– Maths à la carte –

ABDELKADER HAMMAMI

Fonctions affines

1re année secondaire · Pr Abdelkader Hammami

Le cours

CE QU'IL DIT EN ACCUEILLANT

3aslema ! La fonction affine hiya une fonction linéaire zid 3aliha une constante : f de x égale ax plus b. Hal b ybaddel el koll fel 9raya el wa9i3iya. Taxi ya7sebllek 2 dinars en prise en charge, wa9tha le prix ma b9ach proportionnel à la distance. Barra nchoufou 3lech.

عسلامة ! la fonction affine هي une fonction linéaire زيد عليها une constante : f de x égale ax plus b. هالـ b يبدّل الكلّ في القراية الواقعية. taxi يحسبلك 2 dinars en prise en charge، وقتها le prix ما بقاش proportionnel à la distance. برّة نشوفو علاش.

Bonjour ! Une fonction affine, c'est une fonction linéaire à laquelle on ajoute une constante : f de x égale ax plus b. Ce b change tout dans la lecture concrète. Un taxi qui facture 2 dinars de prise en charge : le prix n'est alors plus proportionnel à la distance. Voyons pourquoi.

Une fonction affine, c'est une fonction linéaire à laquelle on ajoute une constante : $f(x) = ax + b$.

Ce b change tout dans la lecture concrète. Un taxi qui facture 2 dinars de prise en charge plus $1{,}5$ dinar du kilomètre n'est **pas** une situation de proportionnalité : à zéro kilomètre, on paie déjà 2 dinars. Graphiquement, la droite ne passe plus par l'origine.

Deux nombres, deux rôles : a dit comment la droite penche, b dit où elle coupe l'axe des ordonnées.

OBJECTIFS ANNONCÉS

CE QU'IL DIT EN LES ANNONÇANT

Fi e5er el chapitre hedha, bech tkoun ta3ref :

في آخر الـ chapitre هذا ، باش تكون تعرف :

À la fin de ce chapitre, tu sauras :

- Reconnaître une fonction affine et identifier a et b

  > Reconnaître une fonction affine et identifier a et b.
  > *Reconnaître une fonction affine et identifier a et b.*

- Tracer et lire la représentation graphique d'une fonction affine

> Tracer et lire la représentation graphique d'une fonction affine.
> *Tracer et lire la représentation graphique d'une fonction affine.*

- Déterminer a et b à partir de deux couples de valeurs ou de deux points
  > Déterminer a et b à partir de deux couples de valeurs ou de deux points.
  > *Déterminer a et b à partir de deux couples de valeurs ou de deux points.*
- Donner le sens de variation d'une fonction affine selon le signe de a
  > Donner le sens de variation d'une fonction affine selon le signe de a.
  > *Donner le sens de variation d'une fonction affine selon le signe de a.*
- Étudier le signe de $ax + b$ et dresser son tableau de signes
  > Étudier le signe de ax plus b et dresser son tableau de signes.
  > *Étudier le signe de ax plus b et dresser son tableau de signes.*

---

1. ACTIVITÉ

Deux taxis, deux tarifs

CE QU'IL DIT

Deux taxis, deux ta3rifet. Taxi A : 1 virgule 5 dinar bel kilomètre, bla 7aja o5ra. Taxi B : 2 dinars en prise en charge, baad dinar bel kilomètre. A7seb le prix mte3 koll wa7ed l zéro, 2, 4 w 6 kilomètres. Anhi wa7ed fihom une situation de proportionnalité ?

Taxi A : 1 virgule 5 dinar بالكيلومتر، بلا حاجة أخرى. Taxi B : 2 dinars en prise en charge، بعد dinar بالكيلومتر. أحسب le prix متاع كلّ واحد لـ zéro، 2، 4 w 6 kilomètres. أنهي واحد فيهم une situation de proportionnalité ؟ تعريفات. deux taxis، deux

Deux taxis, deux tarifs. Taxi A : 1 virgule 5 dinar par kilomètre, sans autre frais. Taxi B : 2 dinars de prise en charge, puis 1 dinar par kilomètre. Calcule le prix de chacun pour zéro, 2, 4 et 6 kilomètres. Lequel des deux est une situation de proportionnalité ?

Deux taxis proposent des tarifs différents :

- **Taxi A** : $1{,}5$ dinar par kilomètre, sans autre frais ;
- **Taxi B** : 2 dinars de prise en charge, puis 1 dinar par kilomètre.

1. Calcule le prix de chaque taxi pour 0, 2, 4 et 6 kilomètres.
2. Lequel des deux tarifs est une situation de proportionnalité ? Justifie par la ligne « 0 km ».
3. À partir de combien de kilomètres le taxi B devient-il plus intéressant ?

La question 2 est le cœur du chapitre : ce qui sépare une fonction linéaire d'une fonction affine tient dans ce qu'on paie avant d'avoir avancé.

EXEMPLE TRAITÉ

Ce que donne le tableau.

Taxi A —

$0\ ;\ 3\ ;\ 6\ ;\ 9$

Taxi B —

$2\ ;\ 4\ ;\ 6\ ;\ 8$

À zéro kilomètre, A ne coûte rien et B coûte déjà 2 dinars : seul A est proportionnel.

$A(x) = 1{,}5x \quad ; \quad B(x) = x + 2$

Le point de bascule — Les deux tarifs se croisent, puis B passe devant.

$1{,}5x = x + 2 \iff 0{,}5x = 2 \iff x = 4$

> Au-delà de 4 km, le taxi B est moins cher

À ne pas faire : Le taxi B est proportionnel car son prix augmente régulièrement — Le taxi B n'est pas proportionnel : $B(0) = 2 \neq 0$. Augmenter régulièrement ne suffit pas. Il faut aussi qu'à zéro corresponde zéro.

---

2. DÉFINITION

Définition, coefficient directeur et ordonnée à l'origine

CE QU'IL DIT

La fonction affine hiya f de x égale ax plus b. A houwa le coefficient directeur : houwa elli yerb7ou f de x ki x yzid b 1. W b houwa l'ordonnée à l'origine : houwa f de zéro. Deux 7alat 5asa : ki b égale zéro, terja3 fonction linéaire ; w ki a égale zéro, twalli fonction constante.

هي la fonction affine a f de x égale ax plus b. : le coefficient directeur هو هو الّي يربحو f de x كي x يزيد بـ 1. w b هو l'ordonnée à l'origine هو : deux f de zéro. حالات خاصّة : كي b égale zéro، ترجع fonction linéaire ؛ w كي a égale zéro، تولّي fonction constante.

Une fonction affine, c'est f de x égale ax plus b. a s'appelle le coefficient directeur : c'est ce que f de x gagne quand x augmente de 1. Et b s'appelle l'ordonnée à l'origine : c'est f de zéro. Deux cas particuliers : quand b égale zéro, on retrouve une fonction linéaire ; et quand a égale zéro, c'est une fonction constante.

Soient a et b deux réels fixés. La fonction affine associée est

$$f : x \longmapsto ax + b$$

- a s'appelle le **coefficient directeur** : c'est ce que $f(x)$ gagne quand x augmente de 1 ;
- b s'appelle l'**ordonnée à l'origine** : c'est la valeur de $f(0)$.

Deux cas particuliers valent la peine d'être nommés : si $b = 0$, la fonction est **linéaire** ; si $a = 0$, elle est **constante**. Une fonction linéaire est donc une fonction affine particulière, l'inverse est faux.

LA FORME

$f(x) = ax + b$

ORDONNÉE À L'ORIGINE

$$f(0) = b$$

EXEMPLE TRAITÉ

Soit f la fonction affine définie par $f(x) = -2x + 7$. Calculer $f(3)$ et donner son ordonnée à l'origine.

Image de 3 — On remplace x par 3, en respectant l'ordre des opérations : la multiplication d'abord.

$$f(3) = -2 \times 3 + 7 = -6 + 7$$

$$f(3) = 1$$

Ordonnée à l'origine —

$$f(0) = -2 \times 0 + 7 = 7$$

$$f(3) = 1 \quad ; \quad b = 7$$

À ne pas faire : $f(3) = -2 + 7 \times 3 = 19$ — $f(3) = -2 \times 3 + 7 = 1$. C'est x qui est multiplié par a, pas b. On remplace x et on respecte les priorités.

3. PROPRIÉTÉ

La représentation graphique

CE QU'IL DIT

La représentation graphique d'une fonction affine hiya une droite, w koll droite non verticale tmathel une fonction affine. Deux 9ira2at mobechra : b tet9ra directement — hiya l'ordonnée du point où la droite coupe l'axe des ordonnées. W a tet9ra 3ala le déplacement : ki tet9addem b 1 fi l'horizontale, 9adech tetla3 walla tohbat.

une تمثّل droite non verticale كلّ une droite، w هي la représentation graphique d'une fonction affine l'ordonnée du point où la droite coupe هي — directement تتقرا b : قراءات مباشرة fonction affine. deux l'horizontale في 1 بـ تتقدّم كي : le déplacement تتقرا على l'axe des ordonnées. w a قدّاش تطلع ولّا تهبط.

La représentation graphique d'une fonction affine est une droite, et toute droite non verticale représente une fonction affine. Deux lectures immédiates : b se lit directement — c'est l'ordonnée du point où la droite coupe l'axe des ordonnées. Et a se lit sur le déplacement : quand on avance de 1 à l'horizontale, de combien monte-t-on ou descend-on.

La représentation graphique d'une fonction affine est **une droite**, et toute droite non verticale représente une fonction affine.

Deux lectures immédiates sur le graphique :

- b se lit directement : c'est l'**ordonnée du point où la droite coupe l'axe des ordonnées** ;

- a se lit sur le déplacement : on avance de 1 vers la droite, et on regarde de combien on monte (ou descend).

Pour tracer, deux points suffisent. Le plus commode est de prendre $x = 0$, qui donne b gratuitement, puis un second x simple.

LECTURE DE A

$$a = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} \quad (x_1 \neq x_2)$$

EXEMPLE TRAITÉ

Tracer la droite représentative de $f(x) = -2x + 7$.

Premier point — L'ordonnée à l'origine se lit dans l'expression.

$f(0) = 7 \Rightarrow A(0\,;7)$

Second point —

$f(3) = 1 \Rightarrow B(3\,;1)$

On trace la droite (AB). Comme $a = -2 < 0$, la droite descend.

$a = -2 < 0$

À ne pas faire : La droite d'une fonction affine passe par l'origine — Elle passe par $(0\,;b)$. Elle ne passe par l'origine que si $b = 0$, c'est-à-dire dans le cas linéaire.

---

4. MÉTHODE

Déterminer une fonction affine

CE QU'IL DIT

Deux inconnues, a w b : lezemna deux informations. D'abord na7esbou a bel écarts, baad n7otouha fi une men les deux égalités bech nal9aw b. W fi lekher netthabtou b la seconde.

لازمنا : deux inconnues، a w b deux informations. d'abord نحسبو a بالـ écarts، بعد نحطّوها في une من les deux égalités باش نلقاو b. w في الآخر نتثبّتو بـ la seconde.

Deux inconnues, a et b : il nous faut deux informations. D'abord on calcule a avec les écarts, puis on le remplace dans l'une des deux égalités pour trouver b. Et à la fin, on vérifie avec la seconde.

Deux inconnues, a et b, donc **deux informations** nécessaires : deux couples de valeurs, ou deux points de la droite.

La méthode se fait toujours dans cet ordre :

1. calculer a par le quotient des écarts ;
2. reporter a dans l'une des deux égalités pour trouver b ;
3. vérifier avec l'**autre** égalité — celle qu'on n'a pas utilisée.

Cette troisième étape n'est pas décorative : elle est le seul contrôle qui détecte une erreur de signe dans le calcul de a.

ÉCARTS

$$a = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

PUIS B

$$b = y_1 - ax_1$$

EXEMPLE TRAITÉ

f est affine, $f(1) = 5$ et $f(4) = -1$. Déterminer f.

Le coefficient — On divise l'écart des images par l'écart des antécédents, dans le même ordre.

$a = \frac{-1-5}{4-1} = \frac{-6}{3} = -2$

L'ordonnée à l'origine — On reporte dans $f(1) = 5$.

$a \times 1 + b = 5 \iff -2 + b = 5 \iff b = 7$

Vérification — On contrôle avec l'égalité non utilisée.

$f(4) = -2 \times 4 + 7 = -1$ ✓

$$f(x) = -2x + 7$$

À ne pas faire : $a = \frac{4-1}{-1-5}$ — $a = \frac{-1-5}{4-1}$. Les images vont au numérateur, les antécédents au dénominateur, et dans le même ordre en haut et en bas.

5. PROPRIÉTÉ

Sens de variation

CE QU'IL DIT

Le sens de variation mte3 une fonction affine yet3alle9 b le signe de a berk. B ma ybaddel walou : y7arrek la droite l fou9 walla l ta7t, amma ma ybaddelch la pente. A supérieur à zéro : f croissante. A inférieur à zéro : f décroissante. A égale zéro : constante.

لفوق la droite يحرّك : ما يبدّل والو b .برك le signe de a بـ يتعلّق une fonction affine متاع le sens de variation la pente. a supérieur à zéro : f croissante. a inférieur à zéro : f décroissante. a égale ولّا لتحت، أمّا ما يبدّلش .zéro : constante

Le sens de variation d'une fonction affine ne dépend que du signe de a. Le b n'y change rien : il déplace la droite vers le haut ou vers le bas, sans modifier la pente. a supérieur à zéro : f est croissante. a inférieur à zéro : f est décroissante. a égale zéro : elle est constante.

Le sens de variation d'une fonction affine ne dépend **que du signe de a**. La valeur de b n'y change rien : elle déplace la droite vers le haut ou vers le bas, sans modifier sa pente.

- $a > 0$: f est **croissante** sur $\mathbb{R}$ — quand x augmente, $f(x)$ augmente ;
- $a < 0$: f est **décroissante** sur $\mathbb{R}$;
- $a = 0$: f est **constante**.

Une fonction affine est monotone sur $\mathbb{R}$ tout entier : elle ne change jamais de sens en cours de route.

CROISSANTE

$$a > 0 \Rightarrow f \text{ croissante sur } \mathbb{R}$$

DÉCROISSANTE

$$a < 0 \Rightarrow f \text{ décroissante sur } \mathbb{R}$$

EXEMPLE TRAITÉ

Donner le sens de variation de $f(x) = -2x + 7$ et de $g(x) = \frac{1}{3}x - 5$.

Pour f, le coefficient directeur est négatif.

$a_f = -2 < 0 \Rightarrow f$ décroissante

Pour g, il est positif. Le -5 n'intervient pas.

$a_g = \frac{1}{3} > 0 \Rightarrow g$ croissante

À ne pas faire : $g(x) = \frac{1}{3}x - 5$ est décroissante car il y a un -5 — g est croissante car $a = \frac{1}{3} > 0$. Seul le coefficient devant x décide du sens. La constante translate la droite, elle ne l'incline pas.

---

6. PROPRIÉTÉ

Le signe de ax + b

CE QU'IL DIT

Tadres le signe de ax plus b ma3neha tjaweb : l ay x hal expression positive, nulle, walla négative ? Trois 5otwet : tlawwej 3ala la valeur qui annule l'expression, ma3neha x égale moins b sur a ; w baad 3ala koll jiha, le signe constant ; w fel e5er t7ott el koll fi un tableau de signes.

تدرس le signe de ax plus b معناها تجاوب : لأيّ x هالـ expression positive، nulle ولّا négative ؟ خطوات trois
تلوّج على la valeur qui annule l'expression، معناها x égale moins b sur a ؛ w بعد على كلّ جيهة، le signe constant ؛ w في الآخر تحطّ الكلّ في un tableau de signes.

Étudier le signe de ax plus b, c'est répondre à : pour quels x cette expression est-elle positive, nulle ou négative ? Trois temps : chercher la valeur qui annule l'expression, c'est-à-dire x égale moins b sur a ; puis, de part et d'autre, le signe est constant ; et enfin, tout mettre dans un tableau de signes.

Étudier le signe de $ax + b$, c'est répondre à : pour quels x cette expression est-elle positive, nulle, négative ?

La méthode tient en trois temps :

1. chercher la valeur qui **annule** l'expression : $ax+b=0$ donne $x=-\dfrac{b}{a}$;
2. de part et d'autre de cette valeur, le signe est constant ;
3. lequel de chaque côté ? Celui donné par le sens de variation : après la racine, l'expression a le **signe de a**.

On résume dans un tableau de signes. C'est l'outil qui servira dans toute la scolarité, pour les inéquations produit et quotient.

LA RACINE

$$ax+b=0 \iff x=-\tfrac{b}{a} \quad (a\neq 0)$$

LA RÈGLE

Après $-\frac{b}{a}$: signe de a

DÉMONSTRATION

Soit $a\neq 0$ et posons $x_0=-\dfrac{b}{a}$, de sorte que $ax_0+b=0$.

Pour tout réel x, on peut retrancher cette quantité nulle sans rien changer :

$$ax+b=(ax+b)-(ax_0+b)=a\,(x-x_0)$$

Le signe de $ax+b$ est donc celui du produit $a(x-x_0)$.

- Si $x>x_0$, le facteur $x-x_0$ est positif : le produit a le signe de a.
- Si $x<x_0$, il est négatif : le produit a le signe contraire de celui de a.

EXEMPLE TRAITÉ

Étudie le signe de $g(x)=-3x+12$.

La racine —

$-3x+12=0 \iff x=\frac{-12}{-3}=4$

Le signe après — $a=-3<0$: après 4, l'expression est négative. Avant, elle est donc positive.

$a=-3<0$

Contrôle — On teste une valeur : $g(0)=12>0$, et $0<4$. Cohérent.

$g(0)=12>0$

$$g(x)>0 \iff x\in\,]-\infty\,;4[$$

À ne pas faire : $-3x+12=0 \Rightarrow x=-4$ — $-3x+12=0 \Rightarrow x=4$. $-3x=-12$, et en divisant par -3 les deux signes moins disparaissent.

À RETENIR

CE QU'IL DIT EN L'ÉCRIVANT

Hedha elli lezmek tetfakkrou :

هذا اللي لازمك تتفكّرو :

Voici ce qu'il faut retenir :

1. $f(x) = ax + b$: a est le coefficient directeur, b l'ordonnée à l'origine.
   > f de x égale ax plus b : a houwa le coefficient directeur, w b houwa l'ordonnée à l'origine.
   > *f de x égale ax plus b : a est le coefficient directeur, b l'ordonnée à l'origine.*
2. La droite passe par $(0\,;b)$ — par l'origine seulement si $b = 0$.
   > La droite t3addi bel point de coordonnées zéro et b. W ma t3addi bel origine ken ki b égale zéro.
   > *La droite passe par le point de coordonnées zéro et b, et par l'origine seulement si b égale zéro.*
3. $a = \dfrac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$: images en haut, antécédents en bas, même ordre.
   > a égale (y2 moins y1) sur (x2 moins x1) : les images el fou9, les antécédents el louta, w nafs el tartib.
   > *a égale (y2 moins y1) sur (x2 moins x1) : les images en haut, les antécédents en bas, dans le même ordre.*
4. Le sens de variation ne dépend que du signe de a : positif croissante, négatif décroissante.
   > Le signe de a berk elli y9arrer le sens de variation : a positif, croissante ; a négatif, décroissante.
   > *Le sens de variation ne dépend que du signe de a : positif, croissante ; négatif, décroissante.*
5. La racine de $ax + b$ est $-\dfrac{b}{a}$; après elle, l'expression a le signe de a.
   > La racine de ax plus b hiya moins b sur a. Ba3dha, l'expression 3andha le signe de a.
   > *La racine de ax plus b est moins b sur a ; après elle, l'expression a le signe de a.*
6. On vérifie toujours un tableau de signes en testant une valeur.
   > W dima tvérifier le tableau de signes, ki tjarreb une valeur.
   > *On vérifie toujours un tableau de signes en testant une valeur.*

Questions fréquentes — ses réponses toutes prêtes

Quand un élève tape une de ces questions pendant le cours, cette réponse part aussitôt, avec sa voix, sans passer par le modèle. Les formulations sont celles qu'on reconnaît.

QUESTION 1 · DEUX TAXIS, DEUX TARIFS

3lech taxi B mouch proportionnel | pourquoi le taxi B n'est pas une situation de proportionnalité | taxi B proportionnel wala le ? | le prix du taxi B augmente régulièrement donc c'est proportionnel ?

pourquoi seul le taxi A est proportionnel | taxi B ma fihech proportionnalité 3lech

CE QU'IL ÉCRIT AU TABLEAU

$$B(0) = 2 \neq 0$$

CE QU'IL RÉPOND

Fi situation de proportionnalité, zéro yjib zéro. Ama b zéro kilomètre, le taxi B ykallef déjà 2 dinars : $B(0) = 2 \ne 0$. Yzid b nafs el 9adr mouch kafi : $B(x) = x + 2$ fonction affine, mouch linéaire.

في situation de proportionnalité ، zéro يجيب zéro . أما بـ le taxi B ، zéro kilomètre يكلّف déjà 2 dinars : B de zéro égale 2 ، موش zéro . يزيد بنفس القدر موش كافي : fonction affine ، 2 plus x égale x de B ، موش linéaire .

Dans une situation de proportionnalité, à zéro correspond zéro. Or à zéro kilomètre, le taxi B coûte déjà 2 dinars : B de zéro égale 2, pas zéro. Augmenter régulièrement ne suffit pas : B de x égale x plus 2 est une fonction affine, pas linéaire.

QUESTION 2 · DEUX TAXIS, DEUX TARIFS

à partir de combien de kilomètres le taxi B est moins cher | men 9addech men kilomètre taxi B ywalli ar5es | quand est-ce que le taxi B devient plus intéressant | taxi B wa9tech ywalli a7sen | comment trouver à partir de quand le taxi B est moins cher | taxi A wala taxi B, anahom el ar5es ?

CE QU'IL ÉCRIT AU TABLEAU

$$1{,}5x = x + 2 \iff 0{,}5x = 2 \iff x = 4$$

CE QU'IL RÉPOND

Nektbou les deux prix : $A(x) = 1{,}5x$ w $B(x) = x + 2$. Ytsewew ki $1{,}5x = x + 2$, ya3ni $0{,}5x = 2$, donc $x = 4$. Ba3d 4 kilomètres, le taxi B ywalli ar5es.

نكتبو les deux prix : A de x égale 1,5 x ، w B de x égale x plus 2 . يتساواو كي 1,5 x égale x plus 2 ، يعني 0,5 . بعد 4 kilomètres ، le taxi B يولّي أرخص .

On écrit les deux prix : A de x égale 1,5 x et B de x égale x plus 2. Ils sont égaux quand 1,5 x égale x plus 2, c'est-à-dire 0,5 x égale 2, donc x égale 4. Au-delà de 4 kilomètres, le taxi B est moins cher.

QUESTION 3 · DEUX TAXIS, DEUX TARIFS

comment trouver le point d'intersection de deux droites | kifech nal9a le point d'intersection de deux droites | deux droites qui se croisent, comment trouver le point | intersection de deux fonctions affines kifech | comment calculer l'intersection de deux droites | win yt9at3ou zouz droites

CE QU'IL ÉCRIT AU TABLEAU

$$A(4) = 1{,}5 \times 4 = 6 \quad ; \quad B(4) = 4 + 2 = 6$$

CE QU'IL RÉPOND

Fel point d'intersection, les deux droites 3andhom nafs l'ordonnée : nsewiw les deux expressions w n7elou. Lel zouz taxis, $1{,}5x = x + 2$ ta3ti $x = 4$. Ba3d n3awdhou fi wa7da bech nal9aw l'ordonnée, w nt2akdou bel o5ra : $A(4) = 6$ w $B(4) = 6$.

في les deux droites ، le point d'intersection عندهم نفس l'ordonnée : نساويو w les deux expressions . نحلّو
للزوز 2 x plus x égale 1,5 ، taxis تعطي x égale 4 . من بعد نعوّضو في وحدة باش نلقاو w ، l'ordonnée نتأكّدو
بالأخرى : B de 4 égale 6 w ، A de 4 égale 6 .

Au point d'intersection, les deux droites ont la même ordonnée : on égale les deux expressions et on résout. Pour les deux taxis, 1,5 x égale x plus 2 donne x égale 4. On remplace ensuite dans l'une pour trouver l'ordonnée, et on vérifie avec l'autre : A de 4 égale 6 et B de 4 égale 6.

QUESTION 4 · DÉFINITION, COEFFICIENT DIRECTEUR ET ORDONNÉE À L'ORIGINE

c'est quoi une fonction affine | chnowa fonction affine | définition d'une fonction affine | fonction affine ya3ni chnowa | que veut dire affine | chnowa ma3neha fonction affine

CE QU'IL ÉCRIT AU TABLEAU

$$f(x) = ax + b$$

$$f(x) = -2x + 7$$

CE QU'IL RÉPOND

Fonction affine hiya $f(x) = ax + b$, a w b deux réels fixés. A houwa le coefficient directeur, w b houwa l'ordonnée à l'origine. Hiya fonction linéaire nzidou 3liha constante, par exemple $f(x) = -2x + 7$.

le coefficient directeur ، w b هو f de x égale a x plus b ، w a w b deux réels fixés . a هي la fonction affine
constante ، par exemple f de x égale moins 2 نزيدو عليها fonction linéaire هي . l'ordonnée à l'origine هو
. x plus 7

Une fonction affine, c'est f de x égale a x plus b, où a et b sont deux réels fixés. a est le coefficient directeur, b est l'ordonnée à l'origine. C'est une fonction linéaire à laquelle on ajoute une constante, par exemple f de x égale moins 2 x plus 7.

QUESTION 5 · DÉFINITION, COEFFICIENT DIRECTEUR ET ORDONNÉE À L'ORIGINE

chnowa el far9 bin fonction linéaire w fonction affine | quelle est la différence entre une fonction linéaire et une fonction affine | est-ce qu'une fonction linéaire est affine | une fonction affine est-elle linéaire ? | linéaire w affine kifkif ? | affine ou linéaire comment les distinguer

CE QU'IL ÉCRIT AU TABLEAU

$$b = 0 \Rightarrow f(x) = ax$$

CE QU'IL RÉPOND

Fonction linéaire hiya ax ; fonction affine hiya $ax + b$. Ki $b = 0$, la fonction affine twalli linéaire : donc koll fonction linéaire affine, ama l'inverse ghalet. 3al graphique, la droite mte3 linéaire t3addi mel origine, w mte3 affine t3addi men $(0\,;b)$.

تولّي b égale zéro ، la fonction affine كي . a x plus b هي a x ، w la fonction affine هي la fonction linéaire linéaire : donc كل fonction linéaire affine ، أما l'inverse غالط . على la droite ، le graphique متاع linéaire l'origine ، w من تعدّي affine متاع تعدّي من b ، le point zéro .

Une fonction linéaire, c'est a x ; une fonction affine, c'est a x plus b. Quand b égale zéro, la fonction affine est linéaire : toute fonction linéaire est donc affine, mais l'inverse est faux. Sur le graphique, la droite d'une fonction linéaire passe par l'origine, celle d'une fonction affine passe par le point zéro, b.

QUESTION 6 · DÉFINITION, COEFFICIENT DIRECTEUR ET ORDONNÉE À L'ORIGINE

comment savoir si une fonction est affine | kifech na3ref fonction affine | comment reconnaître une fonction affine | 3 - 2x affine ? kifech na3ref a w b | kifech nal9a a w b fi fonction affine | comment identifier a et b dans une fonction affine

CE QU'IL ÉCRIT AU TABLEAU

$$f(x) = 3 - 2x \quad : \quad a = -2\,;\; b = 3$$

CE QU'IL RÉPOND

Fonction tkoun affine ki najjmou nektbouha $ax + b$, a w b réels fixés. A houwa el nombre elli yadhreb x, w b houwa le terme bla x, koll wa7ed b le signe mte3ou. Par exemple, $f(x) = 3 - 2x$ affine, $a = -2$ w $b = 3$: l'ordre mte3 el ktiba ma ybaddel chay.

x ، w b اللي يضرب nombre هو الـ a x plus b ، w a w b réels fixés . a كي نجّمو نكتبوها affine تكون la fonction par exemple ، f de x égale 3 moins 2 x affine ، a égale moins . متاعو le signe بـ واحد كل ، x بلا le terme هو 2 w b égale 3 : l'ordre متاع الكتيبة ما يبدّل شي .

Une fonction est affine quand on peut l'écrire a x plus b, avec a et b réels fixés. a est le nombre qui multiplie x, b est le terme sans x, chacun avec son signe. Par exemple, f de x égale 3 moins 2 x est affine, avec a égale moins 2 et b égale 3 : l'ordre d'écriture ne change rien.

QUESTION 7 · DÉFINITION, COEFFICIENT DIRECTEUR ET ORDONNÉE À L'ORIGINE

c'est quoi le coefficient directeur | chnowa coefficient directeur | coefficient directeur ya3ni chnowa | que représente le coefficient directeur a | chnowa ma3neha le coefficient a | le coef directeur sert à quoi

CE QU'IL ÉCRIT AU TABLEAU

$$f(1) - f(0) = 5 - 7 = -2$$

CE QU'IL RÉPOND

Le coefficient directeur houwa el nombre a fi $ax + b$. Houwa elli yerb7ou $f(x)$ ki x yzid b 1. 3al graphique, y9ollek la droite kifech mayla : lel $f(x) = -2x + 7$, ki netqaddmou b 1, nahbtou b 2.

le على . 1 بـ يزيد x كي f de x اللي يربحو هو . a x plus b في nombre a الـ هو le coefficient directeur . 2 بـ نهبطو ، 1 بـ نتقدّمو كي ، f de x égale moins 2 x plus 7 لـ : كيفاش مايلة la droite يقلّك ، graphique

Le coefficient directeur, c'est le nombre a dans a x plus b. C'est ce que f de x gagne quand x augmente de 1. Sur le graphique, il dit comment la droite penche : pour f de x égale moins 2 x plus 7, quand on avance

de 1, on descend de 2.

QUESTION 8 · DÉFINITION, COEFFICIENT DIRECTEUR ET ORDONNÉE À L'ORIGINE

c'est quoi l'ordonnée à l'origine | chnowa l'ordonnée à l'origine | ordonnee a l origine ya3ni chnowa | comment trouver l'ordonnée à l'origine | l'ordonnée à l'origine c'est b ? | ordonnee a lorigine fi fonction affine chnowa

CE QU'IL ÉCRIT AU TABLEAU

$$f(0) = -2 \times 0 + 7 = 7$$

CE QU'IL RÉPOND

L'ordonnée à l'origine hiya el nombre b fi $ax + b$: hiya $f(0)$. Te9raha toul, hiya le terme bla x, b le signe mte3ou. 3al graphique, hiya l'ordonnée mte3 el point win la droite t9oss l'axe des ordonnées : lel $-2x + 7$, hiya 7.

l'ordonnée à l'origine هي الـ b في nombre a x plus b : هي f de zéro . تقراها طول ، هي le terme بلا x ، بـ le signe متاعو . على le graphique ، هي l'ordonnée متاع le point وين la droite تقصّ l'axe des ordonnées : لـ moins 2 x plus 7 ، هي 7 .

L'ordonnée à l'origine, c'est le nombre b dans a x plus b : c'est f de zéro. Elle se lit directement, c'est le terme sans x, avec son signe. Sur le graphique, c'est l'ordonnée du point où la droite coupe l'axe des ordonnées : pour moins 2 x plus 7, c'est 7.

QUESTION 9 · DÉFINITION, COEFFICIENT DIRECTEUR ET ORDONNÉE À L'ORIGINE

comment calculer l'image d'un nombre par une fonction affine | kifech na7seb f(3) | kifech na7seb l'image | comment calculer f de 3 | image par une fonction affine kifech | comment on remplace x dans f(x)

CE QU'IL ÉCRIT AU TABLEAU

$$f(3) = -2 \times 3 + 7 = -6 + 7 = 1$$

CE QU'IL RÉPOND

N3awdhou x bel nombre, w nrespectiw les priorités : la multiplication 9bal, w l'addition ba3d. Lel $f(x) = -2x + 7$: $f(3) = -2 \times 3 + 7 = -6 + 7 = 1$. X houwa elli yetdhreb fi a, mouch b.

نعوّضو x بالـ w ، nombre نحترمو les priorités : la multiplication ، قُبَلْ w l'addition ، من بعد . لـ f de x égale moins 2 fois 3 plus 7 : f de 3 égale moins 2 x plus 7 ، يعني x . donc 1 ، moins 6 plus 7 هو اللي يتضرب في a ، موش b .

On remplace x par le nombre, puis on respecte les priorités : la multiplication d'abord, l'addition ensuite. Pour f de x égale moins 2 x plus 7 : f de 3 égale moins 2 fois 3 plus 7, soit moins 6 plus 7, donc 1. C'est x qui est multiplié par a, pas b.

QUESTION 10 · DÉFINITION, COEFFICIENT DIRECTEUR ET ORDONNÉE À L'ORIGINE

c'est quoi une fonction constante | chnowa fonction constante | si a = 0 la fonction est quoi | ki a égale zéro la fonction chnowa twalli | fonction constante hiya affine ? | une fonction constante est-elle affine

CE QU'IL ÉCRIT AU TABLEAU

$$a = 0 \Rightarrow f(x) = b$$

CE QU'IL RÉPOND

Ki $a = 0$, $f(x) = b$ lel x el koll : la fonction constante. Hiya cas particulier mte3 fonction affine. Par exemple, $f(x) = 5$: l'image mte3 ay nombre hiya 5, ki x yzid, $f(x)$ ma tet7arrekch.

fonction affine . متاع cas particulier هي . la fonction constante : الكل x لـ a égale zéro ، f de x égale b كي
. ما تتحرّكش f de x ، كي x يزيد ، 5 هي nombre متاع أي par exemple ، f de x égale 5 : l'image

Quand a égale zéro, f de x égale b pour tout x : la fonction est constante. C'est un cas particulier de fonction affine. Par exemple, pour f de x égale 5, l'image de tout nombre est 5 : quand x augmente, f de x ne bouge pas.

QUESTION 11 · LA REPRÉSENTATION GRAPHIQUE

c'est quoi la représentation graphique d'une fonction affine | représentation graphique mta3 fonction affine chnowa | la courbe d'une fonction affine c'est quoi | pourquoi la représentation d'une fonction affine est une droite | courbe mta3 fonction affine dima droite ? | graphique d'une fonction affine c'est une droite ?

CE QU'IL ÉCRIT AU TABLEAU

$$f(x) = ax + b \longrightarrow \text{une droite}$$

CE QU'IL RÉPOND

La représentation graphique mte3 fonction affine dima droite, w koll droite mouch verticale représente fonction affine. T9oss l'axe des ordonnées fel point $(0\,;b)$, w tmil 7asb a. Lel $-2x + 7$, t3addi mel point $(0\,;7)$ w tahbet.

verticale représente موش droite كل droite ، w ديما fonction affine متاع la représentation graphique
، moins 2 x plus 7 لـ . a تميل حسب le point zéro ، b ، w في l'axe des ordonnées تقصّ . fonction affine
. تهبط le point zéro ، 7 ، w من تعدّي

La représentation graphique d'une fonction affine est toujours une droite, et toute droite non verticale représente une fonction affine. Elle coupe l'axe des ordonnées au point zéro, b, et elle penche selon a. Pour moins 2 x plus 7, elle passe par le point zéro, 7 et elle descend.

QUESTION 12 · LA REPRÉSENTATION GRAPHIQUE

comment tracer la droite d'une fonction affine | kifech nrasem fonction affine | kifech nrasem la droite | comment tracer une fonction affine | comment dessiner la représentation graphique | tracer f(x) = ax + b kifech

CE QU'IL ÉCRIT AU TABLEAU

$$A(0\,;7) \quad ; \quad B(3\,;1)$$

CE QU'IL RÉPOND

Zouz points ykafiw. El as-hel : $x = 0$, ya3tik b bla 7sab, w ba3d x ekher sahel. Lel $-2x + 7$: $f(0) = 7$ ya3ti $A(0\,;7)$; $f(3) = 1$ ya3ti $B(3\,;1)$. Nrasmou la droite (AB).

زوز points يكفيو . الأسهل : x égale zéro ، يعطيك b بلا حساب ، w من بعد x آخر ساهل . لـ f : moins 2 x plus 7
. la droite A B نرسمو . le point B 3 ، 1 يعطي w f de 3 égale 1 ؛ le point A zéro ، 7 يعطي de zéro égale 7

Deux points suffisent. Le plus commode : x égale zéro, qui donne b gratuitement, puis un second x simple. Pour moins 2 x plus 7 : f de zéro égale 7 donne le point A zéro, 7 ; f de 3 égale 1 donne le point B 3, 1. On trace la droite A B.

QUESTION 13 · LA REPRÉSENTATION GRAPHIQUE

est-ce que la droite d'une fonction affine passe par l'origine | la droite t3addi mel origine ?

pourquoi la droite ne passe pas par l'origine | fonction affine t3addi dima b l'origine ?

quand est-ce que la droite passe par l'origine | la droite passe toujours par l'origine ?

CE QU'IL ÉCRIT AU TABLEAU

$$f(0) = b \;\Rightarrow\; (0\,;b)$$

CE QU'IL RÉPOND

Le, mouch dima. La droite t3addi mel point $(0\,;b)$, 5ater $f(0) = b$. Ma t3addi mel origine ken ki $b = 0$, ya3ni ki la fonction linéaire.

لا ، موش ديما . la droite تعدّي من b ، le point zéro ، خاطر b de zéro égale f . ما تعدّي من l'origine كان كي b
. la fonction linéaire يعني كي ، égale zéro

Non, pas en général. La droite passe par le point zéro, b, puisque f de zéro égale b. Elle ne passe par l'origine que si b égale zéro, c'est-à-dire quand la fonction est linéaire.

QUESTION 14 · LA REPRÉSENTATION GRAPHIQUE

comment lire a et b sur le graphique | kifech na9ra a w b 3al graphique

comment lire le coefficient directeur sur la droite | lecture graphique de a et b

kifech na9ra l'ordonnée à l'origine mel courbe | comment lire a à partir du graphique

CE QU'IL ÉCRIT AU TABLEAU

$$(0\,;7) \longrightarrow (1\,;5) \quad : \quad a = 5 - 7 = -2$$

CE QU'IL RÉPOND

L'ordonnée à l'origine b te9raha toul : hiya l'ordonnée mte3 el point win la droite t9oss l'axe des ordonnées. Lel coefficient directeur a, nebdew men point 3al droite, netqaddmou b 1 lel imin, w nchoufou 9addech tla3na walla hbatna. Lel $-2x + 7$, nebdew men $(0\,;7)$ w nousslou l $(1\,;5)$: hbatna b 2, donc $a = -2$.

l'axe des ordonnées تقصّ la droite وين le point متاع l'ordonnée هي : طول تقراها l'ordonnée à l'origine b
نشوفو قدّاش طلعنا ولّا w ، نتقدّمو بـ 1 لليمين ، la droite على point من نبداو ، le coefficient directeur a لـ .
هبطنا بـ 2 ، donc a égale : هبطنا . لـ 7 moins 2 x plus 7 ، نبداو من w ، 7 ، le point zéro نوصلو لـ 5 ، 1 le point
. moins 2

L'ordonnée à l'origine b se lit directement : c'est l'ordonnée du point où la droite coupe l'axe des ordonnées. Pour le coefficient directeur a, on part d'un point de la droite, on avance de 1 vers la droite, et on regarde de combien on monte ou on descend. Pour moins 2 x plus 7, on part du point zéro, 7, et on arrive au point 1, 5 : on descend de 2, donc a égale moins 2.

QUESTION 15 · LA REPRÉSENTATION GRAPHIQUE

pourquoi deux points suffisent | 3lech zouz points ykafiw | combien de points pour tracer une droite | un seul point ça suffit pour une fonction affine ? | pourquoi il faut deux informations pour trouver a et b | 3lech lezem zouz points

CE QU'IL RÉPOND

Fonction affine 3andha deux inconnues, a w b : donc lezem deux informations, zouz couples de valeurs walla zouz points mel droite. B point wa7ed, barcha droites t3addi menou. W bech nrasmou, zouz points ykafiw, 5ater la représentation droite.

ولّا couples de valeurs زوج ، deux informations لازم deux inconnues ، a w b : donc عندها la fonction affine
زوج points من la droite . بـ point واحد ، برشة droites تعدّي منو . w باش نرسمو ، زوج points يكفيو ، خاطر la
représentation droite .

Une fonction affine a deux inconnues, a et b : il faut donc deux informations, deux couples de valeurs ou deux points de la droite. Par un seul point passent une infinité de droites. Et pour tracer, deux points suffisent, puisque la représentation est une droite.

QUESTION 16 · LA REPRÉSENTATION GRAPHIQUE

est-ce que toute droite représente une fonction affine | droite verticale fonction affine ? | une droite verticale c'est une fonction affine ? | koll droite fonction affine ? | pourquoi une droite verticale n'est pas une fonction | droite verticale 3lech mouch fonction affine

CE QU'IL RÉPOND

Koll droite mouch verticale représente fonction affine. Ama droite verticale le : l nafs el x, fiha barcha points, w la fonction ta3ti image wa7da berk l koll x.

points ، فيها برشة ، x الـ لنفس : لا droite verticale أما . verticale représente fonction affine موش droite كل
. x وحدة برك لكل image تعطي w la fonction

Toute droite non verticale représente une fonction affine. Une droite verticale, non : à une même valeur de x, elle associe une infinité de points, alors qu'une fonction donne une seule image à chaque x.

QUESTION 17 · DÉTERMINER UNE FONCTION AFFINE

comment calculer le coefficient directeur | kifech na7seb le coefficient directeur | comment trouver le coef a | kifech nal9a el coefficient a | formule du coefficient directeur | coefficient directeur kifech yet7seb

CE QU'IL ÉCRIT AU TABLEAU

$$a = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$a = \frac{-1-5}{4-1} = \frac{-6}{3} = -2$$

CE QU'IL RÉPOND

A houwa l'écart des images sur l'écart des antécédents, b nafs l'ordre fou9 w louta : $a = \frac{y_{2} - y_{1}}{x_{2} - x_{1}}$. Par exemple, ken $f(1) = 5$ w $f(4) = -1$: $a = \frac{-1 - 5}{4 - 1} = \frac{-6}{3} = -2$.

a égale y 2 moins y 1 ، : اللوطة w الفوق l'ordre بنفس ، l'écart des images sur l'écart des antécédents هو a f de 1 égale 5 w f de 4 égale moins 1 : a égale moins 1 moins 5 ، كان ، sur x 2 moins x 1 . par exemple moins 6 sur 3 ، donc moins 2 يعني ، sur 4 moins 1 .

Le coefficient directeur est l'écart des images sur l'écart des antécédents, dans le même ordre en haut et en bas : a égale y 2 moins y 1, sur x 2 moins x 1. Par exemple, si f de 1 égale 5 et f de 4 égale moins 1 : a égale moins 1 moins 5, sur 4 moins 1, soit moins 6 sur 3, donc moins 2.

QUESTION 18 · DÉTERMINER UNE FONCTION AFFINE

pourquoi les images en haut et les antécédents en bas | 3lech les images fel numérateur | est-ce que je peux inverser le numérateur et le dénominateur | l'ordre fel numérateur w dénominateur ya3mel far9 ? | y2 - y1 ou y1 - y2 en haut ? | on met les x en haut ou en bas

CE QU'IL ÉCRIT AU TABLEAU

$$\frac{4-1}{-1-5} = -\frac{1}{2} \neq -2$$

CE QU'IL RÉPOND

Le coefficient directeur y9is 9addech terba7 l'image ki x yzid : les images fel numérateur, w les antécédents fel dénominateur. W nafs l'ordre fou9 w louta : ken bdit b y_{2} fou9, tebda b x_{2} louta. Ken t7ott les antécédents fou9, tal9a $-\frac{1}{2}$ fi blasset -2.

le numérateur ، w les في les images : يزيد x كي l'image تربح قدّاش يقيس le coefficient directeur . اللوطة x 2 بـ تبدا ، الفوق y 2 بـ بديت كان : اللوطة w الفوق l'ordre نفس le dénominateur . w في antécédents كان تحط les antécédents الفوق ، تلقى moins 1 sur 2 في بلاصة moins 2 .

Le coefficient directeur mesure ce que gagne l'image quand x augmente : les images vont au numérateur, les antécédents au dénominateur. Et le même ordre en haut et en bas : si on commence par y 2 en haut, on commence par x 2 en bas. Si on met les antécédents en haut, on trouve moins 1 sur 2 au lieu de moins 2.

QUESTION 19 · DÉTERMINER UNE FONCTION AFFINE

comment trouver b quand on a a | kifech nal9a b ba3d ma l9it a | comment calculer b | une fois a trouvé comment on trouve b | kifech na7seb b | comment déterminer b avec un point

CE QU'IL ÉCRIT AU TABLEAU

$$-2 \times 1 + b = 5 \iff b = 7$$

$$f(4) = -2 \times 4 + 7 = -1$$

CE QU'IL RÉPOND

N3awdhou a fi wa7da mel zouz égalités, w tjina l'équation, l'inconnue mte3ha b. B $a = -2$ w $f(1) = 5$: $-2 \times 1 + b = 5$, donc $b = 7$. Ba3d nt2akdou b l'égalité el o5ra : $f(4) = -8 + 7 = -1$.

a égale moins 2 w f de 1 بـ . b متاعها l'équation ، l'inconnue تجينا égalités ، w الزوج من وحدة في a نعوّضو f de 4 égale : الأخرى l'égalité بـ نتأكّدو من بعد . égale 5 : moins 2 fois 1 plus b égale 5 ، donc b égale 7 . moins 1 يعني ، moins 8 plus 7

On reporte a dans l'une des deux égalités, et on obtient une équation d'inconnue b. Avec a égale moins 2 et f de 1 égale 5 : moins 2 fois 1 plus b égale 5, donc b égale 7. Puis on vérifie avec l'autre égalité : f de 4 égale moins 8 plus 7, soit moins 1.

QUESTION 20 · DÉTERMINER UNE FONCTION AFFINE

pourquoi vérifier avec l'autre égalité | 3lech nverifiw ba3d ma nal9aw a w b | est-ce que la vérification est obligatoire | lezem nverifi bel égalité el o5ra ? | pourquoi on vérifie avec le deuxième point | vérification fonction affine 3lech

CE QU'IL ÉCRIT AU TABLEAU

$$f(4) = -2 \times 4 + 7 = -1 \quad \checkmark$$

CE QU'IL RÉPOND

Hiya le contrôle el wa7id elli ychedd ghalta fi le signe fi 7sab a. L9ina a w b b égalité wa7da ; ken l'égalité el o5ra, elli ma sta3malnehech, s7i7a zeda, la fonction s7i7a. Par exemple, m3a $f(x) = -2x + 7$, nt2akdou elli $f(4) = -1$.

le contrôle هي الوحيد اللي يشدّ غلطة في le signe في حساب a . لقينا a w b بـ égalité وحدة ؛ كان l'égalité الأخرى ، اللي ما استعملناهاش ، صحيحة زادة ، la fonction صحيحة . par exemple ، مع f de x égale moins 2 x plus 7 ، نتأكّدو اللي f de 4 égale moins 1 .

C'est le seul contrôle qui détecte une erreur de signe dans le calcul de a. On a trouvé a et b avec une seule égalité ; si l'autre égalité, celle qu'on n'a pas utilisée, est vraie aussi, la fonction est la bonne. Par exemple, avec f de x égale moins 2 x plus 7, on vérifie que f de 4 égale moins 1.

QUESTION 21 · SENS DE VARIATION

comment savoir si une fonction affine est croissante ou décroissante

kifech na3ref fonction croissante wala décroissante | sens de variation d'une fonction affine | fonction affine croissante ki a positif ? | comment trouver le sens de variation | chnowa y7added el sens de variation

CE QU'IL ÉCRIT AU TABLEAU

$a > 0 \Rightarrow f \nearrow \quad ; \quad a < 0 \Rightarrow f \searrow$

CE QU'IL RÉPOND

Le sens de variation ma yetba3 ken le signe de a. Ken $a > 0$, f croissante sur $\mathbb{R}$: ki x yzid, $f(x)$ tzid. Ken $a < 0$, f décroissante, w ken $a = 0$, constante. Par exemple, $-2x + 7$ décroissante 5ater $-2 < 0$.

le sens de variation ما يتبع كان le signe de a . كان f croissante sur R ، a positif : كي x يزيد ، f de x تزيد . كان a négatif ، f décroissante ، w a égale zéro ، constante . par exemple ، moins 2 x plus 7 décroissante كان moins 2 négatif خاطر .

Le sens de variation ne dépend que du signe de a. Si a est positif, f est croissante sur R : quand x augmente, f de x augmente. Si a est négatif, f est décroissante, et si a égale zéro, elle est constante. Par exemple, moins 2 x plus 7 est décroissante car moins 2 est négatif.

QUESTION 22 · SENS DE VARIATION

est-ce que b change le sens de variation | b ybaddel fel sens de variation ? | g(x) = 1/3x - 5 décroissante à cause du -5 ? | le moins 5 rend la fonction décroissante ? | l'ordonnée à l'origine négative donc décroissante ? | b négatif ya3ni la fonction décroissante ?

CE QU'IL ÉCRIT AU TABLEAU

$a = \frac{1}{3} > 0 \Rightarrow g \text{ croissante}$

CE QU'IL RÉPOND

Le. Ken le coefficient 9oddem x houwa elli y9arrer le sens. B y7arrek la droite lel fou9 walla lel louta, w ma ybaddelch la pente mte3ha. Par exemple, $g(x) = \frac{1}{3}x - 5$ croissante, 5ater $a = \frac{1}{3} > 0$: el -5 ma ybaddel chay.

la pente ما يبدّلش ، w la droite للفوق ولّا للوطة يحرّك le sens . b هو اللي يقرّر x قدّام le coefficient كان . لا moins الـ : a égale un tiers positif خاطر ، par exemple ، g de x égale un tiers x moins 5 croissante . متاعها 5 ما يبدّل شي .

Non. Seul le coefficient devant x décide du sens. b déplace la droite vers le haut ou vers le bas sans changer sa pente. Par exemple, g de x égale un tiers x moins 5 est croissante, car a égale un tiers est positif : le moins 5 n'y change rien.

QUESTION 23 · LE SIGNE DE AX + B

comment étudier le signe de ax + b | kifech nadrous el signe de ax+b | étude du signe d'une fonction affine

kifech na3ref el signe mta3 ax + b | méthode pour trouver le signe de ax+b | signe de ax + b kifech

CE QU'IL ÉCRIT AU TABLEAU

$$ax + b = 0 \iff x = -\frac{b}{a} \quad (a \neq 0)$$

CE QU'IL RÉPOND

9bal kol chay, nlawjou 3al valeur elli t5alli l'expression égale zéro : $ax + b = 0$ ta3ti $x = -\frac{b}{a}$. Men jiha w men jiha mte3ha, le signe ma yetbaddelch. Ba3dha, l'expression 3andha le signe de a, w 9balha le signe contraire. N7ottou kol chay fi tableau de signes.

قُبَلْ كل شي ، نلوّجو على la valeur اللي تخلّي l'expression égale zéro : a x plus b égale zéro تعطي x égale
le signe de a ، w عندها l'expression ، بعدها . ما يتبدّلش le signe ، من جيهة متاعها w من جيهة . moins b sur a
قُبَلْهَا le signe contraire . نحطّو كل شي في tableau de signes .

D'abord, on cherche la valeur qui annule l'expression : a x plus b égale zéro donne x égale moins b sur a. De part et d'autre de cette valeur, le signe est constant. Après elle, l'expression a le signe de a ; avant, le signe contraire. On résume dans un tableau de signes.

QUESTION 24 · LE SIGNE DE AX + B

c'est quoi la racine de ax + b | chnowa el racine | comment trouver la valeur qui annule ax+b | kifech nal9a x elli y'annuli l'expression | racine de -3x + 12 c'est -4 ? | la racine d'une expression affine c'est quoi

CE QU'IL ÉCRIT AU TABLEAU

$$-3x + 12 = 0 \iff x = \frac{-12}{-3} = 4$$

CE QU'IL RÉPOND

La racine mte3 $ax + b$ hiya la valeur mte3 x elli t5alliha égale zéro : n7elou $ax + b = 0$, w nal9aw $x = -\frac{b}{a}$. Lel $-3x + 12$: $-3x = -12$, donc $x = 4$, mouch -4 : ki ndivisiw 3la -3, les deux signes moins yemchiw.

x نلقاو a x plus b égale zéro ، w نحلّو : égale zéro تخلّيها اللي x متاع la valeur هي a x plus b متاع la racine
: moins 4 موش ، moins 3 x plus 12 : moins 3 x égale moins 12 ، donc x égale 4 لـ . égale moins b sur a
كي نديفيزيو على les deux signes moins ، moins 3 يمشيو .

La racine de a x plus b, c'est la valeur de x qui l'annule : on résout a x plus b égale zéro, et on trouve x égale moins b sur a. Pour moins 3 x plus 12 : moins 3 x égale moins 12, donc x égale 4, pas moins 4 : en divisant par moins 3, les deux signes moins disparaissent.

QUESTION 25 · LE SIGNE DE AX + B

comment faire un tableau de signes | kifech na3mel tableau de signes | comment dresser le tableau de signe de ax+b | tableau de signes kifech n3abbih | c'est quoi un tableau de signes | tableau de signe mta3 fonction affine

CE QU'IL ÉCRIT AU TABLEAU

x	$-\infty$		4		$+\infty$
$-3x+12$		$+$	0	$-$	

CE QU'IL RÉPOND

Fi la première ligne, n7ottou x, men $-\infty$ l $+\infty$, w la racine $-\frac{b}{a}$ fel wost. Fi la deuxième ligne, n7ottou zéro ta7t la racine, le signe de a ba3dha, w le signe contraire 9balha. Lel $-3x + 12$: plus 9bal 4, zéro fi 4, moins ba3d 4.

في الوسط . في plus l'infini ، w la racine moins b sur a لـ moins l'infini من ، x نحطّو ، la première ligne في
moins 3 x لـ . قُبَيْلْهَا w le signe contraire ، بعدها la racine ، le signe de a تحت zéro نحطّو ، la deuxième ligne
بعد 4 . moins ، 4 في zéro ، 4 قُبَيْلْ plus 12 : plus

Sur la première ligne, on place x, de moins l'infini à plus l'infini, avec la racine moins b sur a au milieu. Sur la deuxième ligne, on met zéro sous la racine, le signe de a après elle, et le signe contraire avant. Pour moins 3 x plus 12 : plus avant 4, zéro en 4, moins après.

QUESTION 26 · LE SIGNE DE AX + B

pourquoi après la racine c'est le signe de a | 3lech ba3d el racine le signe de a | le signe de a à droite de la racine pourquoi | avant la racine c'est le signe contraire de a ? | comment savoir si c'est le signe de a avant ou après la racine | signe de a ba3d la racine 3lech

CE QU'IL ÉCRIT AU TABLEAU

$$x > -\frac{b}{a} \Rightarrow \text{signe de } a$$

CE QU'IL RÉPOND

La fonction affine ma tbaddelch le sens mte3ha : ken $a > 0$, hiya croissante, donc ba3d la racine tfout zéro w twalli positive. Ken $a < 0$, hiya décroissante, w ba3d la racine twalli négative. 9bal la racine, dima le signe contraire de a.

zéro w تفوت la racine بعد croissante ، donc هي ، a positif كان : متاعها le sens ما تبدّلش la fonction affine
le ، ديما la racine قُبَلْ . négative تولّي la racine بعد décroissante ، w هي ، a négatif كان . positive تولّي
. signe contraire de a

Une fonction affine ne change jamais de sens. Si a est positif, elle est croissante : après la racine, elle dépasse zéro et devient positive. Si a est négatif, elle est décroissante, et après la racine elle devient négative. Avant la racine, on a donc toujours le signe contraire de a.

QUESTION 27 · LE SIGNE DE AX + B

comment vérifier un tableau de signes | kifech nverifi tableau de signes | comment contrôler mon tableau de signe | vérifier le signe avec une valeur | comment contrôler le signe de ax + b | net2akked mel signe kifech

CE QU'IL ÉCRIT AU TABLEAU

$$g(0) = -3 \times 0 + 12 = 12 > 0$$

CE QU'IL RÉPOND

Njarbou valeur sahla, ghaleb zéro, w nchoufou ken le tableau y9oul kif-kif. Lel $-3x + 12$, la racine 4 ; $g(0) = 12 > 0$, w zéro 9bal 4 : lezem le tableau y7ott plus 9bal 4.

نجرّبو valeur ساهلة ، غالب w ، zéro نشوفو كان le tableau يقول كيف كيف . لـ 4 la racine ، 12 plus 3 x moins ؛
. 4 قْبَلْ plus يحط le tableau لازم : 4 قْبَلْ g de zéro égale 12 ، positif ، w zéro

On teste une valeur simple, souvent zéro, et on regarde si le tableau dit la même chose. Pour moins 3 x plus 12, la racine est 4 ; g de zéro égale 12, positif, et zéro est avant 4 : le tableau doit bien mettre plus avant 4.

QUESTION 28 · LE SIGNE DE AX + B

la racine est incluse dans les solutions de g(x) > 0 ? | crochet ouvert wala fermé fel racine | pourquoi le crochet est ouvert en 4 | est-ce qu'on prend la racine dans l'intervalle | g(x) > 0 crochet ouvert 3lech | la racine exclue ou incluse

CE QU'IL ÉCRIT AU TABLEAU

$$g(x) > 0 \iff x \in]-\infty\,;4[$$

CE QU'IL RÉPOND

Lel $g(x) = -3x + 12$, fi 4 l'expression égale zéro. Ken l'inégalité stricte, $g(x) > 0$, zéro ma yemchich : 4 exclu w le crochet ouvert, $]-\infty\,;4[$. B $g(x) \ge 0$, 4 ykoun inclus, crochet fermé.

l'inégalité stricte ، g de x كان . l'expression égale zéro 4 في ، g de x égale moins 3 x plus 12 لـ
g de x supérieur ou égal à zéro ، 4 بـ . exclu w le crochet ouvert 4 : ما يمشيش strictement positif ، zéro
. inclus ، crochet fermé يكون

Pour g de x égale moins 3 x plus 12, en 4 l'expression vaut zéro. Si l'inégalité est stricte, g de x strictement positif, zéro ne convient pas : 4 est exclu et le crochet reste ouvert. Avec supérieur ou égal à zéro, 4 serait inclus, crochet fermé.

Les exercices — avec les corrigés

EXERCICE 1 · BASE **Image par une fonction affine**

Soit f la fonction affine définie par $f(x) = -4x + 9$. Calculer $f(3)$.

Réponse attendue : -3

INDICES, DANS L'ORDRE

1. On remplace x par 3 dans toute l'expression.
2. Respecte les priorités : la multiplication avant l'addition.

3. C'est x qui est multiplié par -4, pas le 9.

CORRECTION

Remplacer —

$$f(3) = -4 \times 3 + 9$$

Multiplication d'abord —

$$f(3) = -12 + 9$$

$$f(3) = -3$$

On remplace, on multiplie, puis on additionne.

PIÈGES ANTICIPÉS

15 → Tu as calculé $(-4 + 9) \times 3$. La multiplication par x se fait avant l'addition de b.

23 → Tu as multiplié le 9 par 3. Seul x est multiplié par le coefficient directeur.

21 → -4×3 vaut -12, pas 12 : un nombre négatif multiplié par un nombre positif donne un nombre négatif.

EXERCICE 2 · BASE

Lire l'ordonnée à l'origine

Soit f la fonction affine définie par $f(x) = 4x - 5$.

Quelle est son ordonnée à l'origine ?

Réponse attendue : -5

INDICES, DANS L'ORDRE

1. L'ordonnée à l'origine est l'image de 0.
2. Remplace x par 0 dans l'expression et calcule.
3. Elle se lit directement dans l'écriture $ax + b$: c'est le terme sans x, signe compris.

CORRECTION

Par définition —

$$f(0) = 4 \times 0 - 5$$

$$f(0) = -5$$

Lecture directe — Dans $f(x) = ax + b$, on lit $a = 4$ et $b = -5$.

$$a = 4 \quad ; \quad b = -5$$

L'ordonnée à l'origine est le terme constant, avec son signe.

PIÈGES ANTICIPÉS

4 → 4 est le coefficient directeur a. L'ordonnée à l'origine est le terme sans x.

5 → Le terme constant est -5 : le signe fait partie de la valeur.

5/4 → $\dfrac{5}{4}$ est la valeur qui **annule** f, pas son ordonnée à l'origine.

EXERCICE 3 · PRATIQUE

Le coefficient directeur par les écarts

f est une fonction affine telle que $f(2) = 7$ et $f(5) = -2$.

Déterminer son coefficient directeur a.

Réponse attendue : -3

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Le coefficient directeur est le quotient de l'écart des images par l'écart des antécédents.
2. Écris les deux écarts dans le **même ordre** en haut et en bas.
   $a = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$
3. Ici $x_1 = 2$, $y_1 = 7$, $x_2 = 5$, $y_2 = -2$.

CORRECTION

Écart des images —

$-2 - 7 = -9$

Écart des antécédents —

$5 - 2 = 3$

Le quotient —

$a = \frac{-9}{3} = -3$

Contrôle — Quand x augmente de 3, l'image perd 9 : elle perd bien 3 par unité.

$a = -3$

Le coefficient directeur mesure ce que gagne l'image quand x augmente de 1.

PIÈGES ANTICIPÉS

`3` → Tu as inversé un des deux écarts. Si les images vont de 7 à -2, l'écart est négatif.

`-9` → -9 est l'écart des images. Il reste à le diviser par l'écart des antécédents.

`-1/3` → Tu as mis l'écart des antécédents en haut. Les images vont au numérateur, les antécédents au dénominateur.

EXERCICE 4 · PRATIQUE

Terminer la détermination

f est affine, $f(2) = 7$ et $f(5) = -2$. On a trouvé $a = -3$.

Déterminer l'ordonnée à l'origine b.

Réponse attendue : 13

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Écris l'égalité $f(2) = 7$ en remplaçant a par sa valeur.
2. Tu obtiens une équation du premier degré d'inconnue b.
3. Vérifie ensuite avec $f(5) = -2$, l'égalité que tu n'as pas utilisée.

CORRECTION

Reporter a —

$f(2) = -3 \times 2 + b = 7$

$-6 + b = 7$

Résoudre —

$b = 7 + 6 = 13$

Vérification — On contrôle avec l'autre couple de valeurs.

$f(5) = -3 \times 5 + 13 = -2 \quad \checkmark$

$b = 13$

On trouve b avec une égalité, on le vérifie avec l'autre.

PIÈGES ANTICIPÉS

`1` → Tu as calculé $7 - 6$. Le terme -6 change de signe en changeant de membre.

`7` → 7 est l'image de 2, pas l'image de 0. Il faut retirer la part apportée par ax.

EXERCICE 5 · RAISONNEMENT

Le signe d'une expression affine

Soit $g(x) = -5x + 10$. On cherche les valeurs de x pour lesquelles $g(x) > 0$.

Écrire l'ensemble des solutions sous forme d'intervalle (note l'infini « inf » ou « ∞ »).

Réponse attendue : `]-inf;2[` — aussi acceptées :]-∞;2[·]-inf,2[

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Commence par chercher la valeur qui **annule** g.
2. De part et d'autre de cette racine, le signe de g est constant.
3. Après la racine, l'expression prend le signe de a. Ici $a = -5$.

CORRECTION

La racine —

$-5x + 10 = 0 \iff -5x = -10 \iff x = 2$

Le signe — $a = -5 < 0$: après 2, g est négative ; avant, elle est positive.

$a = -5 < 0$

Contrôle — $g(0) = 10 > 0$, et 0 est bien avant 2.

$g(0) = 10 > 0$

L'ensemble — L'inégalité est stricte : 2 est exclu.

$S =]-\infty\,;2[$

La racine coupe la droite en deux zones de signe constant. Le signe de a décide de laquelle est laquelle.

PIÈGES ANTICIPÉS

`]2;+inf[` / `]2;+∞[` → Tu as pris l'autre côté. Comme $a < 0$, c'est **avant** la racine que g est positive. Teste $g(0) = 10$.

`]-inf;-2[ / ]-∞;-2[` → Ta borne a le mauvais signe : de $-5x = -10$, les deux signes moins se simplifient.

`]-inf;2] / ]-∞;2]` → L'inégalité est **stricte** : là où g s'annule, $g(x) > 0$ est faux. La racine n'est pas solution, son crochet reste ouvert.

EXERCICE 6 · DEFI

Deux droites qui se croisent

On considère les droites $d_1 : y = 3x - 2$ et $d_2 : y = -x + 6$.

Déterminer l'abscisse de leur point d'intersection.

Réponse attendue : 2

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Un point commun aux deux droites a la même abscisse **et** la même ordonnée sur les deux.
2. Écris l'égalité des deux expressions de y.
3. Tu obtiens une équation du premier degré. Rassemble les x d'un côté.

CORRECTION

Égaler — Au point d'intersection, les deux ordonnées coïncident.

$$3x - 2 = -x + 6$$

Rassembler — On ajoute x et 2 aux deux membres.

$$4x = 8$$

$$x = 2$$

L'ordonnée — On remplace dans l'une des deux équations, et on vérifie avec l'autre.

$$y = 3 \times 2 - 2 = 4 \quad ; \quad y = -2 + 6 = 4 \quad \checkmark$$

$$x = 2$$

Chercher une intersection, c'est résoudre une équation. Les deux droites ont des coefficients différents, donc elles se coupent en un seul point.

PIÈGES ANTICIPÉS

`8` → Tu es arrivé à $4x = 8$ et tu t'es arrêté. Il reste à diviser par 4.

`4` → 4 est l'**ordonnée** du point d'intersection. La question porte sur l'abscisse.

`1` → Vérifie le passage de $3x - 2 = -x + 6$ à $4x = 8$: le $-x$ devient $+x$, et le -2 devient $+2$.

EXERCICE 7 · BASE

Le prix d'une course

Un taxi facture $0{,}900$ dinar de prise en charge, puis $0{,}550$ dinar par kilomètre parcouru.

Calculer le prix, en dinars, d'une course de 12 km.

Réponse attendue : `7.5`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Le prix se compose de deux parts : une part fixe et une part qui dépend des kilomètres.
2. Commence par la part des kilomètres : 12 fois le prix d'un kilomètre.
3. N'oublie pas d'ajouter ce qu'on paie avant même d'avancer.

CORRECTION

Part des kilomètres —

$0{,}550 \times 12 = 6{,}6$

Ajouter la prise en charge —

$6{,}6 + 0{,}900 = 7{,}5$

$7{,}5 \text{ dinars}$

Prix = part fixe + prix au kilomètre × distance : c'est une fonction affine de la distance.

PIÈGES ANTICIPÉS

`6.6` → Tu as compté seulement les kilomètres. La prise en charge de $0{,}900$ dinar se paie aussi.

`17.4` → Tu as multiplié la prise en charge par 12. Elle se paie une seule fois, quelle que soit la distance.

EXERCICE 8 · BASE

L'abonnement au club

Dans un club de sport, on paie 50 dinars de cotisation annuelle, puis 3 dinars par séance. On note $f(x)$ le prix payé pour x séances dans l'année.

Calculer $f(24)$, en dinars.

Réponse attendue : 122

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Écris d'abord $f(x)$: la part qui dépend des séances, plus la part fixe.
2. Remplace ensuite x par 24.

CORRECTION

L'expression —

$f(x) = 3x + 50$

Remplacer —

$f(24) = 3 \times 24 + 50 = 72 + 50$

$f(24) = 122$

La cotisation est l'ordonnée à l'origine, le prix d'une séance le coefficient directeur.

PIÈGES ANTICIPÉS

`72` → Tu as oublié la cotisation de 50 dinars, payée une fois dans l'année.

`1272` → Tu as multiplié $(3 + 50)$ par 24. La cotisation ne se paie pas à chaque séance.

EXERCICE 9 · BASE

La valeur en zéro

Un tableau donne une grandeur y en fonction de x : pour $x = 1, 2, 3, 4$, on lit $y = 5, 8, 11, 14$. La même régularité continue pour toutes les valeurs de x.

Déterminer la valeur de y pour $x = 0$.

Réponse attendue : 2

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Regarde de combien y augmente quand x augmente de 1.
2. Pour passer de $x = 1$ à $x = 0$, on fait le chemin inverse : on recule de 1.

CORRECTION

L'accroissement — Quand x augmente de 1, y augmente de 3.

$$8 - 5 = 11 - 8 = 14 - 11 = 3$$

Reculer d'un pas —

$$y(0) = y(1) - 3 = 5 - 3$$

$$y(0) = 2$$

Un accroissement constant signe une fonction affine ; la valeur en 0 est son ordonnée à l'origine. Ici elle n'est pas nulle : ce n'est pas une proportionnalité.

PIÈGES ANTICIPÉS

`0` → Tu as supposé que y vaut 0 pour $x = 0$. Ce serait vrai pour une proportionnalité, or $\frac{8}{2} \neq \frac{5}{1}$.

`5` → 5 est la valeur pour $x = 1$. Il faut encore reculer d'un pas.

EXERCICE 10 · BASE

Le débit d'un robinet

On remplit une citerne. Le volume V (en litres) est relevé toutes les 5 minutes : 1200 L au départ, puis 1450 L, 1700 L et 1950 L.

Calculer le volume d'eau, en litres, qui entre dans la citerne en une minute.

Réponse attendue : `50`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Calcule d'abord ce qui entre pendant 5 minutes.
2. Le volume gagné est le même d'un relevé à l'autre : partage-le entre les 5 minutes.

CORRECTION

En 5 minutes —

$$1450 - 1200 = 250$$

En une minute —

$$\frac{250}{5} = 50$$

$$50 \text{ L par minute}$$

Le gain par unité de temps est le coefficient directeur : $V(t) = 50t + 1200$.

PIÈGES ANTICIPÉS

`250` → 250 L entrent en 5 minutes. La question porte sur une seule minute.

`1/50` → Tu as divisé les minutes par les litres. On cherche des litres par minute : les litres en haut.

EXERCICE 11 · PRATIQUE

Écrire le modèle

Un réservoir contient déjà 40 litres d'eau. Un robinet y verse 6 litres par minute. On note $V(t)$ le volume, en litres, au bout de t minutes.

Écrire seulement l'expression de $V(t)$ en fonction de t.

Réponse attendue : `6t+40`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Au bout de t minutes, combien de litres le robinet a-t-il versés ?
2. Ajoute ce qui était déjà dans le réservoir.

CORRECTION

Ce que verse le robinet —

$6 \times t = 6t$

Ce qui était déjà là —

40

$V(t) = 6t + 40$

Le coefficient directeur est le débit, l'ordonnée à l'origine le volume de départ.

PIÈGES ANTICIPÉS

`40t+6` → Tu as échangé les rôles : c'est le débit, 6, qui est multiplié par le temps. Les 40 litres sont là dès le départ.

`6t` → Ton expression donne un réservoir vide au départ. Il contient déjà 40 litres.

EXERCICE 12 · PRATIQUE

La facture d'électricité

Une facture d'électricité comporte $5{,}200$ dinars de frais fixes, puis $0{,}092$ dinar par unité consommée. On note $p(x)$ le montant pour x unités.

Calculer $p(350)$, en dinars.

Réponse attendue : `37.4`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Écris $p(x)$ sous la forme $ax + b$: que valent a et b ?
2. Calcule d'abord le prix des 350 unités, puis ajoute les frais fixes.

CORRECTION

L'expression —

$p(x) = 0{,}092x + 5{,}200$

Prix des unités —

$0{,}092 \times 350 = 32{,}2$

Frais fixes —

$32{,}2 + 5{,}200 = 37{,}4$

$p(350) = 37{,}4$

Les frais fixes sont l'ordonnée à l'origine : ils se paient même sans rien consommer.

PIÈGES ANTICIPÉS

`32.2` → Tu as compté les unités seulement. Les $5{,}200$ dinars de frais fixes s'ajoutent.

`1852.2` → Tu as multiplié les frais fixes par 350. Ils se paient une seule fois.

EXERCICE 13 · PRATIQUE

Le salaire du représentant

Le salaire mensuel d'un représentant de commerce se compose d'une partie fixe de 420 dinars et d'une commission de $6\,\%$ sur le montant de ses ventes du mois. Ce mois-ci, il a vendu pour 7500 dinars.

Calculer son salaire du mois, en dinars.

Réponse attendue : `870`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. $6\,\%$ d'un montant, c'est ce montant multiplié par $\dfrac{6}{100}$.
2. Calcule la commission, puis ajoute la partie fixe.

CORRECTION

La commission —

$\dfrac{6}{100} \times 7500 = 450$

Ajouter le fixe —

$420 + 450 = 870$

870 dinars

Avec x le montant des ventes, le salaire est $y = 0{,}06x + 420$: une fonction affine de x.

PIÈGES ANTICIPÉS

`450` → 450 dinars, c'est la commission seule. Il faut lui ajouter la partie fixe.

`45420` → Tu as multiplié les ventes par 6 au lieu de $\dfrac{6}{100}$.

EXERCICE 14 · PRATIQUE

Combien de séances ?

Une salle de sport demande 60 dinars d'inscription, puis 4 dinars par séance. Sami a dépensé en tout 188 dinars cette année.

Déterminer le nombre de séances qu'il a faites.

Réponse attendue : 32

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Appelle x le nombre de séances et écris le prix payé en fonction de x.
2. Tu cherches l'antécédent de 188 : écris l'équation et résous-la.
3. Retire d'abord l'inscription, puis partage ce qui reste entre les séances.

CORRECTION

L'équation —

$4x + 60 = 188$

Retirer l'inscription —

$4x = 128$

Diviser —

$x = \dfrac{128}{4} = 32$

$x = 32$

Chercher la quantité qui correspond à un prix, c'est chercher un antécédent : on résout $ax + b = y$.

PIÈGES ANTICIPÉS

47 → Tu as divisé 188 par 4 sans retirer l'inscription : une partie des 188 dinars ne paie pas de séance.

62 → Tu as ajouté l'inscription au lieu de la retirer. De $4x + 60 = 188$, on passe à $4x = 188 - 60$.

EXERCICE 15 · PRATIQUE

Deux formules au cinéma

Un cinéma propose deux formules. Formule 1 : 3 dinars l'entrée. Formule 2 : un abonnement annuel de 45 dinars, puis $1{,}200$ dinar l'entrée. Une cliente va au cinéma 30 fois dans l'année.

Calculer, en dinars, ce qu'elle économise en choisissant la formule 2.

Réponse attendue : 9

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Calcule la dépense annuelle avec chaque formule.
2. L'économie est la différence entre la formule la plus chère et la moins chère.

CORRECTION

Formule 1 —

$3 \times 30 = 90$

Formule 2 —

$45 + 1{,}2 \times 30 = 45 + 36 = 81$

L'économie —

$90 - 81 = 9$

9 dinars

Comparer deux tarifs, c'est comparer les images d'un même nombre par deux fonctions, ici une linéaire et une affine.

PIÈGES ANTICIPÉS

`81` → 81 dinars est le prix avec la formule 2. On demande l'économie : la différence avec la formule 1.

`54` → Tu as oublié l'abonnement de 45 dinars dans la formule 2.

EXERCICE 16 · PRATIQUE

Degrés Celsius et Fahrenheit

On admet que la température $F(x)$ en degrés Fahrenheit s'obtient à partir de la température x en degrés Celsius par $F(x) = 1{,}8x + 32$.

Calculer $F(25)$, la température en degrés Fahrenheit d'une journée à 25 °C.

Réponse attendue : `77`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Remplace x par 25.
2. La multiplication passe avant l'addition.

CORRECTION

Remplacer —

$F(25) = 1{,}8 \times 25 + 32$

Multiplier d'abord —

$F(25) = 45 + 32$

$F(25) = 77$

Changer d'unité de température, c'est appliquer une fonction affine, pas une proportionnalité : 0 °C ne donne pas 0 °F.

PIÈGES ANTICIPÉS

`45` → Tu as oublié d'ajouter 32 : 0 °C correspond à 32 °F, pas à 0 °F.

`102.6` → Tu as calculé $(25 + 32) \times 1{,}8$. Seul x est multiplié par $1{,}8$.

EXERCICE 17 · RAISONNEMENT

Quand les deux taxis se valent

Le taxi A facture $1{,}2$ dinar par kilomètre, sans autres frais. Le taxi B facture 3 dinars de prise en charge, puis $0{,}8$ dinar par kilomètre.

Déterminer la distance, en km, pour laquelle les deux taxis coûtent le même prix.

Réponse attendue : `15/2`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Écris le prix de chaque taxi pour x kilomètres.
2. Les deux prix sont égaux : écris l'équation.
3. Rassemble les termes en x dans un même membre.

CORRECTION

Les deux prix —

$A(x) = 1{,}2x \quad ; \quad B(x) = 0{,}8x + 3$

Égaler —

$1{,}2x = 0{,}8x + 3$

Rassembler —

$0{,}4x = 3$

Diviser —

$x = \dfrac{3}{0{,}4} = 7{,}5$

$x = 7{,}5 \text{ km}$

Avant $7{,}5$ km le taxi A est moins cher, après c'est le taxi B : le coefficient directeur le plus petit finit toujours par l'emporter.

PIÈGES ANTICIPÉS

3/2 → Tu as ajouté $0{,}8x$ au lieu de le soustraire : de $1{,}2x = 0{,}8x + 3$, on retire $0{,}8x$ des deux membres.

2/15 → Tu as divisé $0{,}4$ par 3. De $0{,}4x = 3$, on tire $x = \dfrac{3}{0{,}4}$.

EXERCICE 18 · RAISONNEMENT

La formule la plus avantageuse

Un cinéma propose deux formules. Formule 1 : $2{,}5$ dinars l'entrée. Formule 2 : un abonnement de 40 dinars, puis $0{,}5$ dinar l'entrée. On note x le nombre d'entrées dans l'année.

Déterminer le plus petit nombre d'entrées pour lequel la formule 2 est strictement moins chère.

Réponse attendue : 21

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Écris la dépense annuelle avec chaque formule.
2. Traduis « la formule 2 est strictement moins chère » par une inéquation.
3. Le nombre d'entrées est un entier : regarde quel est le premier entier qui convient.

CORRECTION

Les deux dépenses —

$f_1(x) = 2{,}5x \quad ; \quad f_2(x) = 0{,}5x + 40$

L'inéquation —

$0{,}5x + 40 < 2{,}5x$

Résoudre —

$40 < 2x \iff x > 20$

Un nombre entier — Pour $x = 20$, les deux formules coûtent 50 dinars : il faut dépasser 20.

$f_1(20) = f_2(20) = 50$

$x = 21$

Une inéquation donne un intervalle ; un nombre d'entrées, lui, est entier. On choisit le premier entier de l'intervalle.

PIÈGES ANTICIPÉS

`20` → Pour 20 entrées, les deux formules coûtent exactement 50 dinars : la formule 2 n'est pas encore strictement moins chère.

`40/3 / 14` → Tu as ajouté $0{,}5x$ au lieu de le soustraire. De $0{,}5x + 40 < 2{,}5x$, on obtient $40 < 2x$.

EXERCICE 19 · RAISONNEMENT

L'aire d'un trapèze

$ABCD$ est un rectangle tel que $AB = 6$ et $AD = 4$. M est un point du segment $[AB]$ et on pose $AM = x$. On s'intéresse à l'aire du quadrilatère $MBCD$, qui est le rectangle privé du triangle AMD, rectangle en A.

Déterminer x pour que l'aire de $MBCD$ soit égale à 17.

Réponse attendue : `7/2`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Calcule l'aire du rectangle, puis celle du triangle AMD en fonction de x.
2. L'aire d'un triangle rectangle est la moitié du produit des deux côtés de l'angle droit.
3. Tu obtiens une fonction affine de x : écris qu'elle vaut 17.

CORRECTION

Le rectangle —

$AB \times AD = 6 \times 4 = 24$

Le triangle AMD —

$\dfrac{AM \times AD}{2} = \dfrac{4x}{2} = 2x$

L'aire de MBCD —

$f(x) = 24 - 2x$

Résoudre —

$24 - 2x = 17 \iff 2x = 7$

Et $3{,}5$ est bien entre 0 et 6.

$x = 3{,}5$

L'aire de $MBCD$ est une fonction affine de x, de coefficient directeur -2 : elle diminue de 2 quand AM augmente de 1.

PIÈGES ANTICIPÉS

`1.75` → Tu as pris $4x$ pour l'aire du triangle. L'aire d'un triangle rectangle est la **moitié** du produit des côtés de l'angle droit.

`20.5` → Tu as obtenu $2x = 41$. De $24 - 2x = 17$, on tire $2x = 24 - 17$.

EXERCICE 20 · RAISONNEMENT

Le prix de la salle

Le prix d'une salle des fêtes est une fonction affine du nombre d'invités : une part fixe pour la location, plus un prix par invité. Pour 80 invités on paie 2100 dinars, pour 120 invités 2900 dinars.

Déterminer la part fixe, en dinars.

Réponse attendue : `500`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Commence par le prix par invité : combien coûtent les 40 invités de plus ?
2. La part fixe est ce qu'il reste quand on retire à 2100 le prix des 80 invités.

CORRECTION

Prix par invité —

$$a = \frac{2900 - 2100}{120 - 80} = \frac{800}{40} = 20$$

La part fixe —

$$2100 = 20 \times 80 + b \iff b = 2100 - 1600$$

Vérification —

$$20 \times 120 + 500 = 2900 \quad \checkmark$$

$$b = 500$$

Le prix par invité est le coefficient directeur, la location l'ordonnée à l'origine.

PIÈGES ANTICIPÉS

`20` → 20 dinars est le prix par invité, le coefficient directeur. La question porte sur la part fixe.

`105/4` → Tu as divisé 2100 par 80, comme si le prix était proportionnel au nombre d'invités. La part fixe l'empêche.

EXERCICE 21 · DEFI

Deux réservoirs

Un réservoir contient 900 litres et se vide de 15 litres par minute. Un second contient 300 litres et se remplit de 25 litres par minute. Les deux robinets s'ouvrent au même instant.

Au bout de combien de minutes les deux réservoirs contiennent-ils le même volume ?

Réponse attendue : `15`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Écris le volume de chaque réservoir au bout de t minutes : l'un perd, l'autre gagne.
2. Le coefficient directeur du réservoir qui se vide est négatif.
3. Égale les deux volumes et rassemble les t.

CORRECTION

Les deux volumes —

$V_1(t) = -15t + 900 \quad ; \quad V_2(t) = 25t + 300$

Égaler —

$900 - 15t = 300 + 25t$

Rassembler —

$600 = 40t$

$t = 15$

Vérification —

$V_1(15) = V_2(15) = 675$

Un réservoir qui se vide a un coefficient directeur négatif. L'écart de 600 litres se comble au rythme de $15 + 25 = 40$ litres par minute.

PIÈGES ANTICIPÉS

`60` → Tu as compté un écart qui se comble de $25 - 15 = 10$ litres par minute. Mais l'un perd pendant que l'autre gagne : l'écart diminue de 40 litres par minute.

`30` → L'écart de départ est $900 - 300 = 600$ litres, pas 1200.

EXERCICE 22 · DEFI

Trois offres de téléphone

Pour t minutes d'appels par mois, l'offre A coûte $0{,}15$ dinar la minute ; l'offre B coûte 9 dinars d'abonnement plus $0{,}06$ dinar la minute ; l'offre C coûte 18 dinars, appels illimités.

Pour quelles durées t l'offre B est-elle strictement la moins chère des trois ? Écrire l'intervalle, par exemple «]2;7[».

Réponse attendue : `]100;150[` — aussi acceptées :]100,150[

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Écris le prix de chaque offre en fonction de t.
2. B doit être moins chère que A **et** moins chère que C : deux inéquations.
3. Les durées qui conviennent vérifient les deux à la fois.

CORRECTION

Les trois prix —

$A(t) = 0{,}15t \quad ; \quad B(t) = 0{,}06t + 9 \quad ; \quad C(t) = 18$

B moins chère que A —

$0{,}06t + 9 < 0{,}15t \iff 9 < 0{,}09t \iff t > 100$

B moins chère que C —

$0{,}06t + 9 < 18 \iff 0{,}06t < 9 \iff t < 150$

Les deux à la fois — Pour $t = 100$, A et B coûtent 15 dinars ; pour $t = 150$, B et C coûtent 18 dinars : les bornes sont exclues.

$S =]100\,;150[$

Être le moins cher de trois, c'est l'être face à chacun des deux autres : on résout deux inéquations et on garde ce qui est commun.

PIÈGES ANTICIPÉS

`]100;+inf[ / ]100;+∞[ / ]100;+oo[` → Tu as comparé B à A seulement. Au-delà de 150 minutes, l'offre C à 18 dinars devient moins chère que B.

`[100;150]` → On demande « strictement la moins chère » : pour $t = 100$ et $t = 150$, B est à égalité avec une autre offre. Les bornes sont exclues.

`]0;100[` → Pour moins de 100 minutes, c'est l'offre A, sans abonnement, qui est la moins chère.

EXERCICE 23 · BASE

Lire le coefficient directeur

Soit f la fonction affine définie par $f(x) = 7 - 3x$.

Quel est son coefficient directeur a ?

Réponse attendue : `-3`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Le coefficient directeur est le nombre qui multiplie x.
2. Réécris d'abord l'expression dans l'ordre habituel, le terme en x en premier.
3. Le signe placé devant le terme en x fait partie du coefficient.

CORRECTION

Réordonner —

$f(x) = -3x + 7$

Identifier —

$a = -3 \quad ; \quad b = 7$

$a = -3$

L'ordre des termes ne change rien : a est toujours le nombre qui multiplie x, avec son signe.

PIÈGES ANTICIPÉS

`7` → 7 est le terme sans x : c'est l'ordonnée à l'origine b.

`3` → Le terme en x est $-3x$: le coefficient est -3, signe compris.

EXERCICE 24 · BASE

Image d'un nombre négatif

Soit f la fonction affine définie par $f(x) = 5x - 8$. Calculer $f(-2)$.

Réponse attendue : -18

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Remplace x par -2, en gardant les parenthèses.
2. Un nombre positif multiplié par un nombre négatif donne un nombre négatif.

CORRECTION

Remplacer —

$$f(-2) = 5 \times (-2) - 8$$

Multiplier d'abord —

$$f(-2) = -10 - 8$$

$$f(-2) = -18$$

Pour un nombre négatif, on remplace avec des parenthèses : le signe du produit se lit alors sans erreur.

PIÈGES ANTICIPÉS

2 → Tu as calculé $5 \times 2 - 8$. Le signe moins de -2 doit rester dans le produit.

-2 → $-10 - 8$ vaut -18 : on ajoute deux pertes, on ne les compense pas.

EXERCICE 25 · BASE

Une ordonnée à l'origine fractionnaire

Soit f la fonction affine définie par $f(x) = -\frac{1}{4}x + \frac{3}{2}$.

Quelle est son ordonnée à l'origine ?

Réponse attendue : 3/2

INDICES, DANS L'ORDRE

1. L'ordonnée à l'origine est l'image de 0.
2. Quand $x = 0$, le terme en x disparaît.

CORRECTION

Image de 0 —

$$f(0) = -\frac{1}{4} \times 0 + \frac{3}{2}$$

$$f(0) = \frac{3}{2}$$

Une fraction ne change rien à la lecture : b est le terme sans x.

PIÈGES ANTICIPÉS

-1/4 → $-\frac{1}{4}$ multiplie x : c'est le coefficient directeur a.

-3/2 → Le terme constant est $+\frac{3}{2}$: son signe ne change pas.

EXERCICE 26 · BASE

L'antécédent de zéro

Soit f la fonction affine définie par $f(x) = 2x + 6$.

Déterminer l'antécédent de 0 par f.

Réponse attendue : `-3`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Chercher l'antécédent de 0, c'est résoudre $f(x) = 0$.
2. Isole d'abord le terme en x, puis divise.

CORRECTION

L'équation —

$2x + 6 = 0$

Isoler —

$2x = -6$

$x = -3$

Vérification —

$f(-3) = 2 \times (-3) + 6 = 0$ ✓

L'antécédent se trouve en résolvant une équation ; l'image, en remplaçant.

PIÈGES ANTICIPÉS

3 → En passant de l'autre côté, $+6$ devient -6 : $2x = -6$.

6 → 6 est l'**image** de 0, $f(0)$. On demande le nombre dont l'image est 0.

EXERCICE 27 · BASE

Une fonction linéaire

Soit f la fonction définie par $f(x) = 0{,}5x$.

Quelle est son ordonnée à l'origine ?

Réponse attendue : `0`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Écris $f(x)$ sous la forme $ax + b$: que vaut le terme sans x ?
2. Calcule l'image de 0.

CORRECTION

La forme ax + b —

$f(x) = 0{,}5x + 0$

Image de 0 —

$f(0) = 0{,}5 \times 0 = 0$

$b = 0$

Une fonction linéaire est une fonction affine dont l'ordonnée à l'origine est nulle : sa droite passe par l'origine.

PIÈGES ANTICIPÉS

`0.5` → $0{,}5$ est le coefficient directeur. L'ordonnée à l'origine est le terme sans x, ici absent.

EXERCICE 28 · PRATIQUE

Retrouver un antécédent

Soit f la fonction affine définie par $f(x) = -4x + 7$.

Déterminer l'antécédent de 31 par f.

Réponse attendue : `-6`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Écris l'équation $f(x) = 31$.
2. Retire 7 aux deux membres, puis divise par le coefficient de x, avec son signe.

CORRECTION

L'équation —

$$-4x + 7 = 31$$

Retirer 7 —

$$-4x = 24$$

Diviser par -4 —

$$x = \frac{24}{-4}$$

$$x = -6$$

Diviser par un nombre négatif change le signe du résultat : on vérifie avec $f(-6) = 24 + 7 = 31$.

PIÈGES ANTICIPÉS

`6` → Tu as divisé par 4 au lieu de -4. Le quotient de 24 par -4 est négatif.

`-19/2` → Tu as ajouté 7 au lieu de le retirer : de $-4x + 7 = 31$, on tire $-4x = 31 - 7$.

EXERCICE 29 · PRATIQUE

Image d'une fraction

Soit f la fonction affine définie par $f(x) = -3x + 2$. Calculer $f\left(-\frac{5}{6}\right)$.

Réponse attendue : `9/2`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Remplace x par $-\frac{5}{6}$, entre parenthèses.
2. Simplifie le produit $-3 \times \left(-\frac{5}{6}\right)$ avant d'ajouter 2.

---

3. Pour ajouter 2, écris-le avec le même dénominateur.

CORRECTION

Remplacer —

$$f\left(-\frac{5}{6}\right) = -3 \times \left(-\frac{5}{6}\right) + 2$$

Le produit — Moins par moins donne plus.

$$-3 \times \left(-\frac{5}{6}\right) = \frac{15}{6} = \frac{5}{2}$$

Ajouter 2 —

$$\frac{5}{2} + \frac{4}{2} = \frac{9}{2}$$

$$f\left(-\frac{5}{6}\right) = \frac{9}{2}$$

Avec une fraction, on suit le même ordre : remplacer, multiplier et simplifier, puis ajouter.

PIÈGES ANTICIPÉS

-1/2 → Le produit de deux nombres négatifs est positif : $-3 \times \left(-\frac{5}{6}\right) = +\frac{5}{2}$.

17/6 → Tu as ajouté 2 au numérateur seulement. $2 = \frac{12}{6}$, donc $\frac{15}{6} + 2 = \frac{27}{6}$.

EXERCICE 30 · PRATIQUE

Laquelle est linéaire ?

On considère les fonctions f, g et h définies par $f(x) = 2x + 1$, $g(x) = 3(x + 1) - 3$ et $h(x) = 5$.

Laquelle de ces trois fonctions est linéaire ? Répondre par « f », « g » ou « h ».

Réponse attendue : g — aussi acceptées : g(x) · la fonction g · c'est g · c'est la fonction g

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Une fonction linéaire s'écrit ax : son ordonnée à l'origine est nulle.
2. Développe et réduis chaque expression avant de juger.
3. Calcule l'image de 0 par chacune.

CORRECTION

Réduire g —

$$g(x) = 3x + 3 - 3 = 3x$$

Les images de 0 —

$$f(0) = 1 \quad ; \quad g(0) = 0 \quad ; \quad h(0) = 5$$

Conclure — f est affine non linéaire, h est constante, seule g est linéaire.

$$g(x) = 3x$$

On juge une expression une fois réduite : une écriture compliquée peut cacher une fonction linéaire.

PIÈGES ANTICIPÉS

`h / h(x) / c'est h / la fonction h` → h est **constante** : son coefficient directeur est nul, mais son ordonnée à l'origine vaut 5.

`f / f(x) / c'est f / la fonction f` → $f(0) = 1$: la droite de f ne passe pas par l'origine. Développe $g(x)$ avant de conclure.

EXERCICE 31 · PRATIQUE

Réduire avant de lire

Soit f la fonction définie par $f(x) = 2(3 - x) + 4x$.

Réduire $f(x)$, puis donner son coefficient directeur.

Réponse attendue : 2

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Développe $2(3 - x)$.
2. Regroupe ensuite les termes en x pour écrire $f(x)$ sous la forme $ax + b$.

CORRECTION

Développer —

$f(x) = 6 - 2x + 4x$

Réduire —

$f(x) = 2x + 6$

$a = 2$

Une expression n'est lisible qu'une fois développée et réduite sous la forme $ax + b$.

PIÈGES ANTICIPÉS

`-2` → -2 ne vient que de $2(3 - x)$: il reste le terme $+4x$ à regrouper avec lui.

`4` → Tu as lu le seul terme $4x$. Le développement de $2(3 - x)$ apporte aussi un terme en x.

`6` → 6 est l'ordonnée à l'origine. On demande le nombre qui multiplie x.

EXERCICE 32 · PRATIQUE

Une affine cachée

Soit f la fonction définie par $f(x) = (x + 3)^2 - x^2$.

Montrer que f est affine en réduisant $f(x)$, puis donner son coefficient directeur.

Réponse attendue : 6

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Développe $(x + 3)^2$ avec l'identité remarquable, sans oublier le double produit.
2. Les termes en x^2 s'en vont : il reste une expression de la forme $ax + b$.

CORRECTION

L'identité —

$$(x+3)^2 = x^2 + 2 \times x \times 3 + 9 = x^2 + 6x + 9$$

Réduire —

$$f(x) = x^2 + 6x + 9 - x^2 = 6x + 9$$

$$a = 6$$

Une expression qui contient un carré peut être affine une fois réduite : il faut développer pour le savoir.

PIÈGES ANTICIPÉS

0 → $(x+3)^2$ n'est pas $x^2 + 9$: il manque le double produit $2 \times x \times 3 = 6x$.

3 → Le double produit est $2 \times x \times 3 = 6x$, pas $3x$.

9 → 9 est l'ordonnée à l'origine. Le coefficient directeur est le nombre qui multiplie x.

EXERCICE 33 · PRATIQUE

Un coefficient fractionnaire

Soit f la fonction affine définie par $f(x) = \frac{2}{3}x - 1$.

Déterminer l'antécédent de 3 par f.

Réponse attendue : 6

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Écris l'équation $f(x) = 3$ et isole le terme en x.
2. Diviser par $\frac{2}{3}$, c'est multiplier par $\frac{3}{2}$.

CORRECTION

L'équation —

$$\frac{2}{3}x - 1 = 3$$

Isoler —

$$\frac{2}{3}x = 4$$

Multiplier par 3/2 —

$$x = 4 \times \frac{3}{2}$$

$$x = 6$$

Pour isoler x devant un coefficient fractionnaire, on multiplie par son inverse.

PIÈGES ANTICIPÉS

3 → Tu es parti de $\frac{2}{3}x = 2$. Le -1 devient $+1$ en changeant de membre : $\frac{2}{3}x = 4$.

8/3 → Tu as multiplié 4 par $\frac{2}{3}$. Pour défaire une multiplication par $\frac{2}{3}$, on multiplie par $\frac{3}{2}$.

Maths à la carte
ABDELKADER HAMMAMI

EXERCICE 34 · RAISONNEMENT

Rendre une fonction constante

Soit m un réel et f la fonction affine définie par $f(x) = (m-2)x + 5$.

Déterminer m pour que f soit constante.

Réponse attendue : 2

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Une fonction affine est constante quand son coefficient directeur est nul.
2. Ici le coefficient directeur dépend de m : lequel est-il ?

CORRECTION

Le coefficient —

$a = m - 2$

Le rendre nul —

$m - 2 = 0$

$m = 2$

Vérification —

$f(x) = 0 \times x + 5 = 5$

Constante signifie $a = 0$; linéaire signifie $b = 0$. On traduit la propriété, puis on résout.

PIÈGES ANTICIPÉS

-2 → De $m - 2 = 0$, on tire $m = +2$: le -2 change de signe en changeant de membre.

5 → Pour qu'elle soit constante, c'est le coefficient de x qu'il faut annuler, pas l'ordonnée à l'origine.

EXERCICE 35 · RAISONNEMENT

Rendre une fonction linéaire

Soit m un réel et g la fonction affine définie par $g(x) = (m+1)x + m - 4$. On choisit m pour que g soit linéaire.

Déterminer alors le coefficient directeur de g.

Réponse attendue : 5

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Une fonction linéaire a une ordonnée à l'origine nulle.
2. Trouve d'abord m, puis remplace-le pour écrire $g(x)$ sous la forme $ax + b$.

CORRECTION

Ordonnée nulle —

$m - 4 = 0 \iff m = 4$

Remplacer m —

$g(x) = (4+1)x + 0 = 5x$

$a = 5$

Le paramètre se trouve avec la propriété demandée ; on le reporte ensuite dans l'expression.

PIÈGES ANTICIPÉS

`4` → 4 est la valeur de m. La question porte sur le coefficient directeur, $m + 1$.

`0` → Tu as annulé le coefficient de x : cela rend g constante. Linéaire veut dire ordonnée à l'origine nulle.

EXERCICE 36 · RAISONNEMENT

Ce que gagne l'image

f est une fonction affine. Pour tout réel x, $f(x+1) - f(x) = 4$. De plus, $f(0) = -3$. Calculer $f(5)$.

Réponse attendue : 17

INDICES, DANS L'ORDRE

1. $f(x+1) - f(x)$, c'est ce que gagne l'image quand x augmente de 1 : quel nom porte ce nombre ?
2. $f(0)$ te donne l'ordonnée à l'origine.
3. Écris $f(x)$, puis remplace x par 5.

CORRECTION

Le coefficient — L'image gagne 4 quand x augmente de 1.

$a = 4$

L'ordonnée à l'origine —

$b = f(0) = -3$

L'expression —

$f(x) = 4x - 3$

$f(5) = 20 - 3 = 17$

Le coefficient directeur est le gain de l'image pour un pas de 1 : cinq pas depuis $f(0)$ font gagner $5a$.

PIÈGES ANTICIPÉS

`20` → Tu as compté les cinq pas de 4, mais en partant de 0. On part de $f(0) = -3$.

`23` → On part de $f(0) = -3$, pas de $+3$: $20 - 3 = 17$.

EXERCICE 37 · DEFI

Un paramètre à retrouver

Soit m un réel et f la fonction affine définie par $f(x) = (2m-1)x + m + 3$. On sait que $f(2) = 9$.

Déterminer m.

Réponse attendue : 8/5

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Remplace x par 2 dans l'expression : tu obtiens une expression en m.
2. Développe $2(2m-1)$ et regroupe les termes en m.
3. Écris que le résultat vaut 9 et résous.

CORRECTION

Remplacer x —

$$f(2) = 2(2m-1) + m + 3$$

Réduire —

$$f(2) = 4m - 2 + m + 3 = 5m + 1$$

Résoudre —

$$5m + 1 = 9 \iff 5m = 8$$

$$m = \frac{8}{5}$$

Une condition sur une image devient une équation d'inconnue le paramètre.

PIÈGES ANTICIPÉS

2 → Tu as obtenu $5m = 10$. De $5m + 1 = 9$, on retire 1 : $5m = 8$.

7/3 → Tu as oublié de multiplier $(2m-1)$ par 2 : c'est $f(2)$, donc $x = 2$ multiplie le coefficient.

EXERCICE 38 · DEFI

L'image d'une image

Soit b un réel et f la fonction affine définie par $f(x) = 2x + b$. On sait que $f\big(f(1)\big) = 11$.

Déterminer b.

Réponse attendue : 7/3

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Calcule d'abord $f(1)$: c'est une expression en b.
2. Calcule ensuite l'image de ce nombre par f.
3. Le b apparaît alors deux fois : regroupe-les.

CORRECTION

Premier passage —

$$f(1) = 2 + b$$

Second passage —

$$f(2 + b) = 2(2 + b) + b = 4 + 3b$$

Résoudre —

$$4 + 3b = 11 \iff 3b = 7$$

$$b = \frac{7}{3}$$

On applique f deux fois, en gardant b comme une inconnue à chaque passage.

PIÈGES ANTICIPÉS

9 → Tu as écrit $f(1) = 11$. Or c'est l'image de $f(1)$ qui vaut 11 : il faut appliquer f deux fois.

7/2 → Dans $f(2 + b) = 2(2 + b) + b$, b apparaît deux fois : $2b + b = 3b$.

EXERCICE 39 · BASE

Un point de la droite

Dans un repère (O, I, J), la droite D représente la fonction affine f définie par $f(x) = 3x - 7$.

Calculer l'ordonnée du point de D d'abscisse 4.

Réponse attendue : 5

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Un point de D a pour coordonnées $\big(x\,;f(x)\big)$.
2. Soit y l'ordonnée cherchée : c'est l'image de l'abscisse du point.

CORRECTION

Ordonnée = image —

$y = f(4)$

Calculer —

$f(4) = 12 - 7$

$y = 5$

Sur la droite de f, l'ordonnée d'un point est l'image de son abscisse : le point est $(4\,;5)$.

PIÈGES ANTICIPÉS

19 → Tu as ajouté 7. L'expression est $3x - 7$: on retire 7.

12 → 12 est seulement 3×4 : il reste à retirer 7.

EXERCICE 40 · BASE

Le point d'ordonnée donnée

La droite D représente la fonction affine f définie par $f(x) = 4x - 6$.

Déterminer l'abscisse du point de D d'ordonnée 10.

Réponse attendue : 4

INDICES, DANS L'ORDRE

1. L'ordonnée est connue : c'est l'image. On cherche donc un antécédent.
2. Résous l'équation $f(x) = 10$.

CORRECTION

L'équation —

$4x - 6 = 10$

Isoler —

$4x = 16$

$x = 4$

Abscisse connue : on calcule l'image. Ordonnée connue : on résout une équation.

PIÈGES ANTICIPÉS

34 → Tu as calculé $f(10)$: c'est l'ordonnée du point d'**abscisse** 10. Ici, c'est l'ordonnée qui vaut 10.

1 → De $4x - 6 = 10$, on tire $4x = 10 + 6$, pas $10 - 6$.

EXERCICE 41 · BASE

Le point est-il sur la droite ?

Dans un repère (O, I, J), D est la droite d'équation $y = \frac{3}{4}x - 1$. On considère le point $B(8\,;5)$.

Vrai ou faux : « B appartient à D ». Répondre par « vrai » ou « faux ».

Réponse attendue : `vrai` — aussi acceptées : oui

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Un point appartient à la droite quand ses coordonnées vérifient l'équation.
2. Calcule $\frac{3}{4}x - 1$ pour l'abscisse de B, et compare à son ordonnée.

CORRECTION

Remplacer x par 8 —

$\frac{3}{4} \times 8 - 1 = 6 - 1 = 5$

Comparer — On trouve exactement l'ordonnée de B.

$y_B = 5$

$B \in D$

Pour tester un point, on remplace son abscisse dans l'équation et on compare le résultat à son ordonnée.

PIÈGES ANTICIPÉS

`faux / non` → Refais le calcul : $\frac{3}{4} \times 8 = 6$, et $6 - 1 = 5$, l'ordonnée de B.

EXERCICE 42 · BASE

Où la droite coupe l'axe des abscisses

La droite D représente la fonction affine f définie par $f(x) = 5x + 10$.

Déterminer l'abscisse du point où D coupe l'axe des abscisses.

Réponse attendue : `-2`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Un point de l'axe des abscisses a une ordonnée nulle.
2. Résous l'équation $f(x) = 0$.

CORRECTION

L'équation —

$5x + 10 = 0$

Isoler —

$5x = -10$

$x = -2$

La droite coupe l'axe des abscisses au point d'ordonnée 0, ici $(-2\,;0)$, et l'axe des ordonnées en $(0\,;b)$.

PIÈGES ANTICIPÉS

`2` → En changeant de membre, $+10$ devient -10 : $5x = -10$.

`10` → 10 est l'ordonnée du point où D coupe l'axe des **ordonnées**.

EXERCICE 43 · PRATIQUE

Lire une droite décrite

Une droite D représente une fonction affine f. Elle coupe l'axe des ordonnées au point $(0\,;-1)$, et quand on avance de 1 vers la droite, on monte de 3.

Écrire seulement l'expression de $f(x)$, sans « $f(x) =$ ».

Réponse attendue : `3x-1`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Le point d'intersection avec l'axe des ordonnées donne b.
2. Ce qu'on monte pour un pas de 1 vers la droite, c'est a.

CORRECTION

Ordonnée à l'origine —

$b = -1$

Coefficient directeur —

$a = 3$

$f(x) = 3x - 1$

Sur un graphique, b se lit sur l'axe des ordonnées, a sur un déplacement d'une unité vers la droite.

PIÈGES ANTICIPÉS

`-x+3` → Tu as échangé a et b. Le point sur l'axe des ordonnées donne $b = -1$, la montée donne $a = 3$.

`3x+1` → La droite coupe l'axe des ordonnées **sous** l'origine, en -1 : $b = -1$.

EXERCICE 44 · PRATIQUE

Le coefficient entre deux points

Dans un repère, la droite D passe par les points $A(-2\,;-1)$ et $B(4\,;3)$.

Calculer le coefficient directeur de D.

Maths à la carte — ABDELKADER HAMMAMI

Réponse attendue : 2/3

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Utilise le quotient des écarts, dans le même ordre en haut et en bas.

$$a = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$$

2. Attention aux soustractions de nombres négatifs : $3 - (-1) = 3 + 1$.

CORRECTION

Écart des ordonnées —

$$3 - (-1) = 4$$

Écart des abscisses —

$$4 - (-2) = 6$$

Le quotient —

$$a = \frac{4}{6}$$

$$a = \frac{2}{3}$$

Ordonnées en haut, abscisses en bas, dans le même ordre ; on simplifie la fraction à la fin.

PIÈGES ANTICIPÉS

3/2 → Tu as mis l'écart des abscisses en haut. Ce sont les ordonnées qui vont au numérateur.

2 → Tu as calculé $4 - 2$ en bas : $4 - (-2) = 4 + 2 = 6$.

EXERCICE 45 · PRATIQUE

Une intersection avec l'axe

La droite D a pour équation $y = -\frac{1}{2}x + 3$.

Déterminer l'abscisse du point où D coupe l'axe des abscisses.

Réponse attendue : 6

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Sur l'axe des abscisses, l'ordonnée est nulle.
2. Isole le terme en x, puis multiplie par l'inverse de son coefficient.

CORRECTION

L'équation —

$$-\frac{1}{2}x + 3 = 0$$

Isoler —

$$-\frac{1}{2}x = -3$$

Multiplier par -2 —

$$x = (-3) \times (-2)$$

$x = 6$

Le point cherché est $(6\,;0)$; on peut le vérifier : $-\frac{1}{2} \times 6 + 3 = 0$.

PIÈGES ANTICIPÉS

-6 → $(-3) \times (-2)$ est positif : deux signes moins donnent un plus.

3 → 3 est l'ordonnée du point où D coupe l'axe des **ordonnées**.

EXERCICE 46 · PRATIQUE

Une droite parallèle à l'axe des abscisses

Dans un repère (O, I, J), la droite D est parallèle à l'axe des abscisses et passe par le point $A(5\,;-2)$. Elle représente une fonction affine g.

Quelle est l'ordonnée du point de D d'abscisse 2026 ?

Réponse attendue : -2

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Soit y l'ordonnée cherchée. Sur une droite parallèle à l'axe des abscisses, tous les points ont la même ordonnée.
2. Quel est le coefficient directeur de g ? Que devient alors $g(x)$?

CORRECTION

Une fonction constante — La droite ne monte ni ne descend : $a = 0$.

$g(x) = 0 \times x + b$

Passer par A —

$g(5) = -2 \iff b = -2$

$g(2026) = -2$

Une droite parallèle à l'axe des abscisses représente une fonction constante : toutes les images sont égales.

PIÈGES ANTICIPÉS

2026 → 2026 est l'abscisse du point. Son ordonnée, comme celle de tous les points de D, est celle de A.

5 → 5 est l'abscisse de A. Ce qui reste commun à tous les points de D, c'est l'ordonnée.

EXERCICE 47 · PRATIQUE

Placer un point sur la droite

Le point $M(m\,;7)$ appartient à la droite D d'équation $y = -3x + 1$.

Déterminer m.

Réponse attendue : -2

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Les coordonnées de M vérifient l'équation de D.

2. Remplace x par m et y par 7, puis résous.

CORRECTION

Remplacer —

$7 = -3m + 1$

Isoler —

$-3m = 6$

$m = -2$

« Le point appartient à la droite » se traduit par une équation dont l'inconnue est la coordonnée manquante.

PIÈGES ANTICIPÉS

2 → De $-3m = 6$, on tire $m = \dfrac{6}{-3}$: le quotient est négatif.

-20 → Tu as calculé l'image de 7. Mais 7 est l'**ordonnée** de M ; c'est son abscisse qu'on cherche.

EXERCICE 48 · PRATIQUE

Faire passer la droite par un point

Soit b un réel. On veut que la droite d'équation $y = 2x + b$ passe par le point $A(3\,;-1)$.

Déterminer b.

Réponse attendue : -7

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Remplace x et y par les coordonnées de A.
2. Tu obtiens une équation d'inconnue b.

CORRECTION

Remplacer —

$-1 = 2 \times 3 + b$

Simplifier —

$-1 = 6 + b$

$b = -1 - 6 = -7$

Un point et un coefficient directeur suffisent à fixer la droite : le point donne l'ordonnée à l'origine.

PIÈGES ANTICIPÉS

5 → De $-1 = 6 + b$, on retire 6 aux deux membres : $b = -1 - 6$.

-1 → -1 est l'ordonnée de A, qui n'est pas sur l'axe des ordonnées. b est l'image de 0, pas de 3.

EXERCICE 49 · RAISONNEMENT

Le triangle sous la droite

Dans un repère orthonormé, la droite D d'équation $y = -2x + 6$ coupe l'axe des ordonnées en P et l'axe des abscisses en Q.

Calculer l'aire du triangle OPQ, en unités d'aire.

Réponse attendue : 9

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Trouve les coordonnées de P (où $x = 0$) et de Q (où $y = 0$).
2. Le triangle OPQ est rectangle en O : ses côtés de l'angle droit sont OP et OQ.

CORRECTION

Le point P —

$$x = 0 \Rightarrow y = 6 \quad : \quad P(0\,;6)$$

Le point Q —

$$-2x + 6 = 0 \iff x = 3 \quad : \quad Q(3\,;0)$$

L'aire —

$$\frac{OP \times OQ}{2} = \frac{6 \times 3}{2}$$

$$\mathcal{A} = 9$$

Les deux intersections avec les axes se calculent séparément : $x = 0$ pour l'une, $y = 0$ pour l'autre.

PIÈGES ANTICIPÉS

18 → $6 \times 3 = 18$ est l'aire du rectangle. Un triangle rectangle en est la moitié.

-9 → Une aire est positive. Q a pour abscisse $+3$: $-2x + 6 = 0$ donne $x = 3$.

EXERCICE 50 · RAISONNEMENT

Trois points alignés

Dans un repère, on donne $A(-1\,;-5)$ et $B(1\,;1)$. Le point C a pour abscisse 4.

Déterminer l'ordonnée de C pour que A, B et C soient alignés.

Réponse attendue : 10

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Soit y l'ordonnée de C. Les points A, B et C sont alignés quand C est sur la droite (AB).
2. Détermine la fonction affine représentée par (AB) : son coefficient, puis son ordonnée à l'origine.
3. Calcule ensuite l'image de 4.

CORRECTION

Coefficient de (AB) —

$$a = \frac{1 - (-5)}{1 - (-1)} = \frac{6}{2} = 3$$

Ordonnée à l'origine —

$$1 = 3 \times 1 + b \iff b = -2$$

Image de 4 —

$$y_C = 3 \times 4 - 2$$

$y_C = 10$

Trois points sont alignés quand le troisième est sur la droite des deux premiers : on détermine la droite, puis on calcule.

PIÈGES ANTICIPÉS

`12` → $3 \times 4 = 12$, mais la droite (AB) ne passe pas par l'origine : il reste $b = -2$.

`14` → De $1 = 3 + b$, on tire $b = -2$, pas $+2$.

EXERCICE 51 · RAISONNEMENT

Aligné avec l'origine

Soit m un réel. Dans un repère (O, I, J), on donne $A(-2\,;5)$ et $B(4\,;3m+1)$. On veut que O, A et B soient alignés.

Déterminer m.

Réponse attendue : `-11/3`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. La droite (OA) passe par l'origine : elle représente une fonction linéaire.
2. Trouve son coefficient grâce au point A.
3. L'ordonnée de B doit être l'image de 4 par cette fonction.

CORRECTION

La droite (OA) —

$y = ax \quad \text{avec} \quad 5 = a \times (-2)$

Son coefficient —

$a = -\dfrac{5}{2}$

Image de 4 —

$-\dfrac{5}{2} \times 4 = -10$

L'équation en m —

$3m + 1 = -10 \iff 3m = -11$

$m = -\dfrac{11}{3}$

Aligné avec l'origine veut dire sur une droite de fonction linéaire : le point A en donne le coefficient.

PIÈGES ANTICIPÉS

`-10` → -10 est l'ordonnée que doit avoir B, c'est-à-dire $3m + 1$. Il reste à résoudre pour trouver m.

`-13/15` → Tu as pris $a = -\dfrac{2}{5}$: le coefficient est l'ordonnée divisée par l'abscisse, $\dfrac{5}{-2}$.

EXERCICE 52 · RAISONNEMENT

Deux intersections avec les axes

La droite D représente une fonction affine f. Elle coupe l'axe des ordonnées au point $(0\,;4)$ et l'axe des abscisses au point $(-2\,;0)$.

Écrire seulement l'expression de $f(x)$, sans « $f(x) =$ ».

Réponse attendue : 2x+4

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Le point sur l'axe des ordonnées donne directement b.
2. Calcule a par le quotient des écarts entre les deux points.

CORRECTION

Ordonnée à l'origine —

$b = 4$

Coefficient directeur —

$$a = \frac{0-4}{-2-0} = \frac{-4}{-2} = 2$$

Vérification —

$f(-2) = -4 + 4 = 0$ ✓

$f(x) = 2x + 4$

Les deux intersections avec les axes suffisent : l'une donne b, les deux ensemble donnent a.

PIÈGES ANTICIPÉS

-2x+4 → $\frac{-4}{-2}$ est positif. D'ailleurs la droite monte : de $(-2\,;0)$ à $(0\,;4)$, on avance et on monte.

4x+2 → Tu as échangé a et b. Le point $(0\,;4)$ est sur l'axe des ordonnées : il donne $b = 4$.

EXERCICE 53 · DEFI

Le triangle de deux droites

Dans un repère orthonormé, on considère les droites $D_1 : y = x + 2$ et $D_2 : y = -2x + 8$. Elles forment avec l'axe des abscisses un triangle.

Calculer l'aire de ce triangle, en unités d'aire.

Réponse attendue : 12

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Les trois sommets : les deux intersections avec l'axe des abscisses, et le point commun aux deux droites.
2. La base est sur l'axe des abscisses ; la hauteur est l'ordonnée du point commun.
3. Pour le point commun, égale les deux expressions de y.

CORRECTION

Sur l'axe des abscisses —

$x + 2 = 0 \iff x = -2$; $-2x + 8 = 0 \iff x = 4$

La base —

$4 - (-2) = 6$

Le point commun —

$$x + 2 = -2x + 8 \iff 3x = 6 \iff x = 2\,;\ y = 4$$

L'aire — La hauteur est l'ordonnée 4 du point commun.

$$\frac{6 \times 4}{2}$$

$$\mathcal{A} = 12$$

Chaque sommet du triangle se trouve en résolvant une équation du premier degré.

PIÈGES ANTICIPÉS

24 → 6×4 est l'aire d'un rectangle. Celle du triangle est la moitié.

4 → La base va de -2 à 4 : sa longueur est $4 - (-2) = 6$, pas 2.

EXERCICE 54 · DEFI

Une droite qui coupe les axes à égale distance

Une droite D d'équation $y = ax + b$ passe par le point $A(2\,;3)$. Elle coupe l'axe des abscisses en P et l'axe des ordonnées en Q, avec des coordonnées strictement positives et $OP = OQ$.

Déterminer b.

Réponse attendue : 5

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Q a pour coordonnées $(0\,;b)$. Exprime l'abscisse de P en fonction de a et b.
2. Écris que $OP = OQ$: tu en déduis a.
3. Utilise ensuite le point A pour trouver b.

CORRECTION

Les deux points —

$$Q(0\,;b) \quad ; \quad P\left(-\frac{b}{a}\,;0\right)$$

OP = OQ — Comme $b \neq 0$, on peut diviser par b.

$$-\frac{b}{a} = b \iff a = -1$$

Passer par A —

$$3 = -1 \times 2 + b$$

$$b = 5$$

Une droite qui coupe les deux axes à la même distance positive de l'origine descend : son coefficient directeur est -1.

PIÈGES ANTICIPÉS

1 → Avec $a = 1$, la droite monte et ne peut pas couper les deux axes du côté positif. $OP = OQ$ donne $a = -1$.

3 → 3 est l'ordonnée de A, pas celle du point où la droite coupe l'axe des ordonnées.

Maths à la carte ABDELKADER HAMMAMI

EXERCICE 55 · BASE

Trouver l'ordonnée à l'origine

f est la fonction affine définie par $f(x) = 4x + b$, où b est un réel. On sait que $f(3) = 5$.

Déterminer b.

Réponse attendue : `-7`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Écris l'égalité $f(3) = 5$ avec l'expression de f.
2. Tu obtiens une équation d'inconnue b.

CORRECTION

Remplacer —

$4 \times 3 + b = 5$

Simplifier —

$12 + b = 5$

$b = 5 - 12 = -7$

Quand a est connu, une seule image suffit pour trouver b.

PIÈGES ANTICIPÉS

17 → Tu as ajouté 12. De $12 + b = 5$, on retire 12 aux deux membres.

5 → 5 est l'image de 3. L'ordonnée à l'origine est l'image de 0.

EXERCICE 56 · BASE

Trouver le coefficient directeur

f est la fonction affine définie par $f(x) = ax + 3$, où a est un réel. On sait que $f(5) = 1$.

Déterminer a.

Réponse attendue : `-2/5`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Écris l'égalité $f(5) = 1$.
2. Isole $5a$, puis divise par 5.

CORRECTION

Remplacer —

$5a + 3 = 1$

Isoler —

$5a = -2$

$a = -\dfrac{2}{5}$

Quand b est connu, une image donne une équation en a.

PIÈGES ANTICIPÉS

4/5 → Tu as ajouté 3 au lieu de le retirer : $5a = 1 - 3$.

2/5 → $1 - 3 = -2$: le résultat est négatif, la fonction descend.

EXERCICE 57 · BASE

Le quotient des écarts

f est une fonction affine telle que $f(-1) = 2$ et $f(3) = 10$.

Déterminer son coefficient directeur.

Réponse attendue : 2

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Écart des images sur écart des antécédents :
$$a = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1}$$
2. L'écart entre -1 et 3 est $3 - (-1)$.

CORRECTION

Écart des images —

$10 - 2 = 8$

Écart des antécédents —

$3 - (-1) = 4$

$a = \frac{8}{4} = 2$

Images en haut, antécédents en bas : a est ce que gagne l'image pour un pas de 1.

PIÈGES ANTICIPÉS

8 → 8 est l'écart des images. Il reste à le diviser par l'écart des antécédents.

1/2 → Tu as mis l'écart des antécédents en haut. Ce sont les images qui vont au numérateur.

EXERCICE 58 · PRATIQUE

Déterminer une fonction affine

f est une fonction affine telle que $f(1) = -2$ et $f(4) = 7$.

Déterminer f : écrire seulement l'expression de $f(x)$, sans « $f(x) =$ ».

Réponse attendue : `3x-5`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Commence par a, avec le quotient des écarts.
2. Reporte a dans l'égalité $f(1) = -2$ pour trouver b.
3. Vérifie avec $f(4) = 7$.

CORRECTION

Coefficient —

$$a = \frac{7-(-2)}{4-1} = \frac{9}{3} = 3$$

Ordonnée à l'origine —

$$3 \times 1 + b = -2 \iff b = -5$$

Vérification —

$$f(4) = 12 - 5 = 7 \quad \checkmark$$

$$f(x) = 3x - 5$$

Toujours dans l'ordre : a par les écarts, b par une égalité, vérification par l'autre.

PIÈGES ANTICIPÉS

3x+1 → De $3 + b = -2$, on tire $b = -2 - 3 = -5$. Vérifie : avec $+1$, $f(4)$ vaudrait 13.

-3x+1 → L'écart des images est $7 - (-2) = 9$, positif : quand x augmente, l'image augmente.

EXERCICE 59 · PRATIQUE

L'image de zéro

f est une fonction affine telle que $f(-2) = 5$ et $f(2) = -3$. Calculer $f(0)$.

Réponse attendue : 1

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Détermine d'abord le coefficient directeur.
2. Remarque : 0 est exactement au milieu de -2 et 2.

CORRECTION

Coefficient —

$$a = \frac{-3-5}{2-(-2)} = \frac{-8}{4} = -2$$

Ordonnée à l'origine —

$$f(-2) = -2 \times (-2) + b = 4 + b = 5 \iff b = 1$$

Autre regard — Pour un pas de 2 depuis -2, l'image perd 4.

$$f(0) = 5 - 4$$

$$f(0) = 1$$

$f(0)$ est l'ordonnée à l'origine. Pour une fonction affine, l'image du milieu est le milieu des images : $\frac{5+(-3)}{2} = 1$.

PIÈGES ANTICIPÉS

-2 → -2 est le coefficient directeur. On demande l'image de 0, l'ordonnée à l'origine.

9 → De $4 + b = 5$, on tire $b = 5 - 4$, pas $5 + 4$.

Maths à la carte ABDELKADER HAMMAMI

EXERCICE 60 · PRATIQUE

La droite passant par deux points

Dans un repère, la droite (AB) passe par $A(-3\,;-1)$ et $B(3\,;3)$. Elle représente une fonction affine f.

Écrire seulement l'expression de $f(x)$, sans « $f(x) =$ ».

Réponse attendue : `2/3*x+1`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Calcule a avec les coordonnées des deux points.
2. Reporte a avec les coordonnées de B pour trouver b.
3. Une fraction au clavier : écris par exemple « 2/3*x ».

CORRECTION

Coefficient —

$$a = \frac{3-(-1)}{3-(-3)} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

Ordonnée à l'origine —

$$\frac{2}{3} \times 3 + b = 3 \iff 2 + b = 3 \iff b = 1$$

Vérification —

$f(-3) = -2 + 1 = -1$ ✓

$$f(x) = \frac{2}{3}x + 1$$

Deux points, c'est deux couples de valeurs : la méthode est la même.

PIÈGES ANTICIPÉS

`3/2*x-3/2` → Tu as mis l'écart des abscisses en haut : $a = \frac{4}{6}$, pas $\frac{6}{4}$.

`2/3*x+3` → 3 est l'ordonnée de B, pas celle du point d'abscisse 0. Il faut retirer $\frac{2}{3} \times 3$.

EXERCICE 61 · PRATIQUE

Une droite lue sur les axes

La droite D représente une fonction affine g. Elle coupe l'axe des abscisses au point $(-4\,;0)$ et l'axe des ordonnées au point $(0\,;6)$.

Déterminer le coefficient directeur de g.

Réponse attendue : `3/2`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Les deux points te donnent deux couples $\big(x\,;g(x)\big)$.
2. Fais le quotient des écarts, dans le même ordre.

CORRECTION

Écart des ordonnées —

$6 - 0 = 6$

Écart des abscisses —

$0 - (-4) = 4$

$a = \dfrac{6}{4} = \dfrac{3}{2}$

On en tire $g(x) = \dfrac{3}{2}x + 6$: l'ordonnée à l'origine se lisait déjà sur le graphique.

PIÈGES ANTICIPÉS

-3/2 → La droite monte de $(-4\,;0)$ à $(0\,;6)$: le coefficient est positif. $0 - (-4) = +4$.

2/3 → Tu as divisé l'écart des abscisses par celui des ordonnées. Les ordonnées vont en haut.

EXERCICE 62 · PRATIQUE

Une fonction linéaire

f est une fonction linéaire telle que $f(6) = -4$. Calculer $f(15)$.

Réponse attendue : `-10`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Une fonction linéaire s'écrit $f(x) = ax$: une seule information suffit.
2. Trouve a avec $f(6) = -4$, puis calcule l'image de 15.

CORRECTION

Le coefficient —

$6a = -4 \iff a = -\dfrac{4}{6} = -\dfrac{2}{3}$

Image de 15 —

$f(15) = -\dfrac{2}{3} \times 15$

$f(15) = -10$

Une fonction linéaire est une fonction affine dont on connaît déjà $b = 0$: il ne manque que a.

PIÈGES ANTICIPÉS

-2/3 → $-\dfrac{2}{3}$ est le coefficient de f. Il reste à calculer l'image de 15.

5 → Tu as ajouté l'écart des antécédents à l'image. Pour une fonction linéaire, les images sont **proportionnelles** aux antécédents.

EXERCICE 63 · PRATIQUE

Un point et une pente

Une droite passe par le point $A(2\,;5)$ et a pour coefficient directeur -3.

Déterminer son ordonnée à l'origine.

Réponse attendue : 11

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Utilise la relation :

   $b = y_A - a x_A$

2. Attention au signe : retirer -6, c'est ajouter 6.

CORRECTION

Remplacer —

$5 = -3 \times 2 + b$

Simplifier —

$5 = -6 + b$

$b = 5 + 6 = 11$

Avec un point et le coefficient directeur, on remonte jusqu'à l'abscisse 0 : $b = y_A - a x_A$.

PIÈGES ANTICIPÉS

-1 → De $5 = -6 + b$, on ajoute 6 aux deux membres : $b = 11$.

5 → 5 est l'ordonnée de A, dont l'abscisse est 2, pas 0.

EXERCICE 64 · RAISONNEMENT

Un tableau est-il affine ?

Un tableau donne les valeurs d'une fonction f : $f(0) = -1$, $f(2) = 3$ et $f(5) = 10$. On se demande si f peut être une fonction affine.

Calculer la valeur que devrait prendre $f(5)$ si f était affine.

Réponse attendue : 9

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Deux valeurs suffisent à déterminer une fonction affine : utilise $f(0)$ et $f(2)$.
2. Calcule alors l'image de 5 par cette fonction, et compare à la valeur du tableau.

CORRECTION

Ordonnée à l'origine —

$b = f(0) = -1$

Coefficient —

$a = \dfrac{3 - (-1)}{2 - 0} = 2$

Image de 5 —

$2 \times 5 - 1 = 9$

Conclure — Le tableau donne 10 : f ne peut pas être affine.

$9 \neq 10$

9

Deux couples déterminent une fonction affine ; le troisième sert de contrôle. S'il ne colle pas, la fonction n'est pas affine.

PIÈGES ANTICIPÉS

`7.5` → Tu as fait une règle de trois à partir de $f(2) = 3$, comme si f était linéaire. Or $f(0) = -1$: sa droite ne passe pas par l'origine.

`10` → Tu as repris la valeur du tableau. Calcule plutôt $2 \times 5 - 1$ avec la fonction affine trouvée.

EXERCICE 65 · RAISONNEMENT

Celsius et Fahrenheit

La température en degrés Fahrenheit est une fonction affine F de la température x en degrés Celsius. L'eau gèle à 0 °C, soit 32 °F, et bout à 100 °C, soit 212 °F.

Déterminer la température en degrés Celsius qui correspond à 50 °F.

Réponse attendue : `10`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. $F(0) = 32$ te donne l'ordonnée à l'origine.
2. Le coefficient s'obtient avec $F(0)$ et $F(100)$.
3. Résous ensuite $F(x) = 50$.

CORRECTION

Ordonnée à l'origine —

$b = F(0) = 32$

Coefficient —

$$a = \frac{212 - 32}{100 - 0} = 1{,}8$$

L'équation —

$1{,}8x + 32 = 50 \iff 1{,}8x = 18$

$x = 10$

On détermine la fonction affine avec deux mesures connues, puis on cherche un antécédent.

PIÈGES ANTICIPÉS

`32.4` → Tu as calculé $18 \times 1{,}8$. De $1{,}8x = 18$, on tire $x = \dfrac{18}{1{,}8}$.

`410/9` → Tu as ajouté 32 au lieu de le retirer : $1{,}8x = 50 - 32$.

EXERCICE 66 · RAISONNEMENT

La location d'une voiture

Le prix de location d'une voiture est une fonction affine du nombre de jours. On paie 255 dinars pour 3 jours et 535 dinars pour 7 jours.

Calculer le prix, en dinars, d'une location de 10 jours.

Réponse attendue : 745

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Détermine d'abord le prix d'un jour supplémentaire.
2. Trouve ensuite la part fixe avec la location de 3 jours.
3. Écris $f(x)$ et calcule $f(10)$.

CORRECTION

Prix d'un jour —

$$a = \frac{535 - 255}{7 - 3} = \frac{280}{4} = 70$$

La part fixe —

$$70 \times 3 + b = 255 \iff b = 45$$

Vérification —

$$70 \times 7 + 45 = 535 \quad \checkmark$$

Image de 10 —

$$f(10) = 700 + 45$$

$$f(10) = 745$$

Une part fixe interdit la règle de trois : on détermine la fonction affine, puis on calcule l'image.

PIÈGES ANTICIPÉS

`850` → Tu as fait une règle de trois sur 3 jours : $\frac{255}{3} \times 10$. Mais le prix contient une part fixe, il n'est pas proportionnel au nombre de jours.

`700` → 700 dinars est le prix des 10 jours sans la part fixe de 45 dinars.

EXERCICE 67 · RAISONNEMENT

La bougie qui se consume

La hauteur d'une bougie allumée est une fonction affine du temps. Au bout de 2 heures elle mesure 19 cm, au bout de 5 heures $11{,}5$ cm.

Au bout de combien d'heures la bougie sera-t-elle entièrement consumée ?

Réponse attendue : 48/5

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Détermine la fonction affine $h(t) = at + b$: a sera négatif.
2. La bougie est consumée quand sa hauteur est nulle.
3. Résous $h(t) = 0$.

CORRECTION

Coefficient —

$$a = \frac{11{,}5 - 19}{5 - 2} = \frac{-7{,}5}{3} = -2{,}5$$

Hauteur initiale —

$-2{,}5 \times 2 + b = 19 \iff b = 24$

Hauteur nulle —

$$-2{,}5t + 24 = 0 \iff t = \frac{24}{2{,}5}$$

$t = 9{,}6$

La bougie perd $2{,}5$ cm par heure à partir de 24 cm : b est la hauteur au départ, et la racine de h le moment où elle s'éteint.

PIÈGES ANTICIPÉS

`7.6` → Tu as divisé 19 par $2{,}5$: c'est le temps qu'il reste **après** les 2 premières heures. On demande le temps depuis l'allumage.

`24` → 24 cm est la hauteur de la bougie au départ. On demande la durée.

EXERCICE 68 · DEFI

Une propriété de l'écart

f est une fonction affine telle que, pour tout réel x, $f(x+2) - f(x) = 5$. De plus, $f(4) = 1$.

Écrire seulement l'expression de $f(x)$, sans « $f(x) =$ ».

Réponse attendue : `5/2*x-9`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Écris $f(x) = ax + b$ et calcule $f(x+2) - f(x)$: le b disparaît.
2. Un pas de 2 fait gagner $2a$ à l'image.
3. Utilise ensuite $f(4) = 1$ pour trouver b.

CORRECTION

L'écart —

$f(x+2) - f(x) = a(x+2) + b - ax - b = 2a$

Le coefficient —

$$2a = 5 \iff a = \frac{5}{2}$$

L'ordonnée à l'origine —

$$\frac{5}{2} \times 4 + b = 1 \iff 10 + b = 1 \iff b = -9$$

$$f(x) = \frac{5}{2}x - 9$$

Le coefficient directeur mesure le gain pour un pas de 1 : un pas de 2 fait gagner $2a$.

PIÈGES ANTICIPÉS

`5x-19` → Le gain 5 correspond à un pas de 2, pas de 1 : $2a = 5$.

`5/2*x+11` → De $10 + b = 1$, on retire 10 : $b = -9$.

Maths à la carte
ABDELKADER HAMMAMI

EXERCICE 69 · DEFI

Une racine et un point

La droite D d'équation $y = ax + b$ coupe l'axe des abscisses au point d'abscisse -3 et passe par le point $A(1\,;8)$.

Déterminer b.

Réponse attendue : 6

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Le point $(-3\,;0)$ est sur D : écris l'égalité correspondante.
2. Tu en tires b en fonction de a.
3. Remplace dans l'égalité donnée par A.

CORRECTION

Le point (-3 ; 0) —

$-3a + b = 0 \iff b = 3a$

Le point A —

$a + b = 8 \iff a + 3a = 8 \iff a = 2$

Remonter à b —

$b = 3 \times 2$

$b = 6$

L'intersection avec l'axe des abscisses est un point comme un autre : il donne une égalité entre a et b.

PIÈGES ANTICIPÉS

2 → 2 est le coefficient directeur. La question porte sur l'ordonnée à l'origine.

-6 → De $-3a + b = 0$, on tire $b = 3a$, positif ici.

EXERCICE 70 · DEFI

L'heure de départ du cycliste

Un cycliste roule à vitesse constante sur une route qui part de Tunis. Sa distance à Tunis est une fonction affine de l'heure t : à 9 h il est à 12 km de Tunis, à 11 h à 52 km.

À quelle heure est-il parti de Tunis ? Donner l'heure en heures, sous forme décimale (par exemple $7{,}5$ pour 7 h 30).

Réponse attendue : 8.4

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Détermine sa vitesse, en km par heure : c'est le coefficient directeur.
2. Combien de temps lui a-t-il fallu pour faire les 12 premiers kilomètres ?
3. Retire cette durée à 9 h.

CORRECTION

La vitesse —

$$a = \frac{52 - 12}{11 - 9} = 20 \text{ km/h}$$

Les 12 premiers km —

$$\frac{12}{20} = 0{,}6 \text{ h}$$

L'heure de départ —

$9 - 0{,}6 = 8{,}4$

$0{,}4$ h, c'est 24 minutes : il est parti à 8 h 24.

$t = 8{,}4$

Le départ correspond à une distance nulle : c'est la racine de la fonction affine $d(t) = 20t - 168$.

PIÈGES ANTICIPÉS

`8.24` → 8 h 24 s'écrit $8{,}4$ en heures décimales : 24 minutes, c'est $0{,}4$ heure.

`0.6` → $0{,}6$ h est la durée des 12 premiers kilomètres. On demande l'heure du départ.

EXERCICE 71 · BASE

Le sens de variation

Soit f la fonction affine définie par $f(x) = -4x + 1$.

Quel est le sens de variation de f sur $\mathbb{R}$? Répondre par « croissante », « décroissante » ou « constante ».

Réponse attendue : `décroissante` — aussi acceptées : décroissante sur R · f est décroissante · décroissante sur IR · décroissante sur · strictement décroissante · strictement décroissante sur R · strictement décroissante sur IR · f est strictement décroissante

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Le sens de variation ne dépend que du coefficient directeur.
2. Quel est le signe de a ici ?

CORRECTION

Le coefficient —

$a = -4$

Son signe — Quand x augmente de 1, $f(x)$ perd 4.

$a < 0$

f est décroissante sur $\mathbb{R}$

Seul le signe de a compte. L'ordonnée à l'origine 1 déplace la droite sans changer son sens.

PIÈGES ANTICIPÉS

`croissante / f est croissante / strictement croissante` → Tu as regardé le terme constant $+1$. Le sens de variation se lit sur le coefficient de x, ici -4.

EXERCICE 72 · BASE

Un terme constant négatif

Soit g la fonction affine définie par $g(x) = \frac{1}{3}x - 5$.

Quel est le sens de variation de g sur $\mathbb{R}$? Répondre par « croissante », « décroissante » ou « constante ».

Réponse attendue : `croissante` — aussi acceptées : croissante sur R · g est croissante · croissante sur IR · croissante sur · strictement croissante · strictement croissante sur R · strictement croissante sur IR · g est strictement croissante

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Repère le nombre qui multiplie x.
2. Le terme -5 ne joue aucun rôle dans le sens de variation.

CORRECTION

Le coefficient —

$a = \frac{1}{3}$

Son signe —

$a > 0$

g est croissante sur $\mathbb{R}$

Un coefficient positif, même petit, donne une fonction qui monte ; $b = -5$ ne fait que baisser la droite.

PIÈGES ANTICIPÉS

`décroissante / g est décroissante / strictement décroissante` → Le signe moins est devant 5, le terme constant. Le coefficient de x, $\frac{1}{3}$, est positif.

EXERCICE 73 · BASE

De combien monte l'image ?

Soit f la fonction affine définie par $f(x) = 2x + 1$. Le nombre x augmente de 3.

De combien augmente alors $f(x)$?

Réponse attendue : 6

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Le coefficient directeur est ce que gagne l'image quand x augmente de 1.
2. Ici x augmente de 3 : trois fois plus de pas.

CORRECTION

Un pas de 1 —

$a = 2$

Trois pas —

$f(x+3) - f(x) = 2 \times 3$

6

Quand x augmente de h, l'image d'une fonction affine augmente de $a \times h$, quel que soit le point de départ.

PIÈGES ANTICIPÉS

7 → Le terme $+1$ est dans $f(x)$ comme dans $f(x+3)$: il s'annule dans la différence.

3 → 3 est l'augmentation de x. L'image, elle, augmente de a fois plus.

EXERCICE 74 · BASE

Une variation négative

Soit f la fonction affine définie par $f(x) = -0{,}5x + 3$. Le nombre x passe de 4 à 10.

Calculer la variation $f(10) - f(4)$.

Réponse attendue : -3

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Calcule les deux images, ou bien multiplie l'écart des x par le coefficient directeur.
2. Le coefficient est négatif : quand x augmente, l'image diminue.

CORRECTION

Les deux images —

$f(4) = 1 \quad ; \quad f(10) = -2$

La variation —

$f(10) - f(4) = -2 - 1$

Autre regard —

$-0{,}5 \times (10 - 4) = -3$

-3

La variation de l'image vaut a fois la variation de x : négative quand $a < 0$.

PIÈGES ANTICIPÉS

3 → L'image diminue quand x augmente, car $a < 0$: la variation est négative.

-2 → -2 est l'image de 10. On demande la différence $f(10) - f(4)$.

EXERCICE 75 · PRATIQUE

Réduire avant de conclure

Soit k la fonction définie par $k(x) = 3(x - 2) - 3x + 1$.

Quel est le sens de variation de k sur $\mathbb{R}$? Répondre par « croissante », « décroissante » ou « constante ».

Réponse attendue : `constante` — aussi acceptées : constante sur R · k est constante · constante sur IR · constante sur

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Développe et réduis $k(x)$.
2. Regarde ce qu'il reste comme terme en x.

CORRECTION

Développer —

$k(x) = 3x - 6 - 3x + 1$

Réduire —

$k(x) = -5$

Le coefficient — Le terme en x a disparu : $a = 0$.

$a = 0$

k est constante

On réduit toujours l'expression avant de lire a : ici les termes en x s'annulent.

PIÈGES ANTICIPÉS

`croissante / k est croissante / strictement croissante` → Tu as lu le seul $3x$. Le terme $-3x$ l'annule : il ne reste aucun terme en x.

`décroissante / k est décroissante / strictement décroissante` → Le résultat -5 est négatif, mais c'est un terme constant. Sans terme en x, la fonction ne varie pas.

EXERCICE 76 · PRATIQUE

Un coefficient avec une racine

Soit f la fonction affine définie par $f(x) = (1 - \sqrt{2})x + 3$.

Quel est le sens de variation de f sur $\mathbb{R}$? Répondre par « croissante », « décroissante » ou « constante ».

Réponse attendue : `décroissante` — aussi acceptées : décroissante sur R · f est décroissante · décroissante sur IR · décroissante sur · strictement décroissante · strictement décroissante sur R · strictement décroissante sur IR · f est strictement décroissante

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Le coefficient directeur est $1 - \sqrt{2}$. Quel est son signe ?
2. Compare $\sqrt{2}$ à 1 : $\sqrt{2}$ vaut environ $1{,}41$.

CORRECTION

Le coefficient —

$a = 1 - \sqrt{2}$

Son signe — $\sqrt{2} > \sqrt{1} = 1$.

$1 - \sqrt{2} < 0$

f est décroissante sur $\mathbb{R}$

Quand le coefficient n'est pas un nombre simple, on étudie son signe : c'est lui seul qui décide.

PIÈGES ANTICIPÉS

`croissante / f est croissante / strictement croissante` → $\sqrt{2} \approx 1{,}41$ est plus grand que 1 : $1 - \sqrt{2}$ est négatif.

EXERCICE 77 · PRATIQUE

Le sens à partir de deux images

f est une fonction affine telle que $f(-2) = 5$ et $f(3) = -1$.

Quel est le sens de variation de f sur $\mathbb{R}$? Répondre par « croissante », « décroissante » ou « constante ».

Réponse attendue : `décroissante` — aussi acceptées : décroissante sur R · f est décroissante · décroissante sur IR · décroissante sur · strictement décroissante · strictement décroissante sur R · strictement décroissante sur IR · f est strictement décroissante

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Inutile de calculer b : seul le signe de a compte.
2. Quand x passe de -2 à 3, l'image monte-t-elle ou descend-elle ?

CORRECTION

Le coefficient —

$$a = \frac{-1-5}{3-(-2)} = -\frac{6}{5}$$

Son signe —

$a < 0$

f est décroissante sur $\mathbb{R}$

Deux images suffisent pour le sens : si x augmente et que l'image baisse, a est négatif.

PIÈGES ANTICIPÉS

`croissante` / `f est croissante` / `strictement croissante` → Les abscisses augmentent de -2 à 3, mais les images passent de 5 à -1 : elles baissent.

EXERCICE 78 · PRATIQUE

La plus petite valeur sur un intervalle

Soit f la fonction affine définie par $f(x) = 2x - 3$, que l'on étudie seulement pour $x \in [-1\,;4]$.

Quelle est la plus petite valeur prise par $f(x)$ sur cet intervalle ?

Réponse attendue : `-5`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Commence par le sens de variation de f.
2. Une fonction qui monte prend sa plus petite valeur au début de l'intervalle.

CORRECTION

Le sens —

$a = 2 > 0$: f croissante

Au début — La plus petite valeur est atteinte en $x = -1$.

$f(-1) = 2 \times (-1) - 3$

$f(-1) = -5$

Sur un intervalle, une fonction affine atteint ses valeurs extrêmes aux bornes : le sens de variation dit laquelle est la plus petite.

PIÈGES ANTICIPÉS

5 → $5 = f(4)$ est la **plus grande** valeur : f monte, elle est plus petite au début de l'intervalle.

-3 → $f(0) = -3$, mais 0 n'est pas la plus petite valeur de x sur $[-1\,;4]$.

EXERCICE 79 · PRATIQUE

La plus grande valeur sur un intervalle

Soit f la fonction affine définie par $f(x) = -3x + 6$, que l'on étudie seulement pour $x \in [-2\,;5]$.

Quelle est la plus grande valeur prise par $f(x)$ sur cet intervalle ?

Réponse attendue : 12

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Le signe de a te dit si f monte ou descend.
2. Une fonction qui descend est plus haute au début de l'intervalle.

CORRECTION

Le sens —

$a = -3 < 0$: f décroissante

Au début —

$f(-2) = -3 \times (-2) + 6 = 6 + 6$

$f(-2) = 12$

Pour une fonction décroissante, la plus grande valeur est à la borne de gauche, la plus petite à droite.

PIÈGES ANTICIPÉS

-9 → $-9 = f(5)$ est la plus petite valeur : f décroît, elle est plus grande en $x = -2$.

6 → $f(0) = 6$, mais 0 n'est pas une borne de l'intervalle : $f(-2)$ est plus grand.

EXERCICE 80 · RAISONNEMENT

Un paramètre pour monter

Soit m un réel et f la fonction affine définie par $f(x) = (2m - 5)x + 1$.

Pour quelles valeurs de m la fonction f est-elle croissante sur $\mathbb{R}$? Écrire l'intervalle (note l'infini « inf » ou « ∞ »).

Réponse attendue : `]5/2;+inf[` — aussi acceptées :]2.5;+inf[·]5/2;+∞[·]5/2;+oo[·]2,5;+oo[·]2.5;+oo[

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Une fonction affine monte quand son coefficient directeur est strictement positif.
2. Écris l'inéquation en m et résous-la.
3. Pour $2m - 5 = 0$, la fonction est constante : cette valeur convient-elle ?

CORRECTION

La condition —

$2m - 5 > 0$

Résoudre —

$$2m > 5 \iff m > \frac{5}{2}$$

La borne — Pour $m = \frac{5}{2}$, f est constante : la borne est exclue.

$$S = \left]\frac{5}{2} ; +\infty\right[$$

Le sens de variation se traduit par le signe de a : on résout une inéquation sur le paramètre.

PIÈGES ANTICIPÉS

`]-inf;5/2[` / `]-∞;5/2[` / `]-oo;5/2[` → Cet intervalle donne $2m - 5 < 0$: la fonction serait décroissante.

`[5/2;+inf[` / `[5/2;+∞[` / `[5/2;+oo[` → Pour $m = \frac{5}{2}$, le coefficient est nul : f est constante, pas croissante. La borne est exclue.

EXERCICE 81 · RAISONNEMENT

Le plus petit entier qui convient

Soit m un réel et f la fonction affine définie par $f(x) = (3 - m)x + 2$.

Déterminer le plus petit entier m pour lequel f est décroissante sur $\mathbb{R}$.

Réponse attendue : 4

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Une fonction affine descend quand son coefficient directeur est strictement négatif.
2. Résous l'inéquation $3 - m < 0$.
3. Cherche ensuite le premier entier de l'ensemble trouvé.

CORRECTION

La condition —

$3 - m < 0$

Résoudre —

$3 < m$

Le premier entier — Pour $m = 3$, f est constante : 3 ne convient pas.

$m > 3$

$m = 4$

Décroissante exige $a < 0$ strictement ; la valeur qui annule a rend la fonction constante.

PIÈGES ANTICIPÉS

`3` → Pour $m = 3$, le coefficient est nul : $f(x) = 2$ est constante, pas décroissante.

`2` → Pour $m = 2$, le coefficient vaut $3 - 2 = 1 > 0$: la fonction serait croissante.

EXERCICE 82 · RAISONNEMENT

Les valeurs prises sur un intervalle

Soit f la fonction affine définie par $f(x) = -2x + 1$. Le nombre x décrit l'intervalle $[-1\,;3]$.

Dans quel intervalle se trouve alors $f(x)$? Écrire l'intervalle, par exemple « [-2;6] ».

Réponse attendue : `[-5;3]` — aussi acceptées : [-5,3]

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Calcule les images des deux bornes.
2. Le sens de variation de f dit laquelle est la plus petite.
3. Un intervalle s'écrit toujours de la plus petite valeur à la plus grande.

CORRECTION

Images des bornes —

$f(-1) = 3 \quad ; \quad f(3) = -5$

Le sens — La fonction décroît : la borne -1 donne la plus grande image.

$a = -2 < 0$

Les crochets — Les bornes -1 et 3 sont atteintes, leurs images aussi.

$-5 \leq f(x) \leq 3$

$f(x) \in [-5\,;3]$

Pour une fonction décroissante, l'ordre s'inverse : la plus petite valeur de x donne la plus grande image.

PIÈGES ANTICIPÉS

`[3;-5]` → Un intervalle s'écrit de la plus petite borne à la plus grande : $[-5\,;3]$.

`]-5;3[` → x peut valoir -1 ou 3 : les images 3 et -5 sont atteintes, les crochets sont fermés.

EXERCICE 83 · RAISONNEMENT

La plus grande des trois images

Soit f la fonction affine définie par $f(x) = -5x + 1$. On considère les trois nombres $f(-2)$, $f(0)$ et $f(3)$.

Quelle est la valeur du plus grand de ces trois nombres ?

Réponse attendue : 11

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Sans tout calculer : quel est le sens de variation de f ?
2. Pour une fonction qui descend, le plus petit antécédent a la plus grande image.

CORRECTION

Le sens —

$a = -5 < 0$: f décroissante

Ranger — De $-2 < 0 < 3$, on déduit l'ordre inverse des images.

$f(-2) > f(0) > f(3)$

Calculer —

$f(-2) = 10 + 1$

$f(-2) = 11$

Le sens de variation permet de ranger des images sans les calculer toutes.

PIÈGES ANTICIPÉS

-14 → $f(3) = -14$ est la plus **petite** : f décroît, donc le plus grand antécédent a la plus petite image.

1 → $f(0) = 1$ est entre les deux : $f(-2)$ est plus grand, car $-2 < 0$ et f décroît.

EXERCICE 84 · DEFI

Une constante à trouver

Soit m un réel et f la fonction définie par $f(x) = (m^2 - 4)x + m$. On sait que f est constante et que $f(1) = 2$.

Déterminer m.

Réponse attendue : 2

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Constante veut dire coefficient directeur nul : écris l'équation en m.
2. Cette équation a deux solutions. Laquelle est compatible avec $f(1) = 2$?

CORRECTION

Constante —

$m^2 - 4 = 0 \iff m^2 = 4$

Deux candidats —

$m = 2 \quad \text{ou} \quad m = -2$

La condition f(1) = 2 — Si f est constante, $f(x) = m$ pour tout x, donc $f(1) = m$.

$m = 2$

$m = 2$

Deux conditions, deux tris : la première donne les candidats, la seconde élimine.

PIÈGES ANTICIPÉS

-2 → Pour $m = -2$, f est bien constante, mais $f(x) = -2$: on n'a pas $f(1) = 2$.

4 → C'est m^2 qui vaut 4, pas m.

EXERCICE 85 · DEFI

Retrouver la fonction par ses valeurs

f est une fonction affine décroissante sur $\mathbb{R}$. Quand x décrit l'intervalle $[0\,;4]$, $f(x)$ décrit exactement l'intervalle $[-3\,;5]$.

Écrire seulement l'expression de $f(x)$, sans « $f(x) =$ ».

Réponse attendue : `-2x+5`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Les bornes de $[0\,;4]$ ont pour images les bornes de $[-3\,;5]$. Mais dans quel ordre ?
2. Une fonction qui descend envoie la plus petite valeur de x sur la plus grande image.
3. Tu as alors deux couples de valeurs : détermine f.

CORRECTION

Associer les bornes — f est décroissante : $f(0)$ est la plus grande image, $f(4)$ la plus petite.

$$f(0)=5 \quad ; \quad f(4)=-3$$

Le coefficient —

$$a=\frac{-3-5}{4-0}=-2$$

L'ordonnée à l'origine —

$$b=f(0)=5$$

$$f(x)=-2x+5$$

Le sens de variation dit comment les bornes se correspondent ; deux couples déterminent ensuite la fonction.

PIÈGES ANTICIPÉS

`2x-3` → Avec $f(0)=-3$ et $f(4)=5$, la fonction monterait. Elle est décroissante : $f(0)=5$.

EXERCICE 86 · DEFI

Un maximum imposé

Soit k un réel et f la fonction affine définie par $f(x)=(k-1)x+4$. Sur l'intervalle $[0\,;5]$, la plus grande valeur prise par $f(x)$ est 14.

Déterminer k.

Réponse attendue : 3

INDICES, DANS L'ORDRE

1. La plus grande valeur est atteinte à une borne. Laquelle ? Cela dépend du sens de variation.
2. Si f ne montait pas, sa plus grande valeur serait $f(0)$. Combien vaut $f(0)$?
3. Écris donc $f(5)=14$ et résous.

CORRECTION

Écarter un cas — Si $k\leq 1$, la plus grande valeur serait $f(0)=4\neq 14$.

$$f(0)=4$$

Donc f croissante — Le maximum est atteint en $x=5$.

$$f(5)=5(k-1)+4=14$$

Résoudre —

$$5k-5+4=14 \iff 5k=15$$

Et $k = 3 > 1$: f est bien croissante.

$k = 3$

Le maximum d'une fonction affine sur un intervalle est à une borne ; on l'identifie par le sens de variation, puis on vérifie la cohérence.

PIÈGES ANTICIPÉS

2 → Tu as écrit $5k + 4 = 14$. Le coefficient est $k - 1$: $5(k - 1) + 4 = 14$.

EXERCICE 87 · BASE

Une racine annoncée

On considère l'expression $3x - 12$. Un élève affirme qu'elle s'annule pour $x = -4$.

Vrai ou faux : « $3x - 12$ s'annule pour $x = -4$ ». Répondre par « vrai » ou « faux ».

Réponse attendue : `faux` — aussi acceptées : non

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Remplace x par -4 et regarde si tu obtiens 0.
2. Tu peux aussi résoudre $3x - 12 = 0$ et comparer avec -4.

CORRECTION

Remplacer x par -4 —

$3 \times (-4) - 12 = -12 - 12 = -24$

La vraie racine —

$3x - 12 = 0 \iff 3x = 12 \iff x = 4$

L'affirmation est fausse : l'expression s'annule pour $x = 4$.

$3 \times (-4) - 12 \neq 0$

Pour tester une valeur, on la remplace ; pour trouver la racine de $ax + b$, on résout $ax + b = 0$.

PIÈGES ANTICIPÉS

`vrai / oui` → Remplace pour vérifier : $3 \times (-4) - 12 = -24$, pas 0. En changeant de membre, -12 devient $+12$: la racine est 4.

EXERCICE 88 · BASE

Une racine fractionnaire

On considère l'expression $-2x + 7$.

Déterminer la valeur de x qui annule cette expression.

Réponse attendue : `7/2`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Résous l'équation $-2x + 7 = 0$.
2. Diviser par un nombre négatif change le signe.

CORRECTION

L'équation —

$-2x + 7 = 0$

Isoler —

$-2x = -7$

$x = \dfrac{-7}{-2} = \dfrac{7}{2}$

On peut aussi appliquer directement $-\dfrac{b}{a} = -\dfrac{7}{-2} = \dfrac{7}{2}$.

PIÈGES ANTICIPÉS

`-7/2` → $\dfrac{-7}{-2}$ est positif : deux nombres négatifs ont un quotient positif.

`7` → Il reste à diviser par le coefficient de x, -2.

EXERCICE 89 · BASE **Le signe après la racine**

Soit f la fonction affine définie par $f(x) = 4x - 8$, qui s'annule en $x = 2$.

Quel est le signe de $f(x)$ quand $x > 2$? Répondre par « positif » ou « négatif ».

Réponse attendue : `positif` — aussi acceptées : positive · strictement positif

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Après la racine, l'expression a le signe de a.
2. Tu peux contrôler avec une valeur simple, par exemple $x = 3$.

CORRECTION

Le coefficient —

$a = 4 > 0$

Après la racine — Après 2, $f(x)$ a le signe de a.

$x > 2 \;\Rightarrow\; f(x) > 0$

Contrôle —

$f(3) = 12 - 8 = 4 > 0$

Après la racine : signe de a. Avant : signe contraire. Une valeur test le confirme.

PIÈGES ANTICIPÉS

`négatif / négative` → Le terme -8 ne décide pas du signe. Après la racine, c'est le signe de $a = 4$ qui l'emporte : teste $f(3)$.

EXERCICE 90 · PRATIQUE **Une inéquation large**

On cherche les réels x tels que $2x - 6 \geq 0$.

Écrire l'ensemble des solutions sous forme d'intervalle (note l'infini « inf » ou « ∞ »).

Réponse attendue : `[3;+inf[` — aussi acceptées : [3;+∞[· [3,+inf[· [3;+oo[

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Cherche d'abord la valeur qui annule $2x - 6$.
2. Après cette valeur, l'expression a le signe de $a = 2$.
3. L'inégalité est large : la racine est-elle solution ?

CORRECTION

La racine —

$$2x - 6 = 0 \iff x = 3$$

Le signe — Comme $a = 2 > 0$, $2x - 6$ est positive après 3.

$$x \geq 3$$

Le crochet — En 3, l'expression vaut 0, et $0 \geq 0$ est vrai : 3 est solution.

$$S = [3\,;+\infty[$$

Inégalité large : la racine est incluse et son crochet est fermé. Du côté de l'infini, le crochet est toujours ouvert.

PIÈGES ANTICIPÉS

`]3;+inf[` / `]3;+∞[` / `]3;+oo[` → L'inégalité est **large** : en $x = 3$, $2x - 6 = 0 \geq 0$ est vrai. Le crochet est fermé.

`]-inf;3]` / `]-∞;3]` / `]-oo;3]` → Avant 3, l'expression est négative : teste $x = 0$, qui donne -6.

EXERCICE 91 · PRATIQUE

Un coefficient négatif

On cherche les réels x tels que $-4x + 10 < 0$.

Écrire l'ensemble des solutions sous forme d'intervalle (note l'infini « inf » ou « ∞ »).

Réponse attendue : `]5/2;+inf[` — aussi acceptées :]2.5;+inf[·]2,5;+inf[·]5/2;+∞[·]5/2;+oo[·]2,5;+oo[·]2.5;+oo[

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Cherche la racine de $-4x + 10$.
2. Ici $a = -4$ est négatif : de quel côté de la racine l'expression est-elle négative ?

CORRECTION

La racine —

$$-4x + 10 = 0 \iff x = \frac{10}{4} = \frac{5}{2}$$

Le signe — Après $\frac{5}{2}$, l'expression a le signe de $a = -4$: elle est négative.

$$x > \frac{5}{2}$$

Contrôle —

$x = 5 \ : \ -20 + 10 = -10 < 0$

$S = \left]\frac{5}{2}\,;+\infty\right[$

Avec $a < 0$, l'expression est négative après la racine. En résolvant directement, diviser par -4 retourne l'inégalité.

PIÈGES ANTICIPÉS

`]-inf;5/2[` / `]-∞;5/2[` / `]-oo;5/2[` → Tu as oublié de retourner l'inégalité en divisant par -4. Teste $x = 0 : 10 < 0$ est faux.

`]-5/2;+inf[` / `]-5/2;+∞[` / `]-5/2;+oo[` → La racine est positive : de $-4x = -10$, les deux signes moins se simplifient.

EXERCICE 92 · PRATIQUE

Le signe avant la racine

Soit g la fonction affine définie par $g(x) = -\frac{1}{3}x - 1$.

Quel est le signe de $g(x)$ quand $x < -3$? Répondre par « positif » ou « négatif ».

Réponse attendue : `positif` — aussi acceptées : positive · strictement positif

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Commence par la valeur qui annule g.
2. Après la racine, le signe est celui de a ; avant, c'est le signe contraire.
3. Contrôle avec une valeur, par exemple $x = -6$.

CORRECTION

La racine —

$-\frac{1}{3}x - 1 = 0 \iff x = -3$

Le coefficient —

$a = -\frac{1}{3} < 0$

Avant la racine — $x < -3$: on est avant la racine, le signe est contraire à celui de a.

$g(x) > 0$

Contrôle —

$g(-6) = 2 - 1 = 1 > 0$

Repérer d'abord la racine, puis se placer avant ou après : le signe de a fait le reste.

PIÈGES ANTICIPÉS

`négatif` / `négative` → Le signe de a vaut **après** la racine. Pour $x < -3$, on est avant : signe contraire. Teste $g(-6)$.

Maths à la carte — ABDELKADER HAMMAMI

EXERCICE 93 · PRATIQUE

Une droite sous l'autre

Dans un repère, on trace les droites $D : y = -x + 5$ et $D' : y = 2x + 1$.

Pour quelles abscisses x le point de D est-il au-dessous du point de D', ou confondu avec lui ? Écrire l'intervalle (note l'infini « inf » ou « ∞ »).

Réponse attendue : `[4/3;+inf[` — aussi acceptées : [4/3;+∞[· [4/3;+oo[

INDICES, DANS L'ORDRE

1. « Au-dessous ou confondu » : l'ordonnée sur D est inférieure ou égale à l'ordonnée sur D'.
2. Écris l'inéquation correspondante, puis rassemble les x.

CORRECTION

L'inéquation —

$-x + 5 \leq 2x + 1$

Rassembler —

$4 \leq 3x$

Résoudre —

$x \geq \dfrac{4}{3}$

Les deux droites se coupent en $x = \dfrac{4}{3}$: cette abscisse est incluse.

$S = \left[\dfrac{4}{3} ; +\infty\right[$

Comparer deux droites, c'est résoudre $f(x) \leq g(x)$: la position relative se lit sur l'inéquation.

PIÈGES ANTICIPÉS

`]-inf;4/3]` / `]-∞;4/3]` / `]-oo;4/3]` → C'est l'ensemble où D est **au-dessus** de D'. Teste $x = 0$: $5 \leq 1$ est faux.

`]4/3;+inf[` / `]4/3;+∞[` / `]4/3;+oo[` → « Ou confondu » : au point d'intersection, les ordonnées sont égales, et cette abscisse est solution.

EXERCICE 94 · PRATIQUE

Où le tableau change de signe

On veut dresser le tableau de signes de l'expression $0{,}5x + 2$.

Quelle valeur de x faut-il placer dans la première ligne du tableau, là où le signe change ?

Réponse attendue : `-4`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Le signe change là où l'expression s'annule.
2. Résous $0{,}5x + 2 = 0$; diviser par $0{,}5$, c'est multiplier par 2.

CORRECTION

L'équation —

$0{,}5x + 2 = 0$

Isoler —

$0{,}5x = -2$

Multiplier par 2 —

$x = -2 \times 2$

$x = -4$

Dans le tableau : $-$ avant -4, 0 en -4, $+$ après, puisque $a = 0{,}5 > 0$.

PIÈGES ANTICIPÉS

4 → De $0{,}5x + 2 = 0$, on tire $0{,}5x = -2$: la racine est négative.

-1 → Tu as multiplié -2 par $0{,}5$. Pour défaire une multiplication par $0{,}5$, on divise par $0{,}5$, c'est-à-dire qu'on multiplie par 2.

EXERCICE 95 · RAISONNEMENT

Compter les solutions entières

On considère l'inéquation $3x - 20 < 0$, où x est un entier naturel non nul.

Combien d'entiers naturels non nuls sont solutions ?

Réponse attendue : 6

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Résous d'abord l'inéquation dans $\mathbb{R}$.
2. Encadre la borne trouvée entre deux entiers consécutifs.
3. Compte les entiers à partir de 1.

CORRECTION

Résoudre —

$$3x < 20 \iff x < \frac{20}{3}$$

Encadrer —

$$6 < \frac{20}{3} < 7$$

Les entiers — Les entiers naturels non nuls inférieurs à $\frac{20}{3}$ vont de 1 à 6.

$1, 2, 3, 4, 5, 6$

6

On résout dans $\mathbb{R}$, puis on sélectionne les solutions qui ont le bon type de nombre.

PIÈGES ANTICIPÉS

7 → Tu as compté 0. L'énoncé demande des entiers naturels **non nuls** : on commence à 1.

20/3 → $\frac{20}{3}$ est la borne des solutions réelles. On demande combien d'entiers sont en dessous.

EXERCICE 96 · RAISONNEMENT

Retrouver le coefficient

f est une fonction affine telle que $f(0) = -6$. Son tableau de signes montre qu'elle s'annule en $x = 2$, qu'elle est négative avant et positive après.

Déterminer le coefficient directeur de f.

Réponse attendue : 3

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Écris $f(x) = ax + b$: $f(0)$ donne l'ordonnée à l'origine b.
2. $f(2) = 0$ donne une équation en a.
3. Vérifie la cohérence : positive après la racine signifie quoi pour a ?

CORRECTION

Ordonnée à l'origine —

$b = f(0) = -6$

La racine —

$f(2) = 2a - 6 = 0 \iff a = 3$

Cohérence — $a = 3 > 0$: positive après la racine, comme le dit le tableau.

$a > 0$

$a = 3$

Le tableau de signes contient deux informations : la racine, et le signe de a qui sert de contrôle.

PIÈGES ANTICIPÉS

-3 → De $2a - 6 = 0$, on tire $2a = 6$. D'ailleurs, f positive après la racine impose $a > 0$.

2 → 2 est la racine de f. On demande son coefficient directeur.

EXERCICE 97 · RAISONNEMENT

Le seuil de rentabilité

Une petite entreprise fabrique et vend des objets. Pour x objets vendus dans le mois, son bénéfice, en dinars, est $B(x) = 12x - 1500$.

Déterminer le nombre minimal d'objets à vendre pour que le bénéfice soit strictement positif.

Réponse attendue : 126

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Traduis « bénéfice strictement positif » par une inéquation.
2. Résous-la, puis cherche le premier nombre entier qui convient.

CORRECTION

L'inéquation —

$12x - 1500 > 0$

Résoudre —

$12x > 1500 \iff x > 125$

Le premier entier — Pour 125 objets, le bénéfice est nul : il faut en vendre davantage.

$B(125) = 0$

$x = 126$

La racine de B est le seuil de rentabilité ; après elle, B a le signe de $a = 12$: positif.

PIÈGES ANTICIPÉS

`125` → Pour 125 objets, $B(125) = 0$: le bénéfice est nul, pas strictement positif.

EXERCICE 98 · RAISONNEMENT **Réduire, puis résoudre**

On cherche les réels x tels que $2(x - 3) - (5x + 1) > 0$.

Écrire l'ensemble des solutions sous forme d'intervalle (note l'infini « inf » ou « ∞ »).

Réponse attendue : `]-inf;-7/3[` — aussi acceptées :]-∞;-7/3[·]-oo;-7/3[

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Développe et réduis le membre de gauche : tu obtiens une expression $ax + b$.
2. Attention au signe moins devant la parenthèse $(5x + 1)$: il change les deux signes.
3. Avec $a < 0$, de quel côté de la racine l'expression est-elle positive ?

CORRECTION

Développer —

$2x - 6 - 5x - 1 > 0$

Réduire —

$-3x - 7 > 0$

La racine —

$-3x - 7 = 0 \iff x = -\dfrac{7}{3}$

Le signe — $a = -3 < 0$: l'expression est positive **avant** la racine.

$x < -\dfrac{7}{3}$

$S = \left]-\infty\,;-\dfrac{7}{3}\right[$

Une inéquation qui n'a pas l'air affine le devient souvent une fois réduite. Ensuite, la règle du signe de $ax + b$ s'applique.

PIÈGES ANTICIPÉS

`]-inf;-5/3[` / `]-∞;-5/3[` / `]-oo;-5/3[` → Le moins devant $(5x + 1)$ change aussi le signe du 1 : $-(5x + 1) = -5x - 1$.

Maths à la carte
ABDELKADER HAMMAMI

`]-7/3;+inf[ / ]-7/3;+∞[ / ]-7/3;+oo[` → Avec $a = -3$, l'expression est négative après la racine. Teste $x = 0$: $-7 > 0$ est faux.

EXERCICE 99 · RAISONNEMENT

Des entiers dans un intervalle

Soit f la fonction affine définie par $f(x) = -3x + 4{,}5$. On cherche les entiers relatifs x tels que $x \geq -2$ et $f(x) \geq 0$.

Combien y a-t-il de tels entiers ?

Réponse attendue : 4

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Résous d'abord $f(x) \geq 0$.
2. Les solutions sont entre -2 et la racine de f : liste les entiers de cet intervalle.

CORRECTION

La racine —

$-3x + 4{,}5 = 0 \iff x = 1{,}5$

Le signe — $a = -3 < 0$: $f(x) \geq 0$ avant la racine.

$f(x) \geq 0 \iff x \leq 1{,}5$

Les deux conditions —

$-2 \leq x \leq 1{,}5$

Les entiers —

$-2,\ -1,\ 0,\ 1$

4

On résout l'inéquation dans $\mathbb{R}$, on croise avec l'autre condition, puis on compte les entiers.

PIÈGES ANTICIPÉS

`3` → L'inégalité $x \geq -2$ est large : -2 fait partie des solutions.

`5` → 2 ne convient pas : $f(2) = -1{,}5 < 0$. Les solutions s'arrêtent à $1{,}5$.

EXERCICE 100 · DEFI

Une longueur qui doit rester petite

ABC est un triangle isocèle en A ; H est le milieu de $[BC]$, avec $AH = 6$ cm et $HB = 4$ cm. M est un point du segment $[AH]$ et on pose $HM = x$. La parallèle à (BC) passant par M coupe (AB) en E et (AC) en F.

Pour quelles valeurs de x a-t-on $EF \leq 4$? Écrire l'intervalle, par exemple « [1;5] ».

Réponse attendue : `[3;6]` — aussi acceptées : [3,6]

INDICES, DANS L'ORDRE

1. M est sur $[AH]$: entre quelles valeurs x peut-il varier ?
2. Avec le théorème de Thalès dans le triangle ABC, exprime EF en fonction de $AM = 6 - x$.
3. Résous l'inéquation obtenue, sans oublier les valeurs possibles de x.

CORRECTION

Les valeurs de x —

$0 \leq x \leq 6$

Thalès — Les droites (EF) et (BC) sont parallèles.

$$\frac{EF}{BC} = \frac{AM}{AH} \iff \frac{EF}{8} = \frac{6-x}{6}$$

Une fonction affine —

$$EF = \frac{8(6-x)}{6} = 8 - \frac{4}{3}x$$

L'inéquation —

$$8 - \frac{4}{3}x \leq 4 \iff \frac{4}{3}x \geq 4 \iff x \geq 3$$

On croise avec $0 \leq x \leq 6$.

$S = [3\,;6]$

Une longueur géométrique peut être une fonction affine ; la réponse doit respecter les valeurs que x peut prendre sur la figure.

PIÈGES ANTICIPÉS

`[0;3]` → Plus M s'éloigne de H, plus EF est petit : c'est pour $x \geq 3$ que $EF \leq 4$.

`[3;+inf[` / `[3;+∞[` / `[3;+oo[` → M est sur le segment $[AH]$: x ne peut pas dépasser $AH = 6$.

EXERCICE 101 · DEFI

Au-dessus de l'autre et de l'axe

Soient f et g les fonctions affines définies par $f(x) = 2x - 3$ et $g(x) = -x + 6$. On cherche les réels x pour lesquels $f(x) > g(x)$ et $g(x) > 0$.

Écrire l'ensemble de ces réels sous forme d'intervalle, par exemple «]1;5[».

Réponse attendue : `]3;6[` — aussi acceptées :]3,6[

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Résous séparément chacune des deux inéquations.
2. Pour $g(x) > 0$, utilise le signe de $-x + 6$: a est négatif.
3. Garde les réels qui vérifient les deux à la fois.

CORRECTION

f(x) > g(x) —

$$2x - 3 > -x + 6 \iff 3x > 9 \iff x > 3$$

g(x) > 0 — La racine de g est 6 et $a = -1 < 0$: g est positive avant 6.

$$-x + 6 > 0 \iff x < 6$$

Les deux à la fois — Les deux inégalités sont strictes.

$3 < x < 6$

$S =]3\,;6[$

Deux conditions, deux inéquations du premier degré : la solution est la partie commune des deux ensembles.

PIÈGES ANTICIPÉS

`]3;+inf[ / ]3;+∞[ / ]3;+oo[` → Tu as résolu $f(x) > g(x)$ seulement. Il faut aussi $g(x) > 0$, qui exclut les $x \geq 6$.

`[3;6]` → Les deux inégalités sont strictes : en 3, $f(3) = g(3)$; en 6, $g(6) = 0$. Les bornes sont exclues.

EXERCICE 102 · DEFI

Une fonction à partir de son signe

f est une fonction affine telle que $f(0) = 2$. On sait de plus que $f(x) \geq 0$ exactement quand $x \in]-\infty\,;4]$.

Déterminer le coefficient directeur de f.

Réponse attendue : `-1/2`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. La borne 4 de l'intervalle est la racine de f.
2. Écris $f(x) = ax + b$: $f(0)$ donne b ; écris ensuite $f(4) = 0$.
3. Contrôle : f est positive **avant** sa racine. Qu'est-ce que cela impose au signe de a ?

CORRECTION

La racine —

$f(4) = 0$

L'ordonnée à l'origine —

$b = f(0) = 2$

L'équation —

$4a + 2 = 0 \iff a = -\dfrac{2}{4}$

Cohérence — $a < 0$: f est bien positive avant la racine.

$a = -\dfrac{1}{2} < 0$

$a = -\dfrac{1}{2}$

Un ensemble de solutions décrit une fonction affine : sa borne en est la racine, son côté donne le signe de a.

PIÈGES ANTICIPÉS

`1/2` → De $4a + 2 = 0$, on tire $4a = -2$. D'ailleurs f positive avant sa racine impose $a < 0$.

`-2` → De $4a = -2$, on tire $a = \dfrac{-2}{4}$, pas $\dfrac{4}{-2}$.