– Maths à la carte –

ABDELKADER HAMMAMI

Fonctions linéaires

1re année secondaire · Pr Abdelkader Hammami

Le cours

CE QU'IL DIT EN ACCUEILLANT

3aslema ! La fonction linéaire hiya ettarjma erriyadhiya l fikra une : « proportionnel à ». Le prix proportionnel au poids, la distance proportionnelle au temps. Koll el 7alat hedhom ywasefhom nombre un berk : le coefficient. Barra nchoufou kifech.

عسلامة ! la fonction linéaire هي الترجمة الرياضية لفكرة une : « proportionnel à ». le prix proportionnel au poids، la distance proportionnelle au temps. كلّ الحالات هاذم يوصفهم nombre un برك : le coefficient. برّة نشوفو كيفاش.

Bonjour ! Une fonction linéaire, c'est la traduction mathématique d'une seule idée : « proportionnel à ». Le prix proportionnel au poids, la distance proportionnelle au temps. Toutes ces situations sont décrites par un seul nombre : le coefficient. Voyons comment.

Une fonction linéaire, c'est la traduction mathématique d'une seule idée : **« proportionnel à »**. Le prix payé est proportionnel au nombre de kilos, la distance parcourue est proportionnelle au temps.

Un seul nombre, le coefficient a, contient toute l'information. C'est pour ça que la représentation graphique est une droite qui passe par l'origine : à zéro kilo, on paie zéro dinar.

OBJECTIFS ANNONCÉS

CE QU'IL DIT EN LES ANNONÇANT

Fi e5er el chapitre hedha, bech tkoun ta3ref :

في آخر الـ chapitre هذا ، باش تكون تعرف :

À la fin de ce chapitre, tu sauras :

- Reconnaître une fonction linéaire et calculer une image ou un antécédent

  > Reconnaître une fonction linéaire et calculer une image ou un antécédent.
  > *Reconnaître une fonction linéaire et calculer une image ou un antécédent.*

- Déterminer le coefficient a à partir d'un couple de valeurs ou d'un point

  > Déterminer le coefficient a à partir d'un couple de valeurs ou d'un point.
  > *Déterminer le coefficient a à partir d'un couple de valeurs ou d'un point.*

- Tracer et lire la représentation graphique d'une fonction linéaire

  > Tracer et lire la représentation graphique d'une fonction linéaire.
  > *Tracer et lire la représentation graphique d'une fonction linéaire.*

- Faire le lien entre fonction linéaire et situation de proportionnalité

  > Faire le lien entre fonction linéaire et situation de proportionnalité.
  > *Faire le lien entre fonction linéaire et situation de proportionnalité.*

- Traduire une augmentation ou une diminution en pourcentage par un coefficient multiplicateur

  > Traduire une augmentation ou une diminution en pourcentage par un coefficient multiplicateur.
  > *Traduire une augmentation ou une diminution en pourcentage par un coefficient multiplicateur.*

- Utiliser $f(x + x') = f(x) + f(x')$ pour calculer une image sans chercher le coefficient

  > Utiliser f de (x plus x prime) égale f de x plus f de x prime, pour calculer une image sans chercher le coefficient.
  > *Utiliser f de (x plus x prime) égale f de x plus f de x prime, pour calculer une image sans chercher le coefficient.*

---

1. ACTIVITÉ

Un seul nombre pour toute une situation

CE QU'IL DIT

Fel sou9, ettamatem tetbe3 bel wazn. 2 kilos b 3 dinars, 5 kilos b 7 virgule 5 dinars, 8 kilos b 12 dinars. A7seb le quotient prix sur quantité fi koll star. Chnowa tlé7edh ? W baad, bla règle de trois, a3tini le prix mte3 11 kilos.

في السوق، الطماطم تتباع بالوزن. 2 kilos بـ 3 kilos، 5 dinars بـ 7 kilos، 8 kilos بـ 12 dinars. أحسب le quotient prix sur quantité في كلّ سطر. شنوّة تلاحظ ؟ w بعد، بلا règle de trois، أعطيني le prix متاع 11 kilos.

Au marché, les tomates sont vendues au poids. 2 kilos coûtent 3 dinars, 5 kilos coûtent 7 virgule 5 dinars, 8 kilos coûtent 12 dinars. Calcule le quotient prix sur quantité pour chaque ligne. Que remarques-tu ? Et maintenant, sans règle de trois, donne-moi le prix de 11 kilos.

Au marché, les tomates sont vendues au poids. On relève :

- 2 kg coûtent 3 dinars ;
- 5 kg coûtent $7{,}5$ dinars ;
- 8 kg coûtent 12 dinars.

1. Pour chaque ligne, calcule le quotient $\dfrac{\text{prix}}{\text{quantité}}$.
2. Que remarques-tu ?
3. Sans faire de règle de trois, donne le prix de 11 kg.
4. Que coûterait 0 kg ?

La quatrième question a l'air inutile. C'est elle qui explique pourquoi la droite du chapitre passe par l'origine.

EXEMPLE TRAITÉ

Ce que donnent les trois quotients.

Les quotients —

$\frac{3}{2} = 1{,}5 \quad ; \quad \frac{7{,}5}{5} = 1{,}5 \quad ; \quad \frac{12}{8} = 1{,}5$

Le quotient ne change pas : c'est le prix d'un kilo. Un seul nombre décrit toute la situation.

$\text{prix} = 1{,}5 \times \text{quantité}$

Onze kilos —

$1{,}5 \times 11 = 16{,}5 \text{ dinars}$

Zéro kilo — On ne paie rien : le couple $(0\,;0)$ fait partie de la situation.

$1{,}5 \times 0 = 0$

$$f(x) = 1{,}5\,x$$

À ne pas faire : 11 kg coûtent $12 + 3 = 15$ dinars — 11 kg coûtent $1{,}5 \times 11 = 16{,}5$ dinars. $8 + 2 = 10$, pas 11 : ces 15 dinars sont le prix de 10 kg. Additionner deux lignes est permis — c'est l'additivité — à condition d'additionner aussi les quantités. Le plus sûr : multiplier par le coefficient, $1{,}5$.

2. DÉFINITION

Définition et vocabulaire

CE QU'IL DIT

La fonction linéaire de coefficient a hiya la fonction f qui à tout réel x associe ax. Deux kelmet ma te5lethomch : l'image de x hiya ennatija f de x — tebda men x w todhrob. Amma l'antécédent, houwa el 3aks : ta3ref ennatija w tlawwej 3ala x.

كلمات ما تخلطهمش la fonction f qui à tout réel x associe ax. deux هي la fonction linéaire de coefficient a l'image de x : هي النتيجة f de x — تبدا من x w تضرب. أمّا l'antécédent، هو العكس : تعرف النتيجة w تلوّج على x.

La fonction linéaire de coefficient a, c'est la fonction f qui à tout réel x associe ax. Deux mots à ne pas confondre : l'image de x, c'est le résultat f de x — on part de x et on multiplie. L'antécédent, c'est l'inverse : on connaît le résultat et on cherche x.

Soit a un nombre réel fixé. La **fonction linéaire de coefficient a** est la fonction f qui, à tout réel x, associe le nombre ax :

$$f : x \longmapsto ax$$

Deux mots à ne pas confondre :

- l'**image** de x par f, c'est le résultat $f(x)$; on part de x, on multiplie ;
- un **antécédent** de y par f, c'est un nombre x tel que $f(x) = y$; on part du résultat, on remonte.

Dans un sens on multiplie par a, dans l'autre on divise par a.

LA FORME

$$f(x) = ax$$

RETROUVER A

$$a = \frac{f(x)}{x} \quad (x \neq 0)$$

EXEMPLE TRAITÉ

Soit f la fonction linéaire définie par $f(x) = -3x$. Calculer $f(-2)$, puis l'antécédent de 12.

Image — On remplace x par -2. Deux signes moins donnent un plus.

$$f(-2) = -3 \times (-2) = 6$$

Antécédent — On cherche x tel que $f(x) = 12$.

$$-3x = 12 \iff x = \frac{12}{-3} = -4$$

$$f(-2) = 6 \quad ; \quad f(-4) = 12$$

À ne pas faire : $f(-2) = -3 - 2 = -5$ — $f(-2) = -3 \times (-2) = 6$. Dans $f(x) = -3x$, le -3 **multiplie** x. Il ne s'y ajoute pas.

3. PROPRIÉTÉ

Une fonction linéaire est additive

CE QU'IL DIT

Hedhi anfa3 propriété fi le chapitre : l'image d'une somme hiya la somme des images. Ma3neha ken ta3ref f(3) w f(5), ta3ref f(8) bla ma tlawwej 3ala a. Ama rodd belek : hedha yemchi ken m3a une fonction linéaire, w ken m3a la somme, mechi m3a le produit.

هاذي أنفع propriété في le chapitre : l'image d'une somme هي la somme des images . معناها كان تعرف f(3) w f(5) ، تعرف f(8) بلا ما تلوّج على a . أما رد بالك : هذا يمشي كان مع w ، une fonction linéaire كان مع la somme ، ماشي مع le produit .

C'est la propriété la plus utile du chapitre : l'image d'une somme est la somme des images. Donc si tu connais f(3) et f(5), tu connais f(8) sans chercher a. Mais attention : cela ne marche que pour une fonction linéaire, et seulement avec la somme, pas avec le produit.

C'est la propriété la plus utile du chapitre, et la moins connue : pour une fonction linéaire, l'image d'une somme est la somme des images.

Elle permet de calculer une image **sans connaître le coefficient**. Si tu sais ce que valent $f(3)$ et $f(5)$, tu sais ce que vaut $f(8)$ — sans jamais chercher a.

C'est aussi ce qui traduit, en langage de fonction, la propriété d'une situation de proportionnalité : deux fois plus de marchandise coûte deux fois plus cher, et trois kilos plus cinq kilos coûtent le prix de trois kilos plus celui de cinq kilos.

POUR TOUS RÉELS X ET X'

$$f(x+x') = f(x) + f(x')$$

DEUX IMAGES À CONNAÎTRE

$$f(0) = 0 \quad ; \quad f(1) = a$$

DÉMONSTRATION

Soit $f : x \mapsto ax$ une fonction linéaire, et x, x' deux réels.

On calcule d'un côté :

$$f(x+x') = a(x+x') = ax + ax'.$$

Et de l'autre :

$$f(x) + f(x') = ax + ax'.$$

Les deux écritures sont identiques : la propriété vient de la **distributivité** de la multiplication sur l'addition, et de rien d'autre.

En prenant $x = x' = 0$ on obtient $f(0) = 2f(0)$, donc $f(0) = 0$. Et $f(1) = a \times 1 = a$.

EXEMPLE TRAITÉ

f est une fonction linéaire telle que $f(3) = 12$ et $f(5) = 20$. Calculer $f(8)$, puis $f(13)$.

On décompose — $8 = 3 + 5$, et ce sont précisément les deux images connues.

$f(8) = f(3+5) = f(3) + f(5)$

$f(8) = 12 + 20 = 32$

Encore une fois — $13 = 8 + 5$, et $f(8)$ vient d'être trouvé.

$f(13) = f(8) + f(5) = 32 + 20 = 52$

Contrôle par le coefficient : $a = \dfrac{12}{3} = 4$, donc $f(8) = 32$ et $f(13) = 52$. Les deux chemins concordent.

$$f(8) = 32 \quad ; \quad f(13) = 52$$

À ne pas faire : $f(3 \times 5) = f(3) \times f(5)$ — $f(15) = 15a$, et $f(3) \times f(5) = 15a^2$. La propriété porte sur la **somme**, pas sur le produit. Avec $a = 4$: $f(15) = 60$, alors que $f(3) \times f(5) = 240$.

À ne pas faire : $f(8) = f(3) + f(5)$ marche pour toute fonction. — Seulement pour une fonction **linéaire**.. Pour une fonction affine $f : x \mapsto ax + b$ avec $b \neq 0$, on a $f(x+x') = f(x) + f(x') - b$. L'ordonnée à

l'origine se compte deux fois.

4. PROPRIÉTÉ

La représentation graphique

CE QU'IL DIT

Fi un repère, la représentation graphique d'une fonction linéaire hiya une droite qui passe par l'origine. Hedha sa7i7 mahma ken a, w hedha bel dhabt elli yfarra9ha 3ala el fonctions el o5rin. Essabab wadhe7 : f de zéro égale a fois zéro égale zéro. Ma3neha un seul point de plus yekfi bech tarsem la droite.

في un repère، la représentation graphique d'une fonction linéaire هي une droite qui passe par l'origine.

هاذا صحيح مهما كان a، w هاذا بالضبط الّي يفرّقها على الفنكسيونات الأخرى. السبب واضح : f de zéro égale a fois zéro égale zéro. معناها un seul point de plus يكفي باش ترسم la droite.

Dans un repère, la représentation graphique d'une fonction linéaire est une droite qui passe par l'origine. C'est vrai quel que soit a, et c'est exactement ce qui la distingue des autres fonctions. La raison est immédiate : f de zéro égale a fois zéro égale zéro. Il suffit donc d'un seul point de plus pour tracer la droite.

Dans un repère, la représentation graphique d'une fonction linéaire est **une droite qui passe par l'origine** O. C'est vrai quel que soit a, et c'est ce qui distingue une fonction linéaire de toutes les autres.

La raison est immédiate : $f(0) = a \times 0 = 0$, donc le point $(0\,;0)$ appartient toujours à la droite.

Le nombre a s'appelle le **coefficient directeur** : c'est ce qu'on monte verticalement quand on avance de 1 horizontalement. Si $a > 0$ la droite monte, si $a < 0$ elle descend.

Pour la tracer, deux points suffisent — et le premier est offert : c'est l'origine.

TOUJOURS

$f(0) = 0$

SENS

$a > 0$: la droite monte

SENS

$a < 0$: la droite descend

EXEMPLE TRAITÉ

Tracer la droite représentative de $f(x) = \frac{2}{3}x$.

Premier point — L'origine appartient toujours à la droite.

$O(0\,;0)$

Second point — On choisit un x qui tombe juste avec le dénominateur.

$f(3) = \frac{2}{3} \times 3 = 2 \;\Rightarrow\; A(3\,;2)$

On trace la droite (OA). Comme $a > 0$, elle monte.

$a = \frac{2}{3} > 0$

À ne pas faire : On place les points au hasard puis on relie — On choisit x multiple du dénominateur de a. Avec $a = \dfrac{2}{3}$, prendre $x = 3$ donne un point à coordonnées entières, donc plaçable exactement.

---

5. MÉTHODE

Déterminer le coefficient

CE QU'IL DIT

La fonction linéaire tet7added b couple de valeurs un berk. Ken ta3ref x zéro non nul w son image, ta3ref a : a égale f de x zéro sur x zéro. W nafs el 7aja ki ya3tiwek un point A de la droite — t9oul le point A appartient à la droite, w t7oll.

a : a تعرف، x zéro non nul w son image كان تعرف .برك couple de valeurs un بـ تتحدّد la fonction linéaire le point A تقول — un point A de la droite يعطيوك كي الحاجة نفس égale f de x zéro sur x zéro. w تحلّ.، w appartient à la droite

Une fonction linéaire est entièrement déterminée par un seul couple de valeurs. Si tu connais un x zéro non nul et son image, tu connais a : a égale f de x zéro sur x zéro. C'est la même chose quand on te donne un point A de la droite — tu écris que le point A appartient à la droite, et tu résous.

Une fonction linéaire est entièrement déterminée par **un seul couple de valeurs**. Si tu connais un nombre non nul x_0 et son image, tu connais a :

$$a = \frac{f(x_0)}{x_0}$$

C'est aussi la méthode quand on te donne un point $A(x_0\,;y_0)$ de la droite : dire que A appartient à la droite, c'est exactement dire que $f(x_0) = y_0$.

Ordre à respecter : l'**image divisée par** l'antécédent, jamais l'inverse.

APPARTENANCE

$A(x_0\,;y_0) \in (d) \iff f(x_0) = y_0$

EXEMPLE TRAITÉ

Le point $A(-6\,;15)$ appartient à la droite représentative d'une fonction linéaire f. Calculer $f(4)$.

Traduire — Le point A est sur la droite : cela signifie que l'image de -6 est 15.

$f(-6) = 15$

Le coefficient —

$a = \frac{15}{-6} = -\frac{5}{2}$

L'image demandée —

$f(4) = -\frac{5}{2} \times 4 = -10$

$$f(4) = -10$$

À ne pas faire : $a = \dfrac{-6}{15}$ — $a = \dfrac{15}{-6}$. Le coefficient est l'image divisée par l'antécédent, dans cet ordre.

---

6. PROPRIÉTÉ

Linéaire et proportionnalité

CE QU'IL DIT

El 7ala tkoun de proportionnalité bel dhabt ki tetwasef b une fonction linéaire, w wa9tha a houwa le coefficient de proportionnalité. W men houni to5roj deux 5asiyat te5demek bech ta7seb fi rasek : f de la parenthèse x un plus x deux, égale f de x un plus f de x deux, w f de la parenthèse k fois x, égale k fois f de x.

الحالة تكون de proportionnalité بالضبط كي تتوصف بـ une fonction linéaire، w وقتها a هو le coefficient de f de la parenthèse x un plus x : خاصّيات تخدمك باش تحسب في راسك deux من هنا تخرج proportionnalité. w .deux، égale f de x un plus f de x deux، w f de la parenthèse k fois x، égale k fois f de x

Une situation est de proportionnalité exactement quand elle se modélise par une fonction linéaire, et a est alors le coefficient de proportionnalité. Deux propriétés en découlent, et elles servent tout le temps pour calculer de tête : f de la parenthèse x un plus x deux, égale f de x un plus f de x deux, et f de la parenthèse k fois x, égale k fois f de x.

Une situation est de **proportionnalité** exactement quand elle se modélise par une fonction linéaire. Le coefficient a est alors le coefficient de proportionnalité.

Deux propriétés en découlent, et elles servent tout le temps pour calculer de tête :

- $f(x_1 + x_2) = f(x_1) + f(x_2)$ — deux fois plus d'articles, deux fois plus cher additionné ;
- $f(kx) = k \times f(x)$ — si la quantité est multipliée par k, le résultat aussi.

Attention : ces égalités sont fausses dès que la fonction n'est plus linéaire. Un abonnement avec frais fixes n'est pas une situation de proportionnalité.

ADDITIVITÉ

$$f(x_1 + x_2) = f(x_1) + f(x_2)$$

HOMOGÉNÉITÉ

$$f(kx) = k \times f(x)$$

DÉMONSTRATION

Soit f la fonction linéaire de coefficient a, et soient x_1 et x_2 deux réels.

$$f(x_1 + x_2) = a(x_1 + x_2) = ax_1 + ax_2 = f(x_1) + f(x_2)$$

Tout repose sur la distributivité de la multiplication sur l'addition.

C'est aussi ce qui explique pourquoi la propriété tombe en défaut pour une fonction affine : dans $ax + b$, la constante b serait comptée deux fois.

EXEMPLE TRAITÉ

3 kg de tomates coûtent $4{,}5$ dinars. Combien coûtent 7 kg ?

Le coefficient — C'est le prix d'un kilo.

$a = \frac{4{,}5}{3} = 1{,}5$

La réponse —

$f(7) = 1{,}5 \times 7 = 10{,}5$

$10{,}5$ dinars

À ne pas faire : 7 kg coûtent $4{,}5 + 7 = 11{,}5$ dinars — 7 kg coûtent $1{,}5 \times 7 = 10{,}5$ dinars. En proportionnalité on multiplie par le coefficient, on n'ajoute pas la quantité au prix.

7. MÉTHODE

Pourcentages et coefficient multiplicateur

CE QU'IL DIT

Ma tejma3ch les pourcentages. Deux baisses de dix pour cent ma ya3touch vingt pour cent : les coefficients yetdharbou, ma yetjam3ouch.

vingt pour cent : les coefficients ما يعطيوش les pourcentages. deux baisses de dix pour cent ما تجمعش يتضاربوا، ما يتجمعوش.

N'additionne pas les pourcentages. Deux baisses de dix pour cent ne font pas vingt pour cent : les coefficients se multiplient, ils ne s'additionnent pas.

Prendre $t\,\%$ d'une quantité, c'est la multiplier par $\dfrac{t}{100}$. C'est donc une fonction linéaire.

Mais l'outil vraiment utile est le **coefficient multiplicateur**, qui donne directement le résultat final :

- augmenter de $t\,\%$ → multiplier par $1 + \dfrac{t}{100}$;
- diminuer de $t\,\%$ → multiplier par $1 - \dfrac{t}{100}$.

Il a un avantage décisif : pour **enchaîner** deux variations, on multiplie les coefficients. On n'additionne jamais les pourcentages — c'est la faute classique de la section.

HAUSSE

Augmenter de $t\%$: $\times \left(1 + \frac{t}{100}\right)$

BAISSE

Diminuer de $t\%$: $\times \left(1 - \frac{t}{100}\right)$

EXEMPLE TRAITÉ

Un prix subit deux baisses successives de $10\,\%$. De quel pourcentage a-t-il baissé au total ?

Chaque baisse — Une baisse de $10\,\%$ multiplie par $0{,}9$.

$1 - \frac{10}{100} = 0{,}9$

Enchaîner — Deux baisses : on multiplie les deux coefficients.

$0{,}9 \times 0{,}9 = 0{,}81$

Traduire — Multiplier par $0{,}81$, c'est retirer $0{,}19$, soit $19\,\%$.

$1 - 0{,}81 = 0{,}19$

Baisse globale de 19%

À ne pas faire : Deux baisses de $10\,\%$ font une baisse de $20\,\%$ — Elles font une baisse de $19\,\%$. La seconde baisse s'applique à un prix **déjà réduit**, donc elle retire moins. Les coefficients se multiplient, les taux ne s'additionnent pas.

À RETENIR

CE QU'IL DIT EN L'ÉCRIVANT

Hedha elli lezmek tetfakkrou :

هذا اللي لازمك تتفكّرو :

Voici ce qu'il faut retenir :

1. Une fonction linéaire s'écrit $f(x) = ax$: un seul nombre la définit entièrement.
   > La fonction linéaire tetkteb f de x égale ax : un seul nombre y7addedha kamla.
   > *Une fonction linéaire s'écrit f de x égale ax : un seul nombre la définit entièrement.*
2. Sa représentation graphique est une droite qui passe **toujours** par l'origine.
   > La représentation graphique mte3ha droite, w dima t3addi bel origine.
   > *Sa représentation graphique est une droite qui passe toujours par l'origine.*
3. $a = \dfrac{f(x)}{x}$: l'image divisée par l'antécédent, dans cet ordre.
   > a égale f de x sur x : l'image divisée par l'antécédent, w bel tartib hedha.
   > *a égale f de x sur x : l'image divisée par l'antécédent, dans cet ordre.*
4. Image : on multiplie par a. Antécédent : on divise par a.
   > L'image : todhrob fi a. L'antécédent : te9sem 3ala a.

> *Pour l'image, on multiplie par a. Pour l'antécédent, on divise par a.*

5. Augmenter de $t\,\%$, c'est multiplier par $1 + \dfrac{t}{100}$.

   > Augmenter de t pour cent, ma3neha tmultiplier par 1 plus t sur 100.
   > *Augmenter de t pour cent, c'est multiplier par 1 plus t sur 100.*

6. Pour enchaîner deux variations, on multiplie les coefficients — jamais les taux.

   > Ki ykounou deux variations wa7da wara lo5ra, todhrob les coefficients, mouch les taux.
   > *Pour enchaîner deux variations, on multiplie les coefficients, jamais les taux.*

7. $f(x + x') = f(x) + f(x')$ pour une fonction linéaire — sur la **somme**, jamais sur le produit.

   > Fi fonction linéaire, f de (x plus x prime) égale f de x plus f de x prime : 3al somme, mouch 3al produit.
   > *Pour une fonction linéaire, f de (x plus x prime) égale f de x plus f de x prime : sur la somme, jamais sur le produit.*

8. $f(0) = 0$ et $f(1) = a$: deux images qui se lisent sans calcul.

   > f de zéro égale zéro, w f de 1 égale a : deux images yet9raw bla 7seb.
   > *f de zéro égale zéro et f de 1 égale a : deux images qui se lisent sans calcul.*

Questions fréquentes — ses réponses toutes prêtes

Quand un élève tape une de ces questions pendant le cours, cette réponse part aussitôt, avec sa voix, sans passer par le modèle. Les formulations sont celles qu'on reconnaît.

QUESTION 1 · UN SEUL NOMBRE POUR TOUTE UNE SITUATION

pourquoi le quotient prix sur quantité est toujours le même | 3lech el quotient dima 1,5 | le quotient prix quantite c quoi | chnowa ma3neha le quotient ne change pas | pk prix sur quantite donne toujours le meme nombre | el quotient prix/quantité 3lech ma yetbaddelch

CE QU'IL ÉCRIT AU TABLEAU

$\frac{3}{2} = \frac{7{,}5}{5} = \frac{12}{8} = 1{,}5$

CE QU'IL RÉPOND

Le quotient prix sur quantité houwa le prix d'un kilo : $\frac{3}{2}$, $\frac{7{,}5}{5}$ w $\frac{12}{8}$ ya3tiw lkol $1{,}5$. Ma yetbaddelch 5ater koll kilo b nafs essoum. Hal nombre el wa7id houwa le coefficient mte3 la fonction linéaire : $\text{prix} = 1{,}5 \times \text{quantité}$.

1 يعطيو الكل le prix d'un kilo : 3 sur 2 ، 7 virgule 5 sur 5 w 12 sur 8 هو le quotient prix sur quantité la fonction متاع le coefficient هو الوحيد nombre هالـ . بنفس السوم kilo كل خاطر يتبدّلش ما . virgule 5 . linéaire : prix égale 1 virgule 5 fois quantité

Le quotient prix sur quantité, c'est le prix d'un kilo : 3 sur 2, 7,5 sur 5 et 12 sur 8 donnent tous 1,5. Il ne change pas parce que chaque kilo coûte la même chose. Ce nombre unique est le coefficient de la fonction linéaire : prix égale 1,5 fois quantité.

QUESTION 2 · UN SEUL NOMBRE POUR TOUTE UNE SITUATION

est ce que je peux utiliser la règle de trois | règle de trois wala coefficient ? | 3lech bla règle de trois | pourquoi pas la regle de 3 | règle de trois tnajjem nesta3melha fel fonction linéaire ? | chnowa el far9 bin règle de trois w coefficient

CE QU'IL ÉCRIT AU TABLEAU

$1{,}5 \times 4 = 6$

CE QU'IL RÉPOND

La règle de trois ta3tik ennatija essa7i7a, ama t3awed el 7seb lkol fi koll so2al. Le coefficient ta7sbou marra berk : men ba3d koll prix yji b multiplication wa7da. B 1,5 dinar le kilo, 4 kilos b $1{,}5 \times 4 = 6$ dinars.

la règle de trois تعطيك النتيجة الصحيحة ، أمّا تعاود الحساب الكل في كل سؤال . le coefficient تحسبو مرّة برك : من بعد كل prix يجي بـ multiplication وحدة . بـ 1 kilos 4 ، 1 dinar le kilo بـ 1 virgule 5 fois 4 ، يعني 6 virgule 5 dinars .

La règle de trois donne le bon résultat, mais elle refait tout le calcul à chaque question. Le coefficient, lui, se calcule une seule fois : ensuite chaque prix s'obtient en une multiplication. À 1,5 dinar le kilo, 4 kilos coûtent 1,5 fois 4, soit 6 dinars.

QUESTION 3 · DÉFINITION ET VOCABULAIRE

c'est quoi une fonction linéaire | chnowa fonction linéaire | fonction lineaire ya3ni chnowa | definition de la fonction lineaire | c koi une fonction linaire | chnia el fonction linéaire

CE QU'IL ÉCRIT AU TABLEAU

$f : x \longmapsto ax$

$f(x) = 4x \quad (a = 4)$

CE QU'IL RÉPOND

La fonction linéaire hiya la fonction f qui à tout réel x associe ax, w a houwa un nombre fixé : le coefficient mte3ha. Bech tal9a l'image, todhrob dima fi nafs el nombre a. Par exemple, $f(x) = 4x$ hiya la fonction linéaire de coefficient 4.

la fonction f qui à tout réel x associe a fois x ، w a هي la fonction linéaire un nombre fixé : le هو . par exemple ، f de x égale 4 fois الـ تضرب ديما في نفس ، l'image باش تلقى متاعها coefficient nombre a . la fonction linéaire de coefficient 4 هي x .

Une fonction linéaire, c'est une fonction f qui à tout réel x associe a fois x, où a est un nombre fixé : son coefficient. Pour avoir une image, on multiplie toujours par le même nombre a. Par exemple, f de x égale

4x est la fonction linéaire de coefficient 4.

QUESTION 4 · DÉFINITION ET VOCABULAIRE

chnowa el far9 bin image w antécédent | quelle est la différence entre image et antécédent | image wala antécédent ? | je confonds image et antécédent | antecedent c quoi w image c quoi | l'image w l'antecedent kifech nfar9hom

CE QU'IL ÉCRIT AU TABLEAU

$$f(5) = 2 \times 5 = 10$$

CE QU'IL RÉPOND

L'image de x hiya ennatija $f(x)$: tebda men x w todhrob fi a. L'antécédent de y houwa le nombre x elli l'image mte3ou y : tebda men ennatija w traja3 lteli. M3a $f(x) = 2x$, l'image de 5 hiya 10, w 5 houwa l'antécédent de 10.

l'image اللي le nombre x هو a . l'antécédent de y تضرب في x w تبدا من : f de x هي النتيجة l'image de x
l'antécédent هو w 5 ، 10 هي f de x égale 2 fois x ، l'image de 5 مع . ترجع لتالي w متاعو y : تبدا من النتيجة
. de 10

L'image de x, c'est le résultat f de x : on part de x et on multiplie par a. Un antécédent de y, c'est un nombre x dont l'image est y : on part du résultat et on remonte. Avec f de x égale 2x, l'image de 5 est 10, et 5 est l'antécédent de 10.

QUESTION 5 · DÉFINITION ET VOCABULAIRE

comment calculer l'image | kifech na7seb l'image | kifech nal9a l'image de x | calculer une image par une fonction lineaire | l'image kifech t7sbha | comment on trouve l'image d'un nombre

CE QU'IL ÉCRIT AU TABLEAU

$$f(3) = -4 \times 3 = -12$$

CE QU'IL RÉPOND

T7ott la valeur fi blaset x, w todhrob fi le coefficient. M3a $f(x) = -4x$, l'image de 3 hiya $-4 \times 3 = -12$. Le coefficient yodhrob x : 3omrou ma yetzed 3lih.

هي f de x égale moins 4 fois x ، l'image de 3 مع . le coefficient تضرب في x ، w بلاصة في la valeur تحط
عمرو ما يتزاد عليه . : x يضرب moins 12 . le coefficient يعني ، moins 4 fois 3

On remplace x par sa valeur, puis on multiplie par le coefficient. Avec f de x égale moins 4x, l'image de 3 est moins 4 fois 3, soit moins 12. Le coefficient multiplie x : il ne s'y ajoute jamais.

QUESTION 6 · DÉFINITION ET VOCABULAIRE

comment trouver l'antécédent | kifech nal9a l'antécédent | kifech na7seb l'antecedent

comment calculer un antecedent | l'antécédent kifech nlawej 3lih | trouver l'antecedent d'un nombre par une fonction lineaire

CE QU'IL ÉCRIT AU TABLEAU

$$4x = 20 \iff x = \frac{20}{4} = 5$$

CE QU'IL RÉPOND

Nlawjou 3la x bech $f(x)$ ysewi le nombre elli 3tawhoulek : ya3ni $ax = y$. Ndivisiw 3la a, w a lezem ma ykounech nul. M3a $f(x) = 4x$, l'antécédent de 20 houwa $\frac{20}{4} = 5$; w nthabtou : $4 \times 5 = 20$.

نلوّجو على x باش f de x يساوي le nombre اللي عطاوهولك : a fois x égale y يعني . ندیفیزیو على a ، w a لازم ما يكونش nul . مع 20 l'antécédent de 20 ، f de x égale 4 fois x هو 20 sur 4 ، يعني 5 ؛ w نثبّتو : 4 fois 5 égale 20 .

On cherche x tel que f de x égale le nombre donné : a fois x égale y. On divise par a, qui ne doit pas être nul. Avec f de x égale 4x, l'antécédent de 20 est 20 sur 4, soit 5 ; on vérifie : 4 fois 5 égale 20.

QUESTION 7 · DÉFINITION ET VOCABULAIRE

ax c'est a fois x ou a plus x | 3x ya3ni 3 fois x wala 3 plus x | est ce que ax veut dire a multiplié par x | kifech na9ra ax | ax = a + x ? | le nombre collé à x on le multiplie ?

CE QU'IL ÉCRIT AU TABLEAU

$$3x = 3 \times x$$

$$3 \times 2 = 6$$

CE QU'IL RÉPOND

Ey : ax ma3neha $a \times x$. Ki ykoun nombre mlasa9 fi x, le signe fois m5abbi. $3x = 3 \times x$: ki $x = 2$, nal9aw 6, mouch 5. Le coefficient yodhrob x, ma yetzedech 3lih.

إيه : ax معناها a fois x . كي يكون nombre ملصّق في le signe fois ، x مخبّي . 3 x égale 3 fois x : كي x égale 2 ، نلقاو 6 ، موش 5 . le coefficient يضرب x ، ما يتزادش عليه .

Oui : ax veut dire a fois x. Quand un nombre est collé à x, le signe fois est sous-entendu. Ainsi 3x égale 3 fois x : pour x égale 2, on trouve 6, pas 5. Le coefficient multiplie x, il ne s'y ajoute pas.

QUESTION 8 · DÉFINITION ET VOCABULAIRE

f(x) c'est f fois x ? | f(x) na9raha kifech | comment on lit f(x) | est ce que f(x) veut dire f multiplié par x | f de x kifech na9raha | f(x) produit wala le

CE QU'IL ÉCRIT AU TABLEAU

$$f(7) = 2 \times 7 = 14$$

CE QU'IL RÉPOND

$f(x)$ na9rawha « f de x » : hiya l'image de x par la fonction f, mouch produit. f houwa esm la fonction, w x houwa le nombre elli nebdew bih. M3a $f(x) = 2x$, $f(7) = 14$: l'image de 7 hiya 14.

f de x نقراوها « f de x » : هي l'image de x par la fonction f ، موش produit . f هو اسم هو la fonction ، w x le nombre اللي نبداو بيه . مع l'image de 7 : f de 7 égale 14 ، f de x égale 2 fois x هي 14 .

f de x se lit « f de x » : c'est l'image de x par la fonction f, pas un produit. f est le nom de la fonction, x le nombre de départ. Avec f de x égale 2x, f de 7 égale 14 : l'image de 7 est 14.

QUESTION 9 · DÉFINITION ET VOCABULAIRE

le coefficient peut être égal à 0 ? | coefficient 0 fonction linéaire wala le | coefficient nul ynajjem ? | si le coefficient egal 0 chnowa ysir | le coefficient ynajjem ykoun zero ? | fonction lineaire avec coefficient nul

CE QU'IL ÉCRIT AU TABLEAU

$$f(x) = 0 \times x = 0$$

CE QU'IL RÉPOND

Ey, a ynajjem ykoun ay réel fixé, 7atta 0. Ki $a = 0$, $f(x) = 0 \times x = 0$ l koll x : hedhi la fonction nulle. La droite mte3ha tet3adda mel origine w tji 3la l'axe des abscisses : la tatla3 la tahbet.

إيه a ، ينجّم يكون أيّ réel fixé ، حتّى 0 . كي f de x égale 0 fois x ، a égale 0 ، يعني 0 لكل x : هاذي la fonction nulle . la droite متاعها تتعدّى من l'origine w تجي على l'axe des abscisses : لا تطلع لا تهبط .

Oui, a peut être n'importe quel réel fixé, 0 compris. Avec a égale 0, f de x égale 0 fois x, donc 0 pour tout x : c'est la fonction nulle. Sa droite passe par l'origine et se confond avec l'axe des abscisses : elle ne monte pas et ne descend pas.

QUESTION 10 · DÉFINITION ET VOCABULAIRE

le coefficient peut être négatif ? | coefficient négatif ynajjem ? | coefficient fraction ynajjem ? | le coefficient doit etre entier ? | coefficient b virgule ynajjem ? | coefficient decimal wala entier

CE QU'IL ÉCRIT AU TABLEAU

$$f(x) = -5x \quad ; \quad f(x) = \tfrac{3}{4}x \quad ; \quad f(x) = 1{,}5x$$

CE QU'IL RÉPOND

Ey : le coefficient a houwa réel fixé, positif walla négatif, entier walla le. $f(x) = -5x$, $f(x) = \frac{3}{4}x$ w $f(x) = 1{,}5x$, lkol fonctions linéaires. Le signe de a y9ollek berk kenha la droite tatla3 walla tahbet.

إيه le coefficient a : هو positif ، réel fixé ولّا entier ، négatif ولّا لا . f de x égale ، f de x égale moins 5 fois x la fonctions linéaires . le signe de a الكل ، 3 sur 4 fois x ، w f de x égale 1 virgule 5 fois x يقلّك برك كانها droite تطلع ولّا تهبط .

Oui : le coefficient a est un réel fixé, positif ou négatif, entier ou non. f de x égale moins 5x, f de x égale 3 quarts de x et f de x égale 1,5x sont toutes des fonctions linéaires. Le signe de a dit seulement si la droite monte ou descend.

QUESTION 11 · DÉFINITION ET VOCABULAIRE

chnowa el far9 bin fonction linéaire w fonction affine | différence entre linéaire et affine | fonction affine c quoi | 2x + 3 linéaire wala affine | linéaire w affine kifkif ? | une fonction affine est linéaire ?

CE QU'IL ÉCRIT AU TABLEAU

$$f(x) = 2x + 3 \ : \ f(0) = 3 \neq 0$$

CE QU'IL RÉPOND

La fonction affine nektbouha $ax + b$; la fonction linéaire hiya el 7ala elli $b = 0$: $f(x) = ax$. M3a $f(x) = 2x + 3$, $f(0) = 3$: la droite ma tet3addech mel origine, w la fonction mouch linéaire. Koll fonction linéaire affine, ama mouch bel 3aks.

la fonction affine نكتبوها a fois x plus b ؛ la fonction linéaire هي الحالة اللي b égale 0 : f de x égale a fois x . مع la droite : f de 0 égale 3 ، f de x égale 2 fois x plus 3 ما تتعدّاش من la fonction ، w l'origine موش fonction linéaire affine كل . linéaire ، أمّا موش بالعكس .

Une fonction affine s'écrit a x plus b ; une fonction linéaire, c'est le cas où b égale 0 : f de x égale a x. Avec f de x égale 2x plus 3, f de 0 égale 3 : la droite ne passe pas par l'origine, la fonction n'est pas linéaire. Une fonction linéaire est affine, mais pas l'inverse.

QUESTION 12 · DÉFINITION ET VOCABULAIRE

comment savoir si une fonction est linéaire | kifech na3ref fonction linéaire wala le | comment reconnaitre une fonction lineaire | est ce que f(x) = x + 4 est linéaire, kifech na3ref | comment vérifier qu'une fonction est linéaire | kifech nthabet fonction lineaire

CE QU'IL ÉCRIT AU TABLEAU

$$f(x) = x + 4 \ : \ f(0) = 4 \neq 0$$

CE QU'IL RÉPOND

La fonction tkoun linéaire ken nektbouha $f(x) = ax$: nombre wa7ed fois x, bla ma nzidou chay. $f(x) = 5x$ linéaire ; $f(x) = x + 4$ le, 5ater $f(0) = 4$. Test sri3 : ken $f(0)$ mouch 0, la fonction mouch linéaire.

la fonction تكون linéaire كان نكتبوها nombre : f de x égale a fois x واحد fois x ، بلا ما نزيدو شيء . f de x ؛ égale 5 fois x linéaire f de x égale x plus 4 لا ، خاطر . test f de 0 égale 4 سريع : كان f de 0 موش 0 ، la fonction موش linéaire .

Une fonction est linéaire si elle s'écrit f de x égale a x : un seul nombre fois x, sans rien ajouter. f de x égale 5x est linéaire ; f de x égale x plus 4 ne l'est pas, car f de 0 égale 4. Test rapide : si f de 0 n'est pas 0, la fonction n'est pas linéaire.

QUESTION 13 · UNE FONCTION LINÉAIRE EST ADDITIVE

c'est quoi l'additivité | chnowa el additivité | l'image d'une somme c'est la somme des images ? | kifech nesta3mel l'additivité | propriété additive ma3neha chnowa | additivite fonction lineaire

CE QU'IL ÉCRIT AU TABLEAU

$$f(x + x') = f(x) + f(x')$$
$$f(9) = f(2) + f(7) = 6 + 21 = 27$$

CE QU'IL RÉPOND

Fi la fonction linéaire, l'image d'une somme hiya la somme des images : $f(x + x') = f(x) + f(x')$. Ken $f(2) = 6$ w $f(7) = 21$, donc $f(9) = 6 + 21 = 27$, bla ma tlawwej 3la a. Hedha jey men la distributivité : $a(x + x') = ax + ax'$.

la somme des images : f de (x plus x prime) égale f هي la fonction linéaire ، l'image d'une somme في . de x plus f de x prime كان 21 donc ، f de 9 égale 6 plus f de 2 égale 6 w f de 7 égale 21 ، يعني 27 ، بلا ما . la distributivité : a fois la parenthèse x plus x prime égale a x plus a x prime من هاذا جاي . a على تلوّج

Pour une fonction linéaire, l'image d'une somme est la somme des images : f de (x plus x prime) égale f de x plus f de x prime. Si f de 2 égale 6 et f de 7 égale 21, alors f de 9 égale 6 plus 21, soit 27, sans chercher a. Cela vient de la distributivité : a fois (x plus x prime) égale a x plus a x prime.

QUESTION 14 · UNE FONCTION LINÉAIRE EST ADDITIVE

f(a × b) = f(a) × f(b) ? | est-ce que l'image d'un produit est le produit des images | l'additivité temchi m3a el produit ? | f(3 × 4) = f(3) × f(4) ? | image du produit wala somme | najjem nadhreb les images ?

CE QU'IL ÉCRIT AU TABLEAU

$$f(3 \times 4) = f(12) = 24$$
$$f(3) \times f(4) = 6 \times 8 = 48$$

CE QU'IL RÉPOND

Le : la propriété temchi m3a la somme, mouch m3a le produit. M3a $f(x) = 2x$: $f(3 \times 4) = f(12) = 24$; ama $f(3) \times f(4) = 6 \times 8 = 48$. Mouch kif kif.

f de هي f de x égale 2 fois x : f de (3 fois 4) مع . le produit مع موش ، la somme مع تمشي la propriété : لا 12 ، يعني 24 ؛ أمّا 8 fois 6 égale 4 de f fois 3 de f ، يعني 48 . موش كيف كيف .

Non : la propriété porte sur la somme, pas sur le produit. Avec f de x égale 2x : f de (3 fois 4), c'est f de 12, soit 24 ; mais f de 3 fois f de 4 égale 6 fois 8, soit 48. Les deux ne sont pas égaux.

QUESTION 15 · UNE FONCTION LINÉAIRE EST ADDITIVE

l'additivité marche pour toutes les fonctions ? | est-ce que l'additivité marche pour une fonction affine | additivité m3a fonction affine temchi ? | l'additivité dima s7i7a ? | pourquoi l'additivité ne marche pas avec ax + b | kol fonction additive ?

CE QU'IL ÉCRIT AU TABLEAU

$$g(1 + 2) = g(3) = 7$$
$$g(1) + g(2) = 3 + 5 = 8$$

CE QU'IL RÉPOND

Le, ken m3a la fonction linéaire. M3a fonction affine kima $g(x) = 2x + 1$: $g(1 + 2) = g(3) = 7$; ama $g(1) + g(2) = 3 + 5 = 8$. La constante 1 tet7seb marrtin.

g de x égale 2 fois x plus 1 : g de la parenthèse 1 كيف fonction affine مع . la fonction linéaire مع كان ، لا plus 2 هي g de 3 ، يعني 7 ؛ أمّا 5 plus g de 1 plus g de 2 égale 3 ، يعني 8 . la constante 1 تتحسب مرّتين .

Non, seulement pour une fonction linéaire. Pour une fonction affine comme g de x égale 2x plus 1 : g de (1 plus 2), c'est g de 3, soit 7, alors que g de 1 plus g de 2 égale 3 plus 5, soit 8. La constante 1 est comptée deux fois.

QUESTION 16 · UNE FONCTION LINÉAIRE EST ADDITIVE

pourquoi f(1) = a | 3lech f(1) ysewi a | c'est quoi f(1) | f(1) howa le coefficient ? | l'image de 1 c'est le coefficient ? | f de 1 chnowa

CE QU'IL ÉCRIT AU TABLEAU

$$f(1) = a \times 1 = a$$

CE QU'IL RÉPOND

5ater $f(1) = a \times 1 = a$. Donc l'image de 1 hiya dima le coefficient : m3a $f(x) = 7x$, $f(1) = 7$. 3la le graphique, hiya 9addech natl3ou ki net9addmou b 1.

f de x égale مع : le coefficient هي ديما f de 1 égale a fois 1 ، w a fois 1 égale a . donc l'image de 1 خاطر f de 1 égale 7 ، x fois 7 . على le graphique ، هي قدّاش نطلعو كي نتقدّمو بـ 1 .

Parce que f de 1 égale a fois 1, et a fois 1 égale a. L'image de 1, c'est donc toujours le coefficient : avec f de x égale 7x, f de 1 égale 7. Sur le graphique, c'est ce qu'on monte quand on avance de 1.

QUESTION 17 · LA REPRÉSENTATION GRAPHIQUE

pourquoi la droite passe par l'origine | 3lech la droite tet3adda mel origine | pourquoi f(0) = 0 | 3lech 0 kg b 0 dinars | est-ce que la droite passe toujours par l'origine | f(0) dima 0 ? | pk la représentation graphique passe par (0;0)

CE QU'IL ÉCRIT AU TABLEAU

$$f(0) = a \times 0 = 0$$

CE QU'IL RÉPOND

5ater $f(0) = a \times 0 = 0$ mahma ken a. Donc le point $O(0;0)$, l'origine, dima 3la la droite : zéro kilo, zéro dinar. Hedha elli ymayez la fonction linéaire : la droite mte3ha dima tet3adda mel origine.

خاطر f de 0 égale a fois 0 ، w a fois 0 égale 0 . donc le point de coordonnées zéro ، zéro ، مهما كان a . هاذا اللي يميّز la droite : la droite : zéro kilo ، zéro dinar على ديما ، l'origine متاعها la fonction linéaire : la droite ديما تتعدّى من l'origine .

Parce que f de 0 égale a fois 0, et a fois 0 égale 0, quel que soit a. Le point de coordonnées 0 ; 0, l'origine, est donc toujours sur la droite : zéro kilo, zéro dinar. C'est ce qui distingue une fonction linéaire : sa droite passe toujours par l'origine.

QUESTION 18 · LA REPRÉSENTATION GRAPHIQUE

comment tracer la droite d'une fonction linéaire | kifech narsem la droite | kifech narsem la représentation graphique | combien de points pour tracer la droite | tracer f(x) = ax kifech | comment representer graphiquement une fonction lineaire

CE QU'IL ÉCRIT AU TABLEAU

$f(4) = \frac{3}{4} \times 4 = 3$

$O(0\,;0) \quad ; \quad A(4\,;3)$

CE QU'IL RÉPOND

Yekfiw deux points, w le premier hdiya : l'origine O. El point le5or, ta7seb image, w t5ayer x multiple du dénominateur de a. M3a $f(x) = \frac{3}{4}x$, te5ou $x = 4$: $f(4) = 3$, t7ott $A(4\,;3)$, w tarsem la droite (OA).

يكفيو deux points ، w le premier هدية : l'origine O . الـ point الآخر ، تحسب image ، w تختار x multiple du dénominateur de a . مع x fois 4 sur 3 ، f de x égale 3 تاخو ، f de 4 égale 3 : x égale 4 ، تحط ، 3 4 le point A . w ترسم la droite O A .

Deux points suffisent, et le premier est offert : l'origine O. Pour le second, on calcule une image, en choisissant x multiple du dénominateur de a. Avec f de x égale 3 quarts de x, on prend x égale 4 : f de 4 égale 3, on place A de coordonnées 4 ; 3, et on trace la droite OA.

QUESTION 19 · LA REPRÉSENTATION GRAPHIQUE

quand est-ce que la droite monte ou descend | la droite tatla3 wala tahbet kifech na3ref | a négatif la droite descend ? | pourquoi la droite descend | kifech na3ref el droite croissante wala décroissante | la droite monte si a positif ?

CE QU'IL ÉCRIT AU TABLEAU

$a > 0$: la droite monte

$a < 0$: la droite descend

CE QU'IL RÉPOND

Lkol 7asb le signe du coefficient a. Ken a positif, la droite tatla3 : m3a $f(x) = 2x$, $f(1) = 2$. Ken a négatif, tahbet : m3a $f(x) = -2x$, $f(1) = -2$.

الكل حسب le signe du coefficient a . كان a positif ، la droite تطلع : مع f de 1 égale 2 ، f de x égale 2 fois x . كان a négatif ، تهبط : مع f de 1 égale moins 2 ، f de x égale moins 2 fois x .

Tout dépend du signe du coefficient a. Si a est positif, la droite monte : avec f de x égale 2x, f de 1 égale 2. Si a est négatif, elle descend : avec f de x égale moins 2x, f de 1 égale moins 2.

QUESTION 20 · LA REPRÉSENTATION GRAPHIQUE

c'est quoi le coefficient directeur | chnowa el coefficient directeur | coefficient directeur ya3ni chnowa | pourquoi on dit coefficient directeur | coef directeur c koi | le coefficient directeur fel graphique

CE QU'IL ÉCRIT AU TABLEAU

$$f(0) = 0 \quad ; \quad f(1) = 3$$

CE QU'IL RÉPOND

Le coefficient directeur houwa le nombre a mte3 la droite : 9addech natl3ou verticalement ki net9addmou b 1 horizontalement. M3a $f(x) = 3x$, ki x yet3adda men 0 l 1, $f(x)$ yet3adda men 0 l 3 : natl3ou b 3. Ken a négatif, nahbtou.

le coefficient directeur هو le nombre a متاع la droite : قدّاش نطلعو verticalement كي نتقدّمو بـ 1 horizontalement . مع f de x égale 3 fois x ، كي x يتعدّى من 0 لـ 1 ، f de x يتعدّى من 0 لـ 3 : نطلعو بـ 3 . كان a négatif ، نهبطو .

Le coefficient directeur, c'est le nombre a de la droite : ce qu'on monte verticalement quand on avance de 1 horizontalement. Avec f de x égale 3x, quand x passe de 0 à 1, f de x passe de 0 à 3 : on monte de 3. Si a est négatif, on descend.

QUESTION 21 · DÉTERMINER LE COEFFICIENT

comment trouver le coefficient | kifech nal9a le coefficient a | comment déterminer le coefficient d'une fonction linéaire | comment calculer le coefficient a | kifech na7seb le coefficient | determiner le coefficient ki na3ref une image

CE QU'IL ÉCRIT AU TABLEAU

$$a = \frac{9}{6} = \frac{3}{2}$$
$$\frac{3}{2} \times 6 = 9$$

CE QU'IL RÉPOND

Yekfi nombre x non nul w l'image mte3ou : $a = \frac{f(x)}{x}$, l'image divisée par l'antécédent. Ken $f(6) = 9$, donc $a = \frac{9}{6} = \frac{3}{2}$. Nthabtou : $\frac{3}{2} \times 6 = 9$.

يكفي nombre x non nul w l'image متاعو : l'image divisée par l'antécédent ، x sur x de f égale a . كان f de a égale f de x sur x ، donc a égale 9 sur 6 ، 6 égale 9 ، يعني 3 sur 2 . نثبّتو : 3 sur 2 fois 6 égale 9 .

Il suffit d'un nombre x non nul et de son image : a égale f de x sur x, l'image divisée par l'antécédent. Si f de 6 égale 9, alors a égale 9 sur 6, soit 3 demis. Vérification : 3 demis fois 6 égale 9.

QUESTION 22 · DÉTERMINER LE COEFFICIENT

a = image sur antécédent wala antécédent sur image | on divise l'image par l'antécédent ou l'inverse | kifech nfaker l'ordre mta3 el division | je divise quoi par quoi pour trouver a | a egal x divise par f(x) ? | le quotient dans quel ordre pour le coefficient

CE QU'IL ÉCRIT AU TABLEAU

$a = \frac{f(x)}{x} \quad (x \neq 0)$

$a = \frac{14}{2} = 7$

CE QU'IL RÉPOND

L'image divisée par l'antécédent, b hat-tartib : $a = \frac{f(x)}{x}$. Bech tetfakker : $f(x) = ax$, donc ndivisiw $f(x)$ 3la x bech yob9a a wa7dou. Ken $f(2) = 14$, $a = \frac{14}{2} = 7$, mouch $\frac{2}{14}$.

f de x égale a fois x ، donc : باش تتفكّر . a égale f de x sur x : بهالترتيب ، l'image divisée par l'antécédent ندیفیزیو f de x على x باش يبقى a وحدو . كان 2 sur 14 ، a égale 14 ، f de 2 égale 14 ، يعني 7 ، موش 2 sur 14 .

L'image divisée par l'antécédent, dans cet ordre : a égale f de x sur x. Pour s'en souvenir : f de x égale a fois x, donc on divise f de x par x pour isoler a. Si f de 2 égale 14, a égale 14 sur 2, soit 7, et pas 2 sur 14.

QUESTION 23 · DÉTERMINER LE COEFFICIENT

comment trouver le coefficient avec un point de la droite | kifech nal9a le coefficient mel point | un point appartient à la droite comment trouver le coefficient | 3andi point A 3la la droite kifech na7seb le coefficient | determiner le coefficient a partir d'un point | point de la droite w le coefficient kifech

CE QU'IL ÉCRIT AU TABLEAU

$A(x_0\,;y_0) \in (d) \iff f(x_0) = y_0$

$a = \frac{7}{2} = 3{,}5$

CE QU'IL RÉPOND

Ki n9oulou $A(x_{0}\,;y_{0})$ appartient à la droite, ma3neha $f(x_{0}) = y_{0}$. Donc $a = \frac{y_{0}}{x_{0}}$, w x_{0} non nul. Ken $A(2\,;7)$ 3la la droite, $a = \frac{7}{2} = 3{,}5$.

f de x zéro égale y zéro . donc a égale y معناها ، le point A x zéro ، y zéro appartient à la droite كي نقولو la droite ، le coefficient a على le point A de coordonnées 2 ، كان 7 . zéro sur x zéro ، w x zéro non nul . virgule 5 3 يعني ، égale 7 sur 2

Dire que le point A de coordonnées x zéro ; y zéro appartient à la droite, c'est dire que f de x zéro égale y zéro. Alors a égale y zéro sur x zéro, avec x zéro non nul. Si le point A de coordonnées 2 ; 7 est sur la droite, le coefficient a égale 7 sur 2, soit 3,5.

QUESTION 24 · DÉTERMINER LE COEFFICIENT

comment savoir si un point appartient à la droite | kifech na3ref point appartient à la droite wala le | vérifier qu'un point appartient à la représentation graphique | point appartient lel droite kifech nthabet

comment montrer qu'un point appartient à la droite | le point appartient ou pas à la droite

CE QU'IL ÉCRIT AU TABLEAU

$$f(3) = 2 \times 3 = 6$$
$$f(4) = 2 \times 4 = 8 \neq 9$$

CE QU'IL RÉPOND

Na7sbou l'image de l'abscisse du point, w ba3d nchoufou kenha tsewi l'ordonnée. M3a $f(x) = 2x$: $B(3\,;6)$ appartient à la droite, 5ater $f(3) = 6$; ama $C(4\,;9)$ le, 5ater $f(4) = 8$, mouch 9.

f de x égale 2 fois x : B مع . l'ordonnée تساوي كانها نشوفو من بعد l'image de l'abscisse du point ، w نحسبو . 9 موش ، f de 4 égale 8 خاطر ، لا C 4 ، 9 ؛ أمّا f de 3 égale 6 خاطر ، 3 ، 6 appartient à la droite

On calcule l'image de l'abscisse du point, puis on regarde si elle égale son ordonnée. Avec f de x égale 2x : B de coordonnées 3 ; 6 appartient à la droite, car f de 3 égale 6 ; C de coordonnées 4 ; 9 non, car f de 4 égale 8, pas 9.

QUESTION 25 · DÉTERMINER LE COEFFICIENT

pourquoi x0 non nul | 3lech x0 lezem mouch nul | pourquoi x doit etre non nul pour trouver a | l'image de 0 tnajjem ta3tini a ? | pk x0 doit etre different de 0 | x0 non nul 3lech

CE QU'IL ÉCRIT AU TABLEAU

$$a = \frac{f(x_0)}{x_0} \quad (x_0 \neq 0)$$

CE QU'IL RÉPOND

5ater $f(0) = 0$ fi koll fonction linéaire : le point $(0\,;0)$ ma y9ollek 7atta chay 3la a. W $a = \frac{f(x)}{x}$ lezemha division 3la x, w 3omrna ma ndivisiw 3la 0. Donc lezem $x \neq 0$ w l'image mte3ou.

a . w a égale f de على شيء حتّى يقلّك ما fonction linéaire : le point zéro ، zéro كل في f de 0 égale 0 خاطر . متاعو x différent de 0 w l'image لازم donc . 0 على ندیفیزیو ما عمرنا x ، w على division لازمها x sur x

Parce que f de 0 égale 0 pour toute fonction linéaire : le point 0 ; 0 ne dit rien sur a. Et a égale f de x sur x demande de diviser par x : on ne divise jamais par 0. Il faut donc un x non nul, différent de 0, et son image.

QUESTION 26 · LINÉAIRE ET PROPORTIONNALITÉ

quel est le lien entre proportionnalité et fonction linéaire | proportionnalité w fonction linéaire chnowa el 3ale9a | c'est quoi le coefficient de proportionnalité | pourquoi une situation de proportionnalite c une fonction lineaire | proportionnalite ya3ni fonction lineaire ? | coefficient de proportionnalite howa a ?

CE QU'IL ÉCRIT AU TABLEAU

$$\text{prix} = 1{,}5 \times \text{quantité}$$

CE QU'IL RÉPOND

La situation tkoun de proportionnalité bel dhabt ki nwasfouha b fonction linéaire. W wa9tha le coefficient a houwa le coefficient de proportionnalité : par exemple le prix d'un kilo. Ken ettmatem b 1,5 dinar le kilo, $\text{prix} = 1{,}5 \times \text{quantité}$.

la situation تكون de proportionnalité بالضبط كي نوصفوها بـ w . fonction linéaire وقتها a le coefficient هو
. le coefficient de proportionnalité : par exemple le prix d'un kilo كان الطماطم بـ 1 ، virgule 5 dinar le kilo
. le prix égale 1 virgule 5 fois la quantité

Une situation est de proportionnalité exactement quand elle se modélise par une fonction linéaire. Le coefficient a est alors le coefficient de proportionnalité : le prix d'un kilo, par exemple. Avec des tomates à 1,5 dinar le kilo, le prix égale 1,5 fois la quantité.

QUESTION 27 · LINÉAIRE ET PROPORTIONNALITÉ

comment savoir si un tableau est de proportionnalité | kifech na3ref tableau de proportionnalité | comment reconnaître une situation de proportionnalité | tableau proportionnel wala le kifech nthabet | comment vérifier la proportionnalité | kifech na3ref el 7ala proportionnelle

CE QU'IL ÉCRIT AU TABLEAU

$$\frac{3}{2} = \frac{6}{4} = \frac{9}{6} = 1{,}5$$

CE QU'IL RÉPOND

Na7sbou le quotient du résultat par la quantité fi koll star : ken dima nafs el nombre, hedhi proportionnalité, w le quotient houwa le coefficient. 3la le graphique, lezem nchoufou une droite qui passe par l'origine. Ken 0 ma ya3tich 0, mouch proportionnel.

نحسبو le quotient du résultat par la quantité في كل سطر : كان ديما نفس الـ nombre ، هاذي
une droite qui passe لازم نشوفو ، le graphique على . le coefficient هو proportionnalité ، w le quotient
. proportionnel موش ، 0 ما يعطيش كان 0 . par l'origine

On calcule le quotient du résultat par la quantité sur chaque ligne : s'il est toujours le même, c'est de la proportionnalité, et ce quotient est le coefficient. Sur un graphique, on doit voir une droite qui passe par l'origine. Si 0 ne donne pas 0, ce n'est pas proportionnel.

QUESTION 28 · LINÉAIRE ET PROPORTIONNALITÉ

un abonnement avec frais fixes c'est proportionnel ? | abonnement proportionnel wala le | frais fixes proportionnalité 3lech le | pourquoi un prix avec des frais fixes n'est pas proportionnel | taxi b prise en charge proportionnel ? | abonnement fonction linéaire ?

CE QU'IL ÉCRIT AU TABLEAU

$$10 + 2 \times 2 = 14 \quad ; \quad 10 + 2 \times 4 = 18$$

CE QU'IL RÉPOND

Le : m3a frais fixes, t5alles 7atta ki la quantité 0. Abonnement b 10 dinars plus 2 dinars l'heure yji b 10 dinars l 0 heure : 0 ma ya3tich 0, donc mouch fonction linéaire. W 2 heures b 14 dinars, 4 heures b 18

dinars : ki tdha3ef el wa9t, le prix ma yetdha3efch.

لا : مع frais fixes ، تخلّص حتّى كي abonnement . la quantité 0 بـ 10 dinars plus 2 dinars l'heure يجي بـ 10 heure : 0 0 لـ dinars ما يعطيش 0 ، donc موش 2 heures . w fonction linéaire بـ 14 heures ، 4 بـ 18 dinars : كي تضاعف الوقت ، le prix ما يتضاعفش .

Non : avec des frais fixes, on paie même quand la quantité est 0. Un abonnement de 10 dinars plus 2 dinars par heure coûte 10 dinars pour 0 heure : 0 ne donne pas 0, ce n'est pas une fonction linéaire. Et 2 heures coûtent 14 dinars, 4 heures 18 dinars : doubler le temps ne double pas le prix.

QUESTION 29 · LINÉAIRE ET PROPORTIONNALITÉ

si la quantité double le prix double ? | f(kx) = k f(x) ya3ni chnowa | kifech nesta3mel f(kx)

ki la quantité tdha3ef el prix yetdha3ef ? | deux fois plus de kilos deux fois plus cher ? | c'est quoi l'homogénéité

CE QU'IL ÉCRIT AU TABLEAU

$$f(kx) = k \times f(x)$$

$$3 \times 6 = 18$$

CE QU'IL RÉPOND

Ey : $f(kx) = k \times f(x)$. Ki la quantité tetdhreb fi k, ennatija zeda. Ken 4 kilos b 6 dinars, 12 kilos, ya3ni trois fois plus, b $3 \times 6 = 18$ dinars.

إيه : f de (k fois x) égale k fois f de x . كي la quantité تتضرب في k ، النتيجة زادة . كان 4 kilos بـ 6 dinars ، 12 kilos ، يعني trois fois plus ، بـ 3 fois 6 ، يعني 18 dinars .

Oui : f de (k fois x) égale k fois f de x. Si la quantité est multipliée par k, le résultat aussi : deux fois plus de kilos, deux fois plus cher. Si 4 kilos coûtent 6 dinars, 12 kilos, trois fois plus, coûtent 3 fois 6, soit 18 dinars.

QUESTION 30 · POURCENTAGES ET COEFFICIENT MULTIPLICATEUR

pourquoi un pourcentage c'est une fonction linéaire | prendre t pour cent d'un nombre, c'est linéaire ?

comment calculer un pourcentage d'une quantité | kifech na7seb pourcentage men nombre

pourcentage w fonction linéaire chnowa el 3ale9a | calculer t pour cent de x

CE QU'IL ÉCRIT AU TABLEAU

$$x \longmapsto \frac{t}{100}\, x$$

$$0{,}25 \times 60 = 15$$

CE QU'IL RÉPOND

Bech te5ou t pour cent men quantité, todhrobha fi $\frac{t}{100}$: hedhi la fonction linéaire de coefficient $\frac{t}{100}$. Par exemple, 25 pour cent de x hiya $0{,}25x$: 25 pour cent de 60 dinars ta3ti $0{,}25 \times 60 = 15$ dinars.

باش تاخو t pour cent من quantité ، تضربها في t sur 100 : هاذي la fonction linéaire de coefficient t sur 100 . par exemple ، 25 pour cent de x هي 0 : 25 pour cent de 60 dinars تعطي virgule 25 fois x dinars 15 .

Prendre t pour cent d'une quantité, c'est la multiplier par t sur 100 : c'est la fonction linéaire de coefficient t sur 100. Par exemple, 25 pour cent de x, c'est 0,25 fois x : 25 pour cent de 60 dinars font 15 dinars.

QUESTION 31 · POURCENTAGES ET COEFFICIENT MULTIPLICATEUR

c'est quoi le coefficient multiplicateur | chnowa el coefficient multiplicateur | kifech nal9a le coefficient multiplicateur | coefficient multiplicateur d'une augmentation | coef multiplicateur baisse kifech | multiplicateur ya3ni chnowa

CE QU'IL ÉCRIT AU TABLEAU

$$1 + \frac{20}{100} = 1{,}2$$
$$1 - \frac{30}{100} = 0{,}7$$

CE QU'IL RÉPOND

Houwa le nombre elli nodhorbou fih bech nal9aw ennatija el e5ra toul. Augmenter de t pour cent, ma3neha nodhorbou fi $1 + \frac{t}{100}$; diminuer de t pour cent, fi $1 - \frac{t}{100}$. Une hausse de 20 pour cent todhrob fi $1{,}2$; une baisse de 30 pour cent todhrob fi $0{,}7$.

هو le nombre اللي نضربو فيه باش نلقاو النتيجة الأخيرة طول . augmenter de t pour cent ، معناها نضربو في 1 plus t sur 100 ؛ diminuer de t pour cent ، في 1 تضرب في moins t sur 100 . une hausse de 20 pour cent تضرب في 1 virgule 2 ؛ une baisse de 30 pour cent تضرب في 0 7 virgule .

C'est le nombre par lequel on multiplie pour avoir directement le résultat final. Augmenter de t pour cent, c'est multiplier par 1 plus t sur 100 ; diminuer de t pour cent, par 1 moins t sur 100. Une hausse de 20 pour cent multiplie par 1,2 ; une baisse de 30 pour cent multiplie par 0,7.

QUESTION 32 · POURCENTAGES ET COEFFICIENT MULTIPLICATEUR

pourquoi on n'additionne pas les pourcentages | 3lech ma nejm3ouch les pourcentages | deux hausses successives de 20% w 20% ya3tiw 40% ? | deux augmentations successives on additionne ? | pourcentages successifs kifech | est-ce qu'on peut additionner deux pourcentages

CE QU'IL ÉCRIT AU TABLEAU

$$1{,}2 \times 1{,}2 = 1{,}44$$

CE QU'IL RÉPOND

5ater la deuxième variation tettabba9 3la quantité tbaddlet 9bal. Donc nodhorbou les coefficients : deux hausses de 20 pour cent ya3tiw $1{,}2 \times 1{,}2 = 1{,}44$. Hedhi hausse de 44 pour cent, mouch 40 pour cent.

les coefficients : deux hausses de نضربو donc . تبدّلت قُبَيْل quantité على تتطبّق la deuxième variation خاطر 20 pour cent يعطيو 1 virgule 2 fois 1 virgule 2 ، يعني 1 virgule 44 . هاذي hausse de 44 pour cent ، موش 40 pour cent .

Parce que la deuxième variation s'applique à une quantité déjà modifiée. On enchaîne donc en multipliant les coefficients : deux hausses de 20 pour cent donnent 1,2 fois 1,2, soit 1,44. C'est une hausse

de 44 pour cent, pas de 40 pour cent.

QUESTION 33 · POURCENTAGES ET COEFFICIENT MULTIPLICATEUR

si on augmente de 20% puis on baisse de 20% on revient au prix de départ ?

hausse puis baisse du même pourcentage | augmentation w ba3dha baisse de 20% nerja3 lel prix el 9dim ?

une hausse puis une baisse de meme taux | nzid 20% w na9es 20% nal9a nafs el prix ?

pourquoi une hausse suivie d'une baisse ne revient pas au prix initial

CE QU'IL ÉCRIT AU TABLEAU

$1{,}2 \times 0{,}8 = 0{,}96$

$100 \to 120 \to 96$

CE QU'IL RÉPOND

Le : la baisse tet7seb 3la le prix elli zed, donc tna77i akther mimma zedet la hausse. Le coefficient global : $1{,}2 \times 0{,}8 = 0{,}96$. 3la 100 dinars : $100 \to 120 \to 96$; nakhsrou 4 pour cent.

la hausse . le coefficient global : 1 تنحّي أكثر ممّا زادت donc ، le prix اللي زاد على تتحسب la baisse : لا
4 نخسرو ؛ 96 بعد من ، 120 بعد من ، dinars : 100 100 على . virgule 96 0 يعني ، virgule 2 fois 0 virgule 8
. pour cent

Non : la baisse porte sur le prix déjà augmenté, donc elle retire plus que la hausse n'avait ajouté. Coefficient global : 1,2 fois 0,8, soit 0,96. Sur 100 dinars : 100, puis 120, puis 96 ; on perd 4 pour cent.

QUESTION 34 · POURCENTAGES ET COEFFICIENT MULTIPLICATEUR

comment retrouver le prix avant l'augmentation | kifech nal9a le prix initial

comment trouver le prix de départ après une remise | prix avant la baisse kifech na7sbou

le prix initial avant la hausse de 25% | kifech nraja3 lel prix el 9dim

CE QU'IL ÉCRIT AU TABLEAU

$150 \div 1{,}25 = 120$

$120 \times 1{,}25 = 150$

CE QU'IL RÉPOND

Nraj3ou fi etthniya bel 3aks : ken le prix tedhreb fi le coefficient multiplicateur, ndivisiw 3la nafs le coefficient. Ba3d hausse de 25 pour cent, le prix 150 dinars : le prix initial houwa $150 \div 1{,}25 = 120$ dinars. Ma nna77iwch 25 pour cent men 150 : nal9aw $112{,}5$, w hedha ghalet.

نرجعو في الثنية بالعكس : كان le prix تضرب في le coefficient multiplicateur ، نديفيزيو على نفس le
، divisé par 1 virgule 25 150 هو hausse de 25 pour cent ، le prix 150 dinars : le prix initial بعد . coefficient
. هاذا غالط virgule 5 ، w 112 نلقاو : 150 من pour cent 25 . ما ننحّيوش dinars 120 يعني

On remonte le chemin : si le prix a été multiplié par le coefficient multiplicateur, on divise par ce coefficient. Après une hausse de 25 pour cent, le prix est de 150 dinars : le prix initial est 150 divisé par

1,25, soit 120 dinars. Retirer 25 pour cent de 150 donnerait 112,5 : c'est faux.

QUESTION 35 · POURCENTAGES ET COEFFICIENT MULTIPLICATEUR

comment traduire un coefficient en pourcentage | 0,85 comme coefficient c une baisse de combien | coefficient 1,08 ya3ni hausse de 9addech | kifech na3ref el pourcentage mel coefficient | coefficient inférieur à 1 c une baisse ? | coefficient plus grand que 1 hausse wala baisse

CE QU'IL ÉCRIT AU TABLEAU

$1{,}08 = 1 + \frac{8}{100}$

$0{,}85 = 1 - \frac{15}{100}$

CE QU'IL RÉPOND

Nchoufou le coefficient bel nesba l 1. Ken akbar men 1, hedhi hausse : $1{,}08 = 1 + 0{,}08$, hausse de 8 pour cent. Ken asghar men 1, hedhi baisse : $0{,}85 = 1 - 0{,}15$, baisse de 15 pour cent.

نشوفو le coefficient بالنسبة لـ 1 . كان أكبر من 1 ، هاذي hausse : 1,08 égale 1 plus 0,08 ، hausse de 8 pour cent . كان أصغر من 1 ، هاذي baisse de 15 pour cent ، baisse : 0 virgule 85 égale 1 moins 0 virgule 15 .

On regarde le coefficient par rapport à 1. S'il est plus grand que 1, c'est une hausse : 1,08 égale 1 plus 0,08, une hausse de 8 pour cent. S'il est plus petit que 1, c'est une baisse : 0,85 égale 1 moins 0,15, une baisse de 15 pour cent.

Les exercices — avec les corrigés

EXERCICE 1 · BASE **Calculer une image**

Soit f la fonction linéaire définie par $f(x) = -3x$. Calculer $f(-2)$.

Réponse attendue : 6

INDICES, DANS L'ORDRE

1. On remplace x par -2 dans l'expression de f.
2. Le -3 **multiplie** x : il faut poser une multiplication, pas une addition.
3. Le produit de deux nombres négatifs est positif.

CORRECTION

Remplacer —

$f(-2) = -3 \times (-2)$

Deux facteurs négatifs donnent un résultat positif.

$f(-2) = 6$

Calculer une image, c'est remplacer x par sa valeur et effectuer.

PIÈGES ANTICIPÉS

-6 → Le produit de deux nombres négatifs est **positif** : $(-3) \times (-2) = 6$.

-5 → Tu as calculé $-3 + (-2)$. Dans $f(x) = -3x$, le coefficient multiplie x.

EXERCICE 2 · BASE

Retrouver le coefficient

f est une fonction linéaire telle que $f(4) = 10$.

Déterminer son coefficient a.

Réponse attendue : `5/2` — aussi acceptées : 2.5

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Une fonction linéaire s'écrit $f(x) = ax$. Écris cette égalité pour $x = 4$.
2. Tu obtiens une équation à une inconnue : $4a = 10$.
3. Le coefficient est l'image divisée par l'antécédent, dans cet ordre.

CORRECTION

Traduire —

$f(4) = 4a \quad \text{et} \quad f(4) = 10$

$4a = 10$

Résoudre —

$a = \frac{10}{4} = \frac{5}{2}$

Vérification —

$f(4) = \frac{5}{2} \times 4 = 10$

$a = \frac{5}{2}$

Un seul couple de valeurs suffit à déterminer une fonction linéaire.

PIÈGES ANTICIPÉS

`2/5` → Tu as divisé l'antécédent par l'image. L'ordre est $a = \dfrac{f(x)}{x}$.

`6` → Tu as soustrait $10 - 4$. La relation entre x et $f(x)$ est une multiplication, donc on divise pour remonter.

`40` → Tu as multiplié 4×10. Pour retrouver le coefficient, on divise l'image par l'antécédent.

EXERCICE 3 · PRATIQUE

Remonter à l'antécédent

Soit f la fonction linéaire définie par $f(x) = \dfrac{2}{3}x$. Déterminer l'antécédent de 8.

Donner la valeur de x.

Réponse attendue : `12`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Chercher l'antécédent de 8, c'est résoudre $f(x) = 8$.
2. Tu obtiens $\frac{2}{3}x = 8$.
3. Diviser par $\frac{2}{3}$, c'est multiplier par $\frac{3}{2}$.

CORRECTION

Poser l'équation —

$\frac{2}{3}x = 8$

Isoler x — On multiplie les deux membres par l'inverse de $\frac{2}{3}$.

$x = 8 \times \frac{3}{2}$

$x = 12$

Vérification —

$f(12) = \frac{2}{3} \times 12 = 8$

$x = 12$

Pour l'image on multiplie par a ; pour l'antécédent on divise par a.

PIÈGES ANTICIPÉS

16/3 → Tu as calculé $8 \times \frac{2}{3}$, c'est-à-dire $f(8)$. On cherche l'inverse du chemin.

24 → Tu as multiplié par 3 sans diviser par 2. L'inverse de $\frac{2}{3}$ est $\frac{3}{2}$.

EXERCICE 4 · PRATIQUE

Une augmentation en pourcentage

Un article coûte 80 dinars. Son prix augmente de $15\,\%$.

Quel est le nouveau prix, en dinars ?

Réponse attendue : 92

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Augmenter de $t\,\%$ revient à multiplier par $1 + \frac{t}{100}$.
2. Ici le coefficient multiplicateur vaut $1{,}15$.
3. Tu peux aussi calculer la hausse seule, puis l'ajouter au prix de départ.

CORRECTION

Coefficient multiplicateur —

$1 + \frac{15}{100} = 1{,}15$

Nouveau prix —

$80 \times 1{,}15 = 92$

Contrôle — La hausse seule vaut $80 \times 0{,}15 = 12$, et $80 + 12 = 92$.

$80 + 12 = 92$

Le coefficient multiplicateur donne directement le prix final, en une seule opération.

PIÈGES ANTICIPÉS

`12` → 12 dinars, c'est le **montant** de la hausse. La question porte sur le nouveau prix.

`95` → Tu as ajouté 15 au prix. Un pourcentage n'est pas un montant : il se calcule sur les 80 dinars.

`68` → Tu as retiré la hausse au lieu de l'ajouter. Le prix augmente.

EXERCICE 5 · RAISONNEMENT

D'un point à une image

Le point $A(-6\,;15)$ appartient à la droite représentative d'une fonction linéaire f.

Calculer $f(4)$.

Réponse attendue : `-10`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Dire que $A(-6\,;15)$ est sur la droite, c'est dire que l'image de -6 vaut 15.
2. Détermine d'abord le coefficient.
   $a = \frac{f(x)}{x}$
3. Une fois a connu, il ne reste qu'à multiplier par 4.

CORRECTION

Traduire le point —

$A(-6\,;15) \in (d) \iff f(-6) = 15$

Le coefficient — Image divisée par antécédent.

$a = \frac{15}{-6} = -\frac{5}{2}$

L'image demandée —

$f(4) = -\frac{5}{2} \times 4$

$f(4) = -10$

Un point de la droite donne le coefficient ; le coefficient donne toutes les autres images.

PIÈGES ANTICIPÉS

`10` → L'antécédent est -6, donc le coefficient est négatif. Le signe se conserve jusqu'au bout.

`-5/2` → C'est le coefficient a, pas l'image de 4. Il reste une multiplication à faire.

EXERCICE 6 · DEFI

Deux baisses successives

Un prix subit deux baisses successives de $10\,\%$.

De quel pourcentage le prix a-t-il baissé au total ?

Réponse attendue : `19`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Une baisse de $10\,\%$ revient à multiplier par $0{,}9$.
2. Pour enchaîner deux variations, on **multiplie** les coefficients — on n'additionne pas les taux.
3. Tu obtiens un coefficient global de $0{,}81$. Il reste à le traduire en pourcentage de baisse.

CORRECTION

Chaque baisse —

$1 - \frac{10}{100} = 0{,}9$

Coefficient global — La seconde baisse s'applique au prix déjà réduit.

$0{,}9 \times 0{,}9 = 0{,}81$

Traduire — Multiplier par $0{,}81$, c'est retirer $0{,}19$ du prix.

$1 - 0{,}81 = 0{,}19$

Contrôle sur un exemple — Sur 100 dinars : $100 \to 90 \to 81$. La baisse totale est bien de 19 dinars.

$100 \to 90 \to 81$

$\text{baisse de } 19\,\%$

La seconde baisse porte sur une somme plus petite : elle retire moins que la première.

PIÈGES ANTICIPÉS

`20` → Tu as additionné $10 + 10$. La seconde baisse s'applique à un prix déjà réduit : elle retire moins.

`81` → $0{,}81$ est le coefficient global : il reste $81\,\%$ du prix. La **baisse** est ce qu'on a perdu.

EXERCICE 7 · PRATIQUE

Une image sans le coefficient

f est une fonction linéaire telle que $f(3) = 12$ et $f(5) = 20$.

Calculer $f(8)$ **sans déterminer le coefficient** de f.

Donner la valeur de $f(8)$.

Réponse attendue : 32

INDICES, DANS L'ORDRE

1. L'énoncé interdit de chercher le coefficient. Regarde les trois nombres 3, 5 et 8 : que remarques-tu ?
2. $8 = 3 + 5$. Or une fonction linéaire transforme une somme en somme.
   $f(x + x') = f(x) + f(x')$

CORRECTION

On décompose —

$8 = 3 + 5$

L'additivité —

$f(8) = f(3 + 5) = f(3) + f(5)$

$f(8) = 12 + 20 = 32$

Contrôle par le coefficient, que l'énoncé interdisait mais qui reste un bon vérificateur : $a = \dfrac{12}{3} = 4$, et $4 \times 8 = 32$. Les deux chemins concordent, ce qui est normal — l'additivité découle de la distributivité.

PIÈGES ANTICIPÉS

240 → Tu as multiplié les deux images. La propriété porte sur la **somme** : $f(3+5) = f(3) + f(5)$, pas $f(3) \times f(5)$.

4 → Tu as donné le coefficient a. La question porte sur $f(8)$, l'image de 8.

8 → Tu as recopié l'antécédent. Ce sont les **images** 12 et 20 qu'il faut additionner.

EXERCICE 8 · BASE

Le prix d'un kilo

Au marché, 4 kg d'oranges coûtent 6 dinars. Le prix payé est proportionnel à la quantité achetée.

Quel est le prix d'un kilo, en dinars ?

Réponse attendue : 3/2 — aussi acceptées : 1.5

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Le prix d'un kilo est le quotient $\dfrac{\text{prix}}{\text{quantité}}$.
2. Attention à l'ordre : on divise les dinars par les kilos.

CORRECTION

Le quotient —

$\dfrac{\text{prix}}{\text{quantité}} = \dfrac{6}{4}$

$\dfrac{6}{4} = 1{,}5$

Le prix d'un kilo est le coefficient de proportionnalité : c'est le quotient prix sur quantité.

PIÈGES ANTICIPÉS

2/3 → Tu as divisé les kilos par les dinars. Le prix d'un kilo, c'est $\dfrac{6}{4}$.

2 → Tu as calculé $6 - 4$. Dans une situation de proportionnalité, on divise, on ne soustrait pas.

EXERCICE 9 · BASE

La case qui manque

Dans un tableau de proportionnalité, à 3 correspond 12, et à 7 correspond un nombre y.

Calculer y.

Réponse attendue : 28

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Commence par le coefficient de proportionnalité : par combien multiplie-t-on 3 pour obtenir 12 ?
2. Le même coefficient fait passer de 7 à y.

CORRECTION

Le coefficient —

$\dfrac{12}{3} = 4$

La case cherchée —

$y = 4 \times 7$

$y = 28$

Dans un tableau de proportionnalité, on passe d'une ligne à l'autre en multipliant toujours par le même nombre.

PIÈGES ANTICIPÉS

16 → Tu as ajouté l'écart $7 - 3 = 4$ à 12. En proportionnalité on multiplie, on n'ajoute pas un écart.

EXERCICE 10 · BASE

Proportionnel ou pas ?

On donne le tableau suivant : à 2 correspond 5, à 4 correspond 10, et à 6 correspond 14.

Ce tableau est-il un tableau de proportionnalité ? Répondre par oui ou non.

Réponse attendue : non — aussi acceptées : non ce n est pas un tableau de proportionnalite · non, ce n'est pas un tableau de proportionnalité · ce n est pas proportionnel · non proportionnel

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Calcule, pour chaque colonne, le quotient du nombre du bas par celui du haut.
2. Un tableau est de proportionnalité quand **tous** ces quotients sont égaux.

CORRECTION

Les quotients —

$\frac{5}{2} = 2{,}5 \quad ; \quad \frac{10}{4} = 2{,}5 \quad ; \quad \frac{14}{6} \approx 2{,}33$

Conclure — Le troisième quotient diffère des deux premiers.

$\frac{14}{6} \neq 2{,}5$

Deux colonnes qui marchent ne suffisent pas : il faut que **toutes** les colonnes donnent le même quotient.

PIÈGES ANTICIPÉS

`oui` → Les deux premières colonnes donnent bien $2{,}5$, mais la troisième donne $\frac{14}{6} \approx 2{,}33$. Il faut vérifier toutes les colonnes.

EXERCICE 11 · PRATIQUE

Un robinet qui coule

Un robinet débite 12 litres d'eau en 3 minutes. Le volume d'eau écoulé est proportionnel à la durée.

Quel volume, en litres, s'écoule en 8 minutes ?

Réponse attendue : 32

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Calcule d'abord le débit : combien de litres en une minute ?
2. Il reste à multiplier ce débit par la durée.

CORRECTION

Le débit — Litres par minute : c'est le coefficient.

$\frac{12}{3} = 4$

Le volume —

$4 \times 8 = 32$

Le coefficient de proportionnalité a un sens concret : ici, c'est le débit en litres par minute.

PIÈGES ANTICIPÉS

17 → Tu as ajouté 5 litres parce qu'on ajoute 5 minutes. Chaque minute apporte 4 litres, pas 1.

2 → Tu as divisé les minutes par les litres puis multiplié. Le débit est $\frac{12}{3}$, en litres par minute.

EXERCICE 12 · PRATIQUE

Des nombres décimaux

On complète un tableau de proportionnalité : à $1{,}5$ correspond $2{,}4$, et à 4 correspond un nombre y.

Calculer y.

Réponse attendue : 32/5 — aussi acceptées : 6.4

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Le coefficient est le quotient $\frac{2{,}4}{1{,}5}$.
2. Pour diviser par $1{,}5$, tu peux écrire $\frac{24}{15}$ et simplifier par 3.

CORRECTION

Le coefficient —

$\frac{2{,}4}{1{,}5} = \frac{24}{15} = 1{,}6$

La case cherchée —

$y = 1{,}6 \times 4$

$y = 6{,}4$

Avec des décimaux, la méthode ne change pas : un quotient pour le coefficient, puis une multiplication.

PIÈGES ANTICIPÉS

4.9 → Tu as ajouté l'écart $4 - 1{,}5 = 2{,}5$ à $2{,}4$. Dans un tableau de proportionnalité, on multiplie par le coefficient.

2.5 → Tu as utilisé $\frac{1{,}5}{2{,}4}$ comme coefficient, à l'envers. Le coefficient fait passer de la première ligne à la seconde : $\frac{2{,}4}{1{,}5}$.

EXERCICE 13 · PRATIQUE

Le ressort

L'allongement d'un ressort est proportionnel à la masse suspendue à son extrémité. Avec une masse de 6 g, il s'allonge de 3 cm.

Quel est l'allongement, en cm, pour une masse de 15 g ?

Réponse attendue : `15/2` — aussi acceptées : 7.5

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Cherche l'allongement pour une masse de 1 g.
2. C'est le quotient $\frac{3}{6}$, en centimètres par gramme.

CORRECTION

Le coefficient — Allongement pour 1 g.

$\frac{3}{6} = 0{,}5$

L'allongement —

$0{,}5 \times 15 = 7{,}5$

Allongement et masse proportionnels : un seul nombre, l'allongement pour un gramme, décrit tout le ressort.

PIÈGES ANTICIPÉS

`12` → Tu as ajouté l'écart des masses, 9, à l'allongement. Neuf grammes de plus allongent de $9 \times 0{,}5$ cm, pas de 9 cm.

`30` → Tu as utilisé $\frac{6}{3} = 2$: c'est la masse pour 1 cm, pas l'allongement pour 1 g.

EXERCICE 14 · PRATIQUE

Le meilleur prix au kilo

Un paquet A de 750 g de café coûte $4{,}5$ dinars. Un paquet B de $1{,}2$ kg coûte $6{,}6$ dinars.

Quel est le prix d'un kilo dans le paquet le moins cher au kilo, en dinars ?

Réponse attendue : `11/2` — aussi acceptées : 5.5

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Pour comparer, ramène les deux paquets à la même quantité : le kilo.
2. Attention aux unités : 750 g, c'est $0{,}75$ kg.
3. Calcule les deux prix au kilo, puis garde le plus petit.

CORRECTION

Paquet A —

$\frac{4{,}5}{0{,}75} = 6$

Paquet B —

$\frac{6{,}6}{1{,}2} = 5{,}5$

Comparer — Le paquet B est le moins cher au kilo.

$5{,}5 < 6$

Pour comparer deux offres, on compare leurs coefficients : le prix pour une même quantité.

PIÈGES ANTICIPÉS

`6` → 6 dinars, c'est le prix au kilo du paquet A, le plus cher au kilo. On demande le moins cher.

`0.006` → Tu as divisé par 750 sans convertir les grammes en kilos : tu as obtenu le prix d'un gramme. 750 g $= 0{,}75$ kg.

EXERCICE 15 · RAISONNEMENT

Remonter la colonne

Dans un tableau de proportionnalité, à 2 correspond 7, et à un nombre b correspond 21.

Calculer b.

Réponse attendue : 6

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Calcule le coefficient qui fait passer de la première ligne à la seconde.
2. Cette fois, c'est le nombre du **haut** qui manque : il faut faire le chemin à l'envers.
3. Remarque aussi que $21 = 3 \times 7$.

CORRECTION

Le coefficient —

$\frac{7}{2} = 3{,}5$

Remonter — On divise par le coefficient.

$b = \frac{21}{3{,}5}$

Contrôle : 21 est le triple de 7, donc b est le triple de 2.

$b = 6$

Pour descendre dans le tableau on multiplie par le coefficient ; pour remonter, on divise.

PIÈGES ANTICIPÉS

`73.5` → Tu as calculé $21 \times 3{,}5$: c'est descendre, alors qu'on remonte. Il faut diviser par le coefficient.

`16` → Tu as ajouté l'écart $21 - 7 = 14$ à 2. En proportionnalité, 21 est le triple de 7 : b est le triple de 2.

EXERCICE 16 · RAISONNEMENT

Une colonne qui trahit

On donne le tableau suivant : à -2 correspond 5, à 3 correspond $-7{,}5$, et à 0 correspond 1.

Ce tableau est-il un tableau de proportionnalité ? Répondre par oui ou non.

Réponse attendue : non — aussi acceptées : non ce n est pas un tableau de proportionnalite · non, ce n'est pas un tableau de proportionnalité · non proportionnel

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Les deux premières colonnes donnent-elles le même quotient ?

2. Pour la colonne de 0, on ne peut pas diviser par 0 : pense plutôt à ce que donne 0 multiplié par n'importe quel coefficient.

CORRECTION

Deux colonnes —

$\frac{5}{-2} = -2{,}5 \quad ; \quad \frac{-7{,}5}{3} = -2{,}5$

La colonne de 0 — Quel que soit le coefficient a, on a $a \times 0 = 0$, et non 1.

$a \times 0 = 0 \neq 1$

Dans une situation de proportionnalité, à 0 correspond toujours 0 : c'est un test immédiat.

PIÈGES ANTICIPÉS

`oui` → Les deux premières colonnes donnent bien $-2{,}5$, mais à 0 correspond 1. Or $-2{,}5 \times 0 = 0$, pas 1.

EXERCICE 17 · RAISONNEMENT

L'aire d'un carré

On se demande si l'aire d'un carré est proportionnelle à la longueur de son côté.

L'aire d'un carré est-elle proportionnelle à son côté ? Répondre par oui ou non.

Réponse attendue : non — aussi acceptées : non elle n est pas proportionnelle · non, elle n'est pas proportionnelle · non pas proportionnelle

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Calcule l'aire pour un côté de 1, puis pour un côté de 2.
2. Si c'était proportionnel, doubler le côté doublerait l'aire. Est-ce le cas ?

CORRECTION

Deux exemples —

$1^2 = 1 \quad ; \quad 2^2 = 4$

Les quotients — Les quotients aire sur côté ne sont pas égaux.

$\frac{1}{1} = 1 \neq \frac{4}{2} = 2$

Pour montrer qu'une situation n'est pas de proportionnalité, un seul contre-exemple suffit. Le périmètre $4c$, lui, est proportionnel au côté.

PIÈGES ANTICIPÉS

`oui` → C'est le **périmètre** $4c$ qui est proportionnel au côté. Pour l'aire : côté 1, aire 1 ; côté 2, aire 4 — doubler le côté quadruple l'aire.

EXERCICE 18 · DEFI

Un bénéfice partagé

Trois associés ont apporté 2000 D, 3000 D et 5000 D. Ils partagent le bénéfice proportionnellement à leurs apports. Le troisième reçoit 1500 D de plus que le premier.

Quel est le bénéfice total, en dinars ?

Réponse attendue : `5000`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Les parts sont proportionnelles à 2, 3 et 5 (en milliers de dinars) : écris-les $2k$, $3k$ et $5k$.
2. Traduis l'écart entre le troisième et le premier en une équation d'inconnue k.
3. Le bénéfice total est la somme des trois parts.

CORRECTION

Les parts — Proportionnelles aux apports 2, 3 et 5 milliers de dinars.

$$2k \quad ; \quad 3k \quad ; \quad 5k$$

L'écart —

$$5k - 2k = 3k = 1500$$

$$k = 500$$

Le total —

$$2k + 3k + 5k = 10k = 10 \times 500 = 5000$$

Un partage proportionnel se modélise par un seul inconnu, le coefficient k : chaque part est un multiple de k.

PIÈGES ANTICIPÉS

`1500` → 1500 D est l'écart entre deux parts, donné par l'énoncé. On demande le bénéfice total.

`500` → 500 est le coefficient k. Le bénéfice total vaut $2k + 3k + 5k$.

EXERCICE 19 · BASE

Une image négative

Soit f la fonction linéaire définie par $f(x) = 5x$. Calculer $f(-3)$.

Réponse attendue : `-15`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Remplace x par -3 dans l'expression de f.
2. Le produit d'un nombre positif par un nombre négatif est négatif.

CORRECTION

Remplacer —

$$f(-3) = 5 \times (-3)$$

$$f(-3) = -15$$

Calculer une image : on remplace x, puis on multiplie par le coefficient.

PIÈGES ANTICIPÉS

`15` → Le produit d'un positif par un négatif est **négatif** : $5 \times (-3) = -15$.

`2` → Tu as calculé $5 + (-3)$. Dans $f(x) = 5x$, le 5 multiplie x.

EXERCICE 20 · BASE

Un coefficient fractionnaire

Soit f la fonction linéaire définie par $f(x) = -\frac{3}{4}x$. Calculer $f(8)$.

Réponse attendue : -6

INDICES, DANS L'ORDRE

1. $f(8) = -\frac{3}{4} \times 8$.
2. Commence par $\frac{8}{4}$, c'est plus simple.

CORRECTION

Remplacer —

$f(8) = -\frac{3}{4} \times 8$

Simplifier —

$f(8) = -3 \times \frac{8}{4} = -3 \times 2$

$f(8) = -6$

Avec un coefficient fractionnaire, on simplifie avant de multiplier.

PIÈGES ANTICIPÉS

6 → Le coefficient est **négatif** : $-\frac{3}{4} \times 8$ est négatif.

-32/3 → Tu as divisé 8 par $-\frac{3}{4}$: c'est l'antécédent de 8, pas son image.

EXERCICE 21 · BASE

Image d'un décimal

Soit f la fonction linéaire de coefficient $0{,}4$. Calculer l'image de $2{,}5$ par f.

Donner la valeur de $f(2{,}5)$.

Réponse attendue : 1

INDICES, DANS L'ORDRE

1. $f(x) = 0{,}4x$: remplace x par $2{,}5$.
2. $0{,}4 = \frac{4}{10}$ et $4 \times 2{,}5 = 10$.

CORRECTION

Remplacer —

$f(2{,}5) = 0{,}4 \times 2{,}5$

$f(2{,}5) = 1$

L'image s'obtient toujours par une seule multiplication par le coefficient.

PIÈGES ANTICIPÉS

2.9 → Tu as additionné $0{,}4 + 2{,}5$. Le coefficient **multiplie** x.

10 → $4 \times 2{,}5 = 10$, mais le coefficient est $0{,}4$, pas 4 : divise par 10.

EXERCICE 22 · BASE

Un antécédent

Soit f la fonction linéaire définie par $f(x) = 4x$. Déterminer l'antécédent de -12 par f.

Donner la valeur de x.

Réponse attendue : -3

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Chercher l'antécédent de -12, c'est résoudre $f(x) = -12$.
2. L'équation est $4x = -12$.

CORRECTION

Poser l'équation —

$4x = -12$

Isoler x —

$x = \frac{-12}{4}$

$x = -3$

Pour l'image on multiplie par a ; pour l'antécédent, on divise par a.

PIÈGES ANTICIPÉS

-48 → Tu as calculé $f(-12) = 4 \times (-12)$. On cherche le nombre dont l'image est -12.

3 → $\dfrac{-12}{4}$ est négatif. Vérifie : $4 \times 3 = 12$, pas -12.

EXERCICE 23 · BASE

Laquelle est linéaire ?

On considère trois fonctions : (A) $f(x) = 3x + 1$; (B) $g(x) = x^2$; (C) $h(x) = -\dfrac{x}{5}$.

Laquelle est une fonction linéaire ? Donner sa lettre.

Réponse attendue : C — aussi acceptées : h · la C · (C) · C h · h(x)

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Une fonction linéaire s'écrit $x \mapsto ax$: x multiplié par un nombre fixe, rien d'autre.
2. Regarde ce qui empêche f et g de s'écrire ainsi.
3. $-\dfrac{x}{5}$, c'est x multiplié par $-\dfrac{1}{5}$.

CORRECTION

(A) — Le $+1$ en trop : $f(0) = 1 \neq 0$.

$f(0) = 1$

(B) — x est multiplié par lui-même, pas par un nombre fixe.

$g(x) = x \times x$

(C) —

$h(x) = -\frac{1}{5}x$

Une fonction linéaire, c'est « multiplier par un nombre fixe ». Un terme constant ou un carré l'en empêchent.

PIÈGES ANTICIPÉS

A / f → $f(x) = 3x + 1$ n'est pas linéaire : à cause du $+1$, $f(0) = 1$, alors qu'une fonction linéaire vérifie $f(0) = 0$.

B / g → $g(x) = x^2$ multiplie x par lui-même, pas par un nombre fixe : ce n'est pas une fonction linéaire.

EXERCICE 24 · PRATIQUE

Lire le coefficient

Soit h la fonction définie par $h(x) = -\dfrac{x}{5}$. C'est une fonction linéaire.

Donner son coefficient a.

Réponse attendue : `-1/5` — aussi acceptées : -0.2

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Diviser par 5, c'est multiplier par $\dfrac{1}{5}$.
2. N'oublie pas le signe.

CORRECTION

Réécrire —

$-\frac{x}{5} = -\frac{1}{5} \times x$

$a = -\frac{1}{5}$

Pour lire le coefficient, on écrit la fonction sous la forme ax.

PIÈGES ANTICIPÉS

-5 → On ne multiplie pas x par -5, on le **divise** par 5 : le coefficient est $-\dfrac{1}{5}$.

1/5 → Le signe moins fait partie du coefficient : $a = -\dfrac{1}{5}$.

EXERCICE 25 · PRATIQUE

Une linéaire déguisée

Soit f la fonction définie par $f(x) = 3(x + 2) - 6$.

Développer et réduire l'expression, puis donner le coefficient a de la fonction linéaire obtenue.

Réponse attendue : 3

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Développe $3(x+2)$.
2. Regarde ce que deviennent les termes constants.

CORRECTION

Développer —

$f(x) = 3x + 6 - 6$

Réduire — Les constantes s'annulent : f est linéaire.

$f(x) = 3x$

$a = 3$

Une expression peut cacher une fonction linéaire : développe et réduis avant de conclure.

EXERCICE 26 · PRATIQUE

Antécédent, coefficient négatif

Soit f la fonction linéaire définie par $f(x) = -\frac{2}{5}x$. Déterminer l'antécédent de 6 par f.

Donner la valeur de x.

Réponse attendue : `-15`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Résous l'équation $-\frac{2}{5}x = 6$.
2. Diviser par $-\frac{2}{5}$, c'est multiplier par son inverse $-\frac{5}{2}$.

CORRECTION

Poser l'équation —

$-\frac{2}{5}x = 6$

Isoler x —

$x = 6 \times \left(-\frac{5}{2}\right)$

$x = -15$

Vérification —

$f(-15) = -\frac{2}{5} \times (-15) = 6$

L'inverse d'un nombre négatif est négatif : le signe ne disparaît pas en route.

PIÈGES ANTICIPÉS

`-12/5` → Tu as calculé $f(6)$. On cherche le nombre dont l'image est 6.

`15` → L'inverse de $-\frac{2}{5}$ est $-\frac{5}{2}$, négatif. Vérifie : $f(15) = -6$.

EXERCICE 27 · PRATIQUE

Avec une racine carrée

Soit f la fonction linéaire de coefficient $\sqrt{2}$. Calculer $f(\sqrt{2})$.

AH Maths à la carte ABDELKADER HAMMAMI

Réponse attendue : 2

INDICES, DANS L'ORDRE

1. $f(x) = \sqrt{2}\,x$: remplace x par $\sqrt{2}$.
2. Rappel : pour $a \geqslant 0$, $\sqrt{a} \times \sqrt{a} = a$.

CORRECTION

Remplacer —

$f(\sqrt{2}) = \sqrt{2} \times \sqrt{2}$

$f(\sqrt{2}) = 2$

Le coefficient d'une fonction linéaire peut être n'importe quel réel, même irrationnel.

PIÈGES ANTICIPÉS

`2*sqrt(2)` → Tu as calculé $\sqrt{2} + \sqrt{2}$. Le coefficient **multiplie** x.

EXERCICE 28 · PRATIQUE

Deux images à additionner

Soit f la fonction linéaire de coefficient $-1{,}5$.

Calculer $f(-4) + f(2)$.

Réponse attendue : 3

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Calcule séparément $f(-4)$ et $f(2)$.
2. $f(-4) = -1{,}5 \times (-4)$: deux négatifs.

CORRECTION

Première image —

$f(-4) = -1{,}5 \times (-4) = 6$

Seconde image —

$f(2) = -1{,}5 \times 2 = -3$

La somme —

$6 + (-3) = 3$

Contrôle par l'additivité : $f(-4) + f(2) = f(-2) = -1{,}5 \times (-2) = 3$.

PIÈGES ANTICIPÉS

`-9` → $-1{,}5 \times (-4)$ est **positif** : $f(-4) = 6$.

EXERCICE 29 · PRATIQUE

La fonction nulle

Soit m un réel et f la fonction linéaire définie par $f(x) = (2m - 6)x$. On veut que f soit la fonction nulle.

Maths à la carte ABDELKADER HAMMAMI

Déterminer la valeur de m.

Réponse attendue : 3

INDICES, DANS L'ORDRE

1. La fonction nulle est la fonction linéaire de coefficient 0.
2. Écris que le coefficient $2m - 6$ est nul.

CORRECTION

Traduire — Le coefficient doit être nul.

$2m - 6 = 0$

Résoudre —

$2m = 6$

$m = 3$

La fonction nulle $x \mapsto 0$ est une fonction linéaire : son coefficient est 0.

PIÈGES ANTICIPÉS

-3 → $2m - 6 = 0$ donne $2m = 6$: on ajoute 6, le signe change.

6 → De $2m = 6$, il reste à diviser par 2.

EXERCICE 30 · RAISONNEMENT

Un seul antécédent

Soit f une fonction linéaire de coefficient a non nul. Vrai ou faux : un nombre peut avoir deux antécédents différents par f.

Répondre par vrai ou faux.

Réponse attendue : `faux` — aussi acceptées : c est faux · c'est faux · non

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Chercher les antécédents de b, c'est résoudre l'équation $ax = b$.
2. Combien de solutions a cette équation quand $a \neq 0$?

CORRECTION

L'équation —

$ax = b$

Sa solution — Comme $a \neq 0$, on peut diviser par a : une seule solution.

$x = \frac{b}{a}$

Avec un coefficient non nul, chaque nombre a exactement un antécédent : $\frac{b}{a}$. Seule la fonction nulle fait exception.

PIÈGES ANTICIPÉS

`vrai / oui` → L'équation $ax = b$ avec $a \neq 0$ n'a qu'une solution, $x = \dfrac{b}{a}$. Deux antécédents distincts auraient la même image, donc $ax_1 = ax_2$, d'où $x_1 = x_2$.

EXERCICE 31 · RAISONNEMENT

Rendre la fonction linéaire

Soit m un réel positif et f la fonction définie par $f(x) = (m-2)x + m^2 - 9$. On veut que f soit une fonction linéaire.

Déterminer la valeur de m.

Réponse attendue : 3

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Une fonction linéaire vérifie $f(0) = 0$.
2. Calcule $f(0)$ en fonction de m, puis écris qu'il est nul.
3. L'énoncé impose m positif.

CORRECTION

La condition —

$f(0) = m^2 - 9 = 0$

Résoudre —

$m^2 = 9 \iff m = 3 \text{ ou } m = -3$

Le signe — On garde la valeur positive.

$m = 3$

Contrôle —

$f(x) = x$

Pour qu'une expression du type « nombre fois x, plus constante » soit linéaire, la constante doit être nulle.

PIÈGES ANTICIPÉS

`-3` → -3 vérifie bien $m^2 = 9$, mais l'énoncé demande m **positif**.

`2` → Avec $m = 2$, c'est le coefficient qui s'annule, et il reste $f(x) = -5$: ce n'est pas linéaire. C'est la constante qui doit être nulle.

EXERCICE 32 · RAISONNEMENT

De l'antécédent à l'image

f est une fonction linéaire, et l'antécédent de 6 par f est -9.

Calculer $f(15)$.

Réponse attendue : `-10`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. « L'antécédent de 6 est -9 » veut dire $f(-9) = 6$.

2. Déduis-en le coefficient : image divisée par antécédent.

CORRECTION

Traduire —

$f(-9) = 6$

Le coefficient —

$a = \frac{6}{-9} = -\frac{2}{3}$

L'image —

$f(15) = -\frac{2}{3} \times 15$

$f(15) = -10$

Bien lire le vocabulaire : l'antécédent est le nombre de départ, l'image le nombre d'arrivée.

PIÈGES ANTICIPÉS

-45/2 → Tu as pris $f(6) = -9$: les rôles sont inversés. L'antécédent de 6 est -9, donc $f(-9) = 6$.

10 → $a = \dfrac{6}{-9}$ est négatif ; $f(15)$ l'est donc aussi.

EXERCICE 33 · DEFI **Un écart entre deux images**

f est une fonction linéaire. L'image de 5 dépasse de 12 l'image de -1.

Calculer $f(7)$.

Réponse attendue : 14

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Écris $f(5)$ et $f(-1)$ en fonction du coefficient a.
2. Traduis la phrase : $f(5) - f(-1) = 12$.
3. Attention au signe : $5a - (-a)$.

CORRECTION

En fonction de a —

$f(5) = 5a \quad ; \quad f(-1) = -a$

L'écart —

$5a - (-a) = 6a = 12$

$a = 2$

L'image —

$f(7) = 2 \times 7 = 14$

Une condition sur des images se traduit en une équation d'inconnue a.

PIÈGES ANTICIPÉS

21 → Tu as écrit $5a - a = 4a$. Mais $f(-1) = -a$, et $5a - (-a) = 6a$.

2 → 2 est le coefficient. Il reste à calculer $f(7)$.

EXERCICE 34 · BASE

Le nombre qui manque

f est une fonction linéaire non nulle. On sait que $f(9) = f(4) + f(k)$.

Déterminer le nombre k.

Réponse attendue : 5

INDICES, DANS L'ORDRE

1. L'additivité dit : $f(x + x') = f(x) + f(x')$.
2. Quel nombre faut-il ajouter à 4 pour obtenir 9 ?

CORRECTION

L'additivité —

$f(4) + f(k) = f(4 + k)$

Comparer — Il faut donc $f(9) = f(4 + k)$: comme f n'est pas nulle, $9 = 4 + k$.

$4 + k = 9$

$k = 5$

L'image d'une somme est la somme des images : $f(9) = f(4) + f(5)$.

PIÈGES ANTICIPÉS

13 → Tu as additionné 9 et 4. On cherche le nombre qui, ajouté à 4, donne 9.

EXERCICE 35 · BASE

L'image de 1

f est une fonction linéaire telle que $f(1) = -4$.

Donner son coefficient a.

Réponse attendue : -4

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Calcule $f(1)$ avec l'expression $f(x) = ax$.
2. $a \times 1 = a$.

CORRECTION

Traduire —

$f(1) = a \times 1 = a$

$a = -4$

Le coefficient d'une fonction linéaire est l'image de 1 : $f(1) = a$.

PIÈGES ANTICIPÉS

-1/4 → Le coefficient n'est pas l'inverse de l'image : $f(1) = a \times 1 = a$.

4 → Le signe se garde : $a = f(1) = -4$.

EXERCICE 36 · PRATIQUE

Une différence d'images

f est une fonction linéaire telle que $f(4) = 10$ et $f(6) = 15$.

Calculer $f(2)$ sans déterminer le coefficient.

Réponse attendue : 5

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Écris 6 comme la somme de 4 et d'un autre nombre.
2. $f(6) = f(4) + f(2)$: il ne reste qu'à isoler $f(2)$.

CORRECTION

Décomposer —

$6 = 4 + 2$

L'additivité —

$f(6) = f(4) + f(2)$

Isoler —

$f(2) = 15 - 10 = 5$

L'additivité se lit dans les deux sens : elle permet aussi de soustraire des images.

PIÈGES ANTICIPÉS

25 → $f(4) + f(6) = f(10)$, pas $f(2)$. Ici, $2 = 6 - 4$.

EXERCICE 37 · PRATIQUE

Avec un nombre négatif

f est une fonction linéaire telle que $f(7) = 21$ et $f(-2) = -6$.

Calculer $f(5)$ en utilisant l'additivité.

Réponse attendue : 15

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Quelle somme de 7 et -2 donne 5 ?
2. $5 = 7 + (-2)$: additionne les images correspondantes.

CORRECTION

Décomposer —

$5 = 7 + (-2)$

L'additivité —

$f(5) = f(7) + f(-2)$

$f(5) = 21 + (-6) = 15$

Contrôle : $a = \dfrac{21}{7} = 3$, et $3 \times 5 = 15$.

PIÈGES ANTICIPÉS

27 → Tu as calculé $21 - (-6)$. Or $5 = 7 + (-2)$: on additionne 21 et -6.

EXERCICE 38 · PRATIQUE

Le quadruple

f est une fonction linéaire telle que $f(3) = -5$.

Calculer $f(12)$.

Réponse attendue : `-20`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. $12 = 3 + 3 + 3 + 3$.
2. Par l'additivité, ajoute quatre fois la même image.

CORRECTION

Décomposer —

$12 = 3 + 3 + 3 + 3$

L'additivité —

$f(12) = 4 \times f(3)$

$f(12) = 4 \times (-5) = -20$

Multiplier x par 4 multiplie son image par 4 : $f(4x) = 4f(x)$.

PIÈGES ANTICIPÉS

`-60` → Tu as multiplié $f(3)$ par 12. Mais 12 vaut **quatre** fois 3.

EXERCICE 39 · PRATIQUE

L'image de l'opposé

g est une fonction linéaire telle que $g(8) = 2{,}4$.

Calculer $g(-8)$ en utilisant l'additivité.

Réponse attendue : `-12/5` — aussi acceptées : -2.4

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Que vaut $8 + (-8)$? Et quelle est l'image de ce nombre ?
2. Par l'additivité, $g(8) + g(-8) = g(0)$.

CORRECTION

Décomposer —

$8 + (-8) = 0$

L'additivité —

$g(8) + g(-8) = g(0) = 0$

Isoler —

$g(-8) = -g(8) = -2{,}4$

Pour une fonction linéaire, deux nombres opposés ont des images opposées. Contrôle : $a = \dfrac{2{,}4}{8} = 0{,}3$, et $0{,}3 \times (-8) = -2{,}4$.

PIÈGES ANTICIPÉS

12/5 → $g(8) + g(-8) = g(0) = 0$: l'image de -8 est l'**opposé** de $2{,}4$.

EXERCICE 40 · PRATIQUE **g(12) à partir de g(8) et g(10)**

g est une fonction linéaire telle que $g(8) = 2{,}4$ et $g(10) = 3$.

Calculer $g(12)$ sans déterminer le coefficient.

Réponse attendue : 18/5 — aussi acceptées : 3.6

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Écris 12 à l'aide de 10 et de 8, avec des additions et des soustractions.
2. $12 = 10 + 10 - 8$: additionne et soustrais les images correspondantes.

CORRECTION

Décomposer —

$12 = 10 + 10 - 8$

L'additivité —

$g(12) = g(10) + g(10) - g(8)$

$g(12) = 3 + 3 - 2{,}4 = 3{,}6$

Contrôle : $a = \dfrac{3}{10} = 0{,}3$, et $0{,}3 \times 12 = 3{,}6$. Sommes et différences se combinent librement.

PIÈGES ANTICIPÉS

27/5 → $2{,}4 + 3 = 5{,}4$, c'est $g(18)$. Ici $12 = 10 + 10 - 8$.

3/5 → $3 - 2{,}4 = 0{,}6$, c'est $g(2)$. Ici $12 = 10 + 10 - 8$.

EXERCICE 41 · PRATIQUE **Retrouver f(1)**

f est une fonction linéaire telle que $f(4) = 10$ et $f(3) = 7{,}5$.

Calculer $f(1)$ par l'additivité.

Réponse attendue : 5/2 — aussi acceptées : 2.5

INDICES, DANS L'ORDRE

1. $4 = 3 + 1$.
2. Donc $f(4) = f(3) + f(1)$.

CORRECTION

Décomposer —

$4 = 3 + 1$

L'additivité —

$f(4) = f(3) + f(1)$

Isoler —

$f(1) = 10 - 7{,}5 = 2{,}5$

Et $f(1)$ est le coefficient : $a = 2{,}5$. L'additivité retrouve même le coefficient.

PIÈGES ANTICIPÉS

17.5 → $10 + 7{,}5$ est $f(7)$. Ici $1 = 4 - 3$: on soustrait.

EXERCICE 42 · RAISONNEMENT

Plusieurs étapes d'additivité

f est une fonction linéaire telle que $f(2) = 3$ et $f(7) = 10{,}5$.

Calculer $f(16)$ sans déterminer le coefficient.

Réponse attendue : 24

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Écris 16 comme une somme de 7 et de 2, éventuellement répétés.
2. $16 = 7 + 7 + 2$.

CORRECTION

Décomposer —

$16 = 7 + 7 + 2$

L'additivité —

$f(16) = f(7) + f(7) + f(2)$

$f(16) = 10{,}5 + 10{,}5 + 3 = 24$

Contrôle : $a = \dfrac{3}{2} = 1{,}5$ et $1{,}5 \times 16 = 24$.

PIÈGES ANTICIPÉS

27/2 → $f(7) + f(2) = f(9)$, pas $f(16)$. Il faut deux fois 7 plus 2.

EXERCICE 43 · RAISONNEMENT

Une égalité entre images

f est une fonction linéaire telle que $f(5) = f(2) + 9$.

Calculer $f(3)$.

Réponse attendue : 9

INDICES, DANS L'ORDRE

Maths à la carte
ALI KADER HAMMAMI

1. Par l'additivité, $f(5) = f(2) + f(3)$.
2. Compare avec l'égalité donnée.

CORRECTION

L'additivité —

$$f(5) = f(2) + f(3)$$

Comparer —

$$f(2) + f(3) = f(2) + 9$$

$$f(3) = 9$$

L'additivité permet de raisonner sur les images sans jamais calculer le coefficient.

PIÈGES ANTICIPÉS

`3` → 3 est le coefficient ($\frac{9}{3}$). La question porte sur $f(3)$.

EXERCICE 44 · RAISONNEMENT

Le produit des images

Vrai ou faux : pour toute fonction linéaire f, on a $f(6) = f(2) \times f(3)$.

Répondre par vrai ou faux.

Réponse attendue : `faux` — aussi acceptées : c est faux · c'est faux

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Essaie avec la fonction $f(x) = 2x$.
2. Compare $f(6)$ et $f(2) \times f(3)$.

CORRECTION

Contre-exemple — Avec $f(x) = 2x$.

$$f(6) = 12 \quad ; \quad f(2) \times f(3) = 4 \times 6 = 24$$

En général —

$$f(2) \times f(3) = 6a^2 \quad ; \quad f(6) = 6a$$

La propriété porte sur les sommes, pas sur les produits. Un seul contre-exemple suffit pour dire « faux ».

PIÈGES ANTICIPÉS

`vrai` → Avec $f(x) = 2x$: $f(6) = 12$, mais $f(2) \times f(3) = 24$. L'égalité ne marche que pour $a = 0$ ou $a = 1$.

EXERCICE 45 · RAISONNEMENT

L'image de 0

On cherche une fonction linéaire f telle que $f(0) = -1$.

Une telle fonction existe-t-elle ? Répondre par oui ou non.

Réponse attendue : non — aussi acceptées : non c est impossible · impossible · non, c'est impossible · non on ne peut pas

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Calcule $f(0)$ pour $f(x) = ax$.
2. Le résultat dépend-il de a ?

CORRECTION

L'image de 0 —

$f(0) = a \times 0 = 0$

Conclure —

$0 \neq -1$

Toute fonction linéaire vérifie $f(0) = 0$: sa droite passe par l'origine.

PIÈGES ANTICIPÉS

`oui` → Quel que soit a, $f(0) = a \times 0 = 0$. Une fonction linéaire ne peut pas donner -1 en 0.

EXERCICE 46 · DEFI

Une somme d'images

f est une fonction linéaire telle que $f(3) + f(5) = 24$.

Calculer $f(2)$.

Réponse attendue : 6

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Que vaut $f(3) + f(5)$ par l'additivité ?
2. Tu connais alors l'image de 8. Et $8 = 2 + 2 + 2 + 2$.

CORRECTION

L'additivité —

$f(3) + f(5) = f(8) = 24$

Décomposer —

$f(8) = 4 \times f(2)$

$f(2) = \frac{24}{4} = 6$

Contrôle : $a = \dfrac{24}{8} = 3$, et $f(2) = 6$. L'additivité regroupe d'abord, puis découpe.

PIÈGES ANTICIPÉS

`12` → Tu as divisé 24 par 2. Mais 24 est l'image de 8, et 8 vaut **quatre** fois 2.

`3` → 3 est le coefficient. La question porte sur $f(2)$.

EXERCICE 47 · DEFI

Une différence connue

f est une fonction linéaire telle que $f(7) - f(4) = 6$.

Calculer $f(10)$.

Réponse attendue : `20`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Par l'additivité, $f(7) = f(4) + f(3)$. Que vaut donc $f(3)$?
2. Déduis-en le coefficient.

CORRECTION

L'additivité —

$f(7) - f(4) = f(3) = 6$

Le coefficient —

$a = \frac{6}{3} = 2$

L'image —

$f(10) = 2 \times 10 = 20$

Une différence d'images est l'image de la différence : $f(7) - f(4) = f(3)$.

PIÈGES ANTICIPÉS

15 → Tu as divisé 6 par 4. Mais 6 est l'image de $7 - 4 = 3$, donc $a = \frac{6}{3}$.

2 → 2 est le coefficient. Il reste à calculer $f(10)$.

EXERCICE 48 · BASE **Un point sur la droite ?**

Dans un repère, (D) est la représentation graphique de la fonction linéaire $f(x) = -2x$. On considère le point $A(3\,;-6)$.

Le point A appartient-il à (D) ? Répondre par oui ou non.

Réponse attendue : `oui` — aussi acceptées : oui il appartient a la droite · oui, A appartient à (D) · oui a appartient a d

INDICES, DANS L'ORDRE

1. $A(x\,;y)$ est sur (D) exactement quand $y = f(x)$.
2. Calcule $f(3)$ et compare avec l'ordonnée de A.

CORRECTION

L'image de l'abscisse —

$f(3) = -2 \times 3 = -6$

Comparer — C'est bien l'ordonnée de A.

$f(3) = -6 = y_A$

Un point est sur la droite quand son ordonnée est l'image de son abscisse.

PIÈGES ANTICIPÉS

non → $f(3) = -2 \times 3 = -6$: c'est exactement l'ordonnée de A.

EXERCICE 49 · BASE

Monte ou descend ?

On trace la représentation graphique de la fonction linéaire $f(x) = -0{,}7x$.

La droite monte-t-elle ou descend-elle ? Répondre par « monte » ou « descend ».

Réponse attendue : descend — aussi acceptées : elle descend · la droite descend · decroissante · elle est decroissante

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Regarde le signe du coefficient.
2. Compare par exemple $f(0)$ et $f(10)$.

CORRECTION

Le coefficient —

$a = -0{,}7 < 0$

Contrôle —

$f(0) = 0 \quad ; \quad f(10) = -7$

Coefficient positif : la droite monte ; coefficient négatif : elle descend.

PIÈGES ANTICIPÉS

`monte / elle monte / croissante` → Le coefficient $-0{,}7$ est négatif : quand x augmente, $f(x)$ diminue. La droite descend.

EXERCICE 50 · BASE

L'ordonnée d'un point

(D) est la représentation graphique de la fonction linéaire $f(x) = 3x$. Le point M de (D) a pour abscisse -2.

Calculer l'ordonnée de M.

Réponse attendue : -6

INDICES, DANS L'ORDRE

1. L'ordonnée d'un point de la droite est l'image de son abscisse.
2. Calcule $f(-2)$.

CORRECTION

Traduire —

$y_M = f(-2)$

$y_M = 3 \times (-2) = -6$

Sur la droite d'équation $y = ax$, l'ordonnée vaut a fois l'abscisse.

PIÈGES ANTICIPÉS

6 → $3 \times (-2)$ est négatif.

-2/3 → Tu as divisé par 3 : c'est le chemin de l'antécédent. L'ordonnée est l'image de l'abscisse.

EXERCICE 51 · BASE

Une ordonnée inconnue

(D) est la représentation graphique de la fonction linéaire $f(x) = \frac{5}{3}x$. Le point $P(6\,;k)$ appartient à (D).

Calculer k.

Réponse attendue : `10`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. P est sur (D), donc $k = f(6)$.
2. $\frac{6}{3} = 2$.

CORRECTION

Traduire —

$k = f(6)$

$k = \frac{5}{3} \times 6 = 10$

Un point de la droite : l'ordonnée est l'image de l'abscisse.

PIÈGES ANTICIPÉS

18/5 → Tu as divisé 6 par $\frac{5}{3}$. k est l'**image** de 6.

EXERCICE 52 · PRATIQUE

Une abscisse inconnue

(D) est la représentation graphique de la fonction linéaire $f(x) = -4x$. Le point $M(m\,;12)$ appartient à (D).

Calculer m.

Réponse attendue : `-3`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Dire que M est sur (D), c'est dire que $f(m) = 12$.
2. Résous $-4m = 12$.

CORRECTION

Traduire —

$f(m) = 12$

L'équation —

$-4m = 12$

$m = \frac{12}{-4} = -3$

Connaître l'ordonnée et chercher l'abscisse, c'est chercher un antécédent.

PIÈGES ANTICIPÉS

-48 → Tu as calculé $f(12)$. Ici 12 est l'ordonnée : on cherche son antécédent.

3 → $\dfrac{12}{-4}$ est négatif. Vérifie : $f(3) = -12$.

EXERCICE 53 · PRATIQUE

Quel point est sur la droite ?

(D) représente la fonction linéaire $f(x) = -\dfrac{3}{2}x$. On donne les points $A(2\,;3)$, $B(-4\,;6)$ et $C(6\,;-8)$.

Lequel de ces trois points appartient à (D) ? Donner sa lettre.

Réponse attendue : B — aussi acceptées : le point B · B(-4;6) · B (-4 ; 6)

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Pour chaque point, calcule l'image de son abscisse.
2. Compare chaque image avec l'ordonnée du point.

CORRECTION

Point A —

$f(2) = -3 \neq 3$

Point B —

$f(-4) = 6$

Point C —

$f(6) = -9 \neq -8$

On teste chaque point avec la même question : l'ordonnée est-elle l'image de l'abscisse ?

PIÈGES ANTICIPÉS

A → $f(2) = -\dfrac{3}{2} \times 2 = -3$, pas 3 : le signe du coefficient compte.

C → $f(6) = -9$, et l'ordonnée de C est -8 : « presque » ne suffit pas.

EXERCICE 54 · PRATIQUE

Le point d'abscisse 1

(D) est la droite représentative d'une fonction linéaire f. Elle passe par l'origine et par le point $A(1\,;-2{,}5)$.

Calculer $f(6)$.

Réponse attendue : -15

INDICES, DANS L'ORDRE

1. L'ordonnée du point d'abscisse 1 est $f(1)$, c'est-à-dire le coefficient.
2. Multiplie ce coefficient par 6.

CORRECTION

Le coefficient —

$a = f(1) = -2{,}5$

L'image —

$f(6) = -2{,}5 \times 6$

$f(6) = -15$

La droite de $x \mapsto ax$ passe par O et par $A(1\,;a)$: on lit le coefficient à l'abscisse 1.

PIÈGES ANTICIPÉS

-5/2 → $-2{,}5$ est le coefficient. Il reste à multiplier par 6.

15 → Le coefficient est négatif : $f(6)$ l'est aussi.

EXERCICE 55 · PRATIQUE **Lire un antécédent**

Sur un quadrillage, la droite (D) d'une fonction linéaire f passe par l'origine et par le nœud de coordonnées $(3\,;2)$.

Déterminer l'antécédent de 4 par f.

Réponse attendue : 6

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Le nœud $(3\,;2)$ donne $f(3) = 2$.
2. Pour monter de 2 à 4, de combien faut-il avancer en abscisse ?

CORRECTION

Le coefficient —

$a = \frac{2}{3}$

L'équation —

$\frac{2}{3}x = 4$

$x = 4 \times \frac{3}{2} = 6$

Graphiquement : l'ordonnée double, donc l'abscisse double aussi. De $(3\,;2)$ on passe à $(6\,;4)$.

PIÈGES ANTICIPÉS

8/3 → Tu as calculé $f(4)$. On cherche le point de la droite d'**ordonnée** 4.

EXERCICE 56 · RAISONNEMENT

Trois points alignés ?

Dans un repère (O, I, J), on donne les points $A(1\,;-5)$ et $B(2\,;-9)$.

Les points O, A et B sont-ils alignés ? Répondre par oui ou non.

Réponse attendue : non — aussi acceptées : non ils ne sont pas alignes · non, ils ne sont pas alignés · pas alignes

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Une droite qui passe par O (et n'est pas l'axe des ordonnées) représente une fonction linéaire.
2. Si O, A, B étaient alignés, A et B seraient sur la droite de la même fonction linéaire : compare $\frac{y}{x}$ pour A et pour B.

CORRECTION

Pour A —

$\frac{-5}{1} = -5$

Pour B —

$\frac{-9}{2} = -4{,}5$

Conclure — Les deux quotients diffèrent.

$-5 \neq -4{,}5$

Des points alignés avec O ont des coordonnées proportionnelles : même quotient $\frac{y}{x}$.

PIÈGES ANTICIPÉS

`oui` → Pour A le quotient $\frac{y}{x}$ vaut -5, pour B il vaut $-4{,}5$. La droite (OA) passerait par $(2\,;-10)$, pas par B.

EXERCICE 57 · RAISONNEMENT

Une ordonnée qui dépasse

(D) est la droite d'équation $y = 3x$. On cherche le point M de (D) dont l'ordonnée dépasse l'abscisse de 8.

Donner l'abscisse de M.

Réponse attendue : 4

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Appelle x l'abscisse de M. Son ordonnée est alors $3x$.
2. Traduis « dépasse de 8 » par une équation.

CORRECTION

Les coordonnées —

$M(x\,;3x)$

L'équation —

$3x = x + 8$

Résoudre —

$2x = 8 \iff x = 4$

Contrôle —

$M(4\,;12) \quad ; \quad 12 = 4 + 8$

Un point de la droite $y = ax$ s'écrit $(x\,;ax)$: une condition sur ses coordonnées devient une équation.

PIÈGES ANTICIPÉS

12 → 12 est l'ordonnée de M. On demande son abscisse.

8/3 → Tu as écrit $3x = 8$. L'ordonnée dépasse l'abscisse de 8 : $3x = x + 8$.

EXERCICE 58 · DEFI

Un triangle entre deux droites

Dans un repère orthonormé, (D_1) représente $f(x) = \frac{1}{2}x$ et (D_2) représente $g(x) = -x$. A est le point de (D_1) d'abscisse 4, B le point de (D_2) d'abscisse 4, et O l'origine.

Calculer l'aire du triangle OAB, en unités d'aire.

Réponse attendue : 12

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Calcule les ordonnées de A et de B.
2. A et B ont la même abscisse : le côté $[AB]$ est vertical. Quelle est sa longueur ?
3. La hauteur issue de O sur (AB) est la distance de O à la droite verticale d'abscisse 4.

CORRECTION

Les points —

$A(4\,;2) \quad ; \quad B(4\,;-4)$

La base —

$AB = 2 - (-4) = 6$

La hauteur —

$h = 4$

L'aire —

$\frac{6 \times 4}{2} = 12$

Deux points de même abscisse forment un segment vertical : sa longueur est la différence des ordonnées.

PIÈGES ANTICIPÉS

4 → Tu as pris $AB = 4 - 2 = 2$. B est **sous** l'axe : $AB = 2 - (-4) = 6$.

24 → L'aire d'un triangle est base fois hauteur **divisé par 2**.

EXERCICE 59 · BASE

Un coefficient entier

f est une fonction linéaire telle que $f(2) = -8$.

Déterminer son coefficient a.

Réponse attendue : `-4`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. $f(2) = 2a$: écris l'équation.
2. Le coefficient est l'image divisée par l'antécédent.

CORRECTION

Traduire —

$2a = -8$

Résoudre —

$a = \frac{-8}{2} = -4$

Un couple $(x_0\,;f(x_0))$ avec $x_0 \neq 0$ suffit : $a = \dfrac{f(x_0)}{x_0}$.

PIÈGES ANTICIPÉS

`-1/4` → Tu as divisé l'antécédent par l'image. $a = \dfrac{f(x)}{x}$.

`-10` → Tu as soustrait. Le coefficient se trouve par une division.

EXERCICE 60 · BASE **Une droite par un point**

La représentation graphique d'une fonction linéaire f passe par le point $A(3\,;8)$.

Déterminer son coefficient a, en valeur exacte.

Réponse attendue : `8/3`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. A sur la droite signifie $f(3) = 8$.
2. Divise l'ordonnée par l'abscisse.

CORRECTION

Traduire —

$f(3) = 8$

Le coefficient —

$a = \frac{8}{3}$

Le coefficient est le quotient de l'ordonnée par l'abscisse d'un point de la droite (autre que O).

PIÈGES ANTICIPÉS

`3/8` → Tu as divisé l'abscisse par l'ordonnée. $a = \dfrac{y_A}{x_A}$.

`5` → Tu as soustrait les coordonnées. On divise l'ordonnée par l'abscisse.

`2.6` / `2.66` / `2.67` / `2.666` / `2.667` / `2.7` → C'est une valeur approchée. On demande la valeur exacte : $\frac{8}{3}$.

EXERCICE 61 · BASE

Avec des fractions

f est une fonction linéaire telle que $f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{8}$.

Déterminer son coefficient a.

Réponse attendue : `1/4` — aussi acceptées : 0.25

INDICES, DANS L'ORDRE

1. $\frac{1}{2}a = \frac{1}{8}$.
2. Diviser par $\frac{1}{2}$, c'est multiplier par 2.

CORRECTION

Traduire —

$\frac{1}{2}a = \frac{1}{8}$

Résoudre —

$a = \frac{1}{8} \times 2 = \frac{2}{8}$

$a = \frac{1}{4}$

La méthode ne change pas avec des fractions : on divise l'image par l'antécédent.

PIÈGES ANTICIPÉS

`1/16` → Tu as multiplié $\frac{1}{8}$ par $\frac{1}{2}$. Il faut **diviser** par $\frac{1}{2}$.

`4` → Tu as divisé l'antécédent par l'image. $a = \frac{f(x)}{x}$.

EXERCICE 62 · PRATIQUE

Un couple décimal

g est une fonction linéaire telle que $g(0{,}9) = -1{,}5$.

Déterminer son coefficient, sous forme de fraction irréductible.

Réponse attendue : `-5/3`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. $a = \frac{-1{,}5}{0{,}9}$.
2. Multiplie le numérateur et le dénominateur par 10, puis simplifie.

CORRECTION

Le quotient —

$a = \frac{-1{,}5}{0{,}9} = \frac{-15}{9}$

Simplifier — On divise par 3.

$a = -\frac{5}{3}$

Avec des décimaux, multiplier en haut et en bas par 10 fait apparaître une fraction d'entiers.

PIÈGES ANTICIPÉS

`-3/5` → Tu as divisé l'antécédent par l'image. $a = \dfrac{g(x)}{x}$.

`-1.35` → Tu as multiplié $0{,}9$ par $-1{,}5$. On divise l'image par l'antécédent.

`-1.6 / -1.66 / -1.67 / -1.666 / -1.667 / -1.7` → C'est une valeur approchée. On demande la valeur exacte : $-\dfrac{5}{3}$.

EXERCICE 63 · PRATIQUE

Deux coordonnées négatives

La droite représentative d'une fonction linéaire f passe par le point $A(-4\,;-10)$.

Déterminer son coefficient a.

Réponse attendue : `5/2` — aussi acceptées : 2.5

INDICES, DANS L'ORDRE

1. $f(-4) = -10$.
2. Le quotient de deux négatifs est positif.

CORRECTION

Traduire —

$f(-4) = -10$

Le coefficient —

$a = \frac{-10}{-4} = \frac{5}{2}$

Ici la droite monte : quand l'abscisse est négative, l'ordonnée l'est aussi.

PIÈGES ANTICIPÉS

`-5/2` → $\dfrac{-10}{-4}$ est **positif** : moins divisé par moins donne plus.

`2/5` → Tu as divisé l'abscisse par l'ordonnée. $a = \dfrac{y}{x}$.

EXERCICE 64 · PRATIQUE

Une image entière, un antécédent irrationnel

f est une fonction linéaire telle que $f(\sqrt{3}) = 3$.

Déterminer son coefficient a, en valeur exacte et sans racine au dénominateur.

Réponse attendue : `sqrt(3)`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. $a = \dfrac{3}{\sqrt{3}}$.
2. Remarque que $3 = \sqrt{3} \times \sqrt{3}$.

CORRECTION

Le quotient —

$a = \frac{3}{\sqrt{3}}$

Simplifier —

$a = \frac{\sqrt{3}\times\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \sqrt{3}$

Contrôle : $f(\sqrt{3}) = \sqrt{3} \times \sqrt{3} = 3$.

PIÈGES ANTICIPÉS

`1/sqrt(3)` → Tu as divisé l'antécédent par l'image. $a = \dfrac{3}{\sqrt{3}}$.

`3*sqrt(3)` → Tu as multiplié 3 par $\sqrt{3}$. On divise l'image par l'antécédent.

`1.7 / 1.73 / 1.732` → C'est une valeur approchée. On demande la valeur exacte : $\sqrt{3}$.

EXERCICE 65 · PRATIQUE **La droite (OB)**

Dans un repère, on place le point $B(-3\,;5)$. La droite (OB) est la représentation graphique d'une fonction linéaire.

Déterminer son coefficient a, en valeur exacte.

Réponse attendue : `-5/3`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. B est sur la droite : l'image de -3 est 5.
2. Divise l'ordonnée par l'abscisse.

CORRECTION

Traduire —

$f(-3) = 5$

Le coefficient —

$a = \frac{5}{-3} = -\frac{5}{3}$

Abscisse négative, ordonnée positive : le coefficient est négatif, la droite descend.

PIÈGES ANTICIPÉS

`-3/5` → Tu as divisé l'abscisse par l'ordonnée. $a = \dfrac{y_B}{x_B}$.

`5/3` → L'abscisse de B est négative : $\dfrac{5}{-3}$ est négatif.

`-1.6` / `-1.66` / `-1.67` / `-1.666` / `-1.667` / `-1.7` → C'est une valeur approchée. On demande la valeur exacte : $-\dfrac{5}{3}$.

EXERCICE 66 · PRATIQUE

L'axe des abscisses

Dans un repère (O, I, J), on place les points $C(-3\,;0)$ et $D(4\,;0)$. La droite (CD) est la représentation graphique d'une fonction linéaire f.

Déterminer son coefficient a.

Réponse attendue : `0`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Où se trouvent les points C et D ? Que remarques-tu sur leurs ordonnées ?
2. La droite (CD) est l'axe (OI) : toutes les images sont nulles.

CORRECTION

Remarque — C et D ont une ordonnée nulle : (CD) est l'axe (OI).

$f(4) = 0$

Le coefficient —

$a = \frac{0}{4} = 0$

La droite (OI) représente la fonction nulle : son coefficient est 0.

EXERCICE 67 · RAISONNEMENT

Deux conditions compatibles ?

On cherche une fonction linéaire h telle que $h(3) = 1$ et $h(-6) = -2$.

Une telle fonction existe-t-elle ? Répondre par oui ou non.

Réponse attendue : `oui` — aussi acceptées : oui elle existe · oui, h(x) = x/3 · oui h(x)=x/3 · oui a = 1/3

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Chaque condition donne une valeur du coefficient.
2. Ces deux valeurs sont-elles égales ?

CORRECTION

Première condition —

$a = \frac{1}{3}$

Seconde condition —

$a = \frac{-2}{-6} = \frac{1}{3}$

Conclure — Les deux conditions donnent le même coefficient.

$h(x) = \frac{1}{3}x$

Deux conditions sont compatibles quand elles donnent le même coefficient.

PIÈGES ANTICIPÉS

non → $\frac{1}{3}$ et $\frac{-2}{-6}$ sont égaux : la fonction $h(x) = \frac{1}{3}x$ convient.

EXERCICE 68 · RAISONNEMENT

Deux conditions incompatibles ?

On cherche une fonction linéaire k telle que $k(2) = 4$ et $k(-2) = 4$.

Une telle fonction existe-t-elle ? Répondre par oui ou non.

Réponse attendue : non — aussi acceptées : non elle n existe pas · non, c'est impossible · impossible

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Calcule le coefficient imposé par chaque condition.
2. Pense aussi à $k(-2) = -k(2)$ pour une fonction linéaire.

CORRECTION

Première condition —

$a = \frac{4}{2} = 2$

Seconde condition —

$a = \frac{4}{-2} = -2$

Conclure —

$2 \neq -2$

Pour une fonction linéaire, des antécédents opposés ont des images opposées.

PIÈGES ANTICIPÉS

`oui` → La première condition impose $a = 2$, la seconde $a = -2$: aucun coefficient ne convient.

EXERCICE 69 · RAISONNEMENT

Un antécédent après le coefficient

f est une fonction linéaire telle que $f(5) = 4$. Déterminer l'antécédent de 6 par f.

Donner la valeur de x.

Réponse attendue : `15/2` — aussi acceptées : 7.5

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Commence par le coefficient.
2. Puis résous $ax = 6$.

CORRECTION

Le coefficient —

$a = \frac{4}{5} = 0{,}8$

L'équation —

$0{,}8x = 6$

$x = \frac{6}{0{,}8} = 7{,}5$

Deux étapes : le couple donné fixe le coefficient, puis le coefficient donne l'antécédent.

PIÈGES ANTICIPÉS

24/5 → Tu as calculé $f(6)$. On cherche le nombre dont l'image est 6.

7 → Tu as ajouté 2 à 5 parce que $6 = 4 + 2$. En linéaire, on divise par le coefficient.

EXERCICE 70 · RAISONNEMENT

Le triangle et la parallèle

OAB est un triangle rectangle en A avec $OA = 40$ et $AB = 9$. C est un point de la demi-droite $[OA)$, et $x = OC$. La parallèle à (AB) passant par C coupe (OB) en D. On pose $y = CD$. On admet que y est une fonction linéaire de x.

Déterminer le coefficient a de cette fonction linéaire.

Réponse attendue : `9/40` — aussi acceptées : 0.225

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Les droites (CD) et (AB) sont parallèles : pense au théorème de Thalès dans le triangle OAB.
2. Écris l'égalité $\frac{CD}{AB} = \frac{OC}{OA}$ avec les lettres x et y.

CORRECTION

Thalès —

$\frac{CD}{AB} = \frac{OC}{OA}$

Remplacer —

$\frac{y}{9} = \frac{x}{40}$

Isoler y —

$y = \frac{9}{40}x$

Le théorème de Thalès crée des longueurs proportionnelles : c'est une fonction linéaire.

PIÈGES ANTICIPÉS

40/9 → Tu as inversé le rapport. $\frac{y}{9} = \frac{x}{40}$ donne $y = \frac{9}{40}x$.

EXERCICE 71 · DEFI

Le triangle et l'hypoténuse

OAB est un triangle rectangle en A avec $OA = 40$ et $AB = 9$. C est un point de la demi-droite $[OA)$, et $x = OC$. La parallèle à (AB) passant par C coupe (OB) en D. On pose $z = OD$. On admet que z est une fonction linéaire de x.

Déterminer son coefficient a.

Réponse attendue : `41/40` — aussi acceptées : 1.025

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Calcule d'abord OB avec le théorème de Pythagore.
2. Puis Thalès : $\dfrac{OD}{OB} = \dfrac{OC}{OA}$.
3. $40^2 + 9^2 = 1681$.

CORRECTION

Pythagore —

$OB^2 = 40^2 + 9^2 = 1681 \Rightarrow OB = 41$

Thalès —

$\frac{z}{41} = \frac{x}{40}$

Isoler z —

$z = \frac{41}{40}x$

Pythagore donne la longueur qui manque, Thalès donne la proportionnalité.

PIÈGES ANTICIPÉS

`40/41` → Tu as inversé le rapport. $\dfrac{z}{41} = \dfrac{x}{40}$ donne $z = \dfrac{41}{40}x$.

`49/40` → OB n'est pas $40 + 9$: dans un triangle rectangle, on utilise Pythagore, $OB = \sqrt{40^2 + 9^2} = 41$.

EXERCICE 72 · RAISONNEMENT

Le coefficient s'image lui-même

f est une fonction linéaire de coefficient a, avec $a < 0$, telle que $f(a) = 9$.

Déterminer a.

Réponse attendue : `-3`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. $f(a) = a \times a$.
2. Résous $a^2 = 9$ et tiens compte du signe imposé.

CORRECTION

Traduire —

$f(a) = a \times a = a^2$

Résoudre —

$a^2 = 9 \iff a = 3$ ou $a = -3$

Le signe —

$a = -3$

Contrôle —

$f(-3) = -3 \times (-3) = 9$

Une équation $a^2 = 9$ a deux solutions : c'est l'énoncé qui choisit.

PIÈGES ANTICIPÉS

3 → 3 vérifie $a^2 = 9$, mais l'énoncé impose $a < 0$.

9/2 / 4.5 → $a \times a$ n'est pas $2a$: c'est a^2.

EXERCICE 73 · DEFI

Deux points, un paramètre

La droite représentative d'une fonction linéaire f passe par les points $A(2\,;m)$ et $B(m\,;8)$, où m est un réel strictement positif.

Déterminer le coefficient de f.

Réponse attendue : 2

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Chaque point donne une expression du coefficient : $\frac{m}{2}$ et $\frac{8}{m}$.
2. Égale-les : tu obtiens $m^2 = 16$.
3. Une fois m trouvé, reviens au coefficient.

CORRECTION

Deux écritures de a —

$a = \frac{m}{2} = \frac{8}{m}$

Produit en croix —

$m^2 = 16$

Le signe —

$m > 0 \;\Rightarrow\; m = 4$

Le coefficient —

$a = \frac{4}{2} = 2$

Deux points d'une même droite par O donnent le même quotient $\frac{y}{x}$: c'est une équation.

PIÈGES ANTICIPÉS

4 → 4 est la valeur de m. On demande le coefficient $a = \frac{m}{2}$.

1/2 → Le coefficient est $\frac{y}{x}$: pour $A(2\,;4)$, $a = \frac{4}{2}$.

EXERCICE 74 · DEFI

Deux fonctions liées

f et g sont deux fonctions linéaires. La droite de f passe par $A(3\,;6)$, et l'image de 2 par g est égale à l'antécédent de 10 par f. On note b le coefficient de g.

Déterminer b.

Réponse attendue : 5/2 — aussi acceptées : 2.5

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Commence par le coefficient de f.
2. Puis l'antécédent de 10 par f.
3. Enfin, écris $g(2) = 2b$ et égale.

CORRECTION

Coefficient de f —

$a = \frac{6}{3} = 2$

Antécédent de 10 —

$2x = 10 \iff x = 5$

Traduire —

$g(2) = 2b = 5$

$b = \frac{5}{2}$

Un problème en chaîne : chaque résultat devient la donnée de l'étape suivante.

PIÈGES ANTICIPÉS

`5` → 5 est l'antécédent de 10 par f, donc la valeur de $g(2)$. Il reste à diviser par 2.

`10` → Tu as pris l'image de 10 par f ($f(10) = 20$). On veut l'**antécédent** de 10 : 5.

EXERCICE 75 · BASE

Du tissu au mètre

5 m de tissu coûtent $37{,}5$ dinars. Le prix est proportionnel à la longueur.

Combien coûtent 8 m de ce tissu, en dinars ?

Réponse attendue : `60`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Calcule le prix d'un mètre.
2. Multiplie-le par 8.

CORRECTION

Prix d'un mètre —

$\frac{37{,}5}{5} = 7{,}5$

Prix de 8 m —

$7{,}5 \times 8 = 60$

Le prix d'un mètre est le coefficient de la fonction linéaire « longueur ↦ prix ».

PIÈGES ANTICIPÉS

`40.5` → Tu as ajouté 3 dinars pour 3 mètres de plus. Chaque mètre coûte $7{,}5$ dinars.

EXERCICE 76 · BASE

Une vitesse constante

Une voiture roule à la vitesse constante de 90 km/h. La distance parcourue est une fonction linéaire du temps.

Quelle distance, en km, parcourt-elle en $2{,}5$ heures ?

Réponse attendue : 225

INDICES, DANS L'ORDRE

1. $d(t) = 90t$, avec t en heures.
2. Remplace t par $2{,}5$.

CORRECTION

La fonction —

$d(t) = 90t$

La distance —

$d(2{,}5) = 90 \times 2{,}5 = 225$

À vitesse constante, la distance est proportionnelle au temps : le coefficient est la vitesse.

PIÈGES ANTICIPÉS

`92.5` → Tu as additionné $90 + 2{,}5$. La distance est la vitesse **multipliée** par le temps.

`36` → Tu as divisé 90 par $2{,}5$. La distance est la vitesse multipliée par le temps.

EXERCICE 77 · PRATIQUE

Le périmètre d'un cercle

Le périmètre P d'un cercle est une fonction linéaire de son rayon R.

Donner la valeur exacte du coefficient de cette fonction linéaire.

Réponse attendue : `2*pi` — aussi acceptées : 2pi · 2π

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Rappelle-toi la formule du périmètre d'un cercle de rayon R.
2. Écris-la sous la forme $a \times R$.

CORRECTION

La formule —

$P = 2\pi R$

Le coefficient —

$a = 2\pi$

Le périmètre est proportionnel au rayon, de coefficient 2π.

PIÈGES ANTICIPÉS

`pi` / `π` → π est le coefficient du périmètre en fonction du **diamètre**. En fonction du rayon : $P = 2\pi R$.

`6.28` / `6.283` / `6.2832` / `6.3` → On demande la valeur exacte : 2π, pas une valeur approchée.

EXERCICE 78 · DEFI

Un très grand cercle

Un cercle a un rayon de R km et un périmètre de $1\,500\,000$ km. On augmente son rayon de 1 km.

De combien de km son périmètre augmente-t-il ? Donner la valeur exacte.

Réponse attendue : `2*pi` — aussi acceptées : 2pi · 2π

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Le périmètre est une fonction linéaire du rayon : $P(R) = 2\pi R$.
2. Par l'additivité, $P(R+1) = P(R) + P(1)$.

CORRECTION

L'additivité —

$$P(R+1) = P(R) + P(1)$$

L'augmentation —

$$P(R+1) - P(R) = P(1) = 2\pi$$

Surprenant : l'augmentation ne dépend pas de la taille du cercle. Ajouter 1 km au rayon ajoute toujours 2π km au périmètre.

PIÈGES ANTICIPÉS

`1` → Le rayon augmente de 1 km, mais le périmètre augmente de $P(1) = 2\pi \times 1$ km.

`2` → $P(1) = 2\pi \times 1$: il manque π.

`6.28 / 6.283 / 6.2832 / 6.3` → C'est une valeur approchée. On demande la valeur exacte : 2π km.

EXERCICE 79 · PRATIQUE

Un cycliste

Un cycliste roule à vitesse constante. Il parcourt 45 km en 1 h 30 min.

Quelle distance, en km, parcourt-il en 40 minutes ?

Réponse attendue : `20`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. 1 h 30 min, c'est $1{,}5$ h.
2. Calcule sa vitesse en km/h, puis convertis 40 min en heures.

CORRECTION

La vitesse —

$$\frac{45}{1{,}5} = 30$$

La durée —

$$40 \text{ min} = \frac{40}{60} \text{ h} = \frac{2}{3} \text{ h}$$

La distance —

$$30 \times \frac{2}{3} = 20$$

En proportionnalité avec des durées, on travaille avec une seule unité de temps.

PIÈGES ANTICIPÉS

`1200` → Tu as multiplié 30 km/h par 40 minutes. Convertis d'abord 40 min en heures.

EXERCICE 80 · RAISONNEMENT

Passer par Jendouba

Un automobiliste quitte Tabarka à 8 h pour Kasserine, à 240 km. Il roule à vitesse constante et arrive après 3 heures. Jendouba est sur sa route, à 65 km de Tabarka.

À 8 h 45 min, a-t-il déjà traversé Jendouba ? Répondre par oui ou non.

Réponse attendue : non — aussi acceptées : non il n a pas encore traverse jendouba · non, il n'a pas encore traversé Jendouba · pas encore

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Calcule sa vitesse.
2. À 8 h 45 min, il roule depuis 45 min, soit $0{,}75$ h.
3. Compare la distance parcourue avec 65 km.

CORRECTION

La vitesse —

$\frac{240}{3} = 80\ \text{km/h}$

La distance —

$d(0{,}75) = 80 \times 0{,}75 = 60$

Comparer —

$60 < 65$

On modélise par $d(t) = 80t$ et on compare $d(0{,}75)$ à la distance de Jendouba.

PIÈGES ANTICIPÉS

`oui` → En 45 min à 80 km/h, il parcourt $80 \times 0{,}75 = 60$ km : il lui reste 5 km avant Jendouba.

EXERCICE 81 · DEFI

L'automobiliste et le motard

Un automobiliste et un motard quittent Tabarka à 8 h pour Kasserine, à 240 km, par la même route et à vitesses constantes. L'automobiliste met 3 h, le motard 2 h 40 min.

Quand le motard arrive à Kasserine, combien de km reste-t-il à parcourir à l'automobiliste ? Donner la valeur exacte, sous forme de fraction.

Réponse attendue : `80/3`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. 2 h 40 min, c'est $2 + \frac{40}{60} = \frac{8}{3}$ h.
2. Calcule la vitesse de l'automobiliste, puis la distance qu'il a parcourue en $\frac{8}{3}$ h.

3. La distance restante est la différence avec 240 km.

CORRECTION

Vitesse de l'automobiliste —

$\frac{240}{3} = 80 \text{ km/h}$

Durée du motard —

$2 \text{ h } 40 \text{ min} = \frac{8}{3} \text{ h}$

Distance parcourue —

$80 \times \frac{8}{3} = \frac{640}{3}$

Il reste —

$240 - \frac{640}{3} = \frac{80}{3}$

Les durées en heures et minutes se convertissent en fraction d'heure avant tout calcul ($\frac{80}{3} \approx 26{,}7$ km).

PIÈGES ANTICIPÉS

`48` → 2 h 40 min n'est pas $2{,}4$ h : 40 minutes valent $\frac{40}{60} = \frac{2}{3}$ d'heure.

`640/3` → $\frac{640}{3}$ km est la distance déjà **parcourue**. On demande ce qui reste.

`26.6` / `26.66` / `26.67` / `26.666` / `26.667` / `26.7` / `27` → C'est une valeur approchée. On demande la valeur exacte : $\frac{80}{3}$ km.

EXERCICE 82 · PRATIQUE

Sur la carte

Une carte est à l'échelle $\frac{1}{25\,000}$: les distances réelles sont proportionnelles aux distances sur la carte. Deux villages sont à 6 cm l'un de l'autre sur la carte.

Quelle est la distance réelle entre les deux villages, en km ?

Réponse attendue : `3/2` — aussi acceptées : 1.5

INDICES, DANS L'ORDRE

1. 1 cm sur la carte représente $25\,000$ cm en réalité.
2. 1 km $= 100\,000$ cm.

CORRECTION

En cm —

$6 \times 25\,000 = 150\,000 \text{ cm}$

En km —

$\frac{150\,000}{100\,000} = 1{,}5$

L'échelle est le coefficient : on multiplie, puis on convertit dans l'unité demandée.

PIÈGES ANTICIPÉS

`15` → $150\,000$ cm font $1\,500$ m, soit $1{,}5$ km : vérifie ta conversion.

`150000` → $150\,000$ est en **centimètres**. On demande des kilomètres.

EXERCICE 83 · PRATIQUE

L'aire en fonction de la hauteur

On considère les triangles ABN de base fixe $AB = 5$ cm. L'aire du triangle, en cm², est une fonction linéaire de sa hauteur NH, en cm.

Déterminer le coefficient a de cette fonction linéaire.

Réponse attendue : `5/2` — aussi acceptées : 2.5

INDICES, DANS L'ORDRE

1. L'aire d'un triangle est $\dfrac{\text{base} \times \text{hauteur}}{2}$.
2. Écris-la sous la forme « nombre $\times NH$ ».

CORRECTION

La formule —

$\mathcal{A} = \frac{5 \times NH}{2}$

Le coefficient —

$\mathcal{A} = \frac{5}{2} \times NH$

À base fixe, l'aire d'un triangle est proportionnelle à sa hauteur.

PIÈGES ANTICIPÉS

`5` → L'aire d'un triangle est base fois hauteur **divisé par** 2.

EXERCICE 84 · PRATIQUE

La hauteur d'une aire donnée

On considère les triangles ABN de base fixe $AB = 5$ cm. L'aire est une fonction linéaire de la hauteur NH.

Quelle hauteur NH, en cm, donne un triangle d'aire 20 cm² ?

Réponse attendue : 8

INDICES, DANS L'ORDRE

1. L'aire vaut $\dfrac{5}{2} \times NH$.
2. Cherche l'antécédent de 20 : résous $\dfrac{5}{2}\,NH = 20$.

CORRECTION

L'équation —

$\frac{5}{2}\,NH = 20$

$NH = 20 \times \frac{2}{5} = 8$

Chercher la hauteur pour une aire donnée, c'est chercher un antécédent.

PIÈGES ANTICIPÉS

4 → Tu as écrit $5 \times NH = 20$. L'aire d'un triangle comporte un « divisé par 2 ».

50 → Tu as calculé l'aire pour $NH = 20$. On cherche la hauteur qui donne 20 cm².

EXERCICE 85 · RAISONNEMENT

Tripler le rayon d'un cylindre

Un cylindre a un volume de 1 litre. On triple le rayon de sa base sans changer sa hauteur.

Quel est son nouveau volume, en litres ?

Réponse attendue : 9

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Le volume d'un cylindre est $\pi r^2 h$.
2. Remplace r par $3r$: que devient r^2 ?

CORRECTION

La formule —

$V = \pi r^2 h$

Rayon triplé —

$\pi (3r)^2 h = 9\pi r^2 h$

Le volume —

$9 \times 1 = 9$

Le volume n'est pas une fonction linéaire du rayon : tripler le rayon multiplie le volume par 9.

PIÈGES ANTICIPÉS

3 → Le volume n'est pas proportionnel au rayon : il dépend de r^2. $(3r)^2 = 9r^2$.

EXERCICE 86 · RAISONNEMENT

Rayon et hauteur changés

La surface latérale d'un cylindre de rayon r et de hauteur h est $2\pi r h$. On triple le rayon et on quadruple la hauteur.

Par quel nombre la surface latérale est-elle multipliée ?

Réponse attendue : 12

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Remplace r par $3r$ et h par $4h$.
2. La surface latérale est proportionnelle à r, et aussi à h.

CORRECTION

Remplacer —

$2\pi (3r)(4h)$

Regrouper —

$= 3 \times 4 \times 2\pi rh$

$3 \times 4 = 12$

Une grandeur proportionnelle à deux autres est multipliée par le produit des deux coefficients.

PIÈGES ANTICIPÉS

7 → On n'ajoute pas les facteurs : tripler **puis** quadrupler multiplie par 3×4.

36 → La surface latérale dépend de r, pas de r^2 : c'est le volume qui dépend de r^2.

EXERCICE 87 · RAISONNEMENT

Le coût d'un trajet

Une voiture consomme $6{,}5$ litres d'essence aux 100 km, et le litre coûte $2{,}5$ dinars. Consommation et coût sont proportionnels à la distance.

Combien coûte un trajet de 340 km, en dinars ?

Réponse attendue : `221/4` — aussi acceptées : 55.25

INDICES, DANS L'ORDRE

1. 340 km, c'est $3{,}4$ fois 100 km : calcule la consommation.
2. Multiplie ensuite le nombre de litres par le prix d'un litre.

CORRECTION

La consommation —

$6{,}5 \times 3{,}4 = 22{,}1 \text{ L}$

Le coût —

$22{,}1 \times 2{,}5 = 55{,}25$

Deux proportionnalités en chaîne se composent : distance → litres → dinars, de coefficient $0{,}065 \times 2{,}5$.

PIÈGES ANTICIPÉS

`22.1` → $22{,}1$ est le nombre de **litres**. Il reste à multiplier par le prix d'un litre.

`5525` → La consommation est donnée pour 100 km : 340 km, c'est $3{,}4$ fois 100 km, pas 340 fois.

EXERCICE 88 · PRATIQUE

Dix fois plus

Vrai ou faux : si l'image de 10 par une fonction linéaire est 8, alors l'image de 100 est 80.

Répondre par vrai ou faux.

Réponse attendue : `vrai` — aussi acceptées : c est vrai · c'est vrai · oui

INDICES, DANS L'ORDRE

1. $100 = 10 \times 10$.
2. Pour une fonction linéaire, $f(kx) = k \times f(x)$.

CORRECTION

Multiplier l'antécédent —

$f(100) = f(10 \times 10) = 10 \times f(10)$

$f(100) = 10 \times 8 = 80$

Contrôle : $a = \dfrac{8}{10} = 0{,}8$ et $0{,}8 \times 100 = 80$.

PIÈGES ANTICIPÉS

`faux` → $f(100) = 10 \times f(10) = 80$: multiplier l'antécédent par 10 multiplie l'image par 10.

EXERCICE 89 · BASE

Deux pour cent

Calculer $2\,\%$ de 50.

Donner le résultat.

Réponse attendue : 1

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Prendre $t\,\%$ d'un nombre, c'est le multiplier par $\dfrac{t}{100}$.
2. $\dfrac{2}{100} = 0{,}02$.

CORRECTION

Traduire —

$\frac{2}{100} \times 50$

$0{,}02 \times 50 = 1$

Prendre $t\,\%$ est une fonction linéaire de coefficient $\dfrac{t}{100}$.

PIÈGES ANTICIPÉS

`25` → Tu as divisé 50 par 2 : c'est la moitié, soit $50\,\%$. Ici on prend $\dfrac{2}{100}$.

`100` → Tu as multiplié par 2 sans diviser par 100.

EXERCICE 90 · BASE

Coefficient d'une baisse

Un prix baisse de $20\,\%$.

Par quel coefficient multiplicateur le prix est-il multiplié ?

Réponse attendue : `4/5` — aussi acceptées : 0.8

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Diminuer de $t\,\%$, c'est multiplier par $1 - \dfrac{t}{100}$.

2. Il reste $80\,\%$ du prix.

CORRECTION

La formule —

$1 - \frac{20}{100}$

$1 - 0{,}2 = 0{,}8$

Une baisse se traduit par un coefficient multiplicateur inférieur à 1.

PIÈGES ANTICIPÉS

`0.2` → $0{,}2$ correspond au **montant** de la baisse. Le prix final est multiplié par $1 - 0{,}2$.

`1.2` → $1{,}2$ correspond à une **hausse** de $20\,\%$. Pour une baisse, on retranche.

EXERCICE 91 · BASE

Coefficient d'une hausse

Un prix augmente de $8\,\%$.

Par quel coefficient multiplicateur le prix est-il multiplié ?

Réponse attendue : `27/25` — aussi acceptées : 1.08

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Augmenter de $t\,\%$, c'est multiplier par $1 + \dfrac{t}{100}$.
2. $\dfrac{8}{100}$ s'écrit $0{,}08$.

CORRECTION

La formule —

$1 + \frac{8}{100}$

$1 + 0{,}08 = 1{,}08$

La fonction linéaire associée à une hausse de $8\,\%$ est $x \mapsto 1{,}08\,x$.

PIÈGES ANTICIPÉS

`1.8` → $\dfrac{8}{100} = 0{,}08$, pas $0{,}8$: le coefficient est $1{,}08$.

`0.08` → $0{,}08$ donne le **montant** de la hausse. Le prix final est multiplié par $1 + 0{,}08$.

EXERCICE 92 · BASE

Associer une fonction

x est le prix d'un article en dinars une année, et $f(x)$ son prix l'année suivante. On sait que $f(x) = 0{,}9x$. Les propositions sont : (A) une hausse de $10\,\%$; (B) une baisse de 10 D ; (C) une baisse de $10\,\%$.

Quelle proposition correspond à f ? Donner sa lettre.

Réponse attendue : `C` — aussi acceptées : la C · (C) · baisse de 10% · une baisse de 10 %

INDICES, DANS L'ORDRE

1. $0{,}9 = 1 - \dfrac{10}{100}$.
2. Une baisse de 10 D s'écrirait $f(x) = x - 10$: est-ce linéaire ?

CORRECTION

Le coefficient —

$0{,}9 = 1 - 0{,}1$

Traduire — Multiplier par $0{,}9$, c'est retirer $10\,\%$.

$f(x) = \left(1 - \frac{10}{100}\right) x$

Une baisse en pourcentage est linéaire ; une baisse d'un montant fixe ne l'est pas.

PIÈGES ANTICIPÉS

A → Une hausse de $10\,\%$ multiplie par $1{,}1$. Ici le coefficient $0{,}9$ est inférieur à 1 : c'est une baisse.

B → Une baisse de 10 D donne $f(x) = x - 10$, qui n'est pas linéaire. $0{,}9x$ retire $10\,\%$ du prix, quel qu'il soit.

EXERCICE 93 · PRATIQUE

Le tarif de nuit

Une compagnie de téléphone accorde une baisse de $40\,\%$ sur ses tarifs entre 20 h et minuit. Avant 20 h, une minute coûte 250 millimes.

Quel est le prix d'une minute entre 20 h et minuit, en millimes ?

Réponse attendue : `150`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Une baisse de $40\,\%$ multiplie par $1 - 0{,}4$.
2. Le coefficient vaut $0{,}6$.

CORRECTION

Le coefficient —

$1 - \frac{40}{100} = 0{,}6$

Le prix —

$250 \times 0{,}6 = 150$

Le coefficient multiplicateur donne directement le prix réduit.

PIÈGES ANTICIPÉS

`100` → 100 millimes, c'est le **montant** de la baisse. On demande le nouveau prix.

`210` → Tu as retiré 40 millimes. Un pourcentage se calcule sur le prix : $40\,\%$ de 250.

EXERCICE 94 · PRATIQUE

Une baisse puis une hausse

Un prix baisse de $10\,\%$, puis le nouveau prix augmente de $10\,\%$.

De quel pourcentage le prix a-t-il baissé au total ?

Réponse attendue : 1

INDICES, DANS L'ORDRE

1. La baisse multiplie par $0{,}9$, la hausse par $1{,}1$.
2. Multiplie les deux coefficients.
3. Traduis le coefficient global en pourcentage de baisse.

CORRECTION

Coefficients —

$0{,}9 \quad ; \quad 1{,}1$

Coefficient global —

$0{,}9 \times 1{,}1 = 0{,}99$

Traduire —

$1 - 0{,}99 = 0{,}01$

Une baisse et une hausse du même taux ne se compensent pas : la hausse porte sur un prix plus petit.

PIÈGES ANTICIPÉS

`0` → La hausse de $10\,\%$ s'applique au prix **déjà baissé** : elle rajoute moins que ce que la baisse a retiré. $0{,}9 \times 1{,}1 = 0{,}99$.

`99` → $0{,}99$ est le coefficient global : il reste $99\,\%$ du prix. La baisse est ce qui manque.

EXERCICE 95 · PRATIQUE **Retrouver le taux**

Le prix d'un article passe de 120 D à 138 D.

De quel pourcentage le prix a-t-il augmenté ?

Réponse attendue : 15

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Cherche le coefficient multiplicateur : $\dfrac{138}{120}$.
2. Un coefficient $1 + \dfrac{t}{100}$ correspond à une hausse de $t\,\%$.

CORRECTION

Le coefficient —

$\frac{138}{120} = 1{,}15$

Traduire —

$1{,}15 = 1 + \frac{15}{100}$

Le coefficient multiplicateur se lit dans les deux sens : du taux au coefficient, et du coefficient au taux.

PIÈGES ANTICIPÉS

18 → 18 D est le **montant** de la hausse. Le pourcentage compare ce montant au prix de départ : $\frac{18}{120}$.

EXERCICE 96 · RAISONNEMENT

Deux fournisseurs

Deux fournisseurs proposent le même prix. Le premier accorde une réduction de $10\,\%$. Le second accorde une réduction de $5\,\%$, puis une réduction supplémentaire de $4\,\%$ sur le prix réduit.

De quel pourcentage le second fournisseur a-t-il baissé son prix au total ?

Réponse attendue : 44/5 — aussi acceptées : 8.8

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Les deux réductions du second multiplient par $0{,}95$ puis par $0{,}96$.
2. Multiplie les coefficients, puis traduis en pourcentage.
3. Compare ensuite avec les $10\,\%$ du premier.

CORRECTION

Coefficients —

$0{,}95 \quad ; \quad 0{,}96$

Coefficient global —

$0{,}95 \times 0{,}96 = 0{,}912$

Traduire —

$1 - 0{,}912 = 0{,}088$

Comparer — Le premier fournisseur est plus avantageux.

$8{,}8\,\% < 10\,\%$

Deux réductions successives font moins que la somme des taux : ici $8{,}8\,\%$ et non $9\,\%$.

PIÈGES ANTICIPÉS

9 → Tu as additionné $5 + 4$. La seconde réduction s'applique à un prix déjà réduit : $0{,}95 \times 0{,}96 = 0{,}912$.

10 → $10\,\%$ est la réduction du **premier** fournisseur. On demande celle du second.

EXERCICE 97 · RAISONNEMENT

Deux remises sur un pull

Un magasin accorde une remise de $20\,\%$ sur ses articles, puis une seconde remise de $20\,\%$ sur les prix déjà remisés. Un pull coûtait 50 D.

Quel est son prix après les deux remises, en dinars ?

Réponse attendue : 32

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Chaque remise multiplie le prix par $0{,}8$.
2. Applique ce coefficient deux fois.

CORRECTION

Première remise —

$50 \times 0{,}8 = 40$

Seconde remise —

$40 \times 0{,}8 = 32$

Deux remises de $20\,\%$ multiplient par $0{,}64$: une baisse de $36\,\%$, pas de $40\,\%$.

PIÈGES ANTICIPÉS

`30` → Tu as retiré $40\,\%$ d'un coup. La seconde remise porte sur 40 D, pas sur 50 D.

`40` → 40 D est le prix après la **première** remise seulement.

EXERCICE 98 · RAISONNEMENT

Le prix d'avant la baisse

Après une baisse de $25\,\%$, un article coûte 60 D.

Quel était son prix initial, en dinars ?

Réponse attendue : `80`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Appelle x le prix initial : $0{,}75\,x = 60$.
2. On remonte en **divisant** par le coefficient.

CORRECTION

L'équation —

$0{,}75\,x = 60$

$x = \frac{60}{0{,}75} = 80$

Contrôle —

$80 \times 0{,}75 = 60$

Retrouver un prix initial, c'est chercher un antécédent : on divise par le coefficient multiplicateur.

PIÈGES ANTICIPÉS

`75` → Tu as ajouté $25\,\%$ de 60. Mais les $25\,\%$ portaient sur le prix **initial**, pas sur 60 D. Vérifie : $75 \times 0{,}75 \neq 60$.

EXERCICE 99 · RAISONNEMENT

Hors taxes

En Tunisie, sur de nombreux produits, le prix toutes taxes comprises (TTC) s'obtient en augmentant le prix hors taxes (HT) de $19\,\%$. Un appareil coûte 238 D TTC.

Quel est son prix hors taxes, en dinars ?

Réponse attendue : `200`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Le prix TTC est le prix HT multiplié par $1{,}19$.
2. On cherche l'antécédent de 238 par $x \mapsto 1{,}19\,x$.

CORRECTION

L'équation —

$1{,}19\,x = 238$

$x = \frac{238}{1{,}19} = 200$

Contrôle —

$200 \times 1{,}19 = 238$

Pour remonter d'un prix augmenté au prix de départ, on divise par le coefficient — on ne retire pas le même pourcentage.

PIÈGES ANTICIPÉS

`192.78` → Tu as retiré $19\,\%$ de 238. Les $19\,\%$ portent sur le prix HT : on divise 238 par $1{,}19$.

EXERCICE 100 · DEFI

Le prix avant deux remises

Un magasin accorde une remise de $20\,\%$, puis une seconde remise de $20\,\%$ sur les prix déjà remisés. Après les deux remises, un pantalon coûte 40 D.

Quel était son prix initial, en dinars ?

Réponse attendue : `125/2` — aussi acceptées : 62.5

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Les deux remises multiplient le prix par $0{,}8 \times 0{,}8$.
2. Résous $0{,}64\,x = 40$.

CORRECTION

Coefficient global —

$0{,}8 \times 0{,}8 = 0{,}64$

L'équation —

$0{,}64\,x = 40$

$x = \frac{40}{0{,}64} = 62{,}5$

Contrôle —

$62{,}5 \to 50 \to 40$

On remonte une chaîne de pourcentages en divisant par le coefficient global.

PIÈGES ANTICIPÉS

`56` → Tu as ajouté $40\,\%$ à 40 D. Les remises portent sur des prix plus grands : il faut diviser par $0{,}64$.

`50` → 50 D est le prix avant la **seconde** remise seulement. Il faut remonter aussi la première.

Maths à la carte ABDELKADER HAMMAM

EXERCICE 101 · DEFI

Deux années de croissance

La population d'une ville augmente de $12\,\%$ par an pendant deux ans.

De quel pourcentage a-t-elle augmenté en deux ans ?

Réponse attendue : 636/25 — aussi acceptées : 25.44

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Chaque année, la population est multipliée par $1{,}12$.
2. Sur deux ans, multiplie les deux coefficients.
3. Traduis le coefficient global en pourcentage de hausse.

CORRECTION

Coefficient annuel —

$1 + \frac{12}{100} = 1{,}12$

Coefficient global —

$1{,}12 \times 1{,}12 = 1{,}2544$

Traduire —

$1{,}2544 - 1 = 0{,}2544$

Des hausses successives font plus que la somme des taux : la seconde porte sur une population déjà augmentée.

PIÈGES ANTICIPÉS

24 → Tu as additionné $12 + 12$. La seconde hausse s'applique à une population déjà plus grande.

125.44 → $1{,}2544$ est le coefficient global. La **hausse** est ce qui dépasse 1.

EXERCICE 102 · DEFI

Revenir au prix de départ

Un commerçant augmente tous ses prix de $25\,\%$. Il veut ensuite les baisser pour revenir exactement aux prix de départ.

De quel pourcentage doit-il les baisser ?

Réponse attendue : 20

INDICES, DANS L'ORDRE

1. La hausse multiplie par $1{,}25$. Cherche le coefficient c tel que $1{,}25 \times c = 1$.
2. $c = \dfrac{1}{1{,}25}$.
3. Traduis ce coefficient en pourcentage de baisse.

CORRECTION

L'équation —

$1{,}25 \times c = 1$

Le coefficient —

$c = \frac{1}{1{,}25} = 0{,}8$

Traduire —

$1 - 0{,}8 = 0{,}2$

Contrôle — Sur 100 D.

$100 \to 125 \to 100$

Pour annuler une hausse, on divise par son coefficient : la baisse nécessaire a un taux plus petit.

PIÈGES ANTICIPÉS

25 → Baisser de $25\,\%$ après une hausse de $25\,\%$ donne $1{,}25 \times 0{,}75 = 0{,}9375$: on ne revient pas au départ. La baisse s'applique à un prix plus grand.

80 → $0{,}8$ est le coefficient : il garde $80\,\%$ du prix. La **baisse** est de ce qui manque.

EXERCICE 103 · DEFI

Une hausse et une baisse du même taux

Un prix augmente de $t\,\%$, puis le nouveau prix baisse de $t\,\%$. Au total, le prix a baissé de $4\,\%$.

Déterminer t.

Réponse attendue : 20

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Écris le coefficient global en fonction de t.
2. Utilise l'identité $(1+u)(1-u) = 1 - u^2$ avec $u = \dfrac{t}{100}$.
3. Tu obtiens $u^2 = 0{,}04$, avec $u > 0$.

CORRECTION

Coefficient global —

$\left(1 + \frac{t}{100}\right)\left(1 - \frac{t}{100}\right) = 1 - \left(\frac{t}{100}\right)^2$

L'équation —

$1 - \left(\frac{t}{100}\right)^2 = 0{,}96$

Résoudre —

$\left(\frac{t}{100}\right)^2 = 0{,}04 \;\Rightarrow\; \frac{t}{100} = 0{,}2$

$t = 20$

Une hausse et une baisse de même taux $t\,\%$ donnent toujours une baisse : le coefficient global est $1 - \left(\dfrac{t}{100}\right)^2$.

PIÈGES ANTICIPÉS

2 → Une hausse et une baisse de $2\,\%$ donnent $1{,}02 \times 0{,}98 = 0{,}9996$: une baisse de $0{,}04\,\%$ seulement.

4 → Avec $t = 4$: $1{,}04 \times 0{,}96 = 0{,}9984$, une baisse de $0{,}16\,\%$. Résous l'équation.

Maths à la carte
ABDELKADER HAMMAMI