈGES ANTICIPÉS

`22.5` → Tu as fait la moyenne entre 12 et 33. Ce serait juste si la nouvelle valeur pesait autant que les vingt premières réunies.

`273` → 273 est la nouvelle somme. Il reste à la diviser par le nouvel effectif, qui est 21.

`273/20` → Tu as divisé par 20. La série compte maintenant 21 valeurs.

EXERCICE 7 · BASE

Le centre d'une classe

Une série est regroupée en classes. Déterminer le centre de la classe $[15\,;20[$.

Donner le centre de la classe.

Réponse attendue : `17.5`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Le centre d'une classe est le **milieu** de ses deux extrémités.
2. Un milieu, c'est une demi-somme : on additionne les deux bornes et on divise par 2.

$$c = \frac{a+b}{2}$$

CORRECTION

La définition —

$$c = \frac{15+20}{2}$$

$$c = \frac{35}{2} = 17{,}5$$

Le centre tombe bien entre les deux bornes, ce qui est le premier contrôle à faire. La borne supérieure est exclue de la classe, mais elle compte quand même dans le calcul du centre.

PIÈGES ANTICIPÉS

`20` → Tu as donné la borne supérieure. Le centre est au milieu de la classe, donc strictement entre 15 et 20.

`15` → Tu as donné la borne inférieure. Le centre est au milieu, pas au début.

`35` → Tu as additionné les deux bornes sans diviser par 2. Un milieu est une demi-somme.

EXERCICE 8 · PRATIQUE

La moyenne d'une série par classes

On a relevé la durée, en minutes, de 40 appels téléphoniques :

Durée d'appel (min)	$[0\,;5[$	$[5\,;10[$	$[10\,;15[$	$[15\,;20[$
Nombre d'appels	8	12	15	5

Calculer la durée moyenne d'un appel.

Donner la moyenne en minutes, sans l'unité.

Réponse attendue : `9.625`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Le tableau ne donne plus les durées individuelles. Par quelle valeur vas-tu remplacer chaque classe ?
2. Par son centre. Calcule les quatre centres, puis pèse chacun par l'effectif de sa classe — c'est une moyenne pondérée.
3. Les centres sont $2{,}5$; $7{,}5$; $12{,}5$; $17{,}5$. Multiplie chacun par son effectif, additionne, puis divise par l'effectif total 40.

CORRECTION

Les centres —

$$2{,}5 \quad ; \quad 7{,}5 \quad ; \quad 12{,}5 \quad ; \quad 17{,}5$$

La somme pondérée —

$$2{,}5(8) + 7{,}5(12) + 12{,}5(15) + 17{,}5(5)$$

$$= 20 + 90 + 187{,}5 + 87{,}5 = 385$$

On divise par l'effectif total —

$\overline{x} = \frac{385}{40} = 9{,}625$

Contrôle : la moyenne doit tomber dans l'intervalle des durées, entre 0 et 20, et plutôt du côté des classes les plus peuplées — ici $[5\,;10[$ et $[10\,;15[$. Par les fréquences on trouve le même nombre : $2{,}5(0{,}2) + 7{,}5(0{,}3) + 12{,}5(0{,}375) + 17{,}5(0{,}125)$.

PIÈGES ANTICIPÉS

`10` → Tu as fait la moyenne des quatre centres, ce qui donne le même poids à chaque classe. Or elles n'ont pas le même effectif : la moyenne est pondérée.

`7.125` → Tu as utilisé les bornes inférieures au lieu des centres. Chaque classe est représentée par son milieu.

`385` → C'est la somme pondérée. Il reste à la diviser par l'effectif total, 40.

EXERCICE 9 · PRATIQUE

La médiane d'une série par classes

Même série des 40 appels :

Durée d'appel (min)	$[0\,;5[$	$[5\,;10[$	$[10\,;15[$	$[15\,;20[$
Nombre d'appels	8	12	15	5

Déterminer la médiane, c'est-à-dire l'abscisse du point de la courbe des fréquences cumulées croissantes dont l'ordonnée vaut $0{,}5$.

Donner la médiane en minutes, sans l'unité.

Réponse attendue : `10`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Calcule d'abord les fréquences, puis cumule-les de classe en classe.
2. Les fréquences valent $0{,}2$; $0{,}3$; $0{,}375$; $0{,}125$. Cumule-les et cherche où la somme atteint exactement la moitié.
3. Les fréquences cumulées croissantes sont $0{,}2$ puis $0{,}5$ puis $0{,}875$ puis 1. La valeur $0{,}5$ est atteinte pile à la fin d'une classe : lis laquelle.

CORRECTION

Les fréquences —

$\frac{8}{40} = 0{,}2$; $\frac{12}{40} = 0{,}3$; $\frac{15}{40} = 0{,}375$; $\frac{5}{40} = 0{,}125$

On cumule — Chaque valeur cumulée se lit au bout de sa classe.

$0{,}2$ en 5 ; $0{,}5$ en 10 ; $0{,}875$ en 15 ; 1 en 20

L'ordonnée 0,5 — Elle est atteinte exactement à l'abscisse 10 : pas besoin d'interpoler ici.

$\text{médiane} = 10 \text{ min}$

La lecture est exacte parce que $0{,}5$ tombe pile sur une borne de classe. Quand ce n'est pas le cas, on interpole entre les deux bornes qui encadrent $0{,}5$. Remarque que la médiane, 10, et la moyenne, $9{,}625$, sont proches mais différentes : elles ne mesurent pas la même chose.

PIÈGES ANTICIPÉS

`9.625` → Tu as donné la moyenne. La médiane partage l'effectif en deux moitiés égales, ce qui est une autre question.

`12.5` → Tu as donné le centre de la classe modale, celle d'effectif le plus élevé. Le mode et la médiane sont deux paramètres différents.

`20` → Tu as donné la moitié de l'effectif total, 20 appels. La médiane est une **durée**, lue en abscisse.

EXERCICE 10 · BASE

Un indice base 100

Un produit coûtait 40 dinars en 2020 et coûte 50 dinars en 2024.

Calculer l'indice de l'année 2024, base 100 en 2020.

Donner l'indice, sans unité.

Réponse attendue : `125`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. « Base 100 en 2020 » désigne l'année de **référence**. Laquelle des deux valeurs va donc au dénominateur ?
2. L'indice est le quotient de la valeur de l'année étudiée par celle de l'année de référence, multiplié par 100.
   $I = \frac{\text{valeur } n}{\text{valeur } b} \times 100$

CORRECTION

L'année de référence — C'est 2020, celle qui porte la base 100 : sa valeur va au dénominateur.

$I = \frac{50}{40} \times 100$

$I = 1{,}25 \times 100 = 125$

L'indice se lit d'un coup : 125 contre 100, c'est une hausse de 25%. Et le coefficient multiplicateur est $1{,}25$, soit l'indice divisé par 100.

PIÈGES ANTICIPÉS

`1.25` → Tu as donné le coefficient multiplicateur. L'indice est ce coefficient multiplié par 100.

`80` → Tu as mis 50 au dénominateur. L'année de référence est 2020 : c'est sa valeur, 40, qui va en bas. Ton résultat décrirait une baisse.

`25` → C'est la hausse en pourcentage. L'indice, lui, se compare à 100 : il vaut $100 + 25$.

EXERCICE 11 · RAISONNEMENT

De l'indice au coefficient

L'indice des prix d'un article en 2025, base 100 en 2019, vaut 115.

Donner le coefficient multiplicateur qui permet de passer du prix de 2019 à celui de 2025.

Donner le coefficient multiplicateur.

Réponse attendue : `1.15`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Une seule relation lie l'indice et le coefficient multiplicateur. Écris-la, puis isole ce qu'on te demande.
2. La relation est $I = C \times 100$. Ici c'est I qui est donné.

$$C = \frac{I}{100}$$

CORRECTION

La relation —

$$I = C \times 100$$

On isole le coefficient.

$$C = \frac{I}{100} = \frac{115}{100}$$

$$C = 1{,}15$$

Un coefficient supérieur à 1 dit une hausse, et l'écart à 1 la donne en proportion : $0{,}15$, soit 15%. C'est exactement l'écart de l'indice à 100 — les deux outils portent la même information.

PIÈGES ANTICIPÉS

`115` → Tu as recopié l'indice. Le coefficient multiplicateur est cent fois plus petit : il s'applique directement au prix.

`15` → C'est la hausse en pourcentage. Le coefficient multiplicateur vaut 1 plus cette hausse écrite en proportion.

`11500` → Tu as multiplié par 100 au lieu de diviser. Dans $I = C \times 100$, c'est I qui est le plus grand des deux.

EXERCICE 12 · BASE

Un caractère qui se compte

On relève, pour chaque joueur d'une équipe de football, le nombre de buts qu'il a marqués pendant la saison.

Ce caractère est-il qualitatif, quantitatif discret ou quantitatif continu ?

Réponse attendue : `quantitatif discret` — aussi acceptées : discret · caractère quantitatif discret

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Première question : cette observation s'exprime-t-elle par un nombre ?
2. Deuxième question : peut-on marquer $2{,}7$ buts ? Les valeurs possibles sont-elles isolées, ou remplissent-elles tout un intervalle ?

CORRECTION

Le test — Un nombre de buts s'exprime par un nombre : le caractère est quantitatif.

Discret ou continu — Il ne prend que des valeurs entières isolées : on ne marque jamais $2{,}7$ buts.

$$0\ ;\ 1\ ;\ 2\ ;\ 3\ ;\ \ldots$$

Caractère quantitatif discret

Un caractère qui se **compte** est discret ; un caractère qui se **mesure** avec un instrument est continu.

PIÈGES ANTICIPÉS

`quantitatif continu / continu` → Un caractère continu peut prendre toutes les valeurs d'un intervalle, comme une durée ou une taille. Un nombre de buts ne prend que des valeurs entières.

`qualitatif` → Un nombre de buts s'exprime par un nombre : le caractère est quantitatif.

`quantitatif` → C'est bien quantitatif, mais il faut préciser : discret ou continu ?

EXERCICE 13 · BASE

Un caractère qui se mesure

On mesure, pour chaque élève d'une classe, la durée de son trajet entre la maison et le lycée.

Ce caractère est-il qualitatif, quantitatif discret ou quantitatif continu ?

Réponse attendue : `quantitatif continu` — aussi acceptées : continu · caractère quantitatif continu

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Une durée s'exprime-t-elle par un nombre ?
2. Entre 12 minutes et 13 minutes, une durée peut-elle valoir $12{,}4$ minutes ? Et $12{,}45$?

CORRECTION

Le test — Une durée se mesure avec un chronomètre : le caractère est quantitatif.

Discret ou continu — Une durée peut prendre n'importe quelle valeur d'un intervalle : 12 min, $12{,}4$ min, $12{,}45$ min…

Caractère quantitatif continu

Un caractère continu se regroupe le plus souvent **en classes** : on ne liste pas toutes les durées une par une.

PIÈGES ANTICIPÉS

`quantitatif discret / discret` → Un caractère discret ne prend que des valeurs isolées, comme un nombre de frères. Une durée peut valoir $12{,}4$ ou $12{,}45$ minutes : elle remplit tout un intervalle.

`qualitatif` → Une durée se mesure par un nombre : le caractère est quantitatif.

`quantitatif` → C'est bien quantitatif, mais il faut préciser : discret ou continu ?

EXERCICE 14 · BASE

Un caractère qui ne se mesure pas

Dans un sondage, on demande à chaque personne quelle est sa boisson préférée au petit-déjeuner : café, thé, lait ou jus.

Ce caractère est-il qualitatif ou quantitatif ?

Réponse attendue : `qualitatif` — aussi acceptées : caractère qualitatif

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Les réponses possibles sont-elles des nombres ?
2. Aurait-il un sens de calculer « la boisson moyenne » ?

CORRECTION

Le test — « Café », « thé », « lait » et « jus » ne sont pas des nombres : la boisson ne se mesure pas.

Caractère qualitatif

Pour un caractère qualitatif, on peut donner des effectifs, des fréquences et le mode, mais jamais une moyenne ni une médiane.

PIÈGES ANTICIPÉS

`quantitatif / quantitatif discret` → Un caractère quantitatif s'exprime par un nombre. Une boisson n'est pas un nombre, même si l'on peut **compter** les personnes qui la choisissent.

EXERCICE 15 · BASE

L'effectif total

On a demandé à des élèves combien de livres ils ont lus pendant les vacances :

Nombre de livres	0	1	2	3	4
Nombre d'élèves	3	7	9	6	5

Calculer l'effectif total N.

Réponse attendue : `30`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. L'effectif total est le nombre d'individus interrogés. Où lis-tu les individus dans ce tableau : sur la première ligne ou sur la seconde ?
2. La première ligne donne les **valeurs** du caractère ; la seconde donne les **effectifs**.
3. On additionne tous les effectifs.
   $N = \sum n_i$

CORRECTION

Ce qu'on additionne — Les individus sont les élèves : on additionne la seconde ligne.

$N = 3 + 7 + 9 + 6 + 5$

$N = 30$

Les valeurs $0, 1, 2\ldots$ disent **ce qu'on observe** ; les effectifs disent **combien** d'individus. Seuls les effectifs s'additionnent pour donner N.

PIÈGES ANTICIPÉS

`10` → Tu as additionné les valeurs du caractère. L'effectif total est la somme des **effectifs**, la seconde ligne.

`5` → Tu as compté les valeurs différentes. L'effectif total compte les élèves : additionne les effectifs.

EXERCICE 16 · BASE

L'effectif d'une valeur

Voici le nombre de frères et sœurs déclaré par chacun des 16 élèves d'un groupe :

$$1\ ;\ 3\ ;\ 0\ ;\ 2\ ;\ 1\ ;\ 1\ ;\ 4\ ;\ 2\ ;\ 0\ ;\ 1\ ;\ 2\ ;\ 1\ ;\ 3\ ;\ 1\ ;\ 0\ ;\ 2$$

Maths à la carte — ELKADER HAMMAMI

Quel est l'effectif de la valeur 1 ?

Réponse attendue : 6

INDICES, DANS L'ORDRE

1. L'effectif d'une valeur est le nombre d'individus qui présentent cette valeur.
2. Parcours la liste et coche chaque 1 au fur et à mesure, pour n'en oublier aucun.

CORRECTION

Compter — On repère chaque élève qui a déclaré exactement 1 frère ou sœur.

$$1\ ;\ 1\ ;\ 1\ ;\ 1\ ;\ 1\ ;\ 1$$

Contrôle — En comptant aussi les autres valeurs, on doit retrouver les 16 élèves.

$$n = 6$$

Compter les effectifs valeur par valeur, puis vérifier que leur somme redonne l'effectif total : c'est le premier tableau de toute étude.

PIÈGES ANTICIPÉS

16 → 16 est l'effectif **total**. On demande seulement le nombre d'élèves qui ont déclaré 1.

EXERCICE 17 · PRATIQUE

Au moins trois séances

On a relevé le nombre de séances de sport par semaine des élèves d'une classe :

Nombre de séances	0	1	2	3	4	5
Nombre d'élèves	4	6	9	7	3	1

Combien d'élèves font au moins 3 séances par semaine ?

Réponse attendue : 11

INDICES, DANS L'ORDRE

1. « Au moins 3 » veut dire 3 **ou plus**. La valeur 3 est-elle comprise ?
2. Additionne les effectifs des valeurs 3, 4 et 5.

CORRECTION

Les valeurs concernées —

$$x \geq 3\ :\ 3\ ;\ 4\ ;\ 5$$

On additionne —

$$7 + 3 + 1 = 11$$

$$11 \text{ élèves}$$

« Au moins » inclut la valeur citée, « plus de » l'exclut. Lis toujours ces mots deux fois avant d'additionner.

PIÈGES ANTICIPÉS

4 → Tu as compté les élèves qui font **plus de** 3 séances. « Au moins 3 » inclut aussi ceux qui en font exactement 3.

`7` → Tu n'as pris que la valeur 3. « Au moins 3 » regroupe 3, 4 et 5.

EXERCICE 18 · PRATIQUE

L'effectif manquant

Une enquête auprès de 40 familles porte sur le nombre de voitures qu'elles possèdent. Une case du tableau s'est effacée :

Nombre de voitures	0	1	2	3	4
Nombre de familles	6	x	11	8	5

Déterminer l'effectif manquant x.

Réponse attendue : `10`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Que vaut la somme de tous les effectifs ?
2. La somme des effectifs est l'effectif total : écris l'équation.

$$6 + x + 11 + 8 + 5 = 40$$

CORRECTION

L'équation —

$$6 + x + 11 + 8 + 5 = 40$$

$$x + 30 = 40$$

$$x = 10$$

Contrôle —

$6 + 10 + 11 + 8 + 5 = 40$ ✓

$x = 10$

La somme des effectifs vaut toujours l'effectif total : une case manquante se retrouve par une simple équation.

PIÈGES ANTICIPÉS

`30` → 30 est la somme des effectifs connus. Il manque encore la différence avec l'effectif total, 40.

EXERCICE 19 · PRATIQUE

Trier les caractères

La fiche d'inscription d'un club demande à chaque adhérent : son âge, son sport préféré, sa masse, la couleur de son maillot, son nombre de frères et sœurs et son quartier d'habitation.

Combien de ces six caractères sont quantitatifs ?

Réponse attendue : `3`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Pour chaque caractère, pose la même question : la réponse est-elle un nombre ?
2. Un quartier ou une couleur ne sont pas des nombres, même si l'on peut les numéroter.

CORRECTION

Quantitatifs — L'âge, la masse et le nombre de frères et sœurs s'expriment par des nombres.

Qualitatifs — Le sport préféré, la couleur du maillot et le quartier ne se mesurent pas.

3 caractères quantitatifs

Le test est toujours le même : la réponse se **mesure**-t-elle ou se **compte**-t-elle par un nombre ? Parmi les trois quantitatifs, l'âge et la masse sont continus, le nombre de frères et sœurs est discret.

PIÈGES ANTICIPÉS

6 → Les six caractères ne sont pas quantitatifs : une couleur, un sport ou un quartier ne s'expriment pas par un nombre.

EXERCICE 20 · PRATIQUE

Combien de valeurs différentes ?

Voici les notes sur 10 obtenues par 18 élèves à un quiz :

$$7\ ;\ 5\ ;\ 8\ ;\ 7\ ;\ 9\ ;\ 6\ ;\ 5\ ;\ 7\ ;\ 8\ ;\ 10\ ;\ 6\ ;\ 7\ ;\ 4\ ;\ 8\ ;\ 7\ ;\ 9\ ;\ 6\ ;\ 5$$

Combien de valeurs différentes ce caractère prend-il ?

Réponse attendue : 7

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Range les notes dans l'ordre croissant : les répétitions se verront tout de suite.
2. On ne compte pas les élèves, mais les notes **distinctes**, de la plus petite à la plus grande.

CORRECTION

Ranger —

$4\ ;\ 5\ ;\ 5\ ;\ 5\ ;\ 6\ ;\ 6\ ;\ 6\ ;\ 7\ ;\ 7\ ;\ 7\ ;\ 7\ ;\ 8\ ;\ 8\ ;\ 8\ ;\ 9\ ;\ 9\ ;\ 10$

Les valeurs distinctes —

$4\ ;\ 5\ ;\ 6\ ;\ 7\ ;\ 8\ ;\ 9\ ;\ 10$

7 valeurs différentes

Le nombre de valeurs différentes donne le nombre de colonnes du tableau des effectifs ; l'effectif total, lui, compte les élèves.

PIÈGES ANTICIPÉS

18 → 18 est le nombre d'élèves. Plusieurs élèves ont la même note : on ne compte chaque note qu'une fois.

EXERCICE 21 · RAISONNEMENT

Reconstituer l'effectif total

Un club omnisports compte des nageurs, des cyclistes et des coureurs ; chaque adhérent pratique un seul sport. Il y a deux fois plus de nageurs que de cyclistes, et 5 coureurs de plus que de cyclistes. Le club compte 9 cyclistes.

Calculer l'effectif total N du club.

Réponse attendue : 41

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Le caractère étudié est le sport pratiqué. Calcule l'effectif de chacune de ses trois valeurs.
2. Nageurs : deux fois le nombre de cyclistes. Coureurs : le nombre de cyclistes, plus 5.

CORRECTION

Les nageurs —

$2 \times 9 = 18$

Les coureurs —

$9 + 5 = 14$

Effectif total —

$N = 9 + 18 + 14$

$N = 41$

L'effectif total est la somme des effectifs de **toutes** les valeurs du caractère : ici les trois sports, cyclistes compris.

PIÈGES ANTICIPÉS

32 → Tu as compté 5 coureurs. L'énoncé dit 5 coureurs **de plus que** de cyclistes, soit $9 + 5$.

EXERCICE 22 · DEFI

Deux effectifs inconnus

On a relevé le nombre de retards dans le mois des 26 élèves d'une classe. Deux effectifs sont inconnus :

Nombre de retards	0	1	2	3
Nombre d'élèves	5	a	b	4

On sait de plus que 12 élèves ont eu au moins 2 retards.

Déterminer a.

Réponse attendue : 9

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Commence par l'information sur « au moins 2 retards » : quelles valeurs regroupe-t-elle, et laquelle des deux inconnues fait-elle apparaître ?
2. Elle donne une équation en b seul.

   $b + 4 = 12$

3. Utilise ensuite l'effectif total, 26, pour trouver a.

CORRECTION

Au moins 2 retards —

$b + 4 = 12 \Rightarrow b = 8$

L'effectif total —

$5 + a + 8 + 4 = 26$

$a + 17 = 26$

$a = 9$

Contrôle —

$5 + 9 + 8 + 4 = 26$ ✓

$a = 9$

Deux inconnues demandent deux informations. On commence par celle qui ne fait intervenir qu'une inconnue, puis l'effectif total donne l'autre.

PIÈGES ANTICIPÉS

8 → 8 est la valeur de b, l'effectif de la valeur 2. On demande a, l'effectif de la valeur 1.

17 → 17 est la somme $a + b$. Il faut encore séparer les deux effectifs grâce à la seconde information.

EXERCICE 23 · BASE

Une fréquence décimale

Parmi les 50 membres d'un club d'échecs, 18 portent des lunettes.

Calculer la fréquence des membres qui portent des lunettes, sous forme décimale.

Réponse attendue : `0.36`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Une fréquence est l'effectif de la valeur divisé par l'effectif total.
2. Lequel des deux nombres est l'effectif total ? Il va au dénominateur.

CORRECTION

La définition —

$f = \frac{n}{N} = \frac{18}{50}$

$f = 0{,}36$

Contrôle — Une fréquence est toujours comprise entre 0 et 1.

$0 \leq 0{,}36 \leq 1$ ✓

$f = 0{,}36$

La fréquence se donne d'abord sous forme décimale, entre 0 et 1. En pourcentage, elle s'écrirait $36\,\%$.

PIÈGES ANTICIPÉS

36 → 36 est la fréquence **en pourcentage**. On la demande sous forme décimale : divise par 100.

$25/9$ → Tu as divisé 50 par 18. L'effectif total va au dénominateur : une fréquence ne dépasse jamais 1.

EXERCICE 24 · BASE

Un taux de réussite

Sur 60 candidats à un concours, 33 ont échoué.

Quel est le pourcentage de candidats admis ?

Réponse attendue : 45

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Commence par compter les candidats admis : ce n'est pas le nombre donné dans l'énoncé.
2. Calcule ensuite la fréquence des admis, entre 0 et 1, puis multiplie-la par 100.

CORRECTION

Les admis —

$60 - 33 = 27$

La fréquence —

$f = \frac{27}{60} = 0{,}45$

En pourcentage —

$0{,}45 \times 100 = 45$

$45\,\%$

On calcule la fréquence de la valeur **demandée** : ici les admis, qu'il fallait d'abord compter. Contrôle : admis et recalés font ensemble $100\,\%$.

PIÈGES ANTICIPÉS

`55` → $55\,\%$ est la part des candidats qui ont **échoué**. On demande celle des admis.

`27` → 27 est le nombre d'admis. On demande la part qu'ils représentent, en pourcentage.

`0.45` → $0{,}45$ est bien la fréquence des admis, mais la question la demande **en pourcentage** : multiplie par 100.

`20/9` → Tu as divisé 60 par 27. L'effectif total, 60, va au dénominateur.

EXERCICE 25 · PRATIQUE

De la fréquence à l'effectif

Parmi les 240 familles d'un village, la fréquence des familles qui possèdent un ordinateur est $0{,}15$.

Combien de familles possèdent un ordinateur ?

Réponse attendue : 36

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Pars de la définition de la fréquence et isole l'effectif.

   $f = \frac{n}{N}$
2. L'effectif s'obtient en multipliant la fréquence par l'effectif total.

CORRECTION

On isole n —

$f = \frac{n}{N} \Rightarrow n = f \times N$

$n = 0{,}15 \times 240$

$n = 36$

Contrôle —

$\frac{36}{240} = 0{,}15$ ✓

$n = 36$

La même formule sert dans les deux sens : $f = \dfrac{n}{N}$ donne la fréquence, $n = f \times N$ donne l'effectif.

PIÈGES ANTICIPÉS

`1600` → Tu as divisé 240 par $0{,}15$. L'effectif d'une partie ne peut pas dépasser l'effectif total : il faut multiplier.

`15` → 15 est la fréquence en pourcentage, pas un nombre de familles. Applique-la aux 240 familles.

EXERCICE 26 · PRATIQUE

Au plus deux cafés

On a demandé aux employés d'une entreprise combien de cafés ils boivent par jour :

Nombre de cafés	0	1	2	3	4
Nombre d'employés	8	12	10	7	3

Combien d'employés boivent au plus 2 cafés par jour ?

Réponse attendue : `30`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. « Au plus 2 » veut dire 0, 1 ou 2.
2. C'est exactement l'effectif cumulé croissant de la valeur 2 : on additionne les effectifs depuis la première colonne.

CORRECTION

Les valeurs concernées —

$x \leq 2$: 0 ; 1 ; 2

Effectif cumulé —

$8 + 12 + 10 = 30$

30 employés

L'effectif cumulé croissant d'une valeur répond directement à la question « combien au plus ? ».

PIÈGES ANTICIPÉS

`10` → Tu n'as pris que la valeur 2. « Au plus 2 » regroupe aussi 0 et 1.

`22` → Tu as oublié les employés qui ne boivent aucun café : 0 fait partie de « au plus 2 ».

EXERCICE 27 · PRATIQUE

Retrouver l'effectif total

Dans un lycée, 63 élèves sont internes, ce qui représente $35\,\%$ des élèves du lycée.

Calculer l'effectif total N des élèves du lycée.

Réponse attendue : `180`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Écris la fréquence des internes sous forme décimale.
2. Puis traduis l'énoncé par une égalité, et isole N.

$\frac{63}{N} = 0{,}35$

CORRECTION

La fréquence —

$35\,\% = 0{,}35$

L'égalité —

$\frac{63}{N} = 0{,}35$

$N = \frac{63}{0{,}35}$

$N = 180$

Contrôle —

$0{,}35 \times 180 = 63$ ✓

$N = 180$

Quand on connaît une partie et sa fréquence, le tout s'obtient en **divisant** la partie par la fréquence.

PIÈGES ANTICIPÉS

`22.05` → Tu as calculé $35\,\%$ de 63. Mais 63 est déjà la partie : c'est le tout qu'on cherche.

`65` → $65\,\%$ est la part des externes, pas un effectif.

EXERCICE 28 · PRATIQUE

La fréquence manquante

On a demandé aux élèves d'un collège leur moyen de transport pour venir en classe. Une fréquence n'a pas été recopiée :

Transport	bus	voiture	à pied	vélo
Fréquence	$0{,}18$	$0{,}27$	?	$0{,}21$

Calculer la fréquence des élèves qui viennent à pied, sous forme décimale.

Réponse attendue : `0.34`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Que vaut toujours la somme de toutes les fréquences d'une série ?

2. Additionne les trois fréquences connues, puis retranche ce total de 1.

CORRECTION

Le contrôle du cours —

$$\sum f_i = 1$$

Les fréquences connues —

$$0{,}18 + 0{,}27 + 0{,}21 = 0{,}66$$

$$f = 1 - 0{,}66$$

$$f = 0{,}34$$

La somme des fréquences vaut 1 : c'est un contrôle, et c'est aussi un moyen de retrouver une fréquence manquante.

PIÈGES ANTICIPÉS

`0.66` → $0{,}66$ est la somme des fréquences connues. Il reste à la retrancher de 1.

`34` → 34 est la fréquence en pourcentage ; on la demande sous forme décimale.

EXERCICE 29 · PRATIQUE

Un effectif cumulé croissant

Nombre de jours d'absence des 30 élèves d'une classe pendant le trimestre :

Jours d'absence	0	1	2	3	4	5
Nombre d'élèves	9	8	6	4	2	1

Calculer l'effectif cumulé croissant de la valeur 2.

Réponse attendue : 23

INDICES, DANS L'ORDRE

1. L'effectif cumulé croissant de 2 est le nombre d'élèves dont la valeur est **inférieure ou égale** à 2.
2. Cumule les effectifs de gauche à droite jusqu'à la colonne 2 incluse.

CORRECTION

Les valeurs concernées —

$$x \leq 2 \ : \ 0 \ ; \ 1 \ ; \ 2$$

On cumule —

$$9 \ ; \ 9 + 8 = 17 \ ; \ 17 + 6 = 23$$

$$23$$

On cumule toujours à partir de la plus petite valeur. Le dernier effectif cumulé doit redonner l'effectif total, 30.

PIÈGES ANTICIPÉS

`6` → 6 est l'effectif de la valeur 2 seule. L'effectif cumulé ajoute ceux des valeurs plus petites.

`13` → Tu as cumulé à partir des grandes valeurs. Un effectif cumulé **croissant** part de la plus petite valeur.

EXERCICE 30 · PRATIQUE

Une fréquence cumulée en pourcentage

On a relevé le nombre de pièces de 50 logements d'un quartier :

Nombre de pièces	1	2	3	4	5	6
Nombre de logements	4	9	13	14	6	4

Quel est le pourcentage de logements qui ont au plus 3 pièces ?

Réponse attendue : 52

INDICES, DANS L'ORDRE

1. « Au plus 3 pièces » : 1, 2 ou 3 pièces. Calcule l'effectif cumulé croissant de la valeur 3.
2. Divise cet effectif cumulé par l'effectif total, puis multiplie par 100.

CORRECTION

Effectif cumulé —

$$4 + 9 + 13 = 26$$

Fréquence cumulée —

$$\frac{26}{50} = 0{,}52$$

En pourcentage —

$$0{,}52 \times 100 = 52$$

$$52\,\%$$

La fréquence cumulée croissante d'une valeur donne directement la part des individus qui sont **au plus** à cette valeur.

PIÈGES ANTICIPÉS

`26` → Si 26 est ton effectif cumulé, il reste à le rapporter aux 50 logements. Si c'est la part des logements de 3 pièces exactement, « au plus 3 » ajoute ceux de 1 et 2 pièces.

`0.52` → $0{,}52$ est la fréquence cumulée ; la question la demande en pourcentage.

EXERCICE 31 · PRATIQUE

Des matchs sans but

Voici le nombre de buts marqués par une équipe au cours de ses 20 derniers matchs :

$$2\ ;\ 0\ ;\ 1\ ;\ 3\ ;\ 1\ ;\ 0\ ;\ 2\ ;\ 1\ ;\ 4\ ;\ 0\ ;\ 1\ ;\ 2\ ;\ 0\ ;\ 1\ ;\ 3\ ;\ 1\ ;\ 2\ ;\ 0\ ;\ 1\ ;\ 2$$

Quel est le pourcentage de matchs où l'équipe n'a marqué aucun but ?

Réponse attendue : 25

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Compte d'abord l'effectif de la valeur 0 dans la liste.
2. Divise cet effectif par le nombre de matchs, puis exprime le résultat en pourcentage.

CORRECTION

L'effectif de 0 — La valeur 0 apparaît 5 fois dans la liste.

La fréquence —

$f = \frac{5}{20} = 0{,}25$

En pourcentage —

$0{,}25 \times 100 = 25$

$25\,\%$

Sur une liste brute, on commence toujours par compter l'effectif ; la fréquence vient ensuite.

PIÈGES ANTICIPÉS

`5` → 5 est le nombre de matchs sans but. On demande la part qu'ils représentent, en pourcentage.

`0.25` → $0{,}25$ est la fréquence ; la question la demande en pourcentage.

EXERCICE 32 · RAISONNEMENT

Au moins quatre pièces

Même série des 50 logements :

Nombre de pièces	1	2	3	4	5	6
Nombre de logements	4	9	13	14	6	4

Quel est le pourcentage de logements qui ont au moins 4 pièces ?

Réponse attendue : 48

INDICES, DANS L'ORDRE

1. « Au moins 4 » regroupe 4, 5 et 6 pièces.
2. Autre chemin : ce sont tous les logements, sauf ceux qui ont au plus 3 pièces. La fréquence cumulée de 3 te sert alors directement.

CORRECTION

Les valeurs concernées —

$x \geq 4$: 4 ; 5 ; 6

L'effectif —

$14 + 6 + 4 = 24$

La fréquence —

$\frac{24}{50} = 0{,}48$

Contrôle — Les logements d'au plus 3 pièces représentent $0{,}52$: on retrouve le complément.

$1 - 0{,}52 = 0{,}48$ ✓

$48\,\%$

« Au moins 4 » et « au plus 3 » se partagent toute la population : leurs fréquences se complètent à 1.

PIÈGES ANTICIPÉS

`20` → Tu as compté les logements de **plus de** 4 pièces. « Au moins 4 » inclut ceux de 4 pièces exactement.

`28` → Tu n'as pris que les logements de 4 pièces. « Au moins 4 » ajoute ceux de 5 et 6 pièces.

`0.48` → $0{,}48$ est la fréquence ; la question la demande en pourcentage.

EXERCICE 33 · RAISONNEMENT

Une part d'une part

Dans une classe, $40\,\%$ des élèves sont des filles. Parmi les filles, $25\,\%$ portent des lunettes.

Quel est le pourcentage des élèves de la classe qui sont des filles portant des lunettes ?

Réponse attendue : `10`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Les $25\,\%$ ne portent pas sur toute la classe, mais seulement sur les filles.
2. Prendre $25\,\%$ de $40\,\%$, c'est multiplier les deux fréquences décimales.

CORRECTION

En fréquences —

$0{,}4 \quad \text{et} \quad 0{,}25$

Une part d'une part —

$0{,}4 \times 0{,}25 = 0{,}1$

Contrôle — Avec 40 élèves : 16 filles, dont le quart, 4, portent des lunettes, soit $\dfrac{4}{40} = 0{,}1$.

$10\,\%$

Une part d'une part se calcule par un **produit** de fréquences, jamais par une somme.

PIÈGES ANTICIPÉS

`65` → Tu as additionné les deux pourcentages. Les $25\,\%$ portent sur les filles seulement : il faut prendre $25\,\%$ **de** $40\,\%$.

`25` → $25\,\%$ est la part parmi les filles. Rapportée à toute la classe, elle est plus petite.

`0.1` → $0{,}1$ est la fréquence ; la question la demande en pourcentage.

EXERCICE 34 · RAISONNEMENT

Retrouver la taille du sondage

À la question « Faut-il allonger la récréation ? », les élèves interrogés ont répondu :

Réponse	oui	non	sans avis
Fréquence	$0{,}2$	$0{,}35$	$0{,}45$

On sait que 14 élèves ont répondu « non ».

Combien d'élèves ont été interrogés ?

Réponse attendue : 40

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Quelle fréquence correspond aux 14 élèves ? Attention à bien choisir la colonne.
2. Traduis par une égalité et isole N.

$$\frac{14}{N} = 0{,}35$$

CORRECTION

La bonne colonne — Les 14 élèves sont ceux qui ont répondu « non » : leur fréquence est $0{,}35$.

L'égalité —

$$\frac{14}{N} = 0{,}35 \Rightarrow N = \frac{14}{0{,}35}$$

$$N = 40$$

Contrôle —

$$0{,}2 \times 40 + 14 + 0{,}45 \times 40 = 8 + 14 + 18 = 40 \quad \checkmark$$

$$N = 40$$

Une seule colonne dont on connaît à la fois l'effectif et la fréquence suffit pour retrouver l'effectif total.

PIÈGES ANTICIPÉS

`70` → Tu as utilisé la fréquence $0{,}2$, celle du « oui ». Les 14 élèves ont répondu « non » : leur fréquence est $0{,}35$.

`4.9` → Tu as multiplié 14 par $0{,}35$. Les 14 élèves sont déjà la partie : on cherche le tout, il faut diviser.

EXERCICE 35 · DEFI

Ce que disent deux cumuls

Dans une série statistique, l'effectif cumulé croissant de la valeur 2 est 27, et la fréquence cumulée croissante de cette même valeur est $0{,}6$.

Combien d'individus ont une valeur strictement supérieure à 2 ?

Réponse attendue : 18

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Un effectif cumulé et la fréquence cumulée correspondante sont reliés par l'effectif total. Lequel des trois nombres manque ?
2. Trouve d'abord N.

$$\frac{27}{N} = 0{,}6$$

3. Les individus de valeur strictement supérieure à 2 sont tous ceux qui ne sont pas comptés dans les 27.

CORRECTION

L'effectif total —

$$\frac{27}{N} = 0{,}6 \Rightarrow N = \frac{27}{0{,}6} = 45$$

Le complément — 27 individus ont une valeur inférieure ou égale à 2 ; les autres ont une valeur strictement supérieure.

$$45 - 27 = 18$$

18 individus

Un effectif cumulé compte les individus « au plus » à une valeur ; son complément à N compte ceux qui sont « strictement au-dessus ».

PIÈGES ANTICIPÉS

45 → 45 est l'effectif total. Il reste à retirer les 27 individus de valeur inférieure ou égale à 2.

27 → 27 compte les individus de valeur **inférieure ou égale** à 2. On demande les autres.

EXERCICE 36 · DEFI

Deux classes réunies

À un examen blanc, la classe A (30 élèves) a un taux de réussite de $40\,\%$ et la classe B (20 élèves) un taux de réussite de $65\,\%$. On réunit les deux classes.

Quel est le pourcentage de réussite des deux classes réunies ?

Réponse attendue : `50`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Les deux classes n'ont pas le même effectif : on ne peut pas faire la moyenne des deux pourcentages.
2. Calcule le nombre d'élèves qui ont réussi dans chaque classe.
3. Divise le nombre total de réussites par l'effectif total des deux classes.

CORRECTION

Réussites en A —

$0{,}4 \times 30 = 12$

Réussites en B —

$0{,}65 \times 20 = 13$

Les deux classes —

$\frac{12+13}{30+20} = \frac{25}{50} = 0{,}5$

$50\,\%$

On ne fait jamais la moyenne de deux pourcentages qui portent sur des effectifs différents : on revient aux effectifs, puis on recalcule la fréquence.

PIÈGES ANTICIPÉS

52.5 → Tu as fait la moyenne de 40 et 65. Ce serait juste si les deux classes avaient le même effectif ; la classe A, plus nombreuse, pèse davantage.

105 → Un pourcentage de réussite ne dépasse pas $100\,\%$: on ne peut pas additionner les deux taux.

25 → 25 est le nombre d'élèves qui ont réussi. Il reste à le rapporter aux 50 élèves.

EXERCICE 37 · BASE

L'angle d'un secteur

On a demandé à des personnes leur loisir préféré :

Loisir	cinéma	sport	lecture	musique
Effectif	22	15	8	10

On représente ces réponses par un diagramme circulaire.

Quel angle, en degrés, représente le cinéma ?

Réponse attendue : 144

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Combien de personnes ont été interrogées en tout ? Le disque entier les représente toutes.
2. L'angle est proportionnel à l'effectif : calcule la fréquence du cinéma, puis multiplie-la par 360.

CORRECTION

Effectif total —

$N = 22 + 15 + 8 + 10 = 55$

La fréquence —

$f = \frac{22}{55} = 0{,}4$

L'angle —

$\alpha = 0{,}4 \times 360$

$\alpha = 144^\circ$

L'angle d'un secteur est toujours la fréquence multipliée par 360° ; l'effectif total s'obtient d'abord en additionnant toute la ligne des effectifs.

PIÈGES ANTICIPÉS

`72` → Tu as multiplié par 180. Un disque complet mesure 360°.

`40` → 40 est le pourcentage. L'angle s'obtient en multipliant la fréquence par 360.

`22` → 22 est l'effectif du cinéma, pas un angle. Un angle se rapporte aux 360° du disque.

EXERCICE 38 · BASE Le bon graphique pour des classes

On a pesé 200 nouveau-nés dans une maternité et regroupé leurs masses en classes d'amplitude 250 grammes.

Quel type de graphique convient pour représenter cette série : un diagramme en bâtons, un diagramme circulaire ou un histogramme ?

Réponse attendue : `histogramme` — aussi acceptées : un histogramme

INDICES, DANS L'ORDRE

1. De quel type est le caractère « masse » : qualitatif, discret ou continu ?
2. Les données sont regroupées en **classes**. Lequel des trois graphiques est fait pour des classes ?

CORRECTION

Le caractère — La masse se mesure et peut prendre toutes les valeurs d'un intervalle : il est quantitatif continu.

Le graphique — Un caractère continu regroupé en classes se représente par des rectangles accolés, un par classe.

Un histogramme

Le graphique se choisit d'après la nature du caractère : bâtons pour le discret, histogramme pour le continu regroupé en classes.

PIÈGES ANTICIPÉS

`diagramme en bâtons / un diagramme en bâtons / bâtons` → Un diagramme en bâtons convient à des valeurs isolées. Ici les masses sont regroupées en classes : chaque classe occupe tout un intervalle.

`diagramme circulaire / un diagramme circulaire / circulaire` → Un diagramme circulaire montre les parts d'un tout, mais il perd l'ordre des classes de masses, qui compte ici.

EXERCICE 39 · BASE

Montrer les parts d'un tout

On connaît la part de chaque poste dans le budget mensuel d'une famille : alimentation, loyer, transport, loisirs, autres dépenses. On veut montrer d'un coup d'œil comment le budget total se partage.

Quel type de graphique convient le mieux : un diagramme en bâtons, un diagramme circulaire ou un histogramme ?

Réponse attendue : `diagramme circulaire` — aussi acceptées : circulaire · un diagramme circulaire · camembert

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Le caractère « poste de dépense » est-il qualitatif ou quantitatif ?
2. On veut voir comment **un tout** se partage. Quel graphique représente le tout par une figure entière ?

CORRECTION

Le caractère — Le poste de dépense ne se mesure pas : il est qualitatif. L'histogramme est donc exclu.

L'intention — On veut montrer les parts d'un tout : le disque entier représente le budget, chaque secteur un poste.

Un diagramme circulaire

Le diagramme circulaire est fait pour les **parts d'un tout** : la somme de ses angles fait 360°, comme la somme des parts fait $100\,\%$.

PIÈGES ANTICIPÉS

`histogramme / un histogramme` → Un histogramme représente un caractère continu regroupé en classes. Un poste de dépense est qualitatif.

EXERCICE 40 · PRATIQUE

D'un pourcentage à un angle

Dans un diagramme circulaire, la catégorie « vélo » représente $15\,\%$ des personnes interrogées.

Quel angle, en degrés, faut-il donner au secteur « vélo » ?

Réponse attendue : 54

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Écris d'abord $15\,\%$ sous forme de fréquence décimale.
2. L'angle est la fréquence multipliée par 360.

CORRECTION

La fréquence —

$15\,\% = 0{,}15$

L'angle —

$\alpha = 0{,}15 \times 360$

$\alpha = 54^\circ$

Pas besoin de l'effectif total : la fréquence suffit pour calculer un angle.

PIÈGES ANTICIPÉS

`15` → 15 est le pourcentage. Il faut le convertir en angle : $0{,}15 \times 360$.

`27` → Tu as multiplié par 180. Un disque complet mesure 360°.

`5400` → Tu as multiplié 15 par 360 sans repasser par la fréquence $0{,}15$.

EXERCICE 41 · PRATIQUE

D'un angle à un effectif

On a interrogé 120 personnes sur leur moyen de transport. Dans le diagramme circulaire obtenu, le secteur « bus » mesure 75°.

Combien de personnes prennent le bus ?

Réponse attendue : 25

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Quelle fraction du disque complet le secteur « bus » représente-t-il ?
2. Cette fraction est la fréquence : applique-la aux 120 personnes.

CORRECTION

La fréquence —

$f = \frac{75}{360}$

L'effectif —

$n = \frac{75}{360} \times 120$

$n = 25$

Contrôle —

$\frac{25}{120} \times 360 = 75^\circ$ ✓

$n = 25$

Un angle se divise par 360 pour redonner une fréquence ; la fréquence multipliée par N redonne l'effectif.

PIÈGES ANTICIPÉS

`75` → 75 est l'angle en degrés, pas un nombre de personnes.

`50` → Tu as divisé par 180. Le disque complet mesure 360°.

EXERCICE 42 · PRATIQUE

D'un angle à un pourcentage

Dans un diagramme circulaire représentant les sports pratiqués par les élèves d'un lycée, le secteur « basket » mesure 108°.

Quel pourcentage des élèves pratiquent le basket ?

Réponse attendue : `30`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Le disque complet, 360°, représente $100\,\%$ des élèves.
2. Calcule la fréquence $\dfrac{108}{360}$, puis passe en pourcentage.

CORRECTION

La fréquence —

$f = \frac{108}{360} = 0{,}3$

En pourcentage —

$0{,}3 \times 100 = 30$

$30\,\%$

Angle et pourcentage sont proportionnels : 360° correspond à $100\,\%$, donc $3{,}6^\circ$ à $1\,\%$.

PIÈGES ANTICIPÉS

`60` → Tu as divisé par 180. Le disque complet mesure 360°.

`0.3` → $0{,}3$ est la fréquence ; la question la demande en pourcentage.

EXERCICE 43 · PRATIQUE

Le secteur manquant

Un diagramme circulaire représente les réponses à un sondage en quatre catégories. Trois secteurs mesurent 63°, 117° et 54°.

Quel est, en degrés, l'angle du quatrième secteur ?

Réponse attendue : `126`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Que vaut la somme de tous les angles d'un diagramme circulaire ?
2. Additionne les trois angles connus et retranche le total de 360°.

CORRECTION

La somme des angles —

$63 + 117 + 54 = 234$

$\alpha = 360 - 234$

$\alpha = 126^\circ$

La somme des angles vaut 360° comme la somme des fréquences vaut 1 : c'est le même contrôle, en degrés.

PIÈGES ANTICIPÉS

`234` → 234° est la somme des trois secteurs connus. Il reste à la retrancher de 360°.

EXERCICE 44 · PRATIQUE

Lire un bâton à l'échelle

Dans un diagramme en bâtons, 1 cm de hauteur représente 4 élèves. Le bâton de la valeur « 3 frères et sœurs » mesure $3{,}5$ cm.

Combien d'élèves ont 3 frères et sœurs ?

Réponse attendue : 14

INDICES, DANS L'ORDRE

1. La hauteur d'un bâton est proportionnelle à l'effectif.
2. Chaque centimètre vaut 4 élèves : combien valent $3{,}5$ centimètres ?

CORRECTION

L'échelle —

$1 \text{ cm} \longleftrightarrow 4 \text{ élèves}$

$3{,}5 \times 4 = 14$

14 élèves

Dans un diagramme en bâtons, c'est la **hauteur** qui porte l'effectif ; dans un histogramme, ce sera l'aire.

PIÈGES ANTICIPÉS

`0.875` → Tu as divisé $3{,}5$ par 4. Un centimètre vaut 4 élèves : il faut multiplier.

EXERCICE 45 · RAISONNEMENT

Un rectangle plus large

Dans un histogramme, la classe $[0\,;10[$, d'effectif 12, est représentée par un rectangle de hauteur 6 cm. La classe suivante, $[10\,;30[$, est deux fois plus large et son effectif est 20.

Quelle hauteur, en cm, faut-il donner au rectangle de la classe $[10\,;30[$?

Réponse attendue : 5

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Dans un histogramme, ce n'est pas la hauteur qui est proportionnelle à l'effectif. Qu'est-ce que c'est ?
2. Calcule l'aire du premier rectangle en prenant la largeur de la classe, 10, comme base. Combien d'unités d'aire pour un individu ?
3. Le second rectangle a une base de 20 : sa hauteur est son aire divisée par 20.

CORRECTION

Le premier rectangle —

$\text{aire} = 10 \times 6 = 60$ pour 12 individus

Pour un individu —

$\frac{60}{12} = 5$

Le second rectangle —

$\text{aire} = 20 \times 5 = 100$

Sa hauteur —

$h = \frac{100}{20} = 5$

$h = 5$ cm

Une classe deux fois plus large a, pour le même effectif, une hauteur deux fois plus petite. Lire les hauteurs comme des effectifs trompe dès que les largeurs diffèrent.

PIÈGES ANTICIPÉS

`10` → Tu as rendu la hauteur proportionnelle à l'effectif. Dans un histogramme, c'est l'**aire** qui l'est : la classe étant deux fois plus large, il faut diviser par 2.

EXERCICE 46 · RAISONNEMENT

Compter des carreaux d'histogramme

Dans un histogramme, un carreau d'aire représente 2 individus, et un carreau de largeur correspond à 5 unités en abscisse. La classe $[25\,;35[$ est représentée par un rectangle de 3 carreaux de hauteur.

Quel est l'effectif de la classe $[25\,;35[$?

Réponse attendue : 12

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Combien de carreaux de largeur occupe une classe d'amplitude 10 ?
2. Compte le nombre total de carreaux du rectangle : largeur fois hauteur.
3. Chaque carreau vaut 2 individus.

CORRECTION

La largeur —

$\frac{35-25}{5} = 2$ carreaux

L'aire —

$2 \times 3 = 6$ carreaux

L'effectif —

$6 \times 2 = 12$

12 individus

L'effectif se lit sur l'**aire** du rectangle : on compte les carreaux, puis on applique la valeur d'un carreau.

PIÈGES ANTICIPÉS

`6` → 6 est l'aire en carreaux. Chaque carreau représente 2 individus.

`3` → 3 est la hauteur du rectangle en carreaux. L'effectif se lit sur l'aire : la classe occupe 2 carreaux de largeur, et chaque carreau vaut 2 individus.

EXERCICE 47 · RAISONNEMENT

Deux secteurs ensemble

Dans un diagramme circulaire des sports collectifs pratiqués dans un lycée, le secteur « football » mesure 99° et le secteur « handball » 63°.

Quel pourcentage des élèves pratiquent le football ou le handball ?

Réponse attendue : 45

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Les deux groupes sont distincts : leurs secteurs se mettent bout à bout.
2. Additionne les deux angles, puis convertis en pourcentage du tour complet.

CORRECTION

Les deux secteurs —

$99 + 63 = 162^\circ$

La fréquence —

$\frac{162}{360} = 0{,}45$

$45\,\%$

Quand les catégories ne se recouvrent pas, les angles s'additionnent comme les effectifs et les fréquences.

PIÈGES ANTICIPÉS

`162` → 162 est l'angle total en degrés. Il faut le rapporter aux 360° du disque.

`90` → Tu as divisé par 180. Le disque complet mesure 360°.

EXERCICE 48 · DEFI

Des effectifs proportionnels

Dans une maison de jeunes, les adhérents se répartissent entre trois ateliers : théâtre, musique et peinture. Les effectifs sont proportionnels à 2, 3 et 4 : pour 2 inscrits au théâtre, il y en a 3 en musique et 4 en peinture.

Quel est, en degrés, l'angle du secteur « peinture » dans le diagramme circulaire ?

Réponse attendue : `160`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. On ne connaît pas l'effectif total, mais on connaît les **parts** : en combien de parts égales le tout est-il découpé ?
2. $2 + 3 + 4 = 9$ parts. Quelle fraction du tout la peinture représente-t-elle ?

CORRECTION

Le nombre de parts —

$2 + 3 + 4 = 9$

La fréquence —

$f = \frac{4}{9}$

L'angle —

$\alpha = \frac{4}{9} \times 360 = 160$

Contrôle —

$80^\circ + 120^\circ + 160^\circ = 360^\circ$ ✓

$\alpha = 160^\circ$

L'effectif total n'est pas nécessaire : seules les proportions comptent pour un diagramme circulaire.

PIÈGES ANTICIPÉS

`120` → Tu as partagé le disque en trois parts égales. Les ateliers n'ont pas le même effectif : la peinture a 4 parts sur 9.

EXERCICE 49 · DEFI

Un secteur et un pourcentage

Dans un sondage sur la boisson préférée, le secteur « jus » d'un diagramme circulaire mesure 60° et représente 15 personnes. Par ailleurs, $40\,\%$ des personnes interrogées ont choisi le café.

Combien de personnes ont choisi le café ?

Réponse attendue : 36

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Il manque l'effectif total. Que représente le secteur de 60° par rapport au disque entier ?
2. 60° est le sixième de 360° : les 15 personnes sont le sixième des personnes interrogées.
3. Applique ensuite les $40\,\%$ à cet effectif total.

CORRECTION

L'effectif total —

$\frac{60}{360} = \frac{1}{6} \Rightarrow N = 6 \times 15 = 90$

Le café —

$0{,}4 \times 90 = 36$

36 personnes

Un secteur dont on connaît l'angle et l'effectif donne l'effectif total ; tout le reste du diagramme s'en déduit.

PIÈGES ANTICIPÉS

`90` → 90 est l'effectif total. On demande seulement les $40\,\%$ qui ont choisi le café.

`144` → 144° est l'angle du secteur « café ». On demande un nombre de personnes.

EXERCICE 50 · BASE

Une semaine de températures

Températures relevées à midi, en °C, pendant une semaine :

$$14 \text{ ; } 17 \text{ ; } 12 \text{ ; } 15 \text{ ; } 19 \text{ ; } 16 \text{ ; } 12$$

Calculer la température moyenne de la semaine, en °C.

Réponse attendue : 15

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Chaque valeur n'apparaît qu'une fois par jour : on additionne toutes les températures.
2. Puis on divise par le nombre de jours.

CORRECTION

La somme —

$14 + 17 + 12 + 15 + 19 + 16 + 12 = 105$

La moyenne —

$\overline{x} = \frac{105}{7}$

$\overline{x} = 15$

Contrôle —

$12 \leq 15 \leq 19$ ✓

$\overline{x} = 15\ ^\circ\text{C}$

La moyenne est toujours comprise entre la plus petite et la plus grande valeur : c'est le premier contrôle.

PIÈGES ANTICIPÉS

`105` → 105 est la somme des températures. Il reste à la diviser par le nombre de jours, 7.

EXERCICE 51 · BASE **La masse moyenne**

Masses, en kg, de cinq nouveau-nés d'une maternité :

$$2{,}4 \text{ ; } 3{,}1 \text{ ; } 2{,}8 \text{ ; } 3{,}5 \text{ ; } 3{,}2$$

Calculer la masse moyenne, en kg.

Réponse attendue : 3

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Additionne les cinq masses ; ce sont des nombres décimaux, aligne bien les virgules.
2. Divise ensuite par le nombre de nouveau-nés.

CORRECTION

La somme —

$2{,}4 + 3{,}1 + 2{,}8 + 3{,}5 + 3{,}2 = 15$

La moyenne —

$\overline{x} = \frac{15}{5}$

$\overline{x} = 3$ kg

La moyenne peut être une valeur qu'aucun individu ne présente : aucun bébé ne pèse exactement 3 kg.

PIÈGES ANTICIPÉS

15 → 15 kg est la masse totale des cinq bébés. Il reste à diviser par 5.

EXERCICE 52 · BASE **Une moyenne pondérée**

Notes obtenues à un devoir de sciences :

Note	9	11	13	16
Nombre d'élèves	4	6	7	3

Calculer la moyenne de la classe.

Réponse attendue : `12.05`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Chaque note doit compter autant de fois que le nombre d'élèves qui l'ont obtenue.
2. Calcule l'effectif total, puis la somme des produits note × effectif.

CORRECTION

Effectif total —

$N = 4 + 6 + 7 + 3 = 20$

Somme pondérée —

$4 \times 9 + 6 \times 11 + 7 \times 13 + 3 \times 16 = 36 + 66 + 91 + 48 = 241$

La moyenne —

$\overline{x} = \frac{241}{20}$

$\overline{x} = 12{,}05$

La moyenne pondérée tient compte des effectifs : la note 13, obtenue par sept élèves, pèse plus que la note 16.

PIÈGES ANTICIPÉS

`12.25` → Tu as fait la moyenne des quatre notes sans tenir compte des effectifs. Chaque note pèse autant que le nombre d'élèves qui l'ont obtenue.

`241` → 241 est la somme pondérée. Il reste à la diviser par l'effectif total, 20.

EXERCICE 53 · PRATIQUE **Une moyenne par les fréquences**

On a compté le nombre de personnes à bord des voitures passant à un carrefour :

Personnes à bord	1	2	3	4
Fréquence	0,1	0,35	0,4	0,15

Calculer le nombre moyen de personnes par voiture.

Réponse attendue : `2.6`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. On ne connaît pas les effectifs, seulement les fréquences. La moyenne se calcule quand même.
2. Multiplie chaque valeur par sa fréquence, puis additionne : il n'y a plus de division à faire.

$\overline{x} = \sum f_i x_i$

CORRECTION

La formule —

$\overline{x} = \sum f_i x_i$

$\overline{x} = 0{,}1 \times 1 + 0{,}35 \times 2 + 0{,}4 \times 3 + 0{,}15 \times 4$

$\overline{x} = 0{,}1 + 0{,}7 + 1{,}2 + 0{,}6$

$\overline{x} = 2{,}6$

Avec les fréquences, la division par N est déjà faite : on additionne directement les produits. Contrôle : $\sum f_i = 1$ ici.

PIÈGES ANTICIPÉS

`2.5` → Tu as fait la moyenne des quatre valeurs sans tenir compte des fréquences. Les voitures à 3 personnes sont plus nombreuses : elles pèsent davantage.

`0.65` → Tu as divisé par 4 la somme des produits. Avec les fréquences, il n'y a plus de division à faire.

EXERCICE 54 · PRATIQUE

Des caisses de tomates

Un agriculteur a rempli 12 caisses de 18 kg de tomates, 20 caisses de 15 kg et 8 caisses de 20 kg.

Calculer la masse moyenne d'une caisse, en kg.

Réponse attendue : `16.9`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Les individus sont les caisses : combien y en a-t-il en tout ?
2. Calcule la masse totale de tomates, en pesant chaque masse par le nombre de caisses.

CORRECTION

Nombre de caisses —

$N = 12 + 20 + 8 = 40$

Masse totale —

$12 \times 18 + 20 \times 15 + 8 \times 20 = 216 + 300 + 160 = 676$

La moyenne —

$\overline{x} = \frac{676}{40}$

$\overline{x} = 16{,}9 \text{ kg}$

Dans un problème concret, repère d'abord qui sont les individus (les caisses) et quelle est la valeur (la masse) : les effectifs suivent.

PIÈGES ANTICIPÉS

`53/3` → Tu as fait la moyenne des trois masses sans tenir compte du nombre de caisses. Les caisses de 15 kg sont les plus nombreuses.

`676` → 676 kg est la masse totale. Il reste à la diviser par le nombre de caisses, 40.

EXERCICE 55 · PRATIQUE

Une moyenne à arrondir

Notes d'un groupe à un contrôle de physique :

Note	8	10	11	14
Nombre d'élèves	3	5	6	4

Calculer la moyenne du groupe, arrondie au dixième.

Réponse attendue : `10.9`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Calcule l'effectif total et la somme pondérée des notes.
2. La division ne tombe pas juste : pousse-la jusqu'au centième pour savoir comment arrondir au dixième.

CORRECTION

Effectif total —

$$N = 3 + 5 + 6 + 4 = 18$$

Somme pondérée —

$$3 \times 8 + 5 \times 10 + 6 \times 11 + 4 \times 14 = 196$$

La division —

$$\overline{x} = \frac{196}{18} = 10{,}888\ldots$$

L'arrondi — Le chiffre des centièmes est 8, supérieur ou égal à 5 : on arrondit au dixième supérieur.

$$\overline{x} \approx 10{,}9$$

Pour arrondir au dixième, on regarde le chiffre des centièmes : $10{,}888\ldots$ s'arrondit à $10{,}9$, pas à $10{,}8$.

PIÈGES ANTICIPÉS

`10.8` → Tu as coupé après le premier chiffre décimal. $10{,}888\ldots$ est plus proche de $10{,}9$ que de $10{,}8$.

`10.75` → Tu as fait la moyenne des quatre notes sans tenir compte des effectifs.

`10.89` → $10{,}89$ est l'arrondi au centième. La consigne demande le dixième : un seul chiffre après la virgule.

`98/9` → C'est la valeur exacte, et elle est juste. La consigne demande l'arrondi au dixième.

`196` → 196 est la somme pondérée. Il reste à la diviser par 18.

Maths à la carte
ABDELKADER HAMMAMI

EXERCICE 56 · PRATIQUE

Un point et demi de bonus

La moyenne d'une classe à un devoir est $10{,}8$. Le professeur décide d'ajouter $1{,}5$ point à la note de **chaque** élève.

Quelle est la nouvelle moyenne de la classe ?

Réponse attendue : `12.3`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Si chacun des N élèves gagne $1{,}5$ point, de combien augmente la somme des notes ?
2. La somme augmente de $1{,}5 \times N$; divise par N pour voir ce que devient la moyenne.

CORRECTION

La nouvelle somme —

$$S' = S + 1{,}5 \times N$$

La nouvelle moyenne —

$$\overline{x}' = \frac{S + 1{,}5N}{N} = \frac{S}{N} + 1{,}5$$

$$\overline{x}' = 10{,}8 + 1{,}5 = 12{,}3$$

Ajouter le même nombre à toutes les valeurs ajoute ce nombre à la moyenne, sans même connaître l'effectif.

PIÈGES ANTICIPÉS

`10.8` → Toutes les notes ont augmenté : la moyenne ne peut pas rester la même.

EXERCICE 57 · RAISONNEMENT

La note qu'il faut viser

Sami a obtenu 11, 14, 9 et 13 aux quatre premiers devoirs du trimestre. Un cinquième devoir aura lieu, et tous les devoirs comptent de la même façon. Sami voudrait obtenir une moyenne de 12.

Quelle note x doit-il obtenir au cinquième devoir ?

Réponse attendue : `13`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Une moyenne de 12 sur cinq devoirs : quelle doit être la **somme** des cinq notes ?
2. Retranche de cette somme les points déjà obtenus.

CORRECTION

La somme nécessaire —

$$5 \times 12 = 60$$

Les points acquis —

$$11 + 14 + 9 + 13 = 47$$

$$x = 60 - 47$$

$$x = 13$$

Contrôle —

$\frac{47+13}{5} = \frac{60}{5} = 12$ ✓

$x = 13$

Une moyenne imposée fixe la somme des valeurs : on raisonne toujours sur la somme, jamais directement sur les moyennes.

PIÈGES ANTICIPÉS

12 → Obtenir 12 au dernier devoir ne suffit pas : la moyenne des quatre premières notes est $11{,}75$, inférieure à 12.

EXERCICE 58 · RAISONNEMENT

Un prix moyen imposé

Un libraire vend 6 livres à 10 dinars et x livres à 15 dinars. Le prix moyen d'un livre vendu est 12 dinars.

Déterminer le nombre x de livres vendus à 15 dinars.

Réponse attendue : 4

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Écris la moyenne pondérée des prix en fonction de x : quel est l'effectif total ?
2. On obtient une équation.
   $\frac{6\times 10+15x}{6+x} = 12$
3. Multiplie les deux membres par $6+x$, puis résous.

CORRECTION

L'équation —

$\frac{60+15x}{6+x} = 12$

$60 + 15x = 12(6+x) = 72 + 12x$

$3x = 12$

$x = 4$

Contrôle —

$\frac{60+60}{10} = 12$ ✓

$x = 4$

Quand un effectif est inconnu, la moyenne pondérée devient une équation : l'effectif total contient lui aussi l'inconnue.

PIÈGES ANTICIPÉS

10 → 10 est l'effectif total, $6+x$. On demande seulement x.

EXERCICE 59 · RAISONNEMENT

Garçons et filles

Maths à la carte
ABDELKADER HAMMAMI

Dans une classe, les 18 garçons ont une moyenne de 11 à un devoir, et les 12 filles une moyenne de $13{,}5$.

Calculer la moyenne de toute la classe.

Réponse attendue : `12`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Les deux groupes n'ont pas le même effectif : la moyenne des deux moyennes ne convient pas.
2. Retrouve la somme des notes de chaque groupe à partir de sa moyenne.

CORRECTION

Somme des garçons —

$$18 \times 11 = 198$$

Somme des filles —

$$12 \times 13{,}5 = 162$$

Toute la classe —

$$\overline{x} = \frac{198+162}{18+12} = \frac{360}{30}$$

$$\overline{x} = 12$$

La moyenne de la classe est plus proche de celle des garçons, parce qu'ils sont plus nombreux : c'est la pondération.

PIÈGES ANTICIPÉS

`12.25` → Tu as fait la moyenne de 11 et $13{,}5$. Les garçons sont plus nombreux : leur moyenne pèse davantage.

`360` → 360 est la somme de toutes les notes. Il reste à la diviser par 30.

EXERCICE 60 · RAISONNEMENT

Une moyenne annuelle

Dans un lycée, la moyenne annuelle se calcule avec des coefficients : le premier trimestre compte 1 fois, le deuxième 2 fois et le troisième 2 fois. Yasmine a eu 11 au premier trimestre, $12{,}5$ au deuxième et 14 au troisième.

Calculer la moyenne annuelle de Yasmine.

Réponse attendue : `12.8`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Les coefficients jouent exactement le rôle des effectifs dans une moyenne pondérée.
2. Multiplie chaque moyenne trimestrielle par son coefficient, additionne, puis divise par la somme des coefficients.

CORRECTION

Somme pondérée —

$$1 \times 11 + 2 \times 12{,}5 + 2 \times 14 = 11 + 25 + 28 = 64$$

Somme des coefficients —

$1 + 2 + 2 = 5$

$\overline{x} = \frac{64}{5}$

$\overline{x} = 12{,}8$

Un coefficient est un effectif déguisé : la moyenne pondérée divise toujours par la somme des poids, ici 5 et non 3.

PIÈGES ANTICIPÉS

`12.5` → Tu as fait la moyenne des trois trimestres sans les coefficients. Les deux derniers trimestres comptent double.

`64/3` → Tu as divisé par 3, le nombre de trimestres. Il faut diviser par la somme des coefficients, 5.

EXERCICE 61 · DEFI

Une valeur mal recopiée

Une série de 25 valeurs a pour moyenne 14. On s'aperçoit qu'une valeur égale à 17 a été recopiée 12 par erreur avant le calcul.

Calculer la moyenne exacte de la série.

Réponse attendue : `14.2`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. La moyenne erronée permet de retrouver la somme erronée : laquelle ?
2. Dans cette somme, on a compté 12 au lieu de 17. Corrige la somme.
3. L'effectif, lui, n'a pas changé.

CORRECTION

La somme erronée —

$S = 25 \times 14 = 350$

On corrige —

$S' = 350 - 12 + 17 = 355$

La vraie moyenne —

$\overline{x} = \frac{355}{25}$

$\overline{x} = 14{,}2$

Contrôle — On a ajouté 5 à la somme : la moyenne augmente de $\frac{5}{25} = 0{,}2$.

$\overline{x} = 14{,}2$

Corriger une valeur, c'est corriger la somme ; la moyenne bouge de l'écart divisé par l'effectif.

PIÈGES ANTICIPÉS

`13.8` → Tu as corrigé dans le mauvais sens. La vraie valeur, 17, est plus grande que la valeur recopiée : la moyenne doit monter.

`19` → Tu as ajouté l'écart 5 directement à la moyenne. Il se répartit sur les 25 valeurs.

`355` → 355 est la somme corrigée. Il reste à la diviser par 25.

EXERCICE 62 · DEFI

Un élève quitte la classe

Une classe de 25 élèves a une moyenne de $11{,}2$ à un devoir. Un élève, qui avait eu 4, change de lycée ; on recalcule la moyenne sans sa note.

Calculer la nouvelle moyenne.

Réponse attendue : `11.5`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Retrouve d'abord la somme des 25 notes à partir de la moyenne.
2. Retire la note de l'élève qui part. Combien reste-t-il d'élèves ?

CORRECTION

La somme de départ —

$S = 25 \times 11{,}2 = 280$

Sans la note 4 —

$S' = 280 - 4 = 276$

Le nouvel effectif —

$N' = 25 - 1 = 24$

$\overline{x}' = \frac{276}{24} = 11{,}5$

Contrôle — On retire une note inférieure à la moyenne : la moyenne devait monter.

$\overline{x}' = 11{,}5$

Retirer une valeur change à la fois la somme **et** l'effectif ; oublier l'un des deux fausse le résultat.

PIÈGES ANTICIPÉS

`11.04` → Tu as divisé par 25. Après le départ de l'élève, il n'en reste que 24.

`276` → 276 est la nouvelle somme. Il reste à la diviser par 24.

EXERCICE 63 · DEFI

Une fréquence à retrouver

Une série prend les valeurs 0, 1 et 2 :

Valeur	0	1	2
Fréquence	$0{,}2$	a	b

Sa moyenne est $1{,}1$.

Déterminer a.

Réponse attendue : `0.5`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Les fréquences ont une somme égale à 1 : exprime b en fonction de a.

$b = 0{,}8 - a$

2. La moyenne par les fréquences donne une seconde équation.
$0 \times 0{,}2 + 1 \times a + 2 \times b = 1{,}1$

CORRECTION

Somme des fréquences —

$0{,}2 + a + b = 1 \;\Rightarrow\; b = 0{,}8 - a$

La moyenne —

$a + 2(0{,}8 - a) = 1{,}1$

$1{,}6 - a = 1{,}1$

$a = 0{,}5$

Contrôle —

$b = 0{,}3\ ;\ 0{,}5 + 2 \times 0{,}3 = 1{,}1$ ✓

$a = 0{,}5$

Deux inconnues, deux relations : la somme des fréquences vaut 1, et la moyenne est $\sum f_i x_i$.

PIÈGES ANTICIPÉS

`0.3` → $0{,}3$ est la valeur de b, la fréquence de la valeur 2. On demande a.

EXERCICE 64 · BASE **L'étendue d'une série**

Masses, en kg, de six élèves :

$$52\ ;\ 47\ ;\ 61\ ;\ 58\ ;\ 44\ ;\ 55$$

Calculer l'étendue de la série, en kg.

Réponse attendue : 17

INDICES, DANS L'ORDRE

1. L'étendue est la différence entre la plus grande et la plus petite valeur.
2. Repère les deux valeurs extrêmes : la liste n'est pas rangée, elles ne sont pas forcément au début et à la fin.

CORRECTION

Les extrêmes —

$x_{\max} = 61 \quad ; \quad x_{\min} = 44$

L'étendue —

$e = 61 - 44$

$e = 17\ \text{kg}$

L'étendue mesure l'écart entre les extrêmes : elle dit à quel point la série est dispersée, pas où elle se situe.

PIÈGES ANTICIPÉS

`3 / -3` → Tu as pris la première et la dernière valeur de la liste. Les extrêmes sont la plus grande et la plus petite valeur, où qu'elles soient.

`105` → L'étendue est une **différence**, pas une somme.

EXERCICE 65 · BASE

Le mode d'une série

Nombre de stylos dans la trousse des élèves d'une classe :

Nombre de stylos	0	1	2	3	4
Nombre d'élèves	5	9	12	7	3

Quel est le mode de la série ?

Réponse attendue : 2

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Le mode est la **valeur** de plus grand effectif.
2. Repère le plus grand effectif dans la seconde ligne, puis lis la valeur qui lui correspond dans la première.

CORRECTION

Le plus grand effectif —

12

La valeur correspondante — L'effectif 12 est celui de la valeur 2 stylos.

$$\text{Mode} = 2$$

Le mode est une valeur du caractère, lue sur la première ligne ; son effectif, lu sur la seconde, n'est pas le mode.

PIÈGES ANTICIPÉS

`12` → 12 est l'**effectif** le plus grand. Le mode est la valeur qui a cet effectif : un nombre de stylos.

EXERCICE 66 · BASE

Le mode d'un caractère qualitatif

On a demandé aux élèves d'un club leur couleur préférée :

Couleur	rouge	bleu	vert	noir
Nombre d'élèves	7	11	5	9

Quel est le mode de cette série ?

Réponse attendue : `bleu` — aussi acceptées : le bleu · la couleur bleue · couleur bleue

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Le caractère est qualitatif : ni moyenne ni médiane, mais le mode a un sens.
2. Cherche la couleur qui a le plus grand effectif.

CORRECTION

Le plus grand effectif —

11

C'est celui du bleu.

Mode : bleu

Le mode est le seul indicateur de position qui ait un sens pour un caractère qualitatif.

PIÈGES ANTICIPÉS

`11` → 11 est l'effectif. Le mode est la **couleur** qui a cet effectif.

EXERCICE 67 · PRATIQUE

La médiane d'un effectif impair

Temps, en secondes, de 11 élèves au 50 mètres :

$$8{,}4\ ;\ 7{,}9\ ;\ 9{,}1\ ;\ 8\ ;\ 8{,}7\ ;\ 7{,}6\ ;\ 9{,}4\ ;\ 8{,}2\ ;\ 8{,}9\ ;\ 7{,}8\ ;\ 8{,}5$$

Déterminer la médiane de la série (en secondes, sans l'unité).

Réponse attendue : `8.4`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Avant tout, range les 11 temps dans l'ordre croissant.
2. $N = 11$ est impair : la médiane est la valeur de rang $\dfrac{N+1}{2}$.

CORRECTION

Ranger —

$7{,}6\ ;\ 7{,}8\ ;\ 7{,}9\ ;\ 8\ ;\ 8{,}2\ ;\ 8{,}4\ ;\ 8{,}5\ ;\ 8{,}7\ ;\ 8{,}9\ ;\ 9{,}1\ ;\ 9{,}4$

Le rang —

$\frac{11+1}{2} = 6$

La sixième valeur de la liste rangée est la médiane.

$\text{Médiane} = 8{,}4$

Cinq temps en dessous, cinq au-dessus : la médiane partage l'effectif en deux moitiés. Sans rangement préalable, on aurait lu $7{,}6$.

PIÈGES ANTICIPÉS

`7.6` → Tu as pris la sixième valeur de la liste **telle qu'elle est donnée**. Il faut d'abord la ranger dans l'ordre croissant.

`6` → 6 est le **rang** de la médiane, pas sa valeur. Lis la sixième valeur de la liste rangée.

EXERCICE 68 · PRATIQUE

La médiane d'un effectif pair

Notes de 10 élèves à un exposé :

$$13\ ;\ 8\ ;\ 15\ ;\ 11\ ;\ 9\ ;\ 17\ ;\ 12\ ;\ 10\ ;\ 14\ ;\ 16$$

Déterminer la médiane de la série.

Réponse attendue : `12.5`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Range d'abord les notes dans l'ordre croissant.
2. $N = 10$ est pair : il n'y a pas une valeur centrale, mais deux. Lesquelles ?
3. La médiane est la moyenne des deux valeurs centrales, de rangs 5 et 6.

CORRECTION

Ranger —

$$8\ ;\ 9\ ;\ 10\ ;\ 11\ ;\ 12\ ;\ 13\ ;\ 14\ ;\ 15\ ;\ 16\ ;\ 17$$

Les deux valeurs centrales — Ce sont la cinquième et la sixième : 12 et 13.

$$\text{Médiane} = \frac{12+13}{2}$$

$$\text{Médiane} = 12{,}5$$

Avec un effectif pair, la médiane est la demi-somme des deux valeurs centrales ; elle n'est pas forcément une valeur de la série.

PIÈGES ANTICIPÉS

13 → Tu as pris les valeurs centrales de la liste non rangée, 9 et 17. Range d'abord la série.

12 → 12 n'est que la cinquième valeur. Avec 10 valeurs, la médiane est la moyenne de la cinquième et de la sixième.

EXERCICE 69 · PRATIQUE

La médiane à partir d'un tableau

Nombre de livres empruntés en un mois par les adhérents d'une bibliothèque :

Nombre de livres	1	2	3	4	5
Nombre d'adhérents	7	4	6	5	1

Déterminer la médiane de la série.

Réponse attendue : `3`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Calcule l'effectif total : est-il pair ou impair ? Quel est le rang de la médiane ?
2. $N = 23$: la médiane est la valeur de rang 12. Calcule les effectifs cumulés croissants pour savoir quelle valeur occupe ce rang.

CORRECTION

Effectif total —

$$N = 7 + 4 + 6 + 5 + 1 = 23$$

Le rang —

$\frac{23+1}{2} = 12$

Effectifs cumulés —

$7\ ;\ 11\ ;\ 17\ ;\ 22\ ;\ 23$

Les rangs 1 à 7 ont la valeur 1, les rangs 8 à 11 la valeur 2, les rangs 12 à 17 la valeur 3.

$\text{Médiane} = 3$

Dans un tableau, la série est déjà rangée : les effectifs cumulés croissants disent directement quelle valeur occupe le rang cherché.

PIÈGES ANTICIPÉS

`1` → 1 est le mode, la valeur de plus grand effectif. La médiane est la valeur du milieu de la série rangée.

`12` → 12 est le rang de la médiane. Il faut lire la valeur qui occupe ce rang.

EXERCICE 70 · PRATIQUE

Un ou deux modes ?

Nombre de pièces des appartements d'un immeuble :

Nombre de pièces	1	2	3	4	5	6
Nombre d'appartements	3	8	5	8	2	1

La série est-elle unimodale ou bimodale ?

Réponse attendue : `bimodale` — aussi acceptées : série bimodale

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Cherche le plus grand effectif du tableau. Combien de valeurs l'atteignent ?
2. Le vocabulaire du cours dépend du nombre de modes : un seul mode, la série est unimodale ; sinon, compte combien il y en a.

CORRECTION

Le plus grand effectif —

8

Il est atteint deux fois : pour 2 pièces et pour 4 pièces.

$\text{Série bimodale : modes } 2 \text{ et } 4$

Une série peut avoir plusieurs modes. Deux pics séparés signalent souvent deux groupes différents dans la population.

PIÈGES ANTICIPÉS

`unimodale` → Le plus grand effectif, 8, est atteint par **deux** valeurs : 2 et 4. La série a deux modes.

EXERCICE 71 · RAISONNEMENT

Deux valeurs centrales différentes

Scores obtenus par 20 joueurs à un jeu de fléchettes :

Score	10	12	14	16	18
Nombre de joueurs	3	7	4	5	1

Déterminer la médiane de la série.

Réponse attendue : 13

INDICES, DANS L'ORDRE

1. $N = 20$ est pair : la médiane est la moyenne des valeurs de rangs 10 et 11.
2. Calcule les effectifs cumulés croissants pour trouver la valeur de rang 10 et celle de rang 11. Sont-elles égales ?

CORRECTION

Effectifs cumulés —

$3\ ;\ 10\ ;\ 14\ ;\ 19\ ;\ 20$

Rang 10 — Les rangs 4 à 10 ont la valeur 12 : la dixième valeur est 12.

Rang 11 — Les rangs 11 à 14 ont la valeur 14 : la onzième valeur est 14.

$$\text{Médiane} = \frac{12+14}{2}$$

$$\text{Médiane} = 13$$

Ici les deux valeurs centrales tombent de part et d'autre d'un changement de colonne : la médiane, 13, n'est le score d'aucun joueur.

PIÈGES ANTICIPÉS

12 → 12 est la valeur de rang 10. Avec $N = 20$, il faut aussi la valeur de rang 11 et faire la moyenne des deux.

14 → 14 est la valeur de rang 11. Avec $N = 20$, il faut aussi la valeur de rang 10 et faire la moyenne des deux.

EXERCICE 72 · RAISONNEMENT

Moyenne ou médiane ?

Salaires mensuels, en dinars, des six personnes d'une petite entreprise :

$$500\ ;\ 550\ ;\ 600\ ;\ 650\ ;\ 700\ ;\ 3000$$

De combien de dinars le salaire moyen dépasse-t-il le salaire médian ?

Réponse attendue : 375

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Calcule séparément la moyenne et la médiane des six salaires.
2. $N = 6$ est pair : la médiane est la moyenne des troisième et quatrième salaires de la liste rangée.

CORRECTION

La moyenne —

$$\overline{x} = \frac{6000}{6} = 1000$$

La médiane —

$\frac{600+650}{2} = 625$

L'écart —

$1000 - 625 = 375$

375 dinars

Un seul salaire très élevé tire la moyenne vers le haut, alors que la médiane n'y est pas sensible. Cinq salariés sur six gagnent moins que la moyenne : c'est la médiane qui décrit le mieux cette entreprise.

PIÈGES ANTICIPÉS

`1000` → 1000 est le salaire moyen. On demande l'**écart** entre la moyenne et la médiane.

`625` → 625 est le salaire médian. On demande l'**écart** entre la moyenne et la médiane.

EXERCICE 73 · RAISONNEMENT

Une valeur cachée par l'étendue

Une série est formée des cinq valeurs 14, 9, x, 21 et 12, où x est la plus grande des cinq valeurs. L'étendue de la série est 15.

Déterminer x.

Réponse attendue : 24

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Quelle est la plus petite valeur de la série ? Et la plus grande ?
2. L'étendue relie ces deux valeurs.

$$e = x_{\max} - x_{\min}$$

CORRECTION

Les extrêmes —

$x_{\max} = x \quad ; \quad x_{\min} = 9$

L'équation —

$x - 9 = 15$

$x = 24$

Contrôle — 24 est bien plus grand que 21, et l'étendue vaut $24 - 9 = 15$.

$x = 24$

Avant d'écrire l'étendue, repère les deux extrêmes : ici la plus petite valeur est 9, pas 12 ni 14.

PIÈGES ANTICIPÉS

`36` → Tu as ajouté 15 à 21. L'étendue se compte à partir de la **plus petite** valeur, 9.

`6` → $21 - 15 = 6$ serait la plus petite valeur si 21 était la plus grande. Or l'énoncé dit que la plus grande est x.

EXERCICE 74 · RAISONNEMENT

Une colonne vide

Nombre d'heures de sport par semaine des élèves d'une classe :

Nombre d'heures	2	3	4	5	6	7
Nombre d'élèves	0	4	6	5	3	2

Calculer l'étendue de la série.

Réponse attendue : 4

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Quelle est la plus petite valeur **effectivement prise** par un élève ? Regarde bien la première colonne.
2. Une valeur d'effectif 0 n'est présentée par aucun individu.

CORRECTION

La première colonne — Aucun élève ne fait 2 heures : la plus petite valeur de la série est 3.

Les extrêmes —

$x_{\min} = 3 \quad ; \quad x_{\max} = 7$

$e = 7 - 3 = 4$

Les extrêmes se lisent parmi les valeurs d'effectif non nul : une colonne vide du tableau ne fait pas partie de la série.

PIÈGES ANTICIPÉS

5 → Tu as pris 2 comme plus petite valeur. Son effectif est 0 : aucun élève ne fait 2 heures.

EXERCICE 75 · DEFI

Une valeur ajoutée à la série

Une série de 8 valeurs, rangées dans l'ordre croissant, est :

$$4 ; 6 ; 7 ; 9 ; 10 ; 12 ; 13 ; 15$$

On ajoute à cette série la valeur 11.

Quelle est la médiane de la nouvelle série ?

Réponse attendue : 10

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Où se place 11 dans la série rangée ?
2. La nouvelle série compte 9 valeurs : son effectif est impair. Quel est le rang de la médiane ?

CORRECTION

La nouvelle série rangée —

$4 ; 6 ; 7 ; 9 ; 10 ; 11 ; 12 ; 13 ; 15$

Le rang —

$\frac{9+1}{2} = 5$

$\text{Médiane} = 10$

Comparaison — L'ancienne médiane était $\frac{9+10}{2} = 9{,}5$: la valeur ajoutée, au-dessus du milieu, l'a fait monter.

$$\text{Médiane} = 10$$

Ajouter une valeur change l'effectif, donc le rang de la médiane : on range à nouveau, puis on recompte.

PIÈGES ANTICIPÉS

`9.5` → $9{,}5$ est la médiane **avant** l'ajout. Avec 9 valeurs, la médiane est la cinquième.

`11` → 11 est la valeur ajoutée, mais elle n'est pas au milieu de la nouvelle série rangée.

EXERCICE 76 · DEFI

Quand la moyenne égale la médiane

Cinq valeurs sont rangées dans l'ordre croissant : 8, 11, a, 15 et 19, avec $11 \leq a \leq 15$. On sait que la moyenne de ces cinq valeurs est égale à leur médiane.

Déterminer a.

Réponse attendue : `13.25` — aussi acceptées : 53/4

INDICES, DANS L'ORDRE

1. La série est rangée et compte 5 valeurs : quelle est sa médiane ?
2. Écris la moyenne en fonction de a, puis traduis l'égalité de l'énoncé par une équation.
3. L'équation à résoudre :
   $\frac{8+11+a+15+19}{5} = a$

CORRECTION

La médiane — La série est rangée et $N = 5$: la médiane est la troisième valeur, a.

L'équation —

$$\frac{53+a}{5} = a$$

$$53 + a = 5a \;\Rightarrow\; 4a = 53$$

$$a = \frac{53}{4} = 13{,}25$$

Contrôle — $13{,}25$ est bien compris entre 11 et 15 : la série reste rangée.

$$a = 13{,}25$$

La médiane d'une série rangée se lit par sa **position** : ici, c'est l'inconnue elle-même, ce qui donne l'équation.

PIÈGES ANTICIPÉS

`10.6` → Tu as divisé 53 par 5 en oubliant a dans la somme des valeurs.

EXERCICE 77 · BASE

Le centre d'une classe de tailles

Les tailles des élèves d'une classe ont été regroupées en classes d'amplitude 15 cm. L'une d'elles a pour borne inférieure 120 cm.

Donner le centre de cette classe, en cm.

Réponse attendue : `127.5`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Quelle est la borne supérieure de cette classe ? Écris la classe avec ses crochets.
2. Le centre d'une classe est le milieu de ses deux extrémités : une demi-somme.

CORRECTION

La classe — La borne supérieure est la borne inférieure plus l'amplitude.

$120 + 15 = 135 \quad : \quad [120\,;135[$

Le centre —

$c = \frac{120+135}{2} = \frac{255}{2}$

$c = 127{,}5 \text{ cm}$

Le centre est à une **demi**-amplitude de la borne inférieure : $120 + 7{,}5$. La borne 135 est exclue de la classe, mais elle sert au calcul du centre.

PIÈGES ANTICIPÉS

`255` → Tu as additionné les deux bornes sans diviser par 2. Un milieu est une demi-somme.

`7.5` → $7{,}5$ est la moitié de la largeur de la classe. Le centre est à $7{,}5$ cm **de la borne inférieure** : il faut l'ajouter à 120.

`135` → 135 est la borne supérieure de la classe. Le centre est au milieu, entre 120 et 135.

EXERCICE 78 · BASE

La classe modale

Temps d'attente, en minutes, de 40 clients à un guichet :

Temps d'attente (min)	$[0\,;4[$	$[4\,;8[$	$[8\,;12[$	$[12\,;16[$	$[16\,;20[$
Nombre de clients	3	8	14	10	5

Quelle est la classe modale de la série ?

Réponse attendue : `[8;12[`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Dans une série regroupée par classes, le mode n'est plus une valeur : c'est une classe.
2. Cherche la classe dont l'effectif est le plus élevé, et écris-la avec ses crochets.

CORRECTION

Le plus grand effectif —

14

C'est l'effectif de la classe $[8\,;12[$.

$\text{Classe modale} : [8\,;12[$

Le mode d'une série regroupée est une **classe**, qu'on écrit avec ses crochets ; ni son effectif, ni son centre.

PIÈGES ANTICIPÉS

`14` → 14 est l'effectif de la classe modale. Le mode est la classe elle-même, un intervalle de temps.

`10` → 10 est le centre de la classe modale. Dans une série regroupée, le mode est la classe entière.

`[8;12]` → La classe s'écrit comme dans le tableau : la borne 12 est **exclue**, le crochet de droite est tourné vers l'extérieur.

EXERCICE 79 · BASE

Moins de vingt ans

Âges des adhérents d'un club de natation :

Âge (ans)	$[10\,;15[$	$[15\,;20[$	$[20\,;25[$	$[25\,;30[$
Nombre d'adhérents	12	18	9	6

Combien d'adhérents ont moins de 20 ans ?

Réponse attendue : `30`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Quelles classes ne contiennent que des âges inférieurs à 20 ?
2. La classe $[15\,;20[$ exclut 20 : elle est entièrement « en dessous de 20 ».

CORRECTION

Les classes concernées —

$[10\,;15[\quad \text{et} \quad [15\,;20[$

$12 + 18 = 30$

30 adhérents

Le crochet ouvert à droite dit que la borne supérieure n'appartient pas à la classe : « moins de 20 » s'arrête exactement au bout de $[15\,;20[$.

PIÈGES ANTICIPÉS

`18` → Tu n'as pris que la classe $[15\,;20[$. Les adhérents de $[10\,;15[$ ont aussi moins de 20 ans.

EXERCICE 80 · PRATIQUE

La masse moyenne d'un colis

Masses, en kg, de 50 colis déposés dans un bureau de poste :

Masse (kg)	$[0\,;2[$	$[2\,;4[$	$[4\,;6[$	$[6\,;8[$
Nombre de colis	9	16	15	10

Calculer la masse moyenne d'un colis, en kg.

Réponse attendue : `4.04`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. On ne connaît pas la masse de chaque colis. Par quelle valeur représente-t-on chaque classe ?

2. Chaque classe est représentée par son centre. Calcule les quatre centres, puis une moyenne pondérée par les effectifs.

CORRECTION

Les centres —

$1 \quad ; \quad 3 \quad ; \quad 5 \quad ; \quad 7$

Somme pondérée —

$9 \times 1 + 16 \times 3 + 15 \times 5 + 10 \times 7 = 9 + 48 + 75 + 70 = 202$

La moyenne —

$\overline{x} = \frac{202}{50}$

$\overline{x} = 4{,}04 \text{ kg}$

Avec des classes, la moyenne est une **valeur approchée** : on fait comme si tous les colis d'une classe pesaient le centre de cette classe.

PIÈGES ANTICIPÉS

`4` → Tu as fait la moyenne des quatre centres sans les effectifs. Les classes n'ont pas le même nombre de colis.

`3.04` → Tu as utilisé les bornes inférieures. Chaque classe est représentée par son **centre**.

`202` → 202 est la somme pondérée. Il reste à la diviser par 50.

EXERCICE 81 · PRATIQUE

Moyenne par classes et fréquences

Âges des spectateurs d'une séance de cinéma :

Âge (ans)	$[10\,;20[$	$[20\,;30[$	$[30\,;40[$	$[40\,;50[$
Fréquence	$0{,}15$	$0{,}4$	$0{,}3$	$0{,}15$

Calculer l'âge moyen d'un spectateur (en années, sans l'unité).

Réponse attendue : `29.5`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Commence par les centres des quatre classes.
2. Multiplie chaque centre par la fréquence de sa classe, puis additionne.
   $\overline{x} = \sum c_i \times f_i$

CORRECTION

Les centres —

$15 \quad ; \quad 25 \quad ; \quad 35 \quad ; \quad 45$

La formule —

$\overline{x} = 15 \times 0{,}15 + 25 \times 0{,}4 + 35 \times 0{,}3 + 45 \times 0{,}15$

$\overline{x} = 2{,}25 + 10 + 10{,}5 + 6{,}75$

$\overline{x} = 29{,}5$

C'est la formule du cours pour une série regroupée : $\overline{x} = \sum c_i \times f_i$, sans division puisque les fréquences l'ont déjà faite.

PIÈGES ANTICIPÉS

`30` → Tu as fait la moyenne des centres sans les fréquences. La classe $[20\,;30[$ est la plus représentée : elle pèse davantage.

`24.5` → Tu as utilisé les bornes inférieures. Chaque classe est représentée par son **centre**.

EXERCICE 82 · PRATIQUE

Au moins douze minutes

Même série des temps d'attente des 40 clients :

Temps d'attente (min)	$[0\,;4[$	$[4\,;8[$	$[8\,;12[$	$[12\,;16[$	$[16\,;20[$
Nombre de clients	3	8	14	10	5

Quel est le pourcentage de clients qui ont attendu au moins 12 minutes ?

Réponse attendue : `37.5`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. La borne 12 appartient à la classe $[12\,;16[$. Quelles classes contiennent des attentes d'au moins 12 minutes ?
2. Additionne leurs effectifs, puis rapporte à l'effectif total.

CORRECTION

Les classes concernées —

$[12\,;16[\quad \text{et} \quad [16\,;20[$

L'effectif —

$10 + 5 = 15$

La fréquence —

$\frac{15}{40} = 0{,}375$

$37{,}5\,\%$

La borne inférieure d'une classe lui appartient : « au moins 12 » commence exactement avec la classe $[12\,;16[$.

PIÈGES ANTICIPÉS

`25` → Tu n'as pris que la classe $[12\,;16[$. La classe $[16\,;20[$ contient aussi des attentes d'au moins 12 minutes.

`0.375` → $0{,}375$ est la fréquence ; la question la demande en pourcentage.

EXERCICE 83 · PRATIQUE

Une fréquence cumulée par classes

Distance, en km, entre le domicile et le lieu de travail de 80 salariés :

Distance (km)	$[0\,;10[$	$[10\,;20[$	$[20\,;30[$	$[30\,;40[$
Nombre de salariés	14	22	28	16

Quel est le pourcentage de salariés qui habitent à moins de 20 km de leur travail ?

Réponse attendue : 45

INDICES, DANS L'ORDRE

1. « Moins de 20 km » regroupe les deux premières classes.
2. Calcule la fréquence cumulée croissante au bout de la classe $[10\,;20[$, puis passe en pourcentage.

CORRECTION

Effectif cumulé —

$14 + 22 = 36$

Fréquence cumulée —

$\frac{36}{80} = 0{,}45$

$45\,\%$

La fréquence cumulée croissante lue au bout d'une classe donne la part des individus situés **avant** cette borne : c'est le point $(20\,;0{,}45)$ de la courbe des fréquences cumulées.

PIÈGES ANTICIPÉS

`27.5` → $27{,}5\,\%$ est la part de la seule classe $[10\,;20[$. « Moins de 20 km » inclut aussi la classe $[0\,;10[$.

`0.45` → $0{,}45$ est la fréquence cumulée ; la question la demande en pourcentage.

EXERCICE 84 · RAISONNEMENT

Regrouper en classes

Durées, en minutes, du trajet de 20 élèves pour venir au lycée :

$$12\,;\,15\,;\,8\,;\,10\,;\,14\,;\,19\,;\,11\,;\,15\,;\,7\,;\,13\,;\,10\,;\,16\,;\,15\,;\,9\,;\,12\,;\,18\,;\,14\,;\,11\,;\,20\,;\,13$$

On veut regrouper ces durées en classes d'amplitude 5 : $[5\,;10[$, $[10\,;15[$, $[15\,;20[$, $[20\,;25[$.

Quel est l'effectif de la classe $[10\,;15[$?

Réponse attendue : `10`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. La classe $[10\,;15[$ contient les durées x telles que $10 \leq x < 15$.
2. Attention aux valeurs égales aux bornes : un élève qui met 10 minutes est dans cette classe ; un élève qui met 15 minutes n'y est pas.

CORRECTION

La condition —

$10 \leq x < 15$

Les durées retenues —

$10\,;\ 10\,;\ 11\,;\ 11\,;\ 12\,;\ 12\,;\ 13\,;\ 13\,;\ 14\,;\ 14$

Les bornes — Les deux durées égales à 10 sont comptées ; les trois durées égales à 15 vont dans la classe suivante.

10 élèves

Chaque valeur appartient à **une seule** classe : celle dont elle est la borne inférieure. C'est ce que disent les crochets $[\ ;\ [$.

PIÈGES ANTICIPÉS

13 → Tu as compté les durées égales à 15. La borne 15 est exclue de $[10\,;15[$: ces élèves sont dans la classe $[15\,;20[$.

8 → Tu as oublié les durées égales à 10. La borne 10 appartient à la classe $[10\,;15[$.

EXERCICE 85 · RAISONNEMENT

Une médiane sur une borne

Masses, en kg, de 30 sportifs d'un club :

Masse (kg)	$[40\,;50[$	$[50\,;60[$	$[60\,;70[$	$[70\,;80[$
Nombre de sportifs	6	9	10	5

Déterminer la médiane, c'est-à-dire l'abscisse du point de la courbe des fréquences cumulées croissantes dont l'ordonnée vaut $0{,}5$.

Donner la médiane, en kg.

Réponse attendue : `60`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Calcule les fréquences cumulées croissantes, chacune lue au bout de sa classe.
2. Où la fréquence cumulée atteint-elle exactement $0{,}5$?

CORRECTION

Les fréquences —

$\frac{6}{30} = 0{,}2$; $\frac{9}{30} = 0{,}3$; $\frac{10}{30}$; $\frac{5}{30}$

On cumule —

$0{,}2$ en 50 ; $0{,}5$ en 60 ; … ; 1 en 80

L'ordonnée 0,5 — Elle est atteinte exactement à l'abscisse 60, au bout de la classe $[50\,;60[$.

$\text{Médiane} = 60$ kg

Quand la fréquence cumulée tombe pile sur $0{,}5$ au bout d'une classe, la médiane est cette borne : la moitié des sportifs pèse moins de 60 kg.

PIÈGES ANTICIPÉS

65 → 65 est le centre de la classe modale. Le mode et la médiane sont deux paramètres différents.

15 → 15 est la moitié de l'effectif. La médiane est une **masse**, lue en abscisse.

EXERCICE 86 · RAISONNEMENT

La classe qui contient la médiane

Durée, en heures, passée devant un écran le week-end par 50 adolescents :

Durée (h)	$[0\,;5[$	$[5\,;10[$	$[10\,;15[$	$[15\,;20[$	$[20\,;25[$
Nombre d'adolescents	13	10	9	15	3

Dans quelle classe se trouve la médiane ?

Réponse attendue : `[10;15[`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. La médiane correspond à une fréquence cumulée de $0{,}5$, soit ici un effectif cumulé de 25.
2. Calcule les effectifs cumulés croissants : entre quelles bornes passe-t-on de moins de 25 à plus de 25 ?

CORRECTION

La moitié de l'effectif —

$\frac{50}{2} = 25$

Effectifs cumulés —

$13\ ;\ 23\ ;\ 32\ ;\ 47\ ;\ 50$

On a 23 adolescents en dessous de 10 h et 32 en dessous de 15 h : la moitié est atteinte dans la classe $[10\,;15[$.

$\text{La médiane est dans } [10\,;15[$

La classe de la médiane n'est pas forcément la classe modale : ici, la classe la plus peuplée est $[15\,;20[$, mais la moitié des adolescents est atteinte avant.

PIÈGES ANTICIPÉS

`[15;20[` → $[15\,;20[$ est la classe modale, celle du plus grand effectif. La médiane se cherche avec les effectifs **cumulés**.

`[5;10[` → Au bout de $[5\,;10[$, on n'a que 23 adolescents : la moitié, 25, n'est pas encore atteinte.

EXERCICE 87 · RAISONNEMENT

Retrouver une classe par son centre

Une série est regroupée en classes d'amplitude 5. L'une des classes, $[a\,;a+5[$, a pour centre $23{,}5$.

Déterminer a.

Réponse attendue : 21

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Écris le centre de la classe en fonction de a.

   $c = \frac{a+(a+5)}{2}$
2. Le centre est à mi-chemin : il se trouve à une demi-amplitude de chaque borne.

CORRECTION

Le centre —

$\frac{a+a+5}{2} = a + 2{,}5$

L'équation —

$a + 2{,}5 = 23{,}5$

$a = 21$

Contrôle —

$[21\,;26[\,:\ \frac{21+26}{2} = 23{,}5$ ✓

$a = 21$

Le centre d'une classe d'amplitude h est sa borne inférieure plus $\frac{h}{2}$.

PIÈGES ANTICIPÉS

`26` → 26 est la borne supérieure $a + 5$. On demande la borne inférieure a.

`18.5` → Tu as retiré l'amplitude entière. Le centre n'est qu'à une **demi**-amplitude de la borne inférieure.

EXERCICE 88 · RAISONNEMENT

Entre deux points de la courbe

Sur la courbe des fréquences cumulées croissantes d'une série regroupée par classes, on lit le point $(20\,;0{,}35)$ et le point $(50\,;0{,}9)$.

Quel est le pourcentage des individus dont la valeur est comprise entre 20 et 50 ?

Réponse attendue : `55`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Que signifie le point $(20\,;0{,}35)$? Quelle part des individus a une valeur inférieure à 20 ?
2. Les individus entre 20 et 50 sont ceux qui sont en dessous de 50, sans ceux qui sont en dessous de 20.

CORRECTION

Lecture — $35\,\%$ des individus ont une valeur inférieure à 20, et $90\,\%$ une valeur inférieure à 50.

La différence —

$0{,}9 - 0{,}35 = 0{,}55$

$55\,\%$

La part comprise entre deux valeurs est la **différence** de leurs fréquences cumulées.

PIÈGES ANTICIPÉS

`125` → Tu as additionné les deux fréquences cumulées : un pourcentage de $125\,\%$ est impossible. Il faut les soustraire.

`0.55` → $0{,}55$ est la fréquence ; la question la demande en pourcentage.

EXERCICE 89 · DEFI

Un effectif à retrouver

Une série est regroupée en trois classes ; on connaît sa moyenne, 17.

Classe	$[0\,;10[$	$[10\,;20[$	$[20\,;30[$
Effectif	5	n	10

Déterminer n.

Réponse attendue : 10

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Chaque classe est représentée par son centre : 5, 15 et 25.
2. Écris la moyenne pondérée en fonction de n et égale-la à 17.
   $\frac{5\times5+15n+25\times10}{15+n} = 17$

CORRECTION

L'équation —

$\frac{275+15n}{15+n} = 17$

$275 + 15n = 255 + 17n$

$20 = 2n$

$n = 10$

Contrôle —

$\frac{25+150+250}{25} = \frac{425}{25} = 17$ ✓

$n = 10$

Comme pour une série discrète, un effectif inconnu transforme la moyenne en équation ; seuls les centres remplacent les valeurs.

PIÈGES ANTICIPÉS

25 → 25 est l'effectif total $15 + n$. On demande n.

EXERCICE 90 · DEFI **Lire la médiane entre deux bornes**

Temps quotidien, en minutes, passé au téléphone par 40 personnes :

Temps (min)	$[0\,;10[$	$[10\,;20[$	$[20\,;30[$	$[30\,;40[$
Nombre de personnes	8	20	8	4

La courbe des fréquences cumulées croissantes est formée de segments qui joignent les points $(0\,;0)$, $(10\,;0{,}2)$, $(20\,;0{,}7)$, $(30\,;0{,}9)$ et $(40\,;1)$. La médiane est l'abscisse du point de cette courbe dont l'ordonnée vaut $0{,}5$.

Déterminer la médiane, en minutes.

Réponse attendue : 16

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Entre quels deux points de la courbe l'ordonnée passe-t-elle par $0{,}5$?

2. Entre $(10\,;0{,}2)$ et $(20\,;0{,}7)$, la courbe est un segment : l'ordonnée $0{,}5$ est à quelle fraction du chemin entre $0{,}2$ et $0{,}7$?
3. Reporte cette même fraction sur les abscisses, entre 10 et 20.

CORRECTION

Le segment utile — L'ordonnée $0{,}5$ est comprise entre $0{,}2$ et $0{,}7$.

$(10\,;0{,}2)$ et $(20\,;0{,}7)$

La position de 0,5 —

$\frac{0{,}5-0{,}2}{0{,}7-0{,}2} = \frac{0{,}3}{0{,}5} = \frac{3}{5}$

L'ordonnée a parcouru les $\frac{3}{5}$ du segment : l'abscisse avance des $\frac{3}{5}$ de la classe, qui mesure 10.

$10 + \frac{3}{5} \times 10 = 16$

$\text{Médiane} = 16 \text{ min}$

Sur un segment de la courbe, ordonnées et abscisses avancent dans la même proportion : c'est ce qui permet de lire la médiane à l'intérieur d'une classe.

PIÈGES ANTICIPÉS

`20` → 20 est la borne où la fréquence cumulée vaut $0{,}7$, pas $0{,}5$. La médiane est à l'intérieur de la classe $[10\,;20[$.

`10` → À l'abscisse 10, la fréquence cumulée n'est que $0{,}2$. Il faut avancer sur le segment jusqu'à l'ordonnée $0{,}5$.

`15` → 15 est le centre de la classe $[10\,;20[$; à cette abscisse, la courbe n'est qu'à $0{,}45$. La médiane se lit à l'ordonnée $0{,}5$, pas au milieu de la classe.

EXERCICE 91 · BASE

Un coefficient multiplicateur

Une bibliothèque comptait 250 abonnés en 2019 et en compte 300 en 2024.

Calculer le coefficient multiplicateur qui permet de passer de 2019 à 2024.

Réponse attendue : `1.2`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Le coefficient multiplicateur est le quotient de la valeur d'arrivée par la valeur de départ.
2. L'année de départ, 2019, va au dénominateur.

CORRECTION

La définition —

$C = \frac{\text{valeur en 2024}}{\text{valeur en 2019}}$

$C = \frac{300}{250}$

$C = 1{,}2$

Contrôle —

$250 \times 1{,}2 = 300$ ✓

$C = 1{,}2$

Un coefficient supérieur à 1 dit une hausse : $1{,}2$, c'est une hausse de $20\,\%$.

PIÈGES ANTICIPÉS

`5/6` → Tu as divisé 250 par 300. L'année de départ, 2019, va au dénominateur ; ton résultat décrirait une baisse.

`50` → 50 est l'augmentation du nombre d'abonnés. Le coefficient multiplicateur est un **quotient**.

`120` → 120 est l'indice base 100. Le coefficient multiplicateur est cent fois plus petit.

EXERCICE 92 · PRATIQUE

L'indice d'une année passée

Prix trimestriel d'un abonnement de transport :

Année	2021	2023	2025
Prix (dinars)	72	80	94

Calculer l'indice de l'année 2021, base 100 en 2023.

Donner l'indice, sans unité.

Réponse attendue : `90`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. « Base 100 en 2023 » : quelle année est la référence ? Sa valeur va au dénominateur, même si elle n'est pas la plus ancienne.
2. L'indice est le quotient des deux valeurs, multiplié par 100.
   $I = \frac{\text{valeur de l'année } n}{\text{valeur de l'année } b} \times 100$

CORRECTION

L'année de référence — C'est 2023 : sa valeur, 80, va au dénominateur. Le prix de 2025 ne sert pas.

$I = \frac{72}{80} \times 100$

$I = 0{,}9 \times 100 = 90$

L'année de base n'est pas forcément la première : un indice de 90 dit qu'en 2021 le prix était inférieur de $10\,\%$ à celui de 2023.

PIÈGES ANTICIPÉS

`1000/9 / 111.1 / 111.11` → Tu as mis 72 au dénominateur. L'année de référence est 2023 : sa valeur, 80, va en bas.

`0.9` → $0{,}9$ est le coefficient multiplicateur (ou l'indice suivi du signe $\%$). L'indice est ce coefficient multiplié par 100, et il s'écrit sans $\%$.

`117.5` → $117{,}5$ est l'indice de 2025, base 100 en 2023. On demande celui de 2021.

EXERCICE 93 · BASE

Lire un indice

L'indice du prix de l'huile d'olive en 2024, base 100 en 2018, vaut 137.

De quel pourcentage le prix a-t-il augmenté entre 2018 et 2024 ?

Réponse attendue : 37

INDICES, DANS L'ORDRE

1. L'année de référence a l'indice 100. À quoi faut-il comparer 137 ?
2. La hausse en pourcentage est l'écart entre l'indice et 100.

CORRECTION

La comparaison —

$137 - 100 = 37$

Le prix de 2024 représente $137\,\%$ du prix de 2018 : il a gagné $37\,\%$.

$37\,\%$

Un indice se compare à 100, jamais à 0 : un indice de 137 dit une hausse de $37\,\%$, pas de $137\,\%$.

PIÈGES ANTICIPÉS

`137` → 137 est l'indice. Il se compare à 100 : la hausse est l'écart entre les deux.

`1.37` → $1{,}37$ est le coefficient multiplicateur. La question demande la hausse en pourcentage.

EXERCICE 94 · BASE **Du coefficient à l'indice**

Entre 2015 et 2023, le nombre de naissances dans une région a été multiplié par $0{,}92$.

Calculer l'indice de 2023, base 100 en 2015.

Réponse attendue : 92

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Une seule relation lie l'indice et le coefficient multiplicateur.
   $I = C \times 100$
2. Le coefficient fait passer de 2015 à 2023 : c'est exactement le quotient qui sert à calculer l'indice.

CORRECTION

La relation —

$I = C \times 100$

$I = 0{,}92 \times 100$

$I = 92$

Un coefficient inférieur à 1 donne un indice inférieur à 100 : 92, c'est une baisse de $8\,\%$.

PIÈGES ANTICIPÉS

`0.92` → $0{,}92$ est le coefficient lui-même (ou l'indice suivi du signe $\%$). L'indice est ce coefficient multiplié par 100, et il s'écrit sans $\%$.

`8` / `-8` → $8\,\%$ est la baisse. On demande l'indice, qui se compare à 100.

`108` → 108 dirait une hausse. Un coefficient inférieur à 1 dit une baisse : l'indice est inférieur à 100.

EXERCICE 95 · PRATIQUE

Un indice inférieur à 100

L'indice du nombre de spectateurs d'un festival en 2024, base 100 en 2022, vaut 88.

De quel pourcentage le nombre de spectateurs a-t-il baissé entre 2022 et 2024 ?

Réponse attendue : 12

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Un indice inférieur à 100 : hausse ou baisse ?
2. L'écart entre l'indice et 100 donne la variation en pourcentage.

CORRECTION

Le sens — L'indice est inférieur à 100 : il y a eu une baisse.

$$88 < 100$$

L'écart —

$$100 - 88 = 12$$

$$12\,\%$$

Au-dessus de 100, l'indice dit une hausse ; en dessous, une baisse. Dans les deux cas, l'écart à 100 donne le pourcentage.

PIÈGES ANTICIPÉS

`88` → 88 est l'indice : les spectateurs de 2024 représentent $88\,\%$ de ceux de 2022. La baisse est l'écart à 100.

`0.88` → $0{,}88$ est le coefficient multiplicateur. On demande la baisse en pourcentage.

EXERCICE 96 · PRATIQUE

Retrouver une valeur grâce à l'indice

Le chiffre d'affaires mensuel d'une boulangerie était de 2400 dinars en 2018. L'indice de 2023, base 100 en 2018, vaut 108.

Calculer le chiffre d'affaires mensuel de 2023, en dinars.

Réponse attendue : 2592

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Transforme d'abord l'indice en coefficient multiplicateur.
2. Le coefficient fait passer de la valeur de 2018 à celle de 2023 : multiplie.

CORRECTION

Le coefficient —

$$C = \frac{108}{100} = 1{,}08$$

La valeur de 2023 —

$$2400 \times 1{,}08$$

$$2592 \text{ dinars}$$

L'indice divisé par 100 donne le coefficient, et le coefficient s'applique à la valeur de l'année de référence.

PIÈGES ANTICIPÉS

`2508` → Tu as ajouté 108 dinars. L'indice n'est pas une somme d'argent : il donne un coefficient, $1{,}08$, à appliquer.

`192` → 192 dinars est la hausse. On demande le chiffre d'affaires de 2023, hausse comprise.

EXERCICE 97 · PRATIQUE

Remonter à l'année de base

En 2024, une coopérative a produit 3500 tonnes de dattes. L'indice de 2024, base 100 en 2019, vaut 125.

Quelle était la production de 2019, en tonnes ?

Réponse attendue : `2800`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Le coefficient multiplicateur fait passer de 2019 à 2024. Que vaut-il ?
2. Pour remonter de 2024 à 2019, on fait l'opération inverse de la multiplication.

CORRECTION

Le coefficient —

$C = \frac{125}{100} = 1{,}25$

La relation —

$V_{2019} \times 1{,}25 = 3500$

$V_{2019} = \frac{3500}{1{,}25} = 2800$

2800 tonnes

Pour aller vers l'année de base, on **divise** par le coefficient ; multiplier ferait encore avancer d'une hausse.

PIÈGES ANTICIPÉS

`4375` → Tu as multiplié par $1{,}25$. La production de 2019 est plus petite que celle de 2024 : il faut diviser.

`2625` → Tu as retiré $25\,\%$ de 3500. Mais les $25\,\%$ ont été calculés sur la production de 2019, pas sur celle de 2024.

EXERCICE 98 · PRATIQUE

Un indice à arrondir

Le nombre d'élèves inscrits dans un club de robotique est passé de 64 en 2022 à 71 en 2025.

Calculer l'indice de 2025, base 100 en 2022, arrondi au dixième.

Réponse attendue : `110.9`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. L'année de référence est 2022 : sa valeur va au dénominateur.
2. Le quotient ne tombe pas juste : calcule-le avec assez de décimales, puis arrondis au dixième.

CORRECTION

Le calcul —

$$I = \frac{71}{64} \times 100 = 110{,}9375$$

L'arrondi — Le chiffre des centièmes est 3, inférieur à 5 : on garde $110{,}9$.

$$I \approx 110{,}9$$

L'indice arrondi se lit encore d'un coup : environ $10{,}9\,\%$ d'inscrits en plus en trois ans.

PIÈGES ANTICIPÉS

`90.1` → Tu as mis 71 au dénominateur. L'année de référence est 2022 : c'est 64 qui va en bas.

`111` → Tu as arrondi à l'unité. La consigne demande le dixième.

`1.109` → Tu as donné le coefficient multiplicateur (ou l'indice suivi du signe $\%$). L'indice est ce coefficient multiplié par 100, et il s'écrit sans $\%$.

EXERCICE 99 · RAISONNEMENT

Changer d'année de base

Les indices du prix d'un produit, base 100 en 2015, valent 120 en 2020 et 150 en 2024.

Calculer l'indice de 2024, base 100 en 2020.

Réponse attendue : 125

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Les indices sont proportionnels aux prix : on peut les utiliser comme s'ils étaient les prix eux-mêmes.
2. La nouvelle année de référence est 2020 : son indice, 120, va au dénominateur.

CORRECTION

Les indices comme valeurs — Si le prix de 2015 vaut 100, celui de 2020 vaut 120 et celui de 2024 vaut 150.

Nouvelle base 2020 —

$$I = \frac{150}{120} \times 100$$

$$I = 1{,}25 \times 100 = 125$$

Les indices ne se soustraient pas : $150 - 120 = 30$ points ne fait pas $30\,\%$. Changer de base, c'est diviser par l'indice de la nouvelle année de référence.

PIÈGES ANTICIPÉS

`130` → Tu as soustrait les indices : $150 - 120 = 30$, puis ajouté 100. Une hausse de 30 points sur une base de 120 n'est pas une hausse de $30\,\%$.

`180` → Tu as multiplié les indices. Pour changer de base, on **divise** par l'indice de la nouvelle année de référence.

`1.25` → $1{,}25$ est le coefficient multiplicateur de 2020 à 2024 (ou l'indice suivi du signe $\%$). L'indice est ce coefficient multiplié par 100, et il s'écrit sans $\%$.

EXERCICE 100 · RAISONNEMENT

Deux coefficients bout à bout

La population d'une ville a été multipliée par $1{,}2$ entre 2010 et 2015, puis par $1{,}1$ entre 2015 et 2020.

Calculer le coefficient multiplicateur qui permet de passer de 2010 à 2020.

Réponse attendue : `1.32`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Appelle P la population de 2010. Que vaut-elle en 2015 ? Puis en 2020 ?
2. Deux multiplications successives se ramènent à une seule : laquelle ?

CORRECTION

En 2015 —

$P \times 1{,}2$

En 2020 —

$(P \times 1{,}2) \times 1{,}1 = P \times 1{,}32$

$C = 1{,}32$

Les coefficients successifs se **multiplient**. Une hausse de $20\,\%$ puis de $10\,\%$ fait $32\,\%$, pas $30\,\%$: la seconde hausse porte aussi sur la première.

PIÈGES ANTICIPÉS

`1.3` → Tu as additionné les hausses, $20\,\%$ et $10\,\%$. La seconde s'applique à une population déjà augmentée : les coefficients se multiplient.

`2.3` → Les coefficients successifs ne s'additionnent pas, ils se multiplient.

EXERCICE 101 · RAISONNEMENT

Une hausse puis une baisse

Le prix d'un téléphone augmente de $20\,\%$ entre 2022 et 2023, puis baisse de $20\,\%$ entre 2023 et 2024.

Calculer l'indice du prix en 2024, base 100 en 2022.

Réponse attendue : 96

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Traduis chaque variation par un coefficient multiplicateur.
2. Une hausse de $20\,\%$ multiplie par $1{,}2$; une baisse de $20\,\%$ multiplie par $0{,}8$. Enchaîne les deux.

CORRECTION

Les coefficients —

$1{,}2 \quad \text{puis} \quad 0{,}8$

De 2022 à 2024 —

$C = 1{,}2 \times 0{,}8 = 0{,}96$

L'indice —

$I = 0{,}96 \times 100 = 96$

Une hausse puis une baisse du même pourcentage ne ramènent pas au prix de départ : la baisse porte sur un prix déjà augmenté.

PIÈGES ANTICIPÉS

`100` → La baisse de $20\,\%$ s'applique au prix de 2023, plus élevé que celui de 2022 : on ne revient pas à 100.

`0.96` → $0{,}96$ est le coefficient multiplicateur (ou l'indice suivi du signe $\%$). L'indice est ce coefficient multiplié par 100, et il s'écrit sans $\%$.

EXERCICE 102 · DEFI

Comparer deux évolutions

Entre 2020 et 2024, le nombre d'abonnés d'un club A est passé de 60 à 75, et celui d'un club B de 150 à 180.

De combien de points l'indice de 2024 du club A, base 100 en 2020, dépasse-t-il celui du club B ?

Réponse attendue : 5

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Le club B a gagné plus d'abonnés, mais il partait de plus haut : les gains bruts ne se comparent pas.
2. Calcule l'indice de chaque club en 2024, base 100 en 2020.

CORRECTION

Club A —

$I_A = \frac{75}{60} \times 100 = 125$

Club B —

$I_B = \frac{180}{150} \times 100 = 120$

L'écart —

$125 - 120 = 5$

Le club B a gagné 30 abonnés et le club A seulement 15, mais en proportion c'est A qui a le plus progressé. Les indices servent justement à comparer des séries de tailles différentes.

PIÈGES ANTICIPÉS

`15 / -15` → Tu as comparé les nombres d'abonnés gagnés. Les deux clubs n'ont pas la même taille : il faut comparer les indices.

`125` → 125 est l'indice du club A. On demande l'écart avec celui du club B.

EXERCICE 103 · DEFI

Quand l'indice dépasse 110

Nombre de visiteurs, en milliers, d'un musée :

Année	2019	2020	2021	2022	2023
Visiteurs (milliers)	480	500	516	540	552

Calculer les indices base 100 en 2019 : en quelle année l'indice dépasse-t-il 110 pour la première fois ?

Réponse attendue : 2022

INDICES, DANS L'ORDRE

1. L'indice de chaque année est $\dfrac{\text{valeur de l'année}}{480} \times 100$.
2. Plutôt que de tout calculer : quel nombre de visiteurs correspond exactement à l'indice 110 ?

CORRECTION

Le seuil — Un indice de 110 correspond à 528 milliers de visiteurs.

$480 \times 1{,}1 = 528$

Les indices —

$2020 : 104{,}2\ ;\ 2021 : 107{,}5\ ;\ 2022 : 112{,}5\ ;\ 2023 : 115$

Le seuil de 528 milliers est franchi pour la première fois en 2022, avec 540 milliers.

$\text{Année } 2022$

Transformer l'indice cherché en valeur seuil évite tous les calculs inutiles : on compare directement les valeurs à 528.

PIÈGES ANTICIPÉS

2021 → En 2021, l'indice vaut $\dfrac{516}{480} \times 100 = 107{,}5$: il n'a pas encore dépassé 110.

2023 → En 2023, l'indice dépasse bien 110, mais il l'avait déjà dépassé l'année précédente.

EXERCICE 104 · DEFI **Rattraper une baisse**

La production d'une usine a baissé de $20\,\%$ entre 2022 et 2023. La direction veut, entre 2023 et 2024, retrouver exactement la production de 2022.

De quel pourcentage la production doit-elle augmenter entre 2023 et 2024 ?

Réponse attendue : 25

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Traduis la baisse de $20\,\%$ par un coefficient multiplicateur.
2. Cherche le coefficient C tel que $0{,}8 \times C = 1$: c'est lui qui ramène à la production de départ.

CORRECTION

La baisse —

$C_1 = 0{,}8$

Le retour —

$0{,}8 \times C_2 = 1 \ \Rightarrow\ C_2 = \frac{1}{0{,}8} = 1{,}25$

En pourcentage —

$1{,}25 = 1 + 0{,}25$

$25\,\%$

Pour effacer une baisse de $20\,\%$, il faut une hausse de $25\,\%$: la hausse se calcule sur une production déjà diminuée, donc plus petite.

PIÈGES ANTICIPÉS

`20` → Une hausse de $20\,\%$ ne suffit pas : $0{,}8 \times 1{,}2 = 0{,}96$. Elle porte sur une production déjà diminuée.

`1.25` → $1{,}25$ est le coefficient multiplicateur. On demande la hausse en pourcentage.

AH
Maths à la carte
ABDELKADER HAMMAMI