— Maths à la carte —

ABDELKADER HAMMAMI

Rapports trigonométriques d'un angle aigu

1re année secondaire · Pr Abdelkader Hammami

Le cours

CE QU'IL DIT EN ACCUEILLANT

3aslema ! Lyoum nabdaw le chapitre numéro 3 : les rapports trigonométriques d'un angle aigu. Fi triangle rectangle, zouz côtés ya3tiw rapport, w el rapport hedha ma yetbaddel ken ki yetbaddel l'angle. Men ghadi yjiw le cosinus, le sinus w la tangente. W fi e5er el chapitre, les relations métriques mte3 la hauteur. Yalla nabdaw.

عسلامة ! ليوم نبداو le chapitre numéro 3 : les rapports trigonométriques d'un angle aigu . في triangle
rectangle ، زوز côtés يعطيو rapport ، و الـ rapport هذا ما يتبدّل كان كي يتبدّل l'angle . من غادي يجيو le
le sinus ، cosinus و la tangente . و في آخر الـ les relations métriques ، chapitre متاع la hauteur . يالله نبداو.

Bonjour ! Aujourd'hui on commence le chapitre numéro 3 : les rapports trigonométriques d'un angle aigu. Dans un triangle rectangle, deux côtés forment un rapport, et ce rapport ne change que si l'angle change. C'est de là que viennent le cosinus, le sinus et la tangente. Et à la fin du chapitre, les relations métriques de la hauteur. Allons-y.

Dans un triangle rectangle, deux côtés forment un rapport, et ce rapport ne dépend que de l'angle. C'est toute l'idée du chapitre.

On donne un nom à ces rapports : le **cosinus**, le **sinus** et la **tangente** d'un angle aigu. Avec eux, un angle et une longueur suffisent pour trouver les autres longueurs, et deux longueurs suffisent pour trouver l'angle : la hauteur d'une tour, l'inclinaison d'une côte, l'écart d'un pendule. On termine par les **relations métriques** que fait apparaître la hauteur issue de l'angle droit.

OBJECTIFS ANNONCÉS

CE QU'IL DIT EN LES ANNONÇANT

Fi e5er el chapitre hedha, bech tkoun ta3ref :

في آخر الـ chapitre هذا ، باش تكون تعرف :

À la fin de ce chapitre, tu sauras :

- Écrire le cosinus, le sinus et la tangente d'un angle aigu dans un triangle rectangle

  > Écrire le cosinus, le sinus et la tangente d'un angle aigu dans un triangle rectangle.

> *Écrire le cosinus, le sinus et la tangente d'un angle aigu dans un triangle rectangle.*

- Utiliser $\tan a = \dfrac{\sin a}{\cos a}$ et $(\sin a)^2 + (\cos a)^2 = 1$

  > Utiliser les deux relations : tangente de a égale sinus de a sur cosinus de a, et le carré du sinus de a plus le carré du cosinus de a égale 1.
  > *Utiliser les deux relations : tangente de a égale sinus de a sur cosinus de a, et le carré du sinus de a plus le carré du cosinus de a égale 1.*

- Connaître le cosinus, le sinus et la tangente de $30°$, $45°$ et $60°$

  > Connaître le cosinus, le sinus et la tangente de 30, 45 et 60 degrés, sans calculatrice.
  > *Connaître le cosinus, le sinus et la tangente de 30, 45 et 60 degrés, sans calculatrice.*

- Calculer une longueur ou un angle à la calculatrice, et arrondir

  > Calculer une longueur ou un angle à la calculatrice, et savoir arrondir.
  > *Calculer une longueur ou un angle à la calculatrice, et savoir arrondir.*

- Utiliser les relations métriques dans un triangle rectangle

  > Utiliser les relations métriques dans un triangle rectangle, avec la hauteur issue de l'angle droit.
  > *Utiliser les relations métriques dans un triangle rectangle, avec la hauteur issue de l'angle droit.*

- Construire un segment de longueur $\sqrt{ab}$, et un angle dont on connaît un rapport trigonométrique

  > Construire un segment de longueur racine de a b, et un angle dont on connaît le sinus, le cosinus ou la tangente.
  > *Construire un segment de longueur racine de a b, et un angle dont on connaît le sinus, le cosinus ou la tangente.*

---

1. ACTIVITÉ

Une côte à 20 %

CE QU'IL DIT

Une côte à 20 %, ya3ni 100 mètres à l'horizontale, w notla3ou 20 mètres. Fel deux triangles, AC sur AB w DE sur BE, ezzouz ya3tiw un sur cinq. Hedha Thalès, khater les droites (AC) w (DE) parallèles. Donc le rapport ma yetbaddel ken b l'angle mte3 la côte.

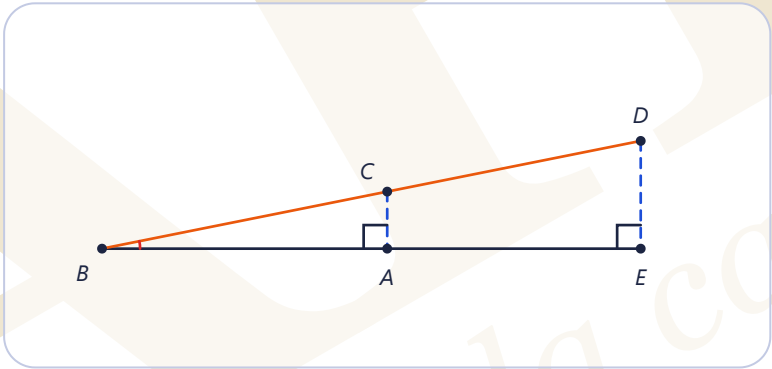
deux triangles ، A الـ في . mètres 20 نطلعو و ، mètres à l'horizontale 100 يعني ، une côte à 20 pour cent D E parallèles . donc و les droites A C خاطر ، Thalès هذا . un sur cinq يعطيو الزوز ، D E sur B E و C sur A B le rapport ما يتبدّل كان بـ l'angle متاع la côte .

Une côte à 20 pour cent, c'est cent mètres à l'horizontale pour vingt mètres de montée. Dans les deux triangles, A C sur A B et D E sur B E font un sur cinq. C'est Thalès, parce que les droites A C et D E sont parallèles. Le rapport ne dépend donc que de l'angle de la côte.

Un panneau annonce une côte de **pente 20 %** : quand on avance de 100 m à l'horizontale, on monte de 20 m. Un cycliste part du point B, au pied de la côte, et passe par les points C puis D. On note A et E les projetés orthogonaux de C et de D sur l'horizontale qui passe par B.

1. Mesure AC et AB sur la figure, puis calcule $\frac{AC}{AB}$. Fais de même pour $\frac{DE}{BE}$. Que remarques-tu ?
2. Les droites (AC) et (ED) sont toutes deux perpendiculaires à (BE) : elles sont donc parallèles. Utilise le théorème de Thalès dans le triangle BED pour démontrer, sans rien mesurer, que
3. $$\frac{AC}{AB} = \frac{DE}{BE} \text{ et } \frac{AC}{BC} = \frac{DE}{BD}.$$
4. Le cycliste est en un point M quelconque de la côte, et N est son projeté orthogonal sur (BE). Que vaut $\frac{MN}{BN}$? Fais le lien avec la pente de 20 %.

Le rapport ne dépend ni de l'endroit où l'on se trouve sur la côte, ni de la distance parcourue : il ne dépend que de **l'inclinaison** de la côte, c'est-à-dire de l'angle $\widehat{ABC}$.



Pour 100 m parcourus à l'horizontale, on monte de 20 m.

Une côte à 20 % vue de profil, dessinée avec sa vraie inclinaison. Une droite horizontale part du point B, au pied de la côte, vers la droite. La route monte en ligne droite depuis B : elle passe par le point C puis par le point D, plus haut et plus loin. A est le projeté orthogonal de C sur l'horizontale, E celui de D : les segments [CA] et [DE] sont verticaux, en pointillés, avec un angle droit marqué en A et en E. On obtient deux triangles rectangles, BAC et BED, qui ont le même angle en B.

2. ACTIVITÉ

Deux triangles rectangles, un même angle

CE QU'IL DIT

Deux triangles rectangles, mouch 9ad 9ad, ama 3andhom nafs l'angle a. N3awdou nrasmou es-sghir fi west el kbir : BM égale FE, w BN égale FG. El deux triangles isométriques, donc l'angle en M droit, (MN) parallèle à (AC), w Thalès ya3tina nafs les rapports. Ya3ni les rapports hedhouma ma yetbaddlou ken b l'angle a.

B : نعاودو نرسمو الصغير في وسط الكبير . l'angle a أما عندهم نفس ، موش قد قد ، deux triangles rectangles deux triangles isométriques ، donc l'angle en M droit ، M N parallèle à الـ . B N égale F G و ، M égale F E

. l'angle a بـ كان يتبدّلو ما هاذوما les rapports يعني . les rapports نفس يعطينا Thalès و ، A C

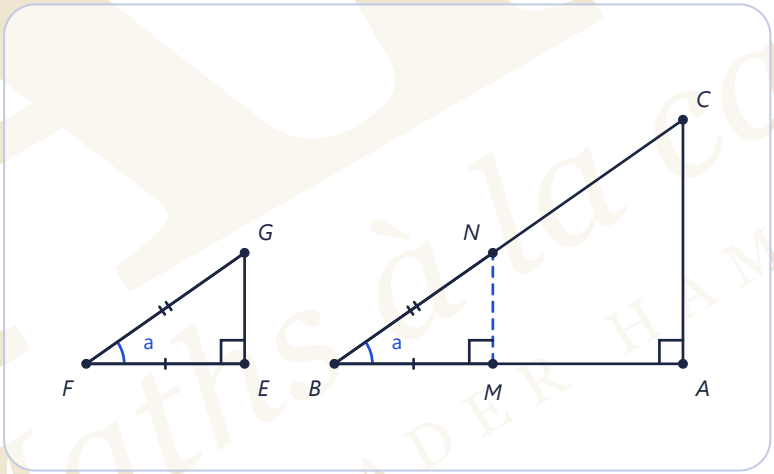
Deux triangles rectangles de tailles différentes, avec le même angle a. On recopie le petit dans le grand : B M égale F E, et B N égale F G. Les deux triangles sont isométriques, donc l'angle en M est droit, M N est parallèle à A C, et Thalès donne les mêmes rapports. Ces rapports ne dépendent que de l'angle a.

ABC et EFG sont deux triangles rectangles, le premier en A, le second en E, qui ont un angle aigu de même mesure : $\widehat{ABC} = \widehat{EFG} = a$.

On place sur $[BA)$ le point M tel que $BM = FE$, et sur $[BC)$ le point N tel que $BN = FG$.

1. Montre que les triangles BMN et FEG sont isométriques. Déduis-en que (MN) est perpendiculaire à (BA), donc parallèle à (AC).
2. Applique le théorème de Thalès dans le triangle BAC et montre que
3. $$\frac{BA}{BC} = \frac{FE}{FG}, \qquad \frac{AC}{BC} = \frac{EG}{FG}, \qquad \frac{AC}{AB} = \frac{EG}{EF}.$$

Les deux triangles n'ont pas la même taille, et pourtant leurs rapports de côtés sont les mêmes. Ces trois rapports ne dépendent que de l'angle a : ils méritent un nom.



Le triangle BMN est une copie de EFG, posée dans le grand triangle.

Deux triangles rectangles côte à côte. À gauche, le petit triangle EFG est rectangle en E : F en bas à gauche, E en bas à droite, G au-dessus de E. À droite, le grand triangle ABC est rectangle en A : B en bas à gauche, A en bas à droite, C au-dessus de A. Les angles en F et en B sont marqués de la même lettre a : ils sont égaux. Dans le grand triangle, le point M est sur [BA] avec BM = FE (une barre sur chacun) et le point N sur [BC] avec BN = FG (deux barres sur chacun). Le segment [MN] est tracé en pointillés bleus. Enfin, l'angle droit est marqué en M, ce que la question 1 fait démontrer : [MN] est vertical, parallèle à [AC].

3. DÉFINITION

Cosinus, sinus et tangente d'un angle aigu

CE QU'IL DIT

Hedhi hiya la définition. Fel triangle ABC rectangle en A, nchoufou l'angle B. Chkoun l'hypoténuse ? BC, 9oddem l'angle droit. Le côté adjacent houwa AB : ymess B. Le côté opposé houwa AC : 9oddem B. Le cosinus, houwa adjacent sur hypoténuse. Le sinus, opposé sur hypoténuse. W la tangente, opposé sur adjacent.

هاذي هي la définition . في الـ A triangle A B C rectangle en A ، نشوفو l'angle B . شكون l'hypoténuse ؟ B C ، قدّام l'angle droit هو A B . le côté opposé يمسّ : A C هو B . le cosinus قدّام : A B هو ، B . le côté adjacent هو . adjacent sur hypoténuse . le sinus ، opposé sur hypoténuse و . la tangente ، opposé sur adjacent

Voici la définition. Dans le triangle A B C rectangle en A, on regarde l'angle B. Qui est l'hypoténuse ? B C, en face de l'angle droit. Le côté adjacent, c'est A B : il touche B. Le côté opposé, c'est A C : il est en face de B. Le cosinus, c'est adjacent sur hypoténuse. Le sinus, opposé sur hypoténuse. Et la tangente, opposé sur adjacent.

ABC désigne un triangle rectangle en A. Par rapport à l'angle aigu $\widehat{ABC}$:

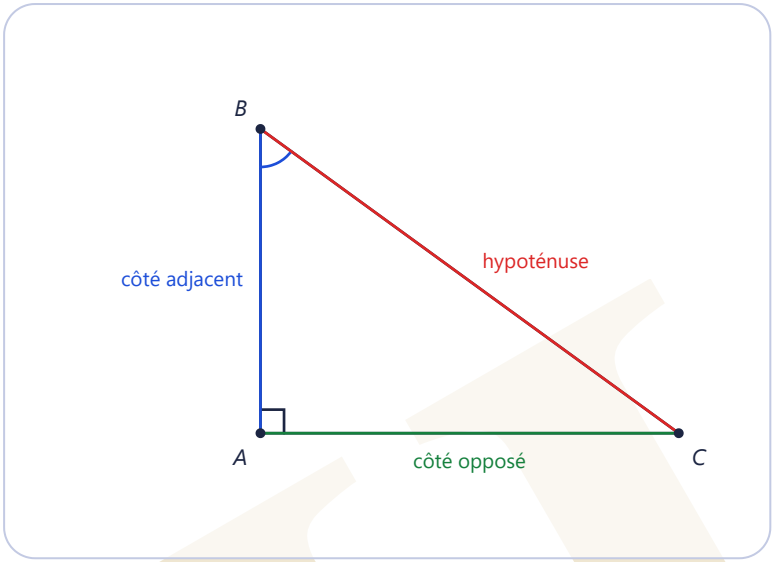
- l'**hypoténuse** est $[BC]$, le côté opposé à l'angle droit ;
- le **côté adjacent** est $[AB]$, le côté de l'angle droit qui touche le sommet B ;
- le **côté opposé** est $[AC]$, le côté de l'angle droit qui fait face à B.

On définit trois rapports :

- le rapport $\dfrac{AB}{BC}$ s'appelle le **cosinus** de l'angle aigu $\widehat{ABC}$; on le note $\cos\widehat{ABC}$;
- le rapport $\dfrac{AC}{BC}$ s'appelle le **sinus** de l'angle aigu $\widehat{ABC}$; on le note $\sin\widehat{ABC}$;
- le rapport $\dfrac{AC}{AB}$ s'appelle la **tangente** de l'angle aigu $\widehat{ABC}$; on la note $\tan\widehat{ABC}$.

L'hypoténuse est le plus long côté du triangle : le cosinus et le sinus d'un angle aigu sont donc toujours **compris entre 0 et 1**. La tangente, elle, peut dépasser 1.

Maths à la carte
ABDELKADER HAMMAMI



Les côtés sont nommés depuis l'angle en B.

Un triangle ABC rectangle en A : A en bas à gauche, B au-dessus de A, C en bas à droite. L'angle droit est marqué en A, l'angle aigu en B est marqué d'un arc bleu. L'hypoténuse [BC], en face de l'angle droit, est tracée en rouge. Le côté [AB], qui touche le sommet B, est en bleu et porte la mention « côté adjacent ». Le côté [AC], en face de B, est en vert et porte la mention « côté opposé ».

ADJACENT SUR HYPOTÉNUSE

$$\cos \widehat{ABC} = \frac{AB}{BC}$$

OPPOSÉ SUR HYPOTÉNUSE

$$\sin \widehat{ABC} = \frac{AC}{BC}$$

OPPOSÉ SUR ADJACENT

$$\tan \widehat{ABC} = \frac{AC}{AB}$$

EXEMPLE TRAITÉ

Le triangle ABC est rectangle en A, avec $AB = 4$, $AC = 3$ et $BC = 5$. Calculer le cosinus, le sinus et la tangente de l'angle $\widehat{ABC}$.

Qui est qui — Vu de B : l'hypoténuse est $[BC]$, le côté adjacent est $[AB]$ et le côté opposé est $[AC]$.

Le cosinus : adjacent sur hypoténuse.

$$\cos \widehat{ABC} = \frac{AB}{BC} = \frac{4}{5}$$

Le sinus : opposé sur hypoténuse.

$$\sin \widehat{ABC} = \frac{AC}{BC} = \frac{3}{5}$$

La tangente : opposé sur adjacent.

$$\tan \widehat{ABC} = \frac{AC}{AB} = \frac{3}{4}$$

$$\cos\widehat{ABC} = \frac{4}{5} \quad ; \quad \sin\widehat{ABC} = \frac{3}{5} \quad ; \quad \tan\widehat{ABC} = \frac{3}{4}$$

À ne pas faire : $\cos\widehat{ABC} = \dfrac{AC}{BC}$ — $\cos\widehat{ABC} = \dfrac{AB}{BC}$. Le côté adjacent est celui qui **touche** le sommet B, en plus de l'hypoténuse : c'est $[AB]$. Le côté $[AC]$ fait face à B : il sert au sinus, pas au cosinus.

À ne pas faire : $\sin\widehat{ABC} = \dfrac{BC}{AC}$ — $\sin\widehat{ABC} = \dfrac{AC}{BC}$. L'hypoténuse va toujours **au dénominateur** du cosinus et du sinus. Un sinus plus grand que 1 est impossible : c'est le signe qu'on a renversé le rapport.

---

4. ACTIVITÉ

Les deux angles aigus d'un même triangle

CE QU'IL DIT

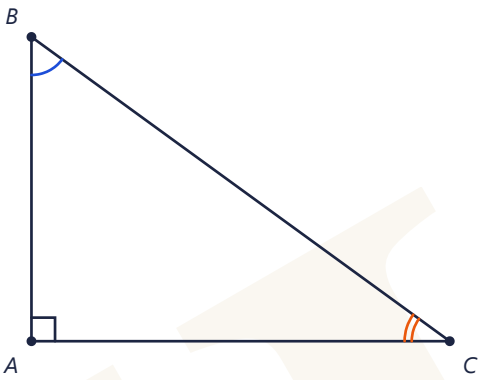
Nafs el triangle, ama tawa nchoufou les deux angles aigus. Le côté adjacent à B, AB, houwa bidou le côté opposé à C. Donc cosinus de B égale sinus de C. Men ba3d, sinus sur cosinus : les BC yetna77aw, w tab9a la tangente. W la somme des carrés, b Pythagore, ta3ti 1.

le côté opposé à هو بيدو ، les deux angles aigus . le côté adjacent à B ، A B نفس الـ triangle ، أما توّا نشوفو . C . donc cosinus de B égale sinus de C من بعد ، sinus sur cosinus : les B C يتنحّاو ، و تبقى la tangente و . la somme des carrés ، Pythagore بـ ، تعطي 1 .

Le même triangle, mais cette fois on regarde les deux angles aigus. Le côté adjacent à B, A B, c'est aussi le côté opposé à C. Donc le cosinus de B égale le sinus de C. Ensuite, sinus sur cosinus : les B C se simplifient, et il reste la tangente. Et la somme des carrés, avec Pythagore, fait 1.

ABC est un triangle rectangle en A. Ses deux angles aigus $\widehat{B}$ et $\widehat{C}$ sont complémentaires : $\widehat{B} + \widehat{C} = 90°$.

1. Écris $\cos\widehat{B}$ et $\sin\widehat{C}$ à l'aide des côtés du triangle. Que remarques-tu ? Même question pour $\sin\widehat{B}$ et $\cos\widehat{C}$.
2. Calcule $\dfrac{\sin\widehat{B}}{\cos\widehat{B}}$ et compare le résultat à $\tan\widehat{B}$.
3. Calcule $(\cos\widehat{B})^2 + (\sin\widehat{B})^2$ en réduisant au même dénominateur, puis utilise le théorème de Pythagore.



Ce qui est adjacent à B est opposé à C, et inversement.

Le même triangle ABC rectangle en A : A en bas à gauche, B au-dessus de A, C en bas à droite. L'angle droit est marqué en A. L'angle en B porte un arc bleu, l'angle en C deux arcs orange : ce sont les deux angles aigus du triangle, et leur somme vaut 90 degrés. Le côté [AB] touche B et fait face à C ; le côté [AC] touche C et fait face à B.

$$\cos \widehat{B} = \frac{AB}{BC} = \sin \widehat{C}$$

$$\frac{\sin \widehat{B}}{\cos \widehat{B}} = \frac{AC}{BC} \times \frac{BC}{AB} = \frac{AC}{AB} = \tan \widehat{B}$$

$$(\cos \widehat{B})^2 + (\sin \widehat{B})^2 = \frac{AB^2 + AC^2}{BC^2} = 1$$

5. PROPRIÉTÉ

Les relations trigonométriques

CE QU'IL DIT

Trois relations lezmek tetfakkarhom. La tangente, hiya le sinus divisé par le cosinus. Le carré du sinus plus le carré du cosinus, dima ya3ti 1 : hedha Pythagore. W deux angles complémentaires, yetbedlou le sinus w le cosinus mte3hom.

le sinus divisé par le cosinus . le carré du sinus plus le هي ، la tangente . لازمك تتفكّرهم trois relations le و le sinus يتبادلو ، deux angles complémentaires و . Pythagore هذا : 1 ديما يعطي ، carré du cosinus cosinus متاعهم .

Trois relations à retenir. La tangente, c'est le sinus divisé par le cosinus. Le carré du sinus plus le carré du cosinus, ça fait toujours 1 : c'est Pythagore. Et deux angles complémentaires échangent leur sinus et leur cosinus.

Pour tout angle aigu a :

- la tangente de a est le quotient de son sinus par son cosinus ;
- la somme des carrés du sinus et du cosinus de a vaut 1.

Et si deux angles sont **complémentaires**, le sinus de l'un est égal au cosinus de l'autre. Dans un triangle ABC rectangle en A, c'est le cas des angles $\widehat{B}$ et $\widehat{C}$.

$$\tan a = \frac{\sin a}{\cos a}$$

$$(\sin a)^2 + (\cos a)^2 = 1$$

ANGLES COMPLÉMENTAIRES

$$\cos \widehat{B} = \sin \widehat{C} \quad ; \quad \sin \widehat{B} = \cos \widehat{C}$$

DÉMONSTRATION

Dans un triangle ABC rectangle en A, on note $a = \widehat{ABC}$.

$$\frac{\sin a}{\cos a} = \frac{AC}{BC} \times \frac{BC}{AB} = \frac{AC}{AB} = \tan a.$$

D'après le théorème de Pythagore, $AB^2 + AC^2 = BC^2$, donc

$$(\cos a)^2 + (\sin a)^2 = \frac{AB^2}{BC^2} + \frac{AC^2}{BC^2} = \frac{AB^2 + AC^2}{BC^2} = \frac{BC^2}{BC^2} = 1.$$

Enfin, le côté adjacent à $\widehat{B}$ est le côté opposé à $\widehat{C}$, et inversement : $\cos \widehat{B} = \dfrac{AB}{BC} = \sin \widehat{C}$ et $\sin \widehat{B} = \dfrac{AC}{BC} = \cos \widehat{C}$.

Ce dernier résultat vaut pour deux angles complémentaires quelconques a et b. On construit un triangle ABC rectangle en A avec $\widehat{B} = a$; alors $\widehat{C} = 90° - a = b$. Comme les rapports ne dépendent que de l'angle (activité « Deux triangles rectangles, un même angle »), $\sin b = \sin \widehat{C} = \cos \widehat{B} = \cos a$, et de même $\cos b = \sin a$.

EXEMPLE TRAITÉ

a est un angle aigu dont le cosinus vaut $0{,}6$. Calculer son sinus, puis sa tangente.

Le sinus — On part de la somme des carrés, qui vaut 1.

$(\sin a)^2 = 1 - (\cos a)^2 = 1 - 0{,}36 = 0{,}64$

Le sinus d'un angle aigu est positif : on garde la racine positive.

$\sin a = \sqrt{0{,}64} = 0{,}8$

La tangente — On divise le sinus par le cosinus.

$\tan a = \dfrac{0{,}8}{0{,}6} = \dfrac{4}{3}$

$$\sin a = 0{,}8 \quad ; \quad \tan a = \frac{4}{3}$$

À ne pas faire : $\sin a + \cos a = 1$ — $(\sin a)^2 + (\cos a)^2 = 1$. Ce sont les **carrés** qui font 1 : c'est le théorème de Pythagore divisé par BC^2. Avec un cosinus de $0{,}6$, le sinus vaut $0{,}8$, et $0{,}6 + 0{,}8$ ne fait pas 1.

À ne pas faire : $\tan a = \dfrac{\cos a}{\sin a}$ — $\tan a = \dfrac{\sin a}{\cos a}$. La tangente, c'est opposé sur adjacent. Le côté opposé est au numérateur du sinus : c'est donc le sinus qui va en haut.

---

6. ACTIVITÉ

Les angles de 30°, 45° et 60°

CE QU'IL DIT

Triangle équilatéral, ki n9osshou b la hauteur mte3ou, ya3tina triangle rectangle fih 60 degrés w 30 degrés. Ken le côté égale a, la moitié égale a sur 2, w Pythagore ya3tina la hauteur : a racine de 3, le tout sur 2. Ma b9a ken n9raw les rapports. W l 45 degrés, hedhi la moitié d'un carré : l'hypoténuse égale b racine de 2.

. degrés 30 و degrés 60 فيه triangle rectangle يعطينا ، متاعو la hauteur بـ نقصّوه كي ، triangle équilatéral
. la hauteur : a racine de 3, le tout sur 2 يعطينا Pythagore و ، le côté égale a ، la moitié égale a sur 2 كان
la moitié d'un carré : l'hypoténuse égale b racine de 2 هاذي ، degrés 45 لـ و . les rapports نقراو كان بقى ما
.

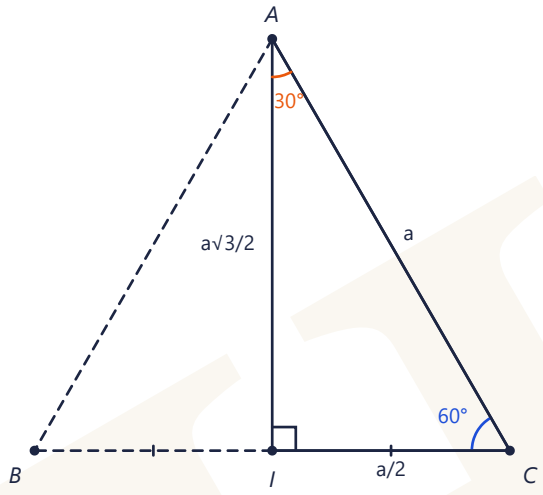
Un triangle équilatéral coupé en deux par sa hauteur donne un triangle rectangle avec 60 degrés et 30 degrés. Si le côté vaut a, la moitié vaut a sur 2, et Pythagore donne la hauteur : a racine de 3, le tout sur 2. Il ne reste qu'à lire les rapports. Pour 45 degrés, c'est la moitié d'un carré : l'hypoténuse vaut b racine de 2.

La moitié d'un triangle équilatéral. AIC est un triangle rectangle en I tel que $\widehat{ICA} = 60°$. On place le point B, symétrique de C par rapport à I.

1. Montre que le triangle ABC est équilatéral.
2. On pose $AC = a$. Montre que $CI = \dfrac{a}{2}$, puis, avec le théorème de Pythagore, que $AI = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$.
3. Déduis-en $\sin 60°$, $\cos 60°$ et $\tan 60°$, puis $\sin 30°$, $\cos 30°$ et $\tan 30°$: l'angle $\widehat{IAC}$ mesure $30°$.

La moitié d'un carré. ABC est un triangle rectangle et isocèle en A, avec $AB = AC = b$.

1. Calcule BC en fonction de b, puis déduis-en $\sin 45°$, $\cos 45°$ et $\tan 45°$.



La hauteur coupe le triangle équilatéral en deux moitiés : 30°, 60°, 90°.

Un triangle AIC rectangle en I : I en bas au milieu, C en bas à droite, A au-dessus de I. L'angle en C est marqué 60 degrés, et le côté [AC] porte la lettre a. Puis on place B, le symétrique de C par rapport à I, en bas à gauche : [IB] et [IC] portent la même barre, et les segments [IB] et [AB] sont en pointillés. Le grand triangle ABC est équilatéral, et [AI] est sa hauteur. L'angle IAC, au sommet A dans la moitié droite, est marqué 30 degrés. On lit a/2 sur [IC] et a√3/2 le long de [AI].

$$CI = \frac{a}{2}$$

$$AI^2 = a^2 - \frac{a^2}{4} = \frac{3a^2}{4} \quad \text{donc} \quad AI = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

LA MOITIÉ D'UN CARRÉ

$$BC = b\sqrt{2}$$

7. PROPRIÉTÉ

Les angles remarquables

CE QU'IL DIT

Hedha houwa le tableau. Sinus de 30 degrés : un demi. Sinus de 45 : racine de 2 sur 2. Sinus de 60 : racine de 3 sur 2. Le cosinus, houwa nafs le tableau bel m9loub, khater 30 w 60 complémentaires. W la tangente : racine de 3 sur 3, men ba3d 1, men ba3d racine de 3.

هذا هو le tableau . sinus de 30 degrés : un demi . sinus de 45 : racine de 2 sur 2 . sinus de 60 : racine de 3 sur 2 . le cosinus ، هو نفس le tableau بالمقلوب ، خاطر 30 و 60 complémentaires . و la tangente : racine de 3 sur 3 ، من بعد 1 ، من بعد racine de 3 .

Voici le tableau. Sinus de 30 degrés : un demi. Sinus de 45 : racine de 2 sur 2. Sinus de 60 : racine de 3 sur 2. Le cosinus, c'est le même tableau à l'envers, parce que 30 et 60 sont complémentaires. Et la tangente : racine de 3 sur 3, puis 1, puis racine de 3.

À connaître par cœur, ou à retrouver en une minute avec la moitié d'un triangle équilatéral et la moitié d'un carré.

Angle x	$30°$	$45°$	$60°$
$\sin x$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
$\cos x$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$
$\tan x$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$

Deux repères pour ne pas se tromper. Dans le tableau, de $30°$ à $60°$, le sinus **augmente** et le cosinus **diminue**. Et $30°$ et $60°$ sont complémentaires : le sinus de l'un est le cosinus de l'autre.

$$\sin 30° = \cos 60° = \frac{1}{2}$$

$$\sin 45° = \cos 45° = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\sin 60° = \cos 30° = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\tan 30° = \frac{\sqrt{3}}{3} \quad ; \quad \tan 45° = 1 \quad ; \quad \tan 60° = \sqrt{3}$$

EXEMPLE TRAITÉ

ABC est un triangle rectangle en A, avec $BC = 8$ et $\widehat{ABC} = 30°$. Calculer AC et AB.

Le côté opposé — $[AC]$ fait face à l'angle de $30°$: on prend le sinus, opposé sur hypoténuse.

$$AC = BC \times \sin 30° = 8 \times \frac{1}{2} = 4$$

Le côté adjacent — $[AB]$ touche l'angle de $30°$: on prend le cosinus, adjacent sur hypoténuse.

$$AB = BC \times \cos 30° = 8 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 4\sqrt{3}$$

$$AC = 4 \quad ; \quad AB = 4\sqrt{3}$$

À ne pas faire : $\sin 30° = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$ — $\sin 30° = \dfrac{1}{2}$. Dans la moitié du triangle équilatéral, le côté opposé à l'angle de $30°$ est le plus petit : c'est la moitié de l'hypoténuse. Le sinus de $30°$ vaut donc un demi.

À ne pas faire : $\tan 45° = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$ — $\tan 45° = 1$. Dans la moitié d'un carré, les deux côtés de l'angle droit sont égaux : opposé sur adjacent fait 1.

---

8. MÉTHODE

Avec la calculatrice

CE QU'IL DIT

9bal koll calcul, la calculatrice lezemha tkoun en mode degrés : sinus de 30 lezem ya3ti 0,5. Bech nemchiw men angle l rapport, nektbou cosinus 50. W bech nerja3ou men rapport l l'angle, n3addiw b la seconde fonction. W l'arrondi, marra bark, fel e5er.

قبل كل la calculatrice ، calcul لازمها تكون 30 sinus de : en mode degrés لازم يعطي 0,5 . باش نمشيو من angle لـ rapport ، نكتبو cosinus 50 . و باش نرجعو من rapport لـ l'angle ، نعدّيو بـ la seconde fonction . و l'arrondi ، مرّة برك ، في الآخر .

Avant tout calcul, la calculatrice en mode degrés : le sinus de 30 doit donner 0,5. Pour aller d'un angle vers un rapport, on tape cosinus 50. Pour revenir d'un rapport vers l'angle, on passe par la seconde fonction. Et on arrondit une seule fois, à la fin.

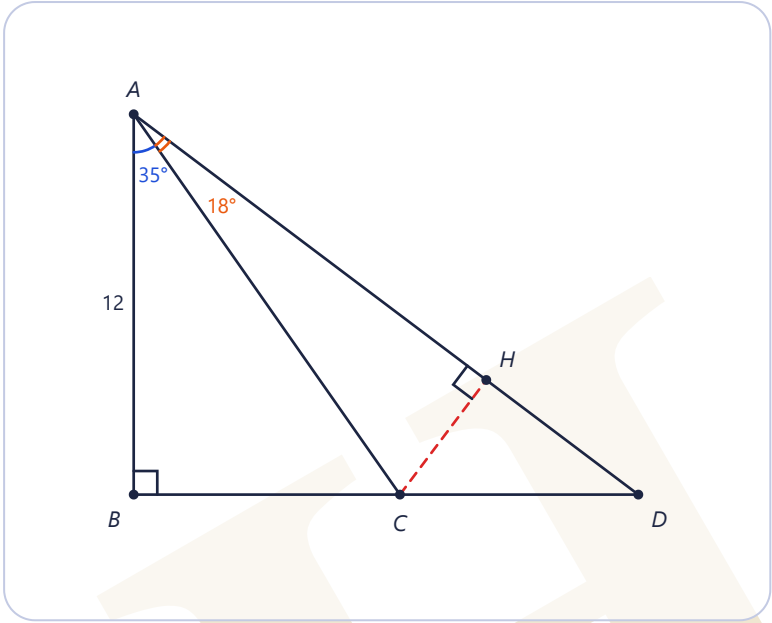
L'unité de mesure des angles est ici le **degré** : avant tout calcul, mets la calculatrice en mode **DEG**. Un contrôle rapide : $\sin 30°$ doit afficher $0{,}5$.

D'un angle vers un rapport. Pour une valeur approchée de $\cos 50°$ à 10^{-2} près, on tape « cos 50 = ». La calculatrice affiche $0{,}642787609$; on écrit $\cos 50° \approx 0{,}64$.

D'un rapport vers un angle. Pour une valeur approchée à 10^{-2} près de l'angle aigu a tel que $\cos a = 0{,}4$, on passe par la seconde fonction : « 2ndF cos 0.4 = » (la touche s'appelle SHIFT sur certains modèles). La calculatrice affiche $66{,}42182152$; on écrit $a \approx 66{,}42°$.

Un seul arrondi, à la fin. On garde le calcul entier, par exemple $12 \times \tan 35°$, et on n'arrondit que le résultat.

À toi. L'exemple ci-dessous calcule BC et BD sur la figure. Continue : H est le projeté orthogonal de C sur (AD) ; donne une valeur approchée à 10^{-1} près de l'aire du triangle ADC, puis de CH. Pour te contrôler, tu dois trouver environ $45{,}1$ et $4{,}5$.



L'angle BAD mesure 35° + 18° = 53°.

Le triangle ABD rectangle en B : A en haut à gauche, B en bas à gauche sous A, et D en bas à droite. Le côté vertical [AB] mesure 12. Le point C est sur [BD], entre B et D, et le segment [AC] est tracé. En A, l'angle BAC est marqué 35 degrés et l'angle CAD, à sa droite, 18 degrés. Puis le segment [CH], en pointillés rouges, est la perpendiculaire à (AD) passant par C : H est sur [AD] et l'angle droit est marqué en H.

LE CONTRÔLE DU MODE

$\sin 30° = 0{,}5$

$\cos 50° \approx 0{,}64$

SECONDE FONCTION

$\cos a = 0{,}4 \quad \text{donne} \quad a \approx 66{,}42°$

EXEMPLE TRAITÉ

Sur la figure, le triangle ABD est rectangle en B, le point C est sur $[BD]$, $AB = 12$, $\widehat{BAC} = 35°$ et $\widehat{CAD} = 18°$. Donner une valeur approchée à 10^{-1} près de BC et de BD.

Le bon rapport — Vu de A, $[BC]$ est le côté opposé et $[AB]$ le côté adjacent : c'est la tangente qui les relie.

$$\tan \widehat{BAC} = \frac{BC}{AB}$$

On isole BC et on garde le calcul entier.

$$BC = 12 \times \tan 35°$$

À la calculatrice, en mode degrés, on obtient 8,4024… et on arrondit au dixième.

$$BC \approx 8{,}4$$

La longueur BD — Même rapport dans le triangle ABD, avec un angle en A de $35° + 18° = 53°$.

$$BD = 12 \times \tan 53° \approx 15{,}9$$

$$BC \approx 8{,}4 \quad ; \quad BD \approx 15{,}9$$

À ne pas faire : $\sin 30 = -0{,}988$ — $\sin 30° = 0{,}5$. La calculatrice était en radians. En mode degrés, le sinus de $30°$ affiche bien $0{,}5$: c'est le contrôle à faire avant tout calcul.

À ne pas faire : $BD \approx 12 \times 1{,}3 = 15{,}6$ — $BD = 12 \times \tan 53° \approx 15{,}9$. En arrondissant la tangente de $53°$ à $1{,}3$, on commet une erreur que la multiplication par 12 amplifie. On tape le calcul en entier, et on n'arrondit que le résultat.

---

9. ACTIVITÉ

La hauteur issue de l'angle droit

CE QU'IL DIT

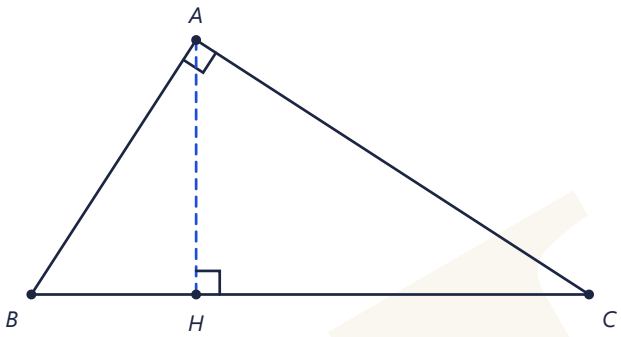
La hauteur issue de l'angle droit t9oss el triangle l deux petits triangles rectangles. L'aire, ki na7sbouha b tri9tin, ta3tina AB fois AC égale AH fois BC. Le cosinus de l'angle C, mektoub fi zouz triangles, ya3tina AC au carré égale CH fois CB. W les tangentes mte3 deux angles égaux ta3tina AH au carré égale BH fois CH.

la hauteur issue de l'angle droit تقصّ الـ triangle لـ l'aire . deux petits triangles rectangles ، كي نحسبوها
A B fois A C égale A H fois B C . le cosinus de l'angle C تعطينا ، بطريقتين
، triangles زوز في مكتوب ،
A H au carré égale تعطينا deux angles égaux متاع les tangentes و . A C au carré égale C H fois C B يعطينا
. B H fois C H

La hauteur issue de l'angle droit coupe le triangle en deux petits triangles rectangles. L'aire, calculée de deux façons, donne A B fois A C égale A H fois B C. Le cosinus de l'angle C, écrit dans deux triangles, donne A C au carré égale C H fois C B. Et les tangentes de deux angles égaux donnent A H au carré égale B H fois C H.

ABC est un triangle rectangle en A, et $[AH]$ est la hauteur issue de A.

1. Écris l'aire du triangle ABC de deux manières : avec les deux côtés de l'angle droit, puis avec la base $[BC]$ et la hauteur $[AH]$. Déduis-en que $AB \times AC = AH \times BC$.
2. Écris $\cos \widehat{ACB}$ dans le triangle ACH, puis dans le triangle ABC. Déduis-en que $AC^2 = CH \times CB$.
3. Vérifie que $\widehat{ACB} = \widehat{BAH}$: ces deux angles ont le même complémentaire, $\widehat{ABC}$. Écris la tangente de chacun d'eux et déduis-en que $AH^2 = BH \times CH$.



La hauteur [AH] partage ABC en deux triangles rectangles.

Un triangle ABC rectangle en A, posé sur son hypoténuse [BC] horizontale : B en bas à gauche, C en bas à droite, A en haut, plus près de B que de C. L'angle droit est marqué en A. Puis la hauteur [AH], en pointillés bleus, descend verticalement de A jusqu'au point H de [BC], avec un angle droit marqué en H. Elle partage le triangle en deux petits triangles rectangles, ABH à gauche et ACH à droite.

L'AIRE, DE DEUX MANIÈRES

$$AB \times AC = AH \times BC$$

LE COSINUS DE C, DEUX FOIS

$$AC^2 = CH \times CB$$

DEUX TANGENTES ÉGALES

$$AH^2 = BH \times CH$$

10. THÉORÈME

Les relations métriques dans un triangle rectangle

CE QU'IL DIT

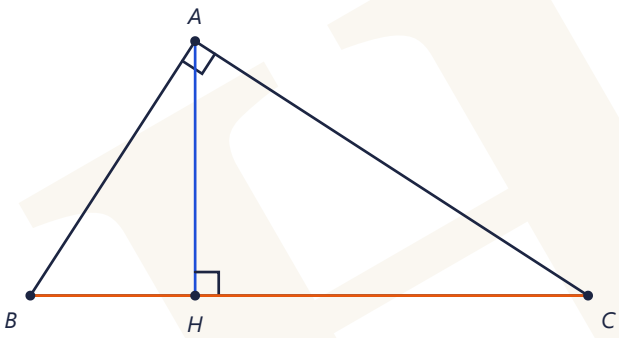
Tfakker les relations hedhi fel triangle rectangle m3a la hauteur mte3ou. AB fois AC égale AH fois BC. Pythagore, tab3an. La hauteur au carré égale le produit des deux morceaux de l'hypoténuse : HB fois HC. W koll côté de l'angle droit, au carré, égale sa projection fois l'hypoténuse entière.

تفكّر les relations هاذي في الـ triangle rectangle مع la hauteur متاعو . . A B fois A C égale A H fois B C
طبعا ، Pythagore . la hauteur au carré égale le produit des deux morceaux de l'hypoténuse : H B fois H
. C و كل côté de l'angle droit ، au carré ، égale sa projection fois l'hypoténuse entière

Retiens ces relations, dans le triangle rectangle avec sa hauteur. A B fois A C égale A H fois B C. Pythagore, bien sûr. La hauteur au carré égale le produit des deux morceaux de l'hypoténuse : H B fois H C. Et chaque côté de l'angle droit, au carré, égale sa projection fois l'hypoténuse entière.

Si ABC est un triangle rectangle en A et si $[AH]$ est la hauteur issue de A, **alors** :

- le produit des côtés de l'angle droit est égal au produit de l'hypoténuse par la hauteur ;
- le carré de l'hypoténuse est la somme des carrés des deux autres côtés (Pythagore) ;
- le carré de la hauteur est le produit des deux segments qu'elle découpe sur l'hypoténuse ;
- le carré d'un côté de l'angle droit est le produit de sa projection sur l'hypoténuse par l'hypoténuse.



Le triangle ABC rectangle en A, posé sur son hypoténuse [BC] horizontale : B en bas à gauche, C en bas à droite, A en haut. La hauteur [AH], en bleu, descend de A jusqu'au point H de [BC], avec un angle droit en A et un angle droit en H. Les deux morceaux de l'hypoténuse, [BH] à gauche et [HC] à droite, sont tracés en orange.

L'AIRE, DE DEUX MANIÈRES

$$AB \times AC = AH \times BC$$

PYTHAGORE

$$AB^2 + AC^2 = BC^2$$

LA HAUTEUR

$$AH^2 = HB \times HC$$

LES CÔTÉS DE L'ANGLE DROIT

$$AB^2 = BH \times BC \quad ; \quad AC^2 = CH \times CB$$

DÉMONSTRATION

C'est l'activité précédente. L'aire de ABC vaut $\dfrac{AB \times AC}{2}$ et aussi $\dfrac{AH \times BC}{2}$: d'où la première égalité.

Le cosinus de $\widehat{ACB}$ s'écrit $\dfrac{CH}{AC}$ dans le triangle ACH et $\dfrac{AC}{BC}$ dans le triangle ABC ; l'égalité des produits en croix donne $AC^2 = CH \times CB$. Le même raisonnement en B donne $AB^2 = BH \times BC$.

Enfin, $\widehat{ACB} = \widehat{BAH}$ (même complémentaire $\widehat{ABC}$). Leurs tangentes sont égales : $\dfrac{AH}{HC} = \dfrac{BH}{AH}$, d'où $AH^2 = HB \times HC$.

EXEMPLE TRAITÉ

ABC est un triangle rectangle en A, $[AH]$ est la hauteur issue de A, $AB = 5$ et $BH = 4$. Calculer AH, BC, HC et AC.

La hauteur — Le triangle ABH est rectangle en H : on applique le théorème de Pythagore.

$AH^2 = AB^2 - BH^2 = 25 - 16 = 9 \quad \text{donc} \quad AH = 3$

L'hypoténuse — Le côté $[AB]$, sa projection $[BH]$ et l'hypoténuse entière $[BC]$.

$AB^2 = BH \times BC \quad \text{soit} \quad 25 = 4 \times BC \quad \text{donc} \quad BC = \dfrac{25}{4}$

Le segment HC —

$HC = BC - BH = \dfrac{25}{4} - 4 = \dfrac{9}{4}$

Le côté AC — On contrôle avec la hauteur, puis on calcule AC avec sa projection $[CH]$.

$HB \times HC = 4 \times \dfrac{9}{4} = 9 = AH^2 \quad ; \quad AC^2 = CH \times CB = \dfrac{9}{4} \times \dfrac{25}{4} = \dfrac{225}{16}$

$AC = \dfrac{15}{4}$

$$AH = 3 \quad ; \quad BC = \frac{25}{4} \quad ; \quad HC = \frac{9}{4} \quad ; \quad AC = \frac{15}{4}$$

À ne pas faire : $AH^2 = HB + HC$ — $AH^2 = HB \times HC$. C'est un **produit** : la relation vient de l'égalité de deux rapports, les tangentes de deux angles égaux. Aucune somme n'y apparaît.

À ne pas faire : $AB^2 = BH \times HC$ — $AB^2 = BH \times BC$. Pour le côté $[AB]$, on multiplie sa projection $[BH]$ par l'hypoténuse **entière** $[BC]$. Le produit des deux morceaux, $HB \times HC$, c'est le carré de la hauteur.

11. MÉTHODE

Résoudre un problème concret

CE QU'IL DIT

9oddem problème concret, 4 gestes. Figure, fiha triangle rectangle. Les noms des côtés, men l'angle elli na3rfouh. Le bon rapport : cosinus, sinus walla tangente. Fel tour, ach na3rfou ? le côté adjacent. Ach n7ebbou ? l'opposé. Donc la tangente, behi ? Men ba3d le calcul, w l'arrondi fel e5er. W n3awdou n9raw la question : hna, la tour hiya KS plus la hauteur des yeux.

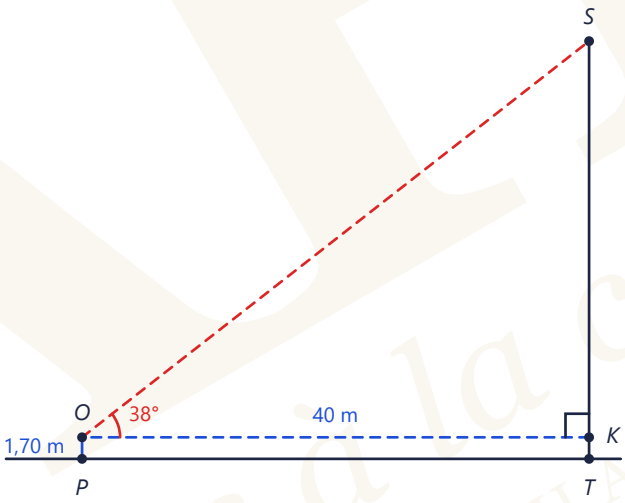
قدّام figure . 4 gestes ، problème concret ، فيها les noms des côtés ، triangle rectangle . من l'angle اللي ، نعرفوه . sinus ، cosinus : le bon rapport . ولّا tangente . la tour في ، آش نعرفو ؟ le côté adjacent . آش نحبّو ؟ l'opposé . donc la tangente ، بهي ؟ من بعد le calcul ، و l'arrondi في الآخر . و نعاودو نقراو la question : هنا ، la tour هي plus la hauteur des yeux K S .

Devant un problème concret, quatre gestes. Une figure, avec un triangle rectangle. Les noms des côtés, vus depuis l'angle connu. Le bon rapport : cosinus, sinus ou tangente. Pour la tour, que connaît-on ? Le côté

adjacent. Que cherche-t-on ? L'opposé. Donc la tangente, d'accord ? Puis le calcul, arrondi à la fin. Et on relit la question : ici, la tour, c'est K S plus la hauteur des yeux.

Une hauteur qu'on ne peut pas mesurer, un angle qu'on ne peut pas atteindre : la trigonométrie les calcule. Quatre gestes, toujours dans le même ordre.

1. **Modéliser** : fais une figure et repère un triangle **rectangle** qui contient l'inconnue.
2. **Nommer** les côtés depuis l'angle connu, ou cherché : hypoténuse, côté adjacent, côté opposé.
3. **Choisir** le rapport qui relie ce que tu connais à ce que tu cherches : adjacent et hypoténuse, c'est le cosinus ; opposé et hypoténuse, le sinus ; opposé et adjacent, la tangente.
4. **Calculer**, en gardant le calcul entier et en arrondissant à la fin. Puis relis la question : ce qu'on cherche n'est pas toujours un côté du triangle.



Le triangle OKS est rectangle en K ; la tour mesure TK + KS.

Le sol est une droite horizontale. À gauche, l'observateur est représenté par un petit segment vertical bleu [PO] de 1,70 m : P ses pieds, O ses yeux. À droite, la tour est un segment vertical [TS] : T son pied, S son sommet. Le point K est sur la tour, à la hauteur des yeux de l'observateur. Le segment [OK], horizontal et en pointillés bleus, mesure 40 m, et l'angle droit est marqué en K. La ligne de visée [OS], en pointillés rouges, monte de O jusqu'au sommet S, et l'angle KOS est marqué 38 degrés.

EXEMPLE TRAITÉ

Un observateur se tient à 40 mètres du pied T d'une tour, dont le sommet est S. Ses yeux, au point O, sont à $1{,}70$ mètre du sol, et K est le point de la tour situé à la hauteur de ses yeux. Il voit le sommet de la tour sous un angle $\widehat{KOS} = 38°$ au-dessus de l'horizontale. Calculer une valeur approchée à 10^{-2} près de la hauteur TS de la tour.

Le triangle rectangle — Le triangle OKS est rectangle en K : $[OK]$ est horizontal, la tour est verticale, et $OK = 40$ mètres.

Le bon rapport — Vu de O, on connaît le côté adjacent $[OK]$ et on cherche le côté opposé $[KS]$: c'est la tangente.

$$KS = OK \times \tan 38° = 40 \times \tan 38°$$

La hauteur de la tour — La tour mesure KS, plus la hauteur des yeux de l'observateur. On n'arrondit qu'à la fin.

$$TS = 1{,}70 + 40 \times \tan 38° \approx 32{,}95$$

$$TS \approx 32{,}95 \text{ mètres}$$

À ne pas faire : $TS \approx 31{,}25$ m — $TS \approx 32{,}95$ m. L'angle est mesuré depuis les **yeux** de l'observateur, pas depuis le sol. Le triangle rectangle ne donne que la partie de la tour au-dessus de ses yeux : il faut ajouter $1{,}70$ mètre.

---

12. MÉTHODE

Construire avec un triangle rectangle

CE QU'IL DIT

Deux constructions. Bech nabniw segment toulou racine de 6 : n7ottou 3 w 2 wa7da b7dha lo5ra, nrasmou le cercle de diamètre BC, w ntalla3ou la perpendiculaire en H. AH au carré égale 3 fois 2 : ya3ni AH égale racine de 6. W bech nabniw un angle na3rfou le sinus mte3ou, nsan3ou le triangle rectangle elli 3andou bedhabt el rapport hedha.

le cercle نرسمو ، لوخرى بحذا وحدة 2 و 3 نحطّو : racine de 6 طولو segment باش نبنيو . deux constructions A H égale racine يعني : la perpendiculaire en H . A H au carré égale 3 fois 2 و نطلّعو ، de diamètre B C rapport الـ بالضبط عندو اللي le triangle rectangle نصنعو ، متاعو le sinus نعرفو un angle نبنيو باش و . de 6 هذا .

Deux constructions. Pour un segment de longueur racine de 6 : on met bout à bout 3 et 2, on trace le cercle de diamètre B C, et on élève la perpendiculaire en H. A H au carré vaut 3 fois 2 : A H mesure racine de 6. Et pour un angle dont on connaît le sinus, on fabrique le triangle rectangle qui a exactement ce rapport.

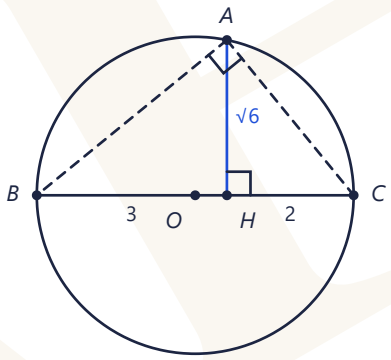
Un segment de longueur $\sqrt{ab}$. On veut construire un segment de longueur $\sqrt{6}$, avec $6 = 3 \times 2$.

1. Trace un segment $[BC]$ et place le point H de $[BC]$ tel que $BH = 3$ et $HC = 2$.
2. Trace le cercle de diamètre $[BC]$.
3. La perpendiculaire à (BC) en H coupe ce cercle en un point A.

A est sur le cercle de diamètre $[BC]$: le triangle ABC est rectangle en A, et $[AH]$ est sa hauteur. Donc $AH^2 = HB \times HC = 6$, et $AH = \sqrt{6}$. Avec deux segments de longueurs a et b, la même construction donne un segment de longueur $\sqrt{ab}$.

Un angle dont on connaît un rapport. Pour construire un angle aigu dont le sinus vaut $0{,}38$, on écrit $0{,}38 = \dfrac{19}{50}$ et on construit un triangle ABC rectangle en A avec $AB = 19$ mm et $BC = 50$ mm : on trace $[AB]$, la perpendiculaire à (AB) en A, puis le cercle de centre B et de rayon 50 mm, qui coupe cette perpendiculaire en C. L'angle $\widehat{ACB}$ convient, car $\sin \widehat{ACB} = \dfrac{AB}{BC} = 0{,}38$.

- Pour un **cosinus** égal à $\dfrac{1}{3}$: un côté de l'angle droit de 2 cm et une hypoténuse de 6 cm ; l'angle cherché est celui que forment ces deux côtés.
- Pour une **tangente** égale à 5 : deux côtés de l'angle droit de 1 cm et de 5 cm ; l'angle cherché est en face du côté de 5 cm.



AH² = HB × HC = 3 × 2, donc AH = √6.

Un segment horizontal [BC] de longueur 5, avec le point H placé à 3 de B et à 2 de C. Puis le cercle de diamètre [BC], de centre O, le milieu de [BC]. Puis la perpendiculaire à (BC) en H, en bleu, qui monte jusqu'au point A du cercle : l'angle droit est marqué en H et le segment [AH] porte la mention √6. Enfin les segments [AB] et [AC], en pointillés : le triangle ABC est rectangle en A.

LA HAUTEUR

$$AH^2 = HB \times HC = 3 \times 2 = 6$$

$$AH = \sqrt{6}$$

UN ANGLE DE SINUS 0,38

$$\sin \widehat{ACB} = \frac{AB}{BC} = \frac{19}{50} = 0{,}38$$

À ne pas faire : $AH = HB \times HC = 6$ — $AH = \sqrt{HB \times HC} = \sqrt{6}$. La relation porte sur le **carré** de la hauteur : $AH^2 = 6$. La hauteur mesure donc $\sqrt{6}$, environ $2{,}45$, et non 6, qui serait plus long que le diamètre $[BC]$ lui-même.

13. REMARQUE

D'où vient le mot « sinus »

CE QU'IL DIT

Kelma mel tari5 bech nkammlou. 9bal les calculatrices, kanou y9raw les sinus fi des tables, w des mathématiciens arabes 5edmou 3lihom barcha : El Khwarizmi, Abou el Wafa, Nasir Eddine et-Tousi. W el kelma sinus bidha jeya mel 3arbiya : el jib, kima jib el 7wayej, w tarjmouha bel latin : sinus.

كلمة من التاريخ باش نكمّلو . قبل les calculatrices ، كانو يقراو les sinus في des tables ، و des mathématiciens arabes خدمو عليهم برشا : الخوارزمي ، أبو الوفاء ، نصير الدين الطوسي . و الكلمة sinus بيدها جاية من العربية : الجيب ، كيما جيب الحوايج ، و ترجموها بالـ latin : sinus .

Un mot d'histoire pour finir. Avant les calculatrices, on lisait les sinus dans des tables, et les mathématiciens arabes y ont beaucoup travaillé : Al-Khwarizmi, Abul-Wafa, Nasir ad-Din at-Tusi. Et le mot sinus lui-même vient de l'arabe : jayb, la poche, le pli du vêtement, traduit en latin par sinus.

Avant les calculatrices, élèves et ingénieurs lisaient les rapports trigonométriques dans des **tables**. Comme les astronomes grecs et indiens avant eux, les mathématiciens arabes en ont dressé, pour les besoins de l'astronomie : Al-Khwarizmi fut le premier mathématicien arabe à établir des tables de sinus, Abul-Wafa en calcula les valeurs vers l'an 980, et Nasir ad-Din at-Tusi écrivit le premier traité qui fait de la trigonométrie une science à part entière.

Le mot lui-même vient de l'arabe. Pour les astronomes, le sinus était la **demi-corde** d'un arc de cercle, appelée « jayb » — la poche, le repli du vêtement —, mot que les traducteurs latins ont rendu par « sinus », qui veut dire lui aussi le pli.

À RETENIR

CE QU'IL DIT EN L'ÉCRIVANT

Hedha elli lezmek tetfakkrou :

هذا اللي لازمك تتفكّرو :

Voici ce qu'il faut retenir :

1. Dans ABC rectangle en A : $\cos\widehat{B} = \dfrac{AB}{BC}$, $\sin\widehat{B} = \dfrac{AC}{BC}$, $\tan\widehat{B} = \dfrac{AC}{AB}$.

   > Fi ABC rectangle en A : cosinus de B égale AB sur BC, sinus de B égale AC sur BC, w tangente de B égale AC sur AB.
   > *Dans A B C rectangle en A : cosinus de B égale A B sur B C, sinus de B égale A C sur B C, tangente de B égale A C sur A B.*

2. Cosinus : adjacent sur hypoténuse. Sinus : opposé sur hypoténuse. Tangente : opposé sur adjacent.

> Dima : cosinus, adjacent sur hypoténuse ; sinus, opposé sur hypoténuse ; tangente, opposé sur adjacent.
> *Toujours : cosinus, adjacent sur hypoténuse ; sinus, opposé sur hypoténuse ; tangente, opposé sur adjacent.*

3. $\tan a = \dfrac{\sin a}{\cos a}$ et $(\sin a)^2 + (\cos a)^2 = 1$.
> Tangente de a égale sinus de a sur cosinus de a, w le carré du sinus de a plus le carré du cosinus de a égale 1.
> *Tangente de a égale sinus de a sur cosinus de a, et le carré du sinus de a plus le carré du cosinus de a égale 1.*

4. Deux angles complémentaires : le sinus de l'un est le cosinus de l'autre.
> Deux angles complémentaires : le sinus de l'un houwa le cosinus de l'autre.
> *Deux angles complémentaires : le sinus de l'un est le cosinus de l'autre.*

5. $\sin 30° = \cos 60° = \dfrac{1}{2}$; $\sin 45° = \cos 45° = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$; $\sin 60° = \cos 30° = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$.
> Sinus de 30 degrés égale cosinus de 60 égale un demi ; sinus de 45 égale cosinus de 45 égale racine de 2 sur 2 ; sinus de 60 égale cosinus de 30 égale racine de 3 sur 2.
> *Sinus de 30 degrés égale cosinus de 60 égale un demi ; sinus de 45 égale cosinus de 45 égale racine de 2 sur 2 ; sinus de 60 égale cosinus de 30 égale racine de 3 sur 2.*

6. $\tan 30° = \dfrac{\sqrt{3}}{3}$; $\tan 45° = 1$; $\tan 60° = \sqrt{3}$.
> W la tangente : de 30 degrés, racine de 3 sur 3 ; de 45, 1 ; de 60, racine de 3.
> *Et la tangente : de 30 degrés, racine de 3 sur 3 ; de 45, 1 ; de 60, racine de 3.*

7. Calculatrice en mode **DEG**, et un seul arrondi, à la fin.
> La calculatrice en mode degrés, w l'arrondi marra bark, fel e5er.
> *La calculatrice en mode degrés, et un seul arrondi, à la fin.*

8. Hauteur $[AH]$: $AB \times AC = AH \times BC$, $AH^2 = HB \times HC$, $AB^2 = BH \times BC$, $AC^2 = CH \times CB$.
> M3a la hauteur AH : AB fois AC égale AH fois BC, AH au carré égale HB fois HC, w koll côté de l'angle droit au carré égale sa projection fois l'hypoténuse.
> *Avec la hauteur A H : A B fois A C égale A H fois B C, A H au carré égale H B fois H C, et chaque côté de l'angle droit au carré égale sa projection fois l'hypoténuse.*

CE QU'IL DIT EN REFERMANT

Hakka kammelna les rapports trigonométriques. Tfakker el réflexe : triangle rectangle, angle, w nsammiw les côtés men l'angle hedha 9bal ma nektbou ay 7aja. Yalla nemchiw lel exercices.

هكّا كمّلنا les rapports trigonométriques . تفكّر الـ angle ، réflexe : triangle rectangle ، و نسمّيو les côtés من l'angle هذا قبل ما نكتبو أي حاجة . يالله نمشيو للـ exercices .

Voilà, nous avons terminé les rapports trigonométriques. Retiens le réflexe : un triangle rectangle, un angle, et on nomme les côtés depuis cet angle avant d'écrire quoi que ce soit. Allons aux exercices.

Questions fréquentes — ses réponses toutes prêtes

Quand un élève tape une de ces questions pendant le cours, cette réponse part aussitôt, avec sa voix, sans passer par le modèle. Les formulations sont celles qu'on reconnaît.

QUESTION 1 · UNE CÔTE À 20 %

pourquoi le rapport ne dépend pas de l'endroit sur la pente | pente 20 % ya3ni chnowa | la pente dépend de quoi | c'est quoi une pente de 20 pour cent | le rapport de la pente change si on avance ? | pente w inclinaison chnowa el 3ala9a

CE QU'IL ÉCRIT AU TABLEAU

$$\frac{AC}{AB} = \frac{DE}{BE} = \frac{20}{100}$$

CE QU'IL RÉPOND

Pente 20 pour cent ya3ni ki netqaddmou 100 m à l'horizontale, notel3ou 20 m. B Thalès, le rapport ma yetbaddelch win ma kenna 3al tri9 : yet3allaq ken b l'inclinaison, ya3ni b l'angle. Hedhi el fekra mte3 les rapports trigonométriques.

pente 20 pour cent يعني كي نتقدّمو 100 m à l'horizontale ، نطلعو 20 m . le rapport بـ Thalès ، ما يتبدّلش
وين ما كنّا على الطريق : يتعلّق كان بـ l'inclinaison ، يعني بـ l'angle . هاذي الفكرة متاع les rapports trigonométriques .

Une pente de 20 pour cent signifie qu'en avançant de 100 mètres à l'horizontale, on monte de 20 mètres. Par le théorème de Thalès, ce rapport ne change pas selon l'endroit où l'on se trouve : il ne dépend que de l'inclinaison, c'est-à-dire de l'angle. C'est l'idée des rapports trigonométriques.

QUESTION 2 · COSINUS, SINUS ET TANGENTE D'UN ANGLE AIGU

c'est quoi l'hypoténuse | comment trouver l'hypoténuse | chnowa l'hypoténuse | l'hypoténuse c'est quel côté | hypoténuse définition | kifech na3ref l'hypoténuse

CE QU'IL RÉPOND

L'hypoténuse houwa le côté elli 9oddem l'angle droit, w houwa atwel côté fi le triangle rectangle. Fi ABC rectangle en A, l'hypoténuse hiya $[BC]$.

l'hypoténuse هو le côté اللي قدّام l'angle droit ، w le triangle rectangle في côté أطول هو في A B C .
l'hypoténuse ، rectangle en A هي B C .

L'hypoténuse est le côté opposé à l'angle droit, et c'est le plus long côté du triangle rectangle. Dans A B C rectangle en A, l'hypoténuse est B C.

QUESTION 3 · COSINUS, SINUS ET TANGENTE D'UN ANGLE AIGU

c'est quoi le côté adjacent et le côté opposé | comment reconnaître le côté adjacent | côté opposé chnowa

adjacent w opposé kifech nfarre9 | le côté adjacent à l'angle B c'est lequel | côté opposé à l'angle

CE QU'IL RÉPOND

Nchoufou men l'angle, mathalan l'angle B fi ABC rectangle en A. Le côté adjacent houwa côté mte3 l'angle droit elli ymess B : $[AB]$. Le côté opposé houwa elli 9oddem B : $[AC]$. W l'hypoténuse $[BC]$.

نشوفو من l'angle ، مثلا l'angle B في adjacent le côté . A B C rectangle en A هو côté متاع l'angle droit اللي
يمسّ opposé le côté . A B : B هو اللي قدّام l'hypoténuse B C w . A C : B.

On regarde depuis l'angle, par exemple l'angle B dans A B C rectangle en A. Le côté adjacent est le côté de l'angle droit qui touche B : A B. Le côté opposé est celui qui fait face à B : A C. Et l'hypoténuse est B C.

QUESTION 4 · COSINUS, SINUS ET TANGENTE D'UN ANGLE AIGU

c'est quoi le cosinus | comment calculer le cosinus d'un angle | cos formule | chnowa el cosinus | kifech na7seb cos | cosinus définition

CE QU'IL ÉCRIT AU TABLEAU

$$\cos \widehat{ABC} = \frac{AB}{BC}$$

CE QU'IL RÉPOND

Le cosinus mte3 l'angle aigu B houwa le côté adjacent sur l'hypoténuse : $\cos \widehat{ABC} = \dfrac{AB}{BC}$. Mathalan $AB = 4$ w $BC = 5$: $\cos \widehat{ABC} = \dfrac{4}{5}$.

le cosinus متاع l'angle aigu B هو côté adjacent sur l'hypoténuse : A B sur B C . مثلا cos : A B 4 w B C 5
. B égale 4 sur 5

Le cosinus de l'angle aigu B est le côté adjacent divisé par l'hypoténuse : A B sur B C. Par exemple, avec A B égale 4 et B C égale 5 : cosinus de B égale 4 sur 5.

QUESTION 5 · COSINUS, SINUS ET TANGENTE D'UN ANGLE AIGU

c'est quoi le sinus | comment calculer le sinus d'un angle | sin formule | chnowa el sinus | kifech na7seb sin | sinus définition

CE QU'IL ÉCRIT AU TABLEAU

$$\sin \widehat{ABC} = \frac{AC}{BC}$$

CE QU'IL RÉPOND

Le sinus mte3 l'angle aigu B houwa le côté opposé sur l'hypoténuse : $\sin \widehat{ABC} = \dfrac{AC}{BC}$. Mathalan $AC = 3$ w $BC = 5$: $\sin \widehat{ABC} = \dfrac{3}{5}$.

le sinus متاع l'angle aigu B هو côté opposé sur l'hypoténuse : A C sur B C . مثلا sin B : A C 3 w B C 5
. égale 3 sur 5

Le sinus de l'angle aigu B est le côté opposé divisé par l'hypoténuse : A C sur B C. Par exemple, avec A C égale 3 et B C égale 5 : sinus de B égale 3 sur 5.

QUESTION 6 · COSINUS, SINUS ET TANGENTE D'UN ANGLE AIGU

c'est quoi la tangente | comment calculer la tangente d'un angle | tan formule | chnowa la tangente | kifech na7seb tan | tangente définition

CE QU'IL ÉCRIT AU TABLEAU

$$\tan \widehat{ABC} = \frac{AC}{AB}$$

CE QU'IL RÉPOND

La tangente mte3 l'angle aigu B hiya le côté opposé sur le côté adjacent : $\tan \widehat{ABC} = \dfrac{AC}{AB}$. Mathalan $AC = 3$ w $AB = 4$: $\tan \widehat{ABC} = \dfrac{3}{4}$.

la tangente متاع l'angle aigu B هي le côté opposé sur le côté adjacent : A C sur A B . مثلا : A C 3 w A B 4 . tan B égale 3 sur 4

La tangente de l'angle aigu B est le côté opposé divisé par le côté adjacent : A C sur A B. Par exemple, avec A C égale 3 et A B égale 4 : tangente de B égale 3 sur 4.

QUESTION 7 · COSINUS, SINUS ET TANGENTE D'UN ANGLE AIGU

comment retenir cos sin tan | kifech na7fedh cos w sin w tan | astuce pour mémoriser les rapports trigonométriques | je confonds cos et sin | comment ne pas confondre sinus et cosinus | cos sin tan kifech ma nghaletch

CE QU'IL ÉCRIT AU TABLEAU

$$\cos = \frac{\text{adj.}}{\text{hyp.}} \quad \sin = \frac{\text{opp.}}{\text{hyp.}} \quad \tan = \frac{\text{opp.}}{\text{adj.}}$$

CE QU'IL RÉPOND

Sammi les côtés men l'angle 9bal. Cosinus : adjacent sur hypoténuse. Sinus : opposé sur hypoténuse. Tangente : opposé sur adjacent. L'hypoténuse dima louta fi cos w sin.

سمّي les côtés من l'angle قبْلْ . . cosinus : adjacent sur hypoténuse . sinus : opposé sur hypoténuse . l'hypoténuse . tangente : opposé sur adjacent ديما لوطة في cos w sin .

Nomme d'abord les côtés depuis l'angle. Cosinus : adjacent sur hypoténuse. Sinus : opposé sur hypoténuse. Tangente : opposé sur adjacent. L'hypoténuse est toujours au dénominateur du cosinus et du sinus.

QUESTION 8 · COSINUS, SINUS ET TANGENTE D'UN ANGLE AIGU

le sinus peut être plus grand que 1 ? | j'ai trouvé un cosinus supérieur à 1 | cos akbar men 1 normal ?

---

pourquoi le sinus est entre 0 et 1 | la tangente peut dépasser 1 ? | sinus plus grand que 1 possible

CE QU'IL ÉCRIT AU TABLEAU

$$0 < \cos a < 1 \quad ; \quad 0 < \sin a < 1$$

CE QU'IL RÉPOND

L'hypoténuse atwel côté, w hiya louta, donc le cosinus w le sinus dima bin 0 w 1. Ken l9it sinus akbar men 1, rak 9lebt le rapport. Ama la tangente tnajjem tfout 1.

l'hypoténuse أطول w côté هي لوطة ، donc le cosinus w le sinus ديما بين 1 w zéro . كان لقيت sinus أكبر من 1 ، راك قلبت le rapport . أما la tangente تنجّم تفوت 1 .

L'hypoténuse est le plus long côté et elle est au dénominateur : le cosinus et le sinus sont donc toujours compris entre 0 et 1. Un sinus plus grand que 1 signale un rapport renversé. La tangente, elle, peut dépasser 1.

QUESTION 9 · LES RELATIONS TRIGONOMÉTRIQUES

pourquoi sin B = cos C | angles complémentaires sinus cosinus | cos B égale sin C 3lech | le sinus de l'un est le cosinus de l'autre | complémentaires sin w cos | sin 30 = cos 60 pourquoi

CE QU'IL ÉCRIT AU TABLEAU

$$\cos \widehat{B} = \frac{AB}{BC} = \sin \widehat{C}$$

CE QU'IL RÉPOND

Fi ABC rectangle en A, B w C complémentaires : la somme mte3hom 90°. Le côté adjacent l B houwa le côté opposé l C, donc $\cos \widehat{B} = \sin \widehat{C}$ w $\sin \widehat{B} = \cos \widehat{C}$. Mathalan $\sin 30^\circ = \cos 60^\circ = \dfrac{1}{2}$.

في A B C rectangle en A ، B w C complémentaires : la somme متاعهم 90 . le côté adjacent لـ B هو le côté opposé لـ C ، donc cos B égale sin C ، w sin B égale cos C . مثلا sin 30 égale cos 60 égale un demi .

Dans A B C rectangle en A, les angles B et C sont complémentaires : leur somme fait 90 degrés. Le côté adjacent à B est le côté opposé à C, donc cosinus de B égale sinus de C, et sinus de B égale cosinus de C. Par exemple, sinus de 30 degrés égale cosinus de 60 degrés égale un demi.

QUESTION 10 · LES RELATIONS TRIGONOMÉTRIQUES

tan égale sin sur cos ? | pourquoi tan = sin/cos | tan a = cos a / sin a ? | la tangente c'est le sinus sur le cosinus | relation entre tan sin et cos | tangente sinus cosinus relation

CE QU'IL ÉCRIT AU TABLEAU

$$\tan a = \frac{\sin a}{\cos a}$$

CE QU'IL RÉPOND

$\tan a = \dfrac{\sin a}{\cos a}$: $\dfrac{AC}{BC} \times \dfrac{BC}{AB} = \dfrac{AC}{AB}$. Le sinus fou9, 5ater le côté opposé fou9 fi le sinus. Mouch $\dfrac{\cos a}{\sin a}$.

le côté خاطر ، فوق A C sur A B . le sinus يعطي ، tan a égale sin a sur cos a : A C sur B C ، fois B C sur A B . cos sur sin موش . le sinus فوق في opposé

Tangente de a égale sinus de a sur cosinus de a : A C sur B C, fois B C sur A B, donne A C sur A B. Le sinus va en haut, car c'est lui qui contient le côté opposé. Ce n'est pas cosinus sur sinus.

QUESTION 11 · LES RELATIONS TRIGONOMÉTRIQUES

sin² + cos² = 1 pourquoi | sin a + cos a = 1 ? | somme des carrés du sinus et du cosinus | sin carré plus cos carré | 3lech sin carré + cos carré ysewi 1 | cos² + sin² égale combien

CE QU'IL ÉCRIT AU TABLEAU

$$(\sin a)^2 + (\cos a)^2 = \frac{AB^2 + AC^2}{BC^2} = 1$$

CE QU'IL RÉPOND

$(\sin a)^{2} + (\cos a)^{2} = 1$: houwa Pythagore ma9soum 3la BC^{2}. W mahouch $\sin a + \cos a$: mathalan le cosinus égale $0{,}6$ w le sinus $0{,}8$, $0{,}6 + 0{,}8$ ma ya3tich 1, ama $0{,}36 + 0{,}64 = 1$.

B C au carré . w مقسوم على Pythagore هو : 1 يساوي sin a le tout au carré plus cos a le tout au carré

ماهوش sin a plus cos a : مثلا 0,6 plus 0,8 ، 0,6 w le sinus 0,8 le cosinus égale ما يعطيش 1 ، أما 0,36 plus 0,64 يعطي 1 .

Sinus de a au carré plus cosinus de a au carré égale 1 : c'est le théorème de Pythagore divisé par B C au carré. Ce n'est pas sinus plus cosinus : avec un cosinus de 0,6 et un sinus de 0,8, 0,6 plus 0,8 ne fait pas 1, alors que 0,36 plus 0,64 fait bien 1.

QUESTION 12 · LES RELATIONS TRIGONOMÉTRIQUES

comment trouver le sinus connaissant le cosinus | cos a = 0,6 kifech nal9a sin a | sachant le cosinus calculer la tangente | ki na3ref cos kifech na7seb sin | connaissant cos a trouver sin a et tan a | calculer sin à partir de cos

CE QU'IL ÉCRIT AU TABLEAU

$$(\sin a)^2 = 1 - 0{,}36 = 0{,}64 \quad ; \quad \sin a = 0{,}8$$

$$\tan a = \frac{0{,}8}{0{,}6} = \frac{4}{3}$$

CE QU'IL RÉPOND

Nabdew men $(\sin a)^{2} + (\cos a)^{2} = 1$. $\cos a = 0{,}6$: $(\sin a)^{2} = 1 - 0{,}36 = 0{,}64$, w $\sin a = 0{,}8$, el racine positive 5ater l'angle aigu. Men ba3d $\tan a = \dfrac{0{,}8}{0{,}6} = \dfrac{4}{3}$.

يعني ، cos a égale 0,6 : sin a au carré égale 1 moins 0,36 . 1 يساوي sin au carré plus cos au carré نبداو من sur 3 4 يعني ، tan a égale 0,8 sur 0,6 من بعد . l'angle aigu خاطر racine positive الـ ، w sin a égale 0,8 ، 0,64 .

On part de sinus au carré plus cosinus au carré égale 1. Avec cosinus de a égale 0,6 : sinus de a au carré égale 1 moins 0,36, soit 0,64, et sinus de a égale 0,8, la racine positive puisque l'angle est aigu. Puis tangente de a égale 0,8 sur 0,6, soit 4 sur 3.

QUESTION 13 · LES ANGLES REMARQUABLES

sin 30 égale combien | les valeurs de cos 45 et tan 60 | tableau des angles remarquables | sin 30 = racine de 3 sur 2 ? | angles remarquables 30 45 60 | tan 45 égale combien

CE QU'IL ÉCRIT AU TABLEAU

$$\sin 30^\circ = \cos 60^\circ = \frac{1}{2}$$

$$\sin 45^\circ = \cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2} \quad ; \quad \tan 45^\circ = 1$$

$$\sin 60^\circ = \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

CE QU'IL RÉPOND

$\sin 30^\circ = \dfrac{1}{2}$, $\cos 30^\circ = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$, $\tan 30^\circ = \dfrac{\sqrt{3}}{3}$. $\sin 45^\circ = \cos 45^\circ = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$, w $\tan 45^\circ = 1$. $\sin 60^\circ = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$, $\cos 60^\circ = \dfrac{1}{2}$, $\tan 60^\circ = \sqrt{3}$. Men 30 l 60, le sinus ykbar w le cosinus yosghar.

sin 30 égale un demi ، cos 30 égale racine de 3 sur 2 ، tan 30 égale racine de 3 sur 3 . sin 45 w cos 45 égale racine de 2 sur 2 ، w tan 45 égale 1 . sin 60 égale racine de 3 sur 2 ، cos 60 égale un demi ، tan 60 égale racine de 3 . من 30 لـ 60 ، le sinus يكبر w le cosinus يصغر .

Sinus de 30 degrés égale un demi, cosinus de 30 égale racine de 3 sur 2, tangente de 30 égale racine de 3 sur 3. Sinus et cosinus de 45 égalent racine de 2 sur 2, et tangente de 45 égale 1. Sinus de 60 égale racine de 3 sur 2, cosinus de 60 égale un demi, tangente de 60 égale racine de 3. De 30 à 60 degrés, le sinus augmente et le cosinus diminue.

QUESTION 14 · LES ANGLES DE 30°, 45° ET 60°

comment retrouver les valeurs remarquables sans les apprendre | moitié d'un triangle équilatéral pourquoi | d'où viennent les valeurs de sin 60 | moitié d'un carré tan 45 | kifech nal9a sin 60 b triangle équilatéral | triangle équilatéral et les angles de 30 et 60

CE QU'IL ÉCRIT AU TABLEAU

$$CI = \frac{a}{2} \quad ; \quad AI = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

CE QU'IL RÉPOND

La moitié mte3 triangle équilatéral de côté a, fiha angle de 60° w angle de 30° : le petit côté $\dfrac{a}{2}$, w la hauteur $\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$. W la moitié mte3 carré, triangle rectangle isocèle, fiha deux angles de 45° : les deux côtés de l'angle droit égaux, donc $\tan 45^\circ = 1$.

angle de 60 w angle de 30 : le petit côté a sur 2 ، w la فيها ، triangle équilatéral de côté a متاع la moitié
deux angles de 45 : فيها ، carré ، triangle rectangle isocèle متاع hauteur a racine de 3 sur 2 . w la moitié
. les deux côtés de l'angle droit égaux ، donc tan 45 égale 1

La moitié d'un triangle équilatéral de côté a contient un angle de 60 degrés et un de 30 : le petit côté vaut a sur 2 et la hauteur a racine de 3 sur 2. La moitié d'un carré, un triangle rectangle isocèle, a deux angles de 45 degrés : les côtés de l'angle droit sont égaux, donc tangente de 45 égale 1.

QUESTION 15 · AVEC LA CALCULATRICE

ma calculatrice donne sin 30 = -0,988 | calculatrice en degrés ou radians | mode DEG c'est quoi | la machine ta3tini résultat ghalet fel sin | comment régler la calculatrice pour les angles | calculatrice radian 3lech ghalta

CE QU'IL ÉCRIT AU TABLEAU

$$\sin 30^\circ = 0{,}5$$

CE QU'IL RÉPOND

9bal ay calcul, 7ott la calculatrice en mode DEG, 5ater les angles bel degré. Le contrôle : $\sin 30^\circ$ lezem ya3ti $0{,}5$. Ken 3tak $-0{,}988$, rahi en radians.

لازم يعطي degré . le contrôle : sin 30 بالـ les angles خاطر ، la calculatrice en mode DEG حطّ ، calcul أي قبْلْ
. en radians راهي ، moins 0,988 كان عطاك . 0,5

Avant tout calcul, mets la calculatrice en mode DEG, car les angles sont en degrés. Le contrôle : sinus de 30 doit afficher 0,5. Si elle affiche moins 0,988, elle est en radians.

QUESTION 16 · AVEC LA CALCULATRICE

comment trouver l'angle quand on connaît son cosinus | cos a = 0,4 kifech nal9a a | seconde fonction de la calculatrice | 2ndF cos c'est quoi | calculer la mesure d'un angle avec la calculatrice | shift cos kifech

CE QU'IL ÉCRIT AU TABLEAU

$$\cos a = 0{,}4 \quad \text{donne} \quad a \approx 66{,}42^\circ$$

CE QU'IL RÉPOND

Nesta3mlou la seconde fonction : 2ndF, walla SHIFT, men ba3d cos w el valeur. Pour $\cos a = 0{,}4$: 2ndF cos 0,4 ya3ti 66,42 ta9riban, donc $a \approx 66{,}42^\circ$.

valeur . pour cos a égale 0,4 : 2ndF cos الـ cos w بعد من ، SHIFT ولّا ، la seconde fonction : 2ndF نستعملو
0,4 يعطي 66,42 تقريبا ، donc a تقريبا 66,42 degrés .

On utilise la seconde fonction : 2ndF, ou SHIFT selon les modèles, puis cos et la valeur. Pour cosinus de a égale 0,4 : 2ndF cos 0,4 donne environ 66,42, donc a vaut environ 66,42 degrés.

QUESTION 17 · AVEC LA CALCULATRICE

quand faut-il arrondir | j'arrondis la tangente avant de multiplier ? | arrondir à la fin pourquoi | valeur approchée de tan 53 fois 12 | narrondi 9bal walla ba3d | pourquoi un seul arrondi

CE QU'IL ÉCRIT AU TABLEAU

$$12 \times \tan 53° \approx 15{,}9$$

CE QU'IL RÉPOND

N5alliw le calcul kemel w narrondir ken le résultat fel e5er. Mathalan $12 \times \tan 53^\circ \approx 15{,}9$. Ken narrondir $\tan 53^\circ$ l $1{,}3$ 9bal, nal9aw $15{,}6$: el ghalta tokber bel multiplication.

نخلّيو le calcul كامل w نـ arrondir كان le résultat في الآخر . مثلا 12 fois tan 53 : تقريبا 15,9 . كان نـ arrondir
tan 53 لـ 1,3 قبْلْ ، نلقاو 15,6 : الغلطة تكبر بالـ multiplication .

On garde le calcul entier et on n'arrondit que le résultat, à la fin. Par exemple, 12 fois tangente de 53 degrés donne environ 15,9. En arrondissant d'abord la tangente à 1,3, on trouverait 15,6 : la multiplication amplifie l'erreur.

QUESTION 18 · LES RELATIONS MÉTRIQUES DANS UN TRIANGLE RECTANGLE

c'est quoi les relations métriques | relations métriques dans un triangle rectangle | chnowa les relations métriques | les formules du triangle rectangle avec la hauteur | relations métriques kifech nesta3melhom | liste des relations métriques

CE QU'IL ÉCRIT AU TABLEAU

$$AB \times AC = AH \times BC$$
$$AH^2 = HB \times HC$$
$$AB^2 = BH \times BC$$

CE QU'IL RÉPOND

Fi ABC rectangle en A w $[AH]$ la hauteur : $AB \times AC = AH \times BC$, $AB^{2} + AC^{2} = BC^{2}$, $AH^{2} = HB \times HC$, w $AB^{2} = BH \times BC$.

في A B C rectangle en A w A H la hauteur : A B fois A C égale A H fois B C ، A B au carré plus A C au carré égale B C au carré ، A H au carré égale H B fois H C ، w A B au carré égale B H fois B C .

Dans A B C rectangle en A, avec A H la hauteur : A B fois A C égale A H fois B C ; A B au carré plus A C au carré égale B C au carré ; A H au carré égale H B fois H C ; et A B au carré égale B H fois B C.

QUESTION 19 · LES RELATIONS MÉTRIQUES DANS UN TRIANGLE RECTANGLE

AH² = HB × HC pourquoi | le carré de la hauteur | AH² = HB + HC ? | kifech na7seb AH b HB w HC | hauteur au carré égale produit des deux segments | AH carré égale combien

CE QU'IL ÉCRIT AU TABLEAU

$$AH^2 = HB \times HC$$

CE QU'IL RÉPOND

$AH^{2} = HB \times HC$: produit, mouch somme. Yji men deux tangentes égales. Mathalan $AB = 5$ w $BH = 4$: $AH^{2} = 25 - 16 = 9$, w $AH = 3$.

A B 5 w B مثلا . deux tangentes égales من يجي . somme موش ، A H au carré égale H B fois H C : produit
. w A H 3 ، 9 يعني ، H 4 : A H au carré égale 25 moins 16

A H au carré égale H B fois H C : c'est un produit, pas une somme. La relation vient de l'égalité de deux tangentes. Par exemple, avec A B égale 5 et B H égale 4 : A H au carré égale 25 moins 16, soit 9, et A H égale 3.

QUESTION 20 · LES RELATIONS MÉTRIQUES DANS UN TRIANGLE RECTANGLE

AB² = BH × BC pourquoi | le carré d'un côté de l'angle droit | AB² = BH × HC ? | projection sur l'hypoténuse c'est quoi | kifech na7seb BC b AB w BH | AB carré égale projection fois hypoténuse

CE QU'IL ÉCRIT AU TABLEAU

$$AB^2 = BH \times BC$$

$$25 = 4 \times BC \iff BC = \frac{25}{4}$$

CE QU'IL RÉPOND

$AB^{2} = BH \times BC$: la projection mte3 $[AB]$ 3la l'hypoténuse, fois l'hypoténuse kemla, mouch HC. Mathalan $AB = 5$ w $BH = 4$: $25 = 4 \times BC$, donc $BC = \dfrac{25}{4}$.

l'hypoténuse ، fois l'hypoténuse على A B متاع A B au carré égale B H fois B C : la projection ، موش كاملة
. A B 5 w B H 4 : 25 égale 4 fois B C ، donc B C égale 25 sur 4 مثلا . H C

A B au carré égale B H fois B C : la projection de A B sur l'hypoténuse, fois l'hypoténuse entière, pas H C. Par exemple, avec A B égale 5 et B H égale 4 : 25 égale 4 fois B C, donc B C égale 25 sur 4.

QUESTION 21 · LES RELATIONS MÉTRIQUES DANS UN TRIANGLE RECTANGLE

pourquoi AB × AC = AH × BC | l'aire du triangle rectangle de deux manières | AB fois AC égale AH fois BC | kifech na7seb la hauteur AH | calculer AH avec l'aire | aire deux façons triangle rectangle

CE QU'IL ÉCRIT AU TABLEAU

$$AB \times AC = AH \times BC$$

CE QU'IL RÉPOND

L'aire mte3 ABC tet7seb b zouz torto9 : $\dfrac{AB \times AC}{2}$ w $\dfrac{AH \times BC}{2}$. El zouz nafs l'aire, donc $AB \times AC = AH \times BC$, w menha nal9aw AH.

l'aire متاع A B C تتحسب بـ زوز طرق : A B fois A C sur 2 ، w A H fois B C sur 2 . الزوز نفس l'aire ، donc A B fois A C égale A H fois B C ، w منها نلقاو A H .

L'aire du triangle A B C se calcule de deux manières : A B fois A C sur 2, et A H fois B C sur 2. C'est la même aire, donc A B fois A C égale A H fois B C, ce qui donne A H.

QUESTION 22 · RÉSOUDRE UN PROBLÈME CONCRET

cos, sin ou tan lequel choisir | comment savoir quel rapport utiliser | anahi rapport nesta3mel | quand utiliser la tangente et quand le sinus | kifech nekhtar bin cos w sin w tan | quel rapport trigonométrique choisir

CE QU'IL RÉPOND

Sammi les côtés men l'angle, w chouf ama zouz ta3ref walla tlawwej 3lihom. Adjacent w hypoténuse : cosinus. Opposé w hypoténuse : sinus. Opposé w adjacent : tangente.

سمّي les côtés من l'angle ، w شوف أما زوز تعرف ولّا تلوّج عليهم . . adjacent w hypoténuse : cosinus . opposé w hypoténuse : sinus . opposé w adjacent : tangente .

Nomme les côtés depuis l'angle, et regarde quels deux côtés tu connais ou cherches. Adjacent et hypoténuse : cosinus. Opposé et hypoténuse : sinus. Opposé et adjacent : tangente.

QUESTION 23 · RÉSOUDRE UN PROBLÈME CONCRET

pourquoi ajouter la hauteur des yeux | l'observateur 1,70 m on l'ajoute ? | angle mesuré depuis les yeux | hauteur de la tour avec l'observateur | 3lech nzidou 1,70 | les yeux de l'observateur dans le problème de la tour

CE QU'IL ÉCRIT AU TABLEAU

$$TS = 1{,}70 + 40 \times \tan 38^\circ \approx 32{,}95$$

CE QU'IL RÉPOND

L'angle yet9es mel 3inin, mouch mel ardh. Le triangle rectangle ya3ti ken el partie mte3 la tour elli fou9 el 3inin : $40 \times \tan 38^\circ$. Lezem nzidou $1{,}70$: $TS = 1{,}70 + 40 \times \tan 38^\circ \approx 32{,}95$ m.

l'angle يتقاس من العينين ، موش من الأرض . le triangle rectangle يعطي كان الـ partie متاع la tour اللي فوق العينين : 40 fois tan 38 . لازم نزيدو 1,70 : la tour تقريبا 32,95 m .

L'angle est mesuré depuis les yeux, pas depuis le sol. Le triangle rectangle ne donne que la partie de la tour au-dessus des yeux : 40 fois tangente de 38 degrés. Il faut ajouter 1,70 mètre : la tour mesure environ 32,95 mètres.

QUESTION 24 · CONSTRUIRE AVEC UN TRIANGLE RECTANGLE

comment construire un segment de longueur racine de 6 | construire racine de ab | kifech nebni segment racine 6 | construction de la racine carrée avec un cercle | construire un segment de longueur √6 | construire racine de a fois b

CE QU'IL ÉCRIT AU TABLEAU

$$AH^2 = HB \times HC = 3 \times 2 = 6 \quad ; \quad AH = \sqrt{6}$$

CE QU'IL RÉPOND

N7ottou H 3la $[BC]$ b $BH = 3$ w $HC = 2$, nrasmou le cercle de diamètre $[BC]$, w la perpendiculaire l (BC) fi H t9ossou fi A. Le triangle ABC rectangle en A, donc $AH^{2} = 3 \times 2 = 6$, w $AH = \sqrt{6}$.

نحطّو H على B C بـ 2 w H C égale 2 ، B H égale 3 w نرسمو ، B J le cercle de diamètre B C w la perpendiculaire A . le triangle A B C rectangle en A ، donc A H au carré égale 3 fois 2 تقصّو في H في C ، يعني 6 ، w A H égale racine de 6 .

On place H sur B C avec B H égale 3 et H C égale 2, on trace le cercle de diamètre B C, et la perpendiculaire à B C en H le coupe en A. Le triangle A B C est rectangle en A, donc A H au carré égale 3 fois 2, soit 6, et A H égale racine de 6.

QUESTION 25 · CONSTRUIRE AVEC UN TRIANGLE RECTANGLE

comment construire un angle dont le sinus vaut 0,38 | construire un angle connaissant son cosinus | kifech nebni angle b sinus | construire un angle de tangente 5 | construction d'un angle avec un rapport | construire un angle dont le cosinus vaut 1/3

CE QU'IL ÉCRIT AU TABLEAU

$$\sin \widehat{ACB} = \frac{AB}{BC} = \frac{19}{50} = 0{,}38$$

CE QU'IL RÉPOND

Nektbou le rapport kif fraction, w nabniw triangle rectangle b les côtés hedhouma. $\sin = 0{,}38 = \dfrac{19}{50}$: côté opposé 19 mm w hypoténuse 50 mm. $\cos = \dfrac{1}{3}$: adjacent 2 cm w hypoténuse 6 cm. $\tan = 5$: opposé 5 cm w adjacent 1 cm.

نكتبو le rapport كيف ، w نبنيو fraction triangle rectangle بـ les côtés هاذوما : . sinus 0,38 égale 19 sur 50 côté opposé 19 mm w hypoténuse 50 mm . cosinus 1 sur 3 : adjacent 2 cm w hypoténuse 6 cm . . tangente 5 : opposé 5 cm w adjacent 1 cm

On écrit le rapport sous forme de fraction et on construit un triangle rectangle avec ces côtés. Sinus 0,38 égale 19 sur 50 : côté opposé de 19 mm et hypoténuse de 50 mm. Cosinus un tiers : côté adjacent de 2 cm et hypoténuse de 6 cm. Tangente 5 : côté opposé de 5 cm et côté adjacent de 1 cm.

Maths à la carte
ABDELKADER HAMAMI

QUESTION 26 · D'OÙ VIENT LE MOT « SINUS »

d'où vient le mot sinus | le mot sinus vient de l'arabe ? | origine du mot sinus | sinus ya3ni chnowa fel 3arbi | histoire du sinus | jayb sinus

CE QU'IL RÉPOND

Le mot sinus ja mel 3arbi. Les astronomes sammew la demi-corde mte3 arc « jayb », ya3ni la poche, w les traducteurs latins 9allbouh « sinus », elli ma3neh zeda le pli. W Al-Khwarizmi ken le premier mathématicien arabe elli 3mal des tables de sinus.

le mot sinus جا من العربي . les astronomes سمّاو la demi-corde متاع arc « جيب » ، يعني les ، w la poche . traducteurs latins قلبوه « sinus » ، اللي معناه زادة . w Al-Khwarizmi le pli كان le premier mathématicien arabe اللي عمل des tables de sinus .

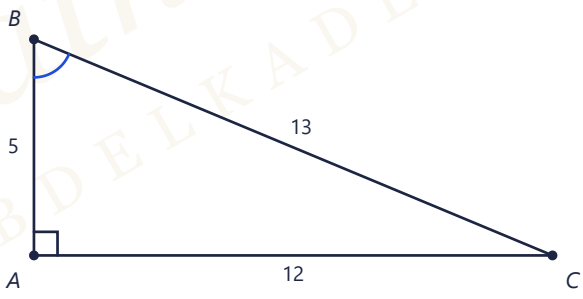
Le mot sinus vient de l'arabe. Les astronomes appelaient la demi-corde d'un arc « jayb », la poche, et les traducteurs latins l'ont rendu par « sinus », qui veut dire lui aussi le pli. Al-Khwarizmi fut le premier mathématicien arabe à établir des tables de sinus.

Les exercices — avec les corrigés

EXERCICE 1 · BASE **Le sinus d'un angle**

Le triangle ABC est rectangle en A, avec $AB = 5$, $AC = 12$ et $BC = 13$.

Calculer le sinus de l'angle $\widehat{ABC}$.



Un triangle ABC rectangle en A : A en bas à gauche, B au-dessus de A, C loin à droite sur la même horizontale que A. On lit AB = 5 sur le côté vertical, AC = 12 sur le côté horizontal et BC = 13 sur l'hypoténuse. L'angle droit est marqué en A, et l'angle en B porte un arc bleu.

Écrire seulement la valeur exacte, sous forme de fraction.

Réponse attendue : 12/13

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Repère d'abord les trois côtés **vus depuis** B : l'hypoténuse, le côté adjacent (qui touche B) et le côté opposé (qui fait face à B).
2. L'hypoténuse est $[BC]$, en face de l'angle droit. Le côté opposé à B est $[AC]$. Le sinus, c'est opposé sur hypoténuse.

$$\sin \widehat{ABC} = \frac{AC}{BC}$$

CORRECTION

Les côtés vus de B — L'hypoténuse est $[BC]$, le côté adjacent à $\widehat{ABC}$ est $[AB]$, le côté opposé est $[AC]$.

Le sinus est le quotient du côté opposé par l'hypoténuse.

$$\sin \widehat{ABC} = \frac{AC}{BC}$$

$$\sin \widehat{ABC} = \frac{12}{13}$$

Contrôle : $\frac{12}{13}$ est bien compris entre 0 et 1. Et $5^2 + 12^2 = 25 + 144 = 169 = 13^2$: le triangle est bien rectangle en A, comme l'énoncé l'affirme.

PIÈGES ANTICIPÉS

`5/13` → Tu as calculé le cosinus : $[AB]$ touche l'angle en B, c'est le côté **adjacent**. Le sinus prend le côté **opposé**, $[AC]$, celui qui fait face à B.

`13/12` → Un sinus plus grand que 1 est impossible : l'hypoténuse est le plus long côté, elle va toujours **au dénominateur**.

`12/5 / 2.4` → Tu as divisé par AB : c'est la tangente, opposé sur adjacent. Le sinus divise par l'**hypoténuse** $[BC]$.

`5/12` → Tu as pris $\frac{AB}{AC}$: ce n'est pas un sinus, l'hypoténuse n'y est pas. C'est la tangente de l'angle en C, pas un rapport de l'angle en B. Le sinus de l'angle en B divise le côté opposé $[AC]$ par l'hypoténuse $[BC]$.

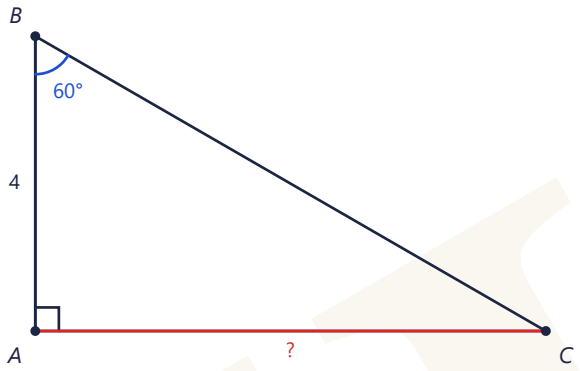
`0.92 / 0.923` → C'est une valeur approchée. On demande la valeur **exacte** : garde la fraction.

EXERCICE 2 · BASE

Avec un angle de 60°

Le triangle ABC est rectangle en A, avec $AB = 4$ et $\widehat{ABC} = 60°$.

Calculer la valeur exacte de AC.



Un triangle ABC rectangle en A : A en bas à gauche, B au-dessus de A, C à droite sur la même horizontale que A. Le côté vertical [AB] mesure 4. L'angle en B, entre [BA] et [BC], est marqué 60 degrés. Le côté horizontal [AC] porte un point d'interrogation.

Garde la racine carrée, sans valeur approchée.

Réponse attendue : `4*sqrt(3)`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Vu de B : $[AB]$ touche l'angle, c'est le côté adjacent ; $[AC]$ lui fait face, c'est le côté opposé. Quel rapport relie l'opposé et l'adjacent ?
2. C'est la tangente : AC est égal à AB multiplié par la tangente de $60°$. Et le tableau des angles remarquables donne la tangente de $60°$.

CORRECTION

Les côtés vus de B — $[AB]$ est le côté adjacent à $\widehat{ABC}$ et $[AC]$ le côté opposé : c'est la tangente qui les relie.

$$\tan \widehat{ABC} = \frac{AC}{AB}$$

On isole AC, et la tangente de $60°$ vaut $\sqrt{3}$.

$$AC = AB \times \tan 60° = 4 \times \sqrt{3}$$

$$AC = 4\sqrt{3}$$

Contrôle : $4\sqrt{3} \approx 6{,}93$, plus grand que $AB = 4$. C'est normal : l'angle de $60°$ est grand, le côté qui lui fait face est donc plus long que le côté adjacent. L'hypoténuse vaut 8 : le triangle est la moitié d'un triangle équilatéral de côté 8.

PIÈGES ANTICIPÉS

`4*sqrt(3)/3` / `4/sqrt(3)` → Tu as divisé par $\sqrt{3}$ au lieu de multiplier. La tangente vaut $\frac{AC}{AB}$: donc AC est égal à AB **multiplié** par la tangente.

`2*sqrt(3)` → Tu as pris le sinus de $60°$. Mais $[AB]$ n'est pas l'hypoténuse : c'est le côté adjacent. Opposé et adjacent, c'est la tangente.

`8` → 8, c'est BC, l'hypoténuse : AB divisé par le cosinus de $60°$. On demandait AC, le côté qui fait face à l'angle de $60°$.

`6.93 / 6.928` → C'est une valeur approchée. On demande la valeur **exacte** : garde la racine carrée, sans calculatrice.

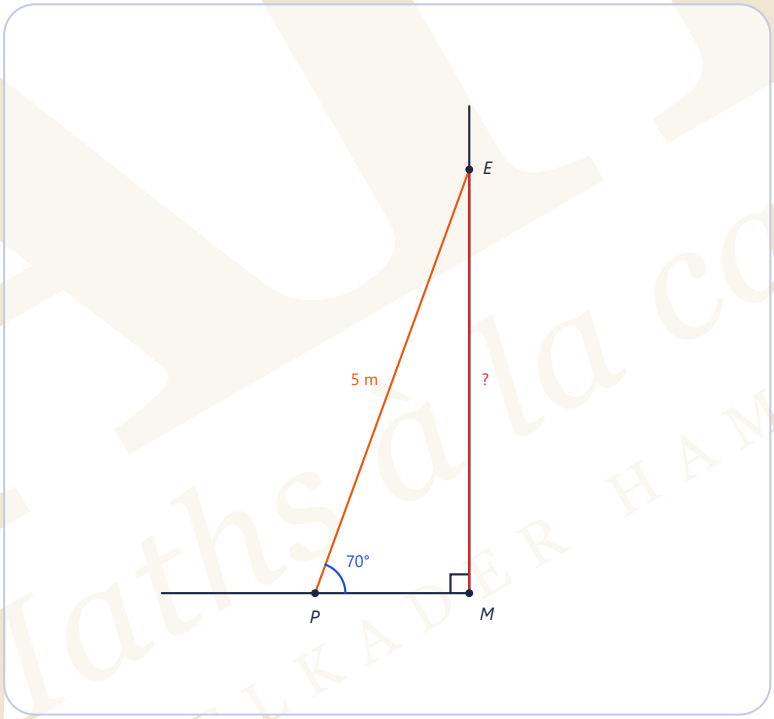
`4*tan(60)` → C'est le bon calcul : va jusqu'au bout. La tangente de $60°$ se lit dans le tableau des angles remarquables, sans calculatrice.

EXERCICE 3 · PRATIQUE

L'échelle contre le mur

Une échelle de longueur $PE = 5$ mètres fait avec le sol horizontal un angle $\widehat{MPE} = 70°$. Elle est appuyée contre un mur vertical : P est son pied, posé sur le sol, E son sommet, contre le mur, et M le pied du mur.

À quelle hauteur ME le haut de l'échelle touche-t-il le mur ? Donner une valeur approchée à 10^{-2} près.



Un mur vertical se dresse à droite, sur un sol horizontal ; M est le pied du mur et l'angle droit est marqué en M. L'échelle [PE], en orange, longue de 5 m, part du point P sur le sol, à gauche du mur, et s'appuie en E contre le mur. L'angle MPE, entre le sol et l'échelle, est marqué 70 degrés. La hauteur [ME], le long du mur, porte un point d'interrogation.

Écrire le nombre seul, sans ≈ ni unité.

Réponse attendue : `4.70`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Le triangle PME est rectangle en M. Vu de P, l'échelle $[PE]$ est l'hypoténuse. Et $[ME]$, est-ce le côté adjacent ou le côté opposé ?

2. $[ME]$ fait face à l'angle en P : opposé et hypoténuse, c'est le sinus. Vérifie que la calculatrice est en mode degrés.
   $ME = PE \times \sin 70°$

CORRECTION

Le triangle — Le mur est vertical et le sol horizontal : le triangle PME est rectangle en M, et l'échelle $[PE]$ est son hypoténuse.

Le bon rapport — Vu de P, $[ME]$ est le côté opposé : opposé sur hypoténuse, c'est le sinus.

$$\sin \widehat{MPE} = \frac{ME}{PE}$$

On isole ME, puis on calcule en mode degrés.

$ME = 5 \times \sin 70° = 4{,}6984\ldots$

$ME \approx 4{,}70 \text{ mètres}$

Contrôle : $4{,}70$ mètres, c'est moins que les 5 mètres de l'échelle ; le côté opposé ne peut pas dépasser l'hypoténuse. Et la calculatrice en mode degrés, toujours : en radians, on aurait trouvé $3{,}87$.

PIÈGES ANTICIPÉS

`3.87` → Ta calculatrice est en **radians**. Mets-la en mode degrés : le sinus de $30°$ doit afficher $0{,}5$.

`1.71` → Tu as pris le cosinus : $1{,}71$ mètre, c'est la distance PM entre le pied de l'échelle et le mur. $[ME]$ fait face à l'angle en P : c'est le sinus.

`4.69` → Le calcul donne $4{,}6984\ldots$ Le chiffre des millièmes est 8, donc on arrondit **au-dessus** : on ne coupe pas, on arrondit.

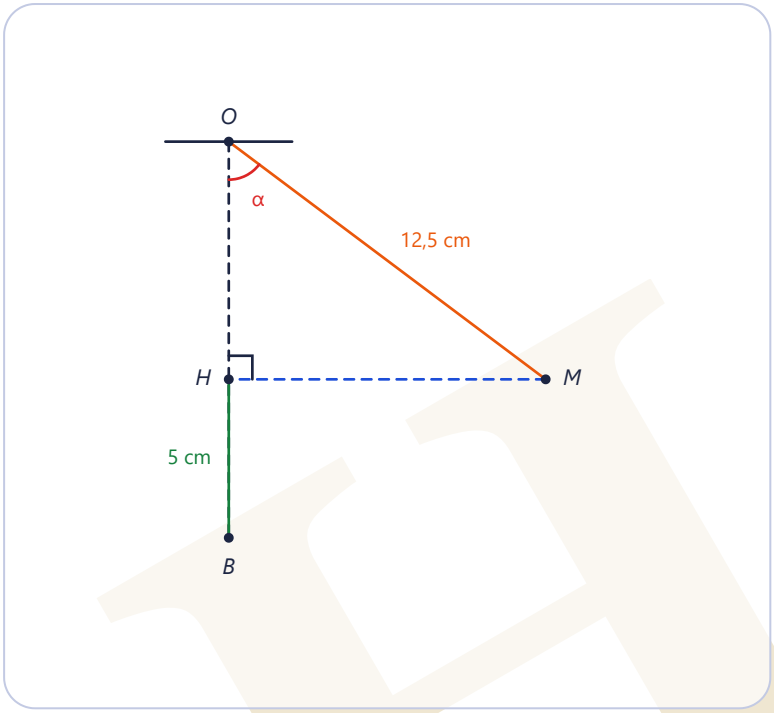
`4.698 / 4.6985 / 4.6984 / 4.698463` → Le calcul donne $4{,}6984\ldots$, et on demande un arrondi à $0{,}01$ près : deux décimales exactement, pas plus. Regarde le chiffre des millièmes pour savoir si l'on arrondit au-dessus ou au-dessous.

`5*sin(70)` → C'est le bon calcul : fais-le à la calculatrice, en mode degrés, puis arrondis au centième.

EXERCICE 4 · PRATIQUE L'écart du pendule

La boule d'un pendule est au bout d'un fil de longueur $OM = 12{,}5$ centimètres. On écarte le pendule de la verticale d'un angle $\alpha = \widehat{BOM}$, et la boule monte alors de $HB = 5$ centimètres : B est sa position de repos, à la verticale sous le point d'attache O, et H est le projeté orthogonal de M sur (OB).

Calculer α à 10^{-2} près.



Un pendule accroché au point O, sous un support horizontal. Au repos, le fil pend verticalement jusqu'au point B, tracé en pointillés. Le pendule écarté forme le fil [OM], long de 12,5 cm, qui fait avec la verticale [OB] l'angle alpha, marqué en O. Puis on trace, en pointillés bleus, le segment horizontal [MH], où H est sur [OB] ; l'angle droit est marqué en H. Le segment [HB], en vert, mesure 5 cm : c'est de combien la boule est montée.

Écrire seulement le nombre de degrés, sans ≈ ni le nom de l'angle.

Réponse attendue : `53.13`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Dans le triangle OHM rectangle en H, l'hypoténuse est le fil $[OM]$. Il te faut encore OH : la boule est montée de 5 centimètres, et $OB = OM$.
2. $OH = 12{,}5 - 5$. Vu de O, $[OH]$ touche l'angle α : c'est le côté adjacent, donc le cosinus. Puis la seconde fonction de la calculatrice, en mode degrés.

CORRECTION

Le côté adjacent — La boule est montée de 5 centimètres, et $OB = OM = 12{,}5$ centimètres.

$$OH = OB - HB = 12{,}5 - 5 = 7{,}5$$

Le cosinus — Dans le triangle OHM rectangle en H, $[OH]$ est adjacent à α et $[OM]$ est l'hypoténuse.

$$\cos\alpha = \frac{OH}{OM} = \frac{7{,}5}{12{,}5} = 0{,}6$$

On revient à l'angle avec la seconde fonction de la calculatrice, en mode degrés.

$$\alpha \approx 53{,}13^\circ$$

Le triangle OHM est un triangle $3, 4, 5$ agrandi : $OH = 7{,}5$, $HM = 10$ et $OM = 12{,}5$. On aurait donc pu passer aussi par la tangente, $\frac{10}{7{,}5}$: on retrouve le même angle.

PIÈGES ANTICIPÉS

`36.87` → Tu as utilisé le sinus. Or $[OH]$ touche l'angle α : c'est le côté adjacent, et adjacent sur hypoténuse, c'est le cosinus.

`66.42` → Tu as pris $\dfrac{5}{12{,}5}$. Mais 5 centimètres, c'est HB, la montée de la boule, et non un côté du triangle OHM. Le côté adjacent est $OH = 12{,}5 - 5 = 7{,}5$.

`0.93` → Ta calculatrice est en radians. En mode degrés, elle donne l'angle en degrés.

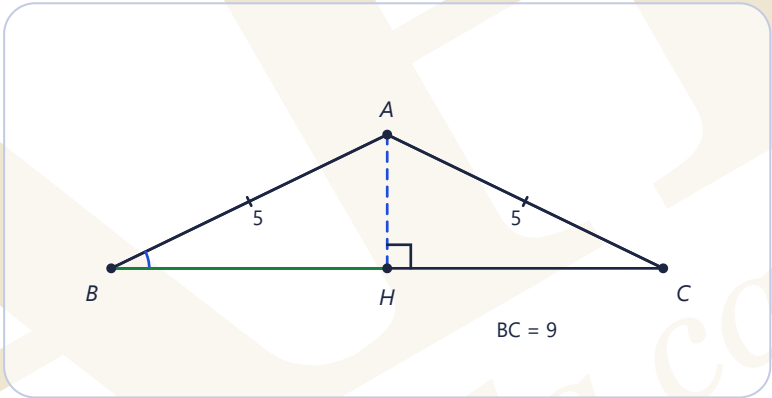
`53.1301 / 53.130102 / 53.1 / 53` → Le calcul donne $53{,}1301\ldots$, et on demande un arrondi à $0{,}01$ près : deux décimales exactement. Regarde le chiffre des millièmes pour savoir si l'on arrondit au-dessus ou au-dessous.

EXERCICE 5 · PRATIQUE

L'angle d'un triangle isocèle

Le triangle ABC est isocèle en A, avec $AB = AC = 5$ centimètres et $BC = 9$ centimètres. Il n'est pas rectangle : il faut en faire apparaître un.

Calculer la mesure de l'angle $\widehat{ABC}$ à 10^{-2} près.



Un triangle ABC isocèle en A, posé sur sa base [BC] horizontale : B en bas à gauche, C en bas à droite, A au-dessus du milieu de [BC], assez bas, si bien que l'angle en A est obtus. Les côtés [AB] et [AC] mesurent 5 et portent chacun un même petit trait, et on lit BC = 9 sous la base. L'angle en B porte un arc bleu. Puis la hauteur [AH] descend en pointillés bleus de A jusqu'au milieu H de [BC], avec un angle droit en H ; le segment [BH] est en vert.

Écrire seulement le nombre de degrés, sans ≈ ni le nom de l'angle.

Réponse attendue : `25.84`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Trace la hauteur issue de A. Dans un triangle isocèle en A, elle tombe au milieu H de $[BC]$, et le triangle ABH est rectangle en H.
2. BH est la moitié de BC. Vu de B, $[BH]$ touche l'angle : c'est le côté adjacent, et $[AB]$ est l'hypoténuse. Adjacent sur hypoténuse, c'est le cosinus.

   $$BH = \frac{9}{2} = 4{,}5$$

CORRECTION

Un triangle rectangle — Le triangle ABC est isocèle en A : la hauteur issue de A est aussi la médiane. Elle coupe $[BC]$ en son milieu H, et le triangle ABH est rectangle en H.

$$BH = \frac{BC}{2} = 4{,}5$$

Le cosinus — Vu de B, $[BH]$ est le côté adjacent et $[AB]$ est l'hypoténuse.

$$\cos \widehat{ABC} = \frac{BH}{AB} = \frac{4{,}5}{5} = 0{,}9$$

On revient à l'angle avec la seconde fonction de la calculatrice, en mode degrés.

$$\widehat{ABC} \approx 25{,}84^\circ$$

Contrôle : l'angle en C mesure lui aussi environ $25{,}84^\circ$, et l'angle au sommet environ $128{,}32^\circ$. La somme fait bien 180°. Retiens le geste : un triangle qui n'est pas rectangle, on le coupe par une hauteur pour en faire apparaître un.

PIÈGES ANTICIPÉS

`64.16` → Tu as utilisé le sinus. Or $[BH]$ touche l'angle en B : c'est le côté adjacent, et adjacent sur hypoténuse, c'est le cosinus. Ton $64{,}16^\circ$ est la mesure de l'angle $\widehat{BAH}$, pas celle de l'angle en B.

`41.99` → Tu as pris la tangente. Mais $[AB]$ n'est pas le côté opposé : c'est l'hypoténuse du triangle ABH. Adjacent sur hypoténuse, c'est le cosinus.

`56.25` → Tu as pris $\frac{5}{9}$. Mais le triangle ABC n'est pas rectangle : on ne peut pas y écrire un cosinus. On travaille dans le triangle ABH, rectangle en H, où le côté adjacent est $BH = 4{,}5$.

`128.32` → $128{,}32^\circ$, c'est l'angle au sommet $\widehat{BAC}$. On demande l'angle à la base, en B.

`0.45` → Ta calculatrice est en radians. En mode degrés, elle donne l'angle en degrés.

`25.842 / 25.8419 / 25.84193 / 25.8` → Le calcul donne $25{,}8419\ldots$, et on demande un arrondi à $0{,}01$ près : deux décimales exactement. Regarde le chiffre des millièmes pour savoir si l'on arrondit au-dessus ou au-dessous.

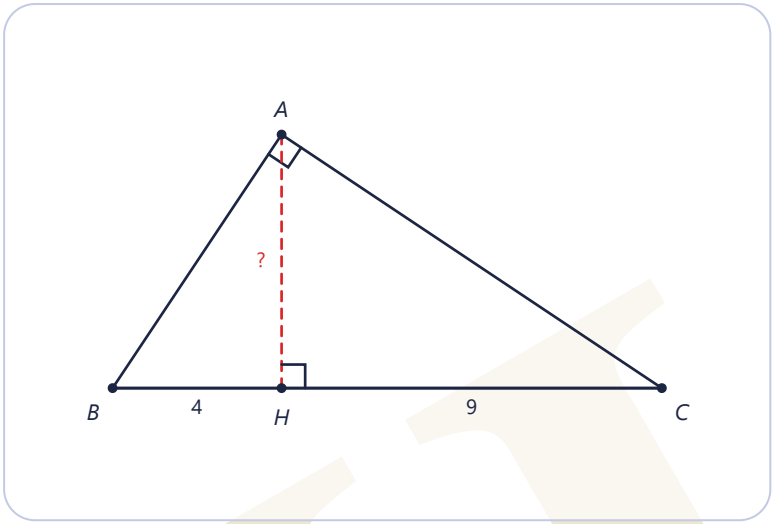
EXERCICE 6 · PRATIQUE

La hauteur et les deux morceaux

On donne $BH = 4$ et $HC = 9$, où H est le pied de la hauteur issue de A dans le triangle ABC rectangle en A.

Calculer AH.

Maths à la carte ABDELKADER HAMMAMI



Un triangle ABC rectangle en A, posé sur son hypoténuse [BC] horizontale : B en bas à gauche, C en bas à droite, A en haut. La hauteur [AH] descend verticalement de A jusqu'au point H de [BC], avec un angle droit en A et un angle droit en H. On lit BH = 4 et HC = 9 sous l'hypoténuse ; la hauteur [AH] porte un point d'interrogation.

Écrire seulement le nombre.

Réponse attendue : 6

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Une hauteur issue de l'angle droit, et les deux morceaux de l'hypoténuse : une des relations métriques les relie directement.
2. Le carré de la hauteur est égal au **produit** des deux morceaux de l'hypoténuse.
   $AH^2 = HB \times HC$

CORRECTION

La relation — Dans un triangle rectangle, la hauteur issue de l'angle droit vérifie :

$$AH^2 = HB \times HC$$

$$AH^2 = 4 \times 9 = 36$$

Une longueur est positive.

$$AH = \sqrt{36} = 6$$

Contrôle par Pythagore : $AB^2 = 16 + 36 = 52$, $AC^2 = 81 + 36 = 117$, et $52 + 117 = 169 = 13^2 = BC^2$. Tout est cohérent.

PIÈGES ANTICIPÉS

`sqrt(13)` → Tu as additionné $4 + 9$. La relation est un **produit** : $AH^2 = HB \times HC$.

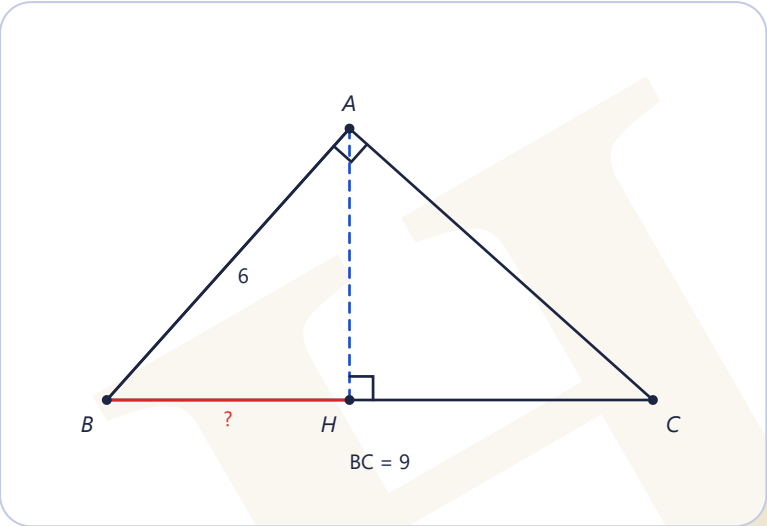
`36` → 36, c'est AH^2. Il reste à prendre la racine carrée.

`2*sqrt(13) / 3*sqrt(13)` → Tu as calculé un côté de l'angle droit, AB ou AC, avec $AB^2 = BH \times BC$. On demande la hauteur $[AH]$.

EXERCICE 7 · PRATIQUE La projection d'un côté

On donne $AB = 6$ et $BC = 9$ dans le triangle ABC rectangle en A ; H est le pied de la hauteur issue de A.

Calculer BH.



Un triangle ABC rectangle en A, posé sur son hypoténuse [BC] horizontale : B en bas à gauche, C en bas à droite, A en haut, plus près de B que de C. L'angle droit est marqué en A. Le côté [AB] mesure 6, et on lit BC = 9 sous l'hypoténuse. Puis la hauteur [AH] descend en pointillés bleus de A jusqu'au point H de [BC], avec un angle droit en H ; le segment [BH], en rouge, porte un point d'interrogation.

Écrire seulement le nombre.

Réponse attendue : 4

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Un côté de l'angle droit, sa projection sur l'hypoténuse, et l'hypoténuse entière : une des relations métriques les relie directement.
2. Le carré du côté $[AB]$ est égal au produit de sa projection $[BH]$ par l'hypoténuse **entière** $[BC]$.
   $AB^2 = BH \times BC$

CORRECTION

La relation — $[BH]$ est la projection du côté $[AB]$ sur l'hypoténuse $[BC]$.

$AB^2 = BH \times BC$

$36 = BH \times 9$

On divise les deux membres par 9.

$BH = \dfrac{36}{9} = 4$

Autre chemin, avec le cosinus de l'angle $\widehat{B}$ écrit dans deux triangles : $\dfrac{BH}{AB} = \dfrac{AB}{BC}$, donc $BH = 6 \times \dfrac{6}{9} = 4$. Et $HC = 9 - 4 = 5$, puis $AH^2 = HB \times HC = 20 = AB^2 - BH^2$: tout se tient.

PIÈGES ANTICIPÉS

`2/3` → $\frac{6}{9}$, c'est $\frac{AB}{BC}$: le cosinus de l'angle $\widehat{B}$, ou la relation sans son carré. C'est le **carré** de AB qui est égal à $BH \times BC$.

`36` → 36, c'est AB^2. Il reste à diviser par l'hypoténuse $BC = 9$.

`54` → Tu as multiplié AB par BC. La relation est $AB^2 = BH \times BC$: on cherche BH, on divise donc AB^2 par BC.

`5` → 5, c'est HC, l'autre morceau de l'hypoténuse. $[BH]$ est la projection de $[AB]$: le morceau du côté de B.

`3*sqrt(5)` → Tu as calculé AC avec le théorème de Pythagore. On demande BH, la projection de $[AB]$ sur l'hypoténuse.

EXERCICE 8 · RAISONNEMENT

Du sinus à la tangente

a est un angle aigu dont le sinus vaut $\frac{5}{13}$.

Calculer sa tangente.

Écrire seulement la valeur exacte, sous forme de fraction.

Réponse attendue : `5/12`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Pour la tangente, il te faut le sinus **et** le cosinus. Le cosinus se trouve avec la relation entre leurs carrés.
2. Calcule $1 - \left(\frac{5}{13}\right)^2$: c'est le carré du cosinus. Le cosinus d'un angle aigu est positif.

CORRECTION

Le cosinus — On part de la relation entre les carrés.

$$(\cos a)^2 = 1 - (\sin a)^2 = 1 - \frac{25}{169} = \frac{144}{169}$$

a est aigu, son cosinus est positif.

$$\cos a = \sqrt{\frac{144}{169}} = \frac{12}{13}$$

La tangente —

$$\tan a = \frac{\sin a}{\cos a} = \frac{5}{13} \times \frac{13}{12} = \frac{5}{12}$$

On reconnaît le triangle rectangle de côtés $5, 12$ et 13 : l'angle a fait face au côté 5, l'hypoténuse mesure 13, et la tangente est opposé sur adjacent, $\frac{5}{12}$.

PIÈGES ANTICIPÉS

`5/8 / 0.625` → Tu as pris pour cosinus $1 - \frac{5}{13} = \frac{8}{13}$. Mais ce ne sont pas le sinus et le cosinus qui font 1 : ce sont leurs **carrés**.

`12/5 / 2.4` → Tu as divisé le cosinus par le sinus. La tangente, c'est le **sinus** divisé par le cosinus.

Maths à la carte — ABDELKADER HAMMAMI

`12/13` → $\dfrac{12}{13}$, c'est le cosinus de a. Il reste une étape : diviser le sinus par ce cosinus.

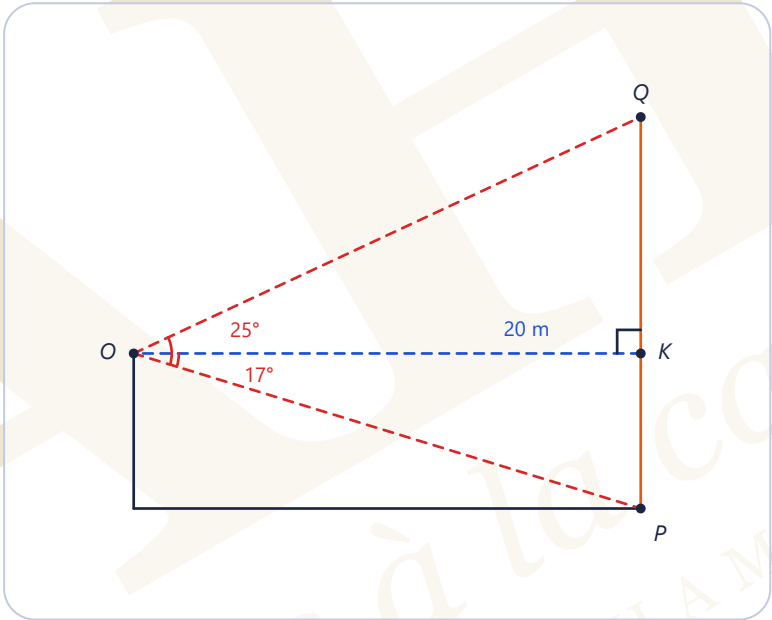
`0.42 / 0.417` → C'est une valeur approchée. On demande la valeur **exacte** : garde la fraction.

EXERCICE 9 · RAISONNEMENT

La hauteur de l'immeuble

Depuis une fenêtre, un observateur voit le sommet d'un immeuble sous un angle $\widehat{KOQ} = 25°$ au-dessus de l'horizontale, et son pied sous un angle $\widehat{KOP} = 17°$ au-dessous, avec $OK = 20$ mètres. Ses yeux sont au point O ; K est le point de l'immeuble situé à la hauteur de ses yeux, et (OK) est horizontale ; Q est le sommet de l'immeuble et P son pied.

Calculer la hauteur PQ de l'immeuble à 10^{-2} près.



K partage l'immeuble en deux : [KQ] au-dessus des yeux, [KP] au-dessous.

Le sol est horizontal. À gauche, le bâtiment de l'observateur est un segment vertical ; ses yeux sont au point O, en haut. À droite, l'immeuble est le segment vertical [PQ] : P son pied sur le sol, Q son sommet. Le point K est sur l'immeuble, à la hauteur des yeux de l'observateur ; le segment horizontal [OK], en pointillés bleus, mesure 20 m, avec un angle droit marqué en K. Deux lignes de visée partent de O, en pointillés rouges : l'une monte vers le sommet Q, l'angle KOQ étant marqué 25 degrés ; l'autre descend vers le pied P, l'angle KOP étant marqué 17 degrés.

Écrire le nombre seul, sans ≈ ni unité.

Réponse attendue : `15.44`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. L'horizontale (OK) coupe l'immeuble en deux morceaux : $[KQ]$ au-dessus, $[KP]$ au-dessous. Chacun est un côté d'un triangle rectangle en K.
2. Dans chacun des deux triangles, on connaît le côté adjacent $OK = 20$ mètres et on cherche le côté opposé : c'est la tangente. Puis on additionne les deux morceaux.

CORRECTION

Le morceau du haut — Le triangle OKQ est rectangle en K : $[KQ]$ fait face à l'angle de $25°$, $[OK]$ lui est adjacent.

$$KQ = OK \times \tan 25° = 20 \times \tan 25°$$

Le morceau du bas — Même raisonnement dans le triangle OKP, rectangle en K.

$$KP = 20 \times \tan 17°$$

La hauteur — K est entre P et Q : on additionne, et on n'arrondit qu'à la fin.

$$PQ = 20 \times \tan 25° + 20 \times \tan 17° = 15{,}4407\ldots$$

$$PQ \approx 15{,}44 \text{ mètres}$$

Au passage, $KP \approx 6{,}11$ mètres : c'est la hauteur des yeux de l'observateur au-dessus du sol. Une seule figure, deux triangles rectangles qui partagent le côté $[OK]$: c'est la configuration de tous les problèmes d'observation.

PIÈGES ANTICIPÉS

`3.21` → Tu as retranché les deux morceaux. K est **entre** P et Q : la hauteur de l'immeuble est leur **somme**.

`9.33` → $9{,}33$ mètres, c'est seulement KQ, la partie au-dessus des yeux. Ajoute la partie au-dessous, KP.

`6.11` → $6{,}11$ mètres, c'est seulement KP, la partie au-dessous des yeux. Ajoute la partie au-dessus, KQ.

`15.441 / 15.4408 / 15.44076 / 15.4` → Le calcul donne $15{,}4407\ldots$, et on demande un arrondi à $0{,}01$ près : deux décimales exactement. Regarde le chiffre des millièmes pour savoir si l'on arrondit au-dessus ou au-dessous.

`15.6` → Tu as arrondi les tangentes trop tôt : avec $0{,}47$ et $0{,}31$, l'écart est multiplié par 20. Garde les tangentes de $25°$ et de $17°$ en entier dans la calculatrice, et n'arrondis que le résultat.

`20*tan(25)+20*tan(17)` → C'est le bon calcul : fais-le à la calculatrice, en mode degrés, puis arrondis au centième.

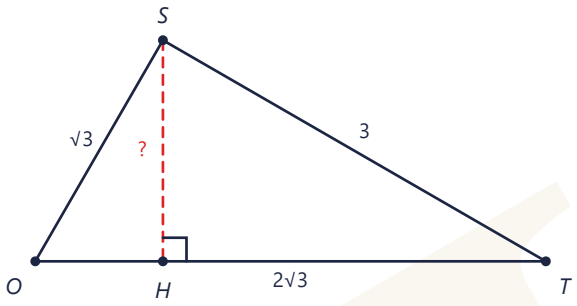
EXERCICE 10 · DEFI

Un triangle, un angle, une hauteur

Le triangle STO est tel que $ST = 3$, $SO = \sqrt{3}$ et $OT = 2\sqrt{3}$. On note H le projeté orthogonal de S sur (OT).

1. Montrer que le triangle STO est rectangle en S.
2. Calculer la tangente de l'angle $\widehat{SOT}$, puis la mesure de cet angle.
3. Calculer SH.

Maths ABDELKADER



Un triangle STO : O en bas à gauche, T en bas à droite, S en haut, plus près de O que de T. On lit SO = √3 sur le côté gauche, ST = 3 sur le côté droit et OT = 2√3 sur la base. Aucun angle droit n'est marqué en S : c'est ce que la question 1 demande de démontrer. Puis la hauteur [SH], en pointillés, descend de S jusqu'au point H de [OT], avec un angle droit en H ; elle porte un point d'interrogation.

Pour la question 3, donner la valeur exacte de SH.

Réponse attendue : 3/2 — aussi acceptées : 1.5

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Compare OT^2 et $ST^2 + SO^2$: la réciproque du théorème de Pythagore dit en quel sommet est l'angle droit.
2. Vu de O : $[ST]$ est le côté opposé, $[SO]$ le côté adjacent. Le quotient $\dfrac{ST}{SO}$ se simplifie en une valeur du tableau des angles remarquables.
3. Pour SH, deux chemins : le sinus de l'angle en O dans le triangle SHO, ou l'aire du triangle écrite de deux manières.
   $SH \times OT = ST \times SO$

CORRECTION

L'angle droit — On compare les carrés des trois côtés.

$ST^2 + SO^2 = 9 + 3 = 12 = (2\sqrt{3})^2 = OT^2$

D'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle STO est rectangle en S.

L'angle en O — Vu de O, $[ST]$ est le côté opposé et $[SO]$ le côté adjacent.

$$\tan \widehat{SOT} = \frac{ST}{SO} = \frac{3}{\sqrt{3}} = \sqrt{3} \quad \text{donc} \quad \widehat{SOT} = 60°$$

La hauteur SH — Dans le triangle SHO rectangle en H, $[SH]$ fait face à l'angle de $60°$ et $[SO]$ est l'hypoténuse.

$$SH = SO \times \sin 60° = \sqrt{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$SH = \frac{3}{2}$$

Contrôle par les aires : $ST \times SO = 3\sqrt{3}$ et $SH \times OT = \dfrac{3}{2} \times 2\sqrt{3} = 3\sqrt{3}$. Les deux chemins donnent la même hauteur.

PIÈGES ANTICIPÉS

`sqrt(3)/2` → Tu as multiplié SO par le cosinus de $60°$: c'est OH, le côté adjacent. $[SH]$ fait face à l'angle en O : c'est le **sinus**.

`3*sqrt(3)/2` → Tu as multiplié ST par le sinus de $60°$. Mais dans le triangle SHT, l'angle en T mesure $30°$, et non $60°$. Reprends avec le bon angle.

`3*sqrt(3) / sqrt(27)` → $3\sqrt{3}$, c'est le produit $ST \times SO$. L'aire écrite de deux manières donne $SH \times OT = ST \times SO$: il reste à diviser par OT.

`60 / sqrt(3)` → Ça, c'est une réponse de la question 2 : l'angle $\widehat{SOT}$ mesure $60°$, et sa tangente vaut $\sqrt{3}$. Ici, on attend SH, la réponse de la question 3.

`sqrt(3)*sin(60)` → C'est le bon calcul : va jusqu'au bout. Le sinus de $60°$ se lit dans le tableau des angles remarquables, sans calculatrice.

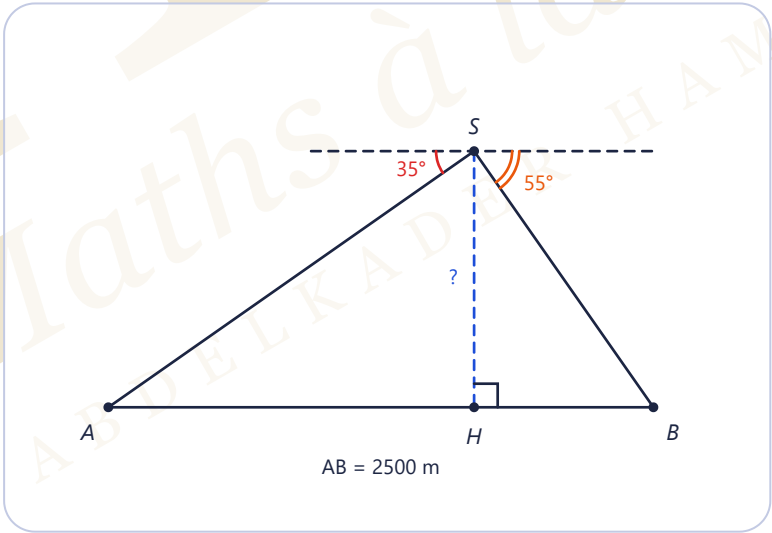
EXERCICE 11 · DEFI

La hauteur d'une montagne

Depuis le sommet d'une montagne, on voit deux points de la plaine distants de $AB = 2500$ mètres, sous des angles de dépression de $35°$ et de $55°$: le premier vers A, le second vers B. Le sommet est le point S, et le pied H de la montagne, projeté orthogonal de S sur la droite (AB), est entre A et B : on ne peut pas l'atteindre.

L'angle de dépression, c'est l'angle que fait la ligne de visée, vers le bas, avec l'horizontale qui passe par l'œil.

Calculer la hauteur SH de la montagne à 10^{-1} près.



L'horizontale qui passe par S est parallèle au sol.

Une montagne vue de profil, réduite à un triangle. Le sol est le segment horizontal [AB] : A à gauche, B à droite, et on lit AB = 2500 m sous le sol. Le sommet S est au-dessus du sol, plus près de B que de A, et les lignes de visée [SA] et [SB] en partent. Une horizontale en pointillés passe par S : l'angle entre cette horizontale et [SA], du côté de A, est marqué 35 degrés ; l'angle entre l'horizontale et [SB], du côté de B, est marqué 55 degrés. Puis la hauteur [SH], en pointillés bleus, descend de S jusqu'au point H de [AB], entre A et B, avec un angle droit en H ; elle porte un point d'interrogation.

Écrire le nombre seul, sans ≈ ni unité.

Réponse attendue : `1174.6`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. L'horizontale qui passe par S est parallèle à (AB). Les angles alternes-internes ramènent donc les angles de dépression au sol : $\widehat{SAH} = 35°$ et $\widehat{SBH} = 55°$.
2. Pose $AH = x$, donc $HB = 2500 - x$. Dans chacun des triangles rectangles en H, écris SH avec la tangente de l'angle au sol : d'un côté avec x, de l'autre avec $2500 - x$.
3. Égale les deux expressions de SH : c'est une équation du premier degré en x. Calcule x, puis SH, en gardant tout en entier dans la calculatrice jusqu'à la fin.

CORRECTION

Les angles au sol — L'horizontale qui passe par S est parallèle à (AB), et les angles alternes-internes sont égaux.

$$\widehat{SAH} = 35° \quad ; \quad \widehat{SBH} = 55°$$

Deux expressions de SH — On pose $AH = x$, donc $HB = 2500 - x$. Dans les triangles SHA et SHB, rectangles en H, $[SH]$ est le côté opposé : c'est la tangente.

$$SH = x \times \tan 35° \quad \text{et} \quad SH = (2500 - x) \times \tan 55°$$

L'équation — On égale les deux expressions, puis on regroupe les termes en x.

$$x \times (\tan 35° + \tan 55°) = 2500 \times \tan 55° \quad \text{donc} \quad x = 1677{,}52\ldots$$

La hauteur — On garde x en entier dans la calculatrice.

$$SH = x \times \tan 35° = 1174{,}61\ldots$$

$$SH \approx 1174{,}6 \text{ mètres}$$

Contrôle par l'autre triangle : $HB = 2500 - x \approx 822{,}5$ mètres, et HB multiplié par la tangente de $55°$ redonne environ $1174{,}6$ mètres. Deux visées et une seule distance mesurée suffisent : c'est ainsi qu'on mesure une hauteur dont on ne peut pas atteindre le pied.

PIÈGES ANTICIPÉS

`1677.5` / `1677.52` → $1677{,}5$ mètres, c'est $x = AH$, une distance au sol. Il reste à calculer la hauteur SH avec la tangente de l'angle en A.

`822.5` / `822.47` → $822{,}5$ mètres, c'est $HB = 2500 - x$, une distance au sol. On demande la hauteur SH.

`1750.5` / `1750.52` / `3570.4` / `3570.37` → Tu as pris toute la distance $AB = 2500$ mètres comme côté adjacent. Mais le pied H est **entre** A et B : dans le triangle SHA, le côté adjacent est AH, et non AB.

`1174.62` / `1174.616` / `1174.6158` → Le calcul donne $1174{,}61\ldots$, et on demande un arrondi à $0{,}1$ près : une seule décimale. Regarde le chiffre des centièmes pour savoir si l'on arrondit au-dessus ou au-dessous.

`1174.9` / `1175` → Tu y es presque : c'est un arrondi fait trop tôt, ou au mauvais rang. Garde les tangentes et x en entier dans la calculatrice, et n'arrondis que SH, au dixième.

EXERCICE 12 · BASE

Le cosinus d'un angle

Le triangle DEF est rectangle en D, avec $DE = 8$, $DF = 15$ et $EF = 17$.

Calculer la valeur exacte du cosinus de l'angle $\widehat{DEF}$.

Écrire seulement la valeur exacte, sous forme de fraction.

Réponse attendue : `8/17`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Repère les côtés **vus depuis** E : l'hypoténuse fait face à l'angle droit, le côté adjacent touche le sommet E.
2. L'hypoténuse est $[EF]$ et le côté adjacent à $\widehat{DEF}$ est $[DE]$. Le cosinus, c'est adjacent sur hypoténuse.

$$\cos \widehat{DEF} = \frac{DE}{EF}$$

CORRECTION

Les côtés vus de E — L'hypoténuse est $[EF]$, le côté adjacent à $\widehat{DEF}$ est $[DE]$, le côté opposé est $[DF]$.

Le cosinus est le quotient du côté adjacent par l'hypoténuse.

$$\cos \widehat{DEF} = \frac{DE}{EF}$$

$$\cos \widehat{DEF} = \frac{8}{17}$$

Pour un cosinus : le côté qui **touche** l'angle, divisé par l'hypoténuse. Contrôle : $\frac{8}{17}$ est bien compris entre 0 et 1.

PIÈGES ANTICIPÉS

`15/17` → Tu as calculé le sinus : $[DF]$ fait face à l'angle en E, c'est le côté **opposé**. Le cosinus prend le côté adjacent, $[DE]$, celui qui touche E.

`15/8 / 1.875` → Tu as divisé l'opposé par l'adjacent : c'est la tangente. Le cosinus divise par l'**hypoténuse** $[EF]$.

`17/8` → Un cosinus plus grand que 1 est impossible : l'hypoténuse, le plus long côté, va toujours **au dénominateur**.

`0.47 / 0.471` → C'est une valeur approchée. On demande la valeur **exacte** : garde la fraction.

EXERCICE 13 · BASE

La tangente d'un angle

Le triangle KLM est rectangle en L, avec $KL = 20$, $LM = 21$ et $KM = 29$.

Calculer la valeur exacte de la tangente de l'angle $\widehat{LKM}$.

Écrire seulement la valeur exacte : une fraction ou un nombre décimal.

Réponse attendue : `21/20` — aussi acceptées : 1.05

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Vu de K : quel côté de l'angle droit touche K, et lequel lui fait face ?
2. La tangente ne fait pas intervenir l'hypoténuse : c'est le côté opposé divisé par le côté adjacent.

$$\tan \widehat{LKM} = \frac{LM}{KL}$$

CORRECTION

Les côtés vus de K — $[KL]$ touche K : c'est le côté adjacent. $[LM]$ fait face à K : c'est le côté opposé. $[KM]$ est l'hypoténuse.

La tangente est le quotient du côté opposé par le côté adjacent.

$$\tan \widehat{LKM} = \frac{LM}{KL}$$

$$\tan \widehat{LKM} = \frac{21}{20}$$

La tangente, c'est opposé sur adjacent, sans l'hypoténuse. Elle peut dépasser 1 : ici $\frac{21}{20} = 1{,}05$, car le côté opposé est un peu plus long que le côté adjacent.

PIÈGES ANTICIPÉS

`20/21` → Tu as divisé l'adjacent par l'opposé : c'est la tangente de l'angle en M. Pour l'angle en K, le côté opposé $[LM]$ va au numérateur.

`21/29` → Tu as pris l'hypoténuse $[KM]$ au dénominateur : c'est le sinus. La tangente divise l'opposé par l'**adjacent**.

`20/29` → $\frac{20}{29}$, c'est le cosinus de l'angle en K : adjacent sur hypoténuse. La tangente, c'est opposé sur adjacent.

EXERCICE 14 · BASE **Le sinus de l'autre angle aigu**

Le triangle RST est rectangle en S, avec $RS = 7$, $ST = 24$ et $RT = 25$.

Calculer la valeur exacte du sinus de l'angle $\widehat{STR}$.

Écrire seulement la valeur exacte : une fraction ou un nombre décimal.

Réponse attendue : `7/25` — aussi acceptées : 0.28

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Attention, l'angle est en T, pas en R. Repère le côté de l'angle droit qui **fait face** à T.
2. Le côté opposé à $\widehat{STR}$ est $[RS]$, l'hypoténuse est $[RT]$.

$$\sin \widehat{STR} = \frac{RS}{RT}$$

CORRECTION

Les côtés vus de T — L'hypoténuse est $[RT]$. Le côté $[ST]$ touche T : il est adjacent. Le côté $[RS]$ fait face à T : il est opposé.

Le sinus est le quotient du côté opposé par l'hypoténuse.

$$\sin \widehat{STR} = \frac{RS}{RT}$$

$$\sin \widehat{STR} = \frac{7}{25}$$

Les mots « adjacent » et « opposé » dépendent de l'angle choisi : on les relit **depuis le sommet de l'angle** à chaque fois. Ici $\frac{7}{25} = 0{,}28$.

PIÈGES ANTICIPÉS

`24/25 / 0.96` → $\frac{24}{25}$, c'est le sinus de l'angle en R (ou le cosinus de l'angle en T). Vu de T, le côté opposé est $[RS]$, de longueur 7.

`7/24` → Tu as divisé par ST : c'est la tangente. Le sinus divise le côté opposé par l'**hypoténuse** $[RT]$.

`24/7` → $\frac{24}{7}$ n'est pas un sinus : il dépasse 1. Le sinus divise toujours par l'hypoténuse, le plus long côté.

EXERCICE 15 · BASE

D'abord l'hypoténuse

Le triangle ABC est rectangle en A, avec $AB = 6$ et $AC = 8$.

Calculer la valeur exacte de $\cos \widehat{ACB}$.

Écrire seulement la valeur exacte : une fraction ou un nombre décimal.

Réponse attendue : `4/5` — aussi acceptées : 0.8

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Il manque l'hypoténuse $[BC]$: le théorème de Pythagore la donne.
2. Vu de C, le côté adjacent est $[AC]$. Le cosinus, c'est adjacent sur hypoténuse.

$$\cos \widehat{ACB} = \frac{AC}{BC}$$

CORRECTION

Pythagore — Le triangle est rectangle en A.

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 = 36 + 64 = 100 \quad \text{donc} \quad BC = 10$$

Le cosinus — Vu de C, $[AC]$ est le côté adjacent.

$$\cos \widehat{ACB} = \frac{AC}{BC} = \frac{8}{10}$$

$$\cos \widehat{ACB} = \frac{4}{5}$$

Quand l'hypoténuse manque, Pythagore la donne d'abord. Et on simplifie : $\frac{8}{10} = \frac{4}{5} = 0{,}8$.

PIÈGES ANTICIPÉS

`3/5 / 0.6` → $\frac{3}{5}$, c'est $\frac{AB}{BC}$: le sinus de l'angle en C, car $[AB]$ fait face à C. Le cosinus prend le côté qui touche C, $[AC]$.

`8/14` / `4/7` → Tu as pris $BC = 6 + 8 = 14$. L'hypoténuse n'est pas la somme des deux côtés : c'est son **carré** qui est la somme des carrés.

`3/4` / `0.75` → Tu as divisé AB par AC : c'est la tangente de l'angle en C. Le cosinus divise par l'hypoténuse $[BC]$, qu'il faut d'abord calculer.

EXERCICE 16 · BASE

Un côté à partir du sinus

Le triangle ABC est rectangle en A, avec $BC = 10$ centimètres et $\sin \widehat{ABC} = 0{,}6$.

Calculer AC, en centimètres.

Donner la longueur en centimètres.

Réponse attendue : 6

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Vu de B, $[AC]$ est le côté opposé et $[BC]$ l'hypoténuse : écris le sinus de $\widehat{ABC}$ avec ces deux côtés.
2. Dans $\sin \widehat{ABC} = \dfrac{AC}{BC}$, on connaît le sinus et BC : il reste à isoler AC.

CORRECTION

Le sinus — Vu de B, $[AC]$ est opposé, $[BC]$ est l'hypoténuse.

$$\sin \widehat{ABC} = \frac{AC}{BC}$$

On isole AC en multipliant par l'hypoténuse.

$$AC = BC \times \sin \widehat{ABC} = 10 \times 0{,}6$$

$$AC = 6 \text{ cm}$$

Connaissant un rapport et un côté, on écrit le rapport puis on isole l'inconnue. Contrôle : $6 < 10$, le côté opposé est plus court que l'hypoténuse.

PIÈGES ANTICIPÉS

`50/3` / `16.67` → Tu as divisé 10 par $0{,}6$. Mais $AC = BC \times \sin \widehat{ABC}$: on **multiplie**. Ton résultat dépasse l'hypoténuse, c'est impossible.

`8` → 8 centimètres, c'est AB, le côté adjacent, qu'on obtient ensuite par Pythagore. On demande AC, le côté opposé à B.

EXERCICE 17 · PRATIQUE

Pythagore, puis la tangente

Le triangle ABC est rectangle en A, avec $AB = 9$ et $BC = 41$.

Calculer la valeur exacte de $\tan \widehat{ABC}$.

Écrire seulement la valeur exacte, sous forme de fraction.

Réponse attendue : `40/9`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. La tangente a besoin du côté opposé à B, $[AC]$, qu'on ne connaît pas encore.
2. Le théorème de Pythagore donne $AC^2 = BC^2 - AB^2$.
3. Puis la tangente, opposé sur adjacent.

$$\tan \widehat{ABC} = \frac{AC}{AB}$$

CORRECTION

Pythagore — Le triangle est rectangle en A.

$$AC^2 = BC^2 - AB^2 = 1681 - 81 = 1600 \quad \text{donc} \quad AC = 40$$

La tangente — Vu de B, $[AC]$ est opposé et $[AB]$ adjacent.

$$\tan \widehat{ABC} = \frac{AC}{AB}$$

$$\tan \widehat{ABC} = \frac{40}{9}$$

Une tangente supérieure à 1 n'a rien d'anormal : le côté opposé $AC = 40$ est bien plus long que le côté adjacent $AB = 9$, l'angle en B est donc grand.

PIÈGES ANTICIPÉS

`9/40` → Tu as divisé l'adjacent par l'opposé. La tangente de l'angle en B, c'est $\frac{AC}{AB}$: l'opposé au numérateur.

`40/41` → $\frac{40}{41}$, c'est le sinus : opposé sur hypoténuse. La tangente divise par le côté **adjacent** AB.

`9/41` → $\frac{9}{41}$ est le cosinus de l'angle en B, et il se calcule sans Pythagore. On demande la tangente.

`4.44 / 4.4 / 4.444` → C'est une valeur approchée. On demande la valeur **exacte** : garde la fraction.

EXERCICE 18 · PRATIQUE

Du cosinus au troisième côté

Le triangle ABC est rectangle en A, avec $BC = 14$ et $\cos \widehat{ABC} = \frac{5}{7}$.

Calculer la valeur exacte de AC.

Donner la valeur exacte, avec une racine carrée.

Réponse attendue : `4*sqrt(6)` — aussi acceptées : sqrt(96)

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Le cosinus de $\widehat{ABC}$ relie AB et BC : commence par calculer AB.
2. $AB = BC \times \cos \widehat{ABC}$. Ensuite, Pythagore donne AC.
3. Simplifie la racine : cherche le plus grand carré qui divise le nombre sous la racine.

CORRECTION

Le côté adjacent — Vu de B, $[AB]$ est adjacent.

$$AB = BC \times \cos \widehat{ABC} = 14 \times \frac{5}{7} = 10$$

Pythagore —
$AC^2 = BC^2 - AB^2 = 196 - 100 = 96$

Et $96 = 16 \times 6$.
$AC = \sqrt{96} = 4\sqrt{6}$

Le rapport donne un deuxième côté, Pythagore donne le troisième. Contrôle : $4\sqrt{6} \approx 9{,}80$, moins que l'hypoténuse 14.

PIÈGES ANTICIPÉS

`10` → 10, c'est AB, le côté adjacent : une première étape. Il reste à calculer AC avec le théorème de Pythagore.

`sqrt(296) / 2*sqrt(74)` → Tu as additionné BC^2 et AB^2. $[BC]$ est l'hypoténuse : c'est lui le plus long, on **retranche** AB^2 de BC^2.

`9.8 / 9.80 / 9.798` → C'est une valeur approchée. On demande la valeur **exacte** : garde la racine carrée.

EXERCICE 19 · PRATIQUE **Retrouver le côté adjacent**

Le triangle EFG est rectangle en E, avec $EG = 21$ et $\tan \widehat{EFG} = \dfrac{3}{4}$.

Calculer EF.

Écrire seulement le nombre.

Réponse attendue : 28

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Vu de F : $[EG]$ fait face à l'angle, $[EF]$ le touche.
2. Écris $\tan \widehat{EFG} = \dfrac{EG}{EF}$: l'inconnue est au **dénominateur**.

CORRECTION

La tangente — Vu de F, $[EG]$ est opposé et $[EF]$ adjacent.

$\tan \widehat{EFG} = \dfrac{EG}{EF}$ donc $\dfrac{21}{EF} = \dfrac{3}{4}$

Les produits en croix donnent $3 \times EF = 4 \times 21$.

$EF = \dfrac{4 \times 21}{3}$

$EF = 28$

Quand l'inconnue est au dénominateur, on **divise** par le rapport : $EF = \dfrac{EG}{\tan \widehat{EFG}}$. Contrôle : la tangente est inférieure à 1, le côté adjacent est donc plus long que le côté opposé, $28 > 21$.

PIÈGES ANTICIPÉS

`63/4 / 15.75` → Tu as calculé $21 \times \dfrac{3}{4}$. Mais EF est au dénominateur de la tangente : on **divise** EG par la tangente.

35 → 35, c'est FG, l'hypoténuse, par Pythagore. On demande le côté adjacent $[EF]$.

EXERCICE 20 · PRATIQUE

Le périmètre à partir d'un sinus

Le triangle ABC est rectangle en A, avec $BC = 74$ centimètres et $\sin \widehat{ACB} = \dfrac{12}{37}$.

Calculer le périmètre du triangle ABC, en centimètres.

Donner le périmètre en centimètres.

Réponse attendue : 168

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Vu de C, le côté opposé est $[AB]$: le sinus donne AB.
2. $AB = BC \times \sin \widehat{ACB}$. Le troisième côté vient du théorème de Pythagore.
3. Le périmètre est la somme des trois côtés.

CORRECTION

Le côté opposé — Vu de C, $[AB]$ est opposé.

$$AB = BC \times \sin \widehat{ACB} = 74 \times \frac{12}{37} = 24$$

Pythagore —

$$AC^2 = 74^2 - 24^2 = 5476 - 576 = 4900 \quad \text{donc} \quad AC = 70$$

Le périmètre —

$$\mathcal{P} = 74 + 24 + 70$$

$$\mathcal{P} = 168 \text{ cm}$$

Un rapport et un côté donnent un deuxième côté ; Pythagore donne le troisième. Contrôle : $24^2 + 70^2 = 576 + 4900 = 5476 = 74^2$.

PIÈGES ANTICIPÉS

98 → Tu as additionné seulement BC et AB. Le périmètre compte les **trois** côtés : il manque AC, que donne Pythagore.

840 → 840, c'est l'aire du triangle, $\dfrac{24 \times 70}{2}$, en centimètres carrés. On demande le périmètre : la somme des trois côtés.

EXERCICE 21 · PRATIQUE

Un même cosinus, deux triangles

Le triangle ABC est rectangle en A, et H est le pied de la hauteur issue de A. On donne $AB = 6$ et $BH = 3{,}6$.

Écrire $\cos \widehat{ABC}$ dans le triangle ABH, puis dans le triangle ABC, et en déduire BC.

Écrire seulement le nombre BC.

Réponse attendue : `10`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Le triangle ABH est rectangle en H : vu de B, son hypoténuse est $[AB]$ et son côté adjacent $[BH]$.
2. Dans le triangle ABC, rectangle en A, l'hypoténuse est $[BC]$ et le côté adjacent à B est $[AB]$.
3. Les deux écritures du cosinus du même angle sont égales.
$$\frac{BH}{AB} = \frac{AB}{BC}$$

CORRECTION

Dans ABH — ABH est rectangle en H.

$$\cos\widehat{ABC} = \frac{BH}{AB} = \frac{3{,}6}{6} = 0{,}6$$

Dans ABC — ABC est rectangle en A.

$$\cos\widehat{ABC} = \frac{AB}{BC} \quad \text{donc} \quad BC = \frac{AB}{0{,}6} = \frac{6}{0{,}6}$$

$$BC = 10$$

Un même angle a un même cosinus, dans tous les triangles rectangles où il apparaît. Écrire ce cosinus de deux manières donne $AB^2 = BH \times BC$: ici $36 = 3{,}6 \times 10$.

PIÈGES ANTICIPÉS

`0.6 / 3/5` → $0{,}6$, c'est le cosinus de $\widehat{ABC}$: une étape. On demande la longueur BC.

`3.6` → Tu as multiplié 6 par $0{,}6$: c'est BH, qu'on connaissait déjà. Dans $\cos\widehat{ABC} = \frac{AB}{BC}$, BC est au dénominateur : on **divise**.

`9.6` → Tu as additionné AB et BH. Ils ne sont pas sur la même droite : H est sur $[BC]$, mais A n'y est pas.

EXERCICE 22 · RAISONNEMENT

Lesquels peuvent être un cosinus ?

Voici six nombres : $0{,}8$; $1{,}25$; $\frac{3}{4}$; $\frac{\sqrt{2}}{2}$; $\sqrt{3}$; $0{,}999$.

Combien d'entre eux peuvent être le cosinus d'un angle aigu ?

Écrire seulement le nombre de valeurs possibles.

Réponse attendue : `4`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Le cosinus est un quotient de deux côtés d'un triangle rectangle : lequel est au dénominateur ?
2. L'hypoténuse est le plus long côté : le cosinus d'un angle aigu est donc **strictement compris entre 0 et 1**. Compare chaque nombre à 1.

CORRECTION

La règle — Le cosinus d'un angle aigu est le côté adjacent divisé par l'hypoténuse, plus longue que lui : il est compris entre 0 et 1.

Le tri — $0{,}8$, $\dfrac{3}{4} = 0{,}75$, $\dfrac{\sqrt{2}}{2} \approx 0{,}71$ et $0{,}999$ sont entre 0 et 1. Mais $1{,}25 > 1$ et $\sqrt{3} \approx 1{,}73 > 1$.

4 nombres

Un cosinus ou un sinus qui dépasse 1 signale une erreur : un côté plus long que l'hypoténuse. La tangente, elle, peut prendre n'importe quelle valeur positive.

PIÈGES ANTICIPÉS

6 → $1{,}25$ et $\sqrt{3}$ dépassent 1 : ce serait un côté adjacent plus long que l'hypoténuse, impossible.

5 → Attention à $\sqrt{3} \approx 1{,}73$: il dépasse 1. Seul $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ peut être un cosinus.

EXERCICE 23 · RAISONNEMENT

Un côté double de l'autre

Le triangle ABC est rectangle en A, et son côté $[AC]$ est deux fois plus long que $[AB]$: $AC = 2AB$.

Calculer la valeur exacte de $\sin \widehat{ABC}$.

Donner la valeur exacte, avec une racine carrée.

Réponse attendue : `2*sqrt(5)/5` — aussi acceptées : 2/sqrt(5)

INDICES, DANS L'ORDRE

1. On ne connaît aucune longueur : pose $AB = x$, alors $AC = 2x$.
2. Pythagore donne BC en fonction de x : $BC^2 = x^2 + 4x^2$.
3. Dans le sinus, les x se simplifient.

$$\sin \widehat{ABC} = \frac{AC}{BC}$$

CORRECTION

Une inconnue — On pose $AB = x$, avec $x > 0$; alors $AC = 2x$.

Pythagore —

$$BC^2 = x^2 + (2x)^2 = 5x^2 \quad \text{donc} \quad BC = x\sqrt{5}$$

Le sinus — Vu de B, $[AC]$ est opposé.

$$\sin \widehat{ABC} = \frac{AC}{BC} = \frac{2x}{x\sqrt{5}} = \frac{2}{\sqrt{5}}$$

On multiplie en haut et en bas par $\sqrt{5}$.

$$\sin \widehat{ABC} = \frac{2\sqrt{5}}{5}$$

Le rapport ne dépend que de la **forme** du triangle, pas de sa taille : la longueur x disparaît. C'est pour cela que le sinus est une propriété de l'angle.

PIÈGES ANTICIPÉS

Maths à la carte — ABDELHADER HAMMAMI

`sqrt(5)/5 / 1/sqrt(5)` → $\frac{\sqrt{5}}{5} = \frac{1}{\sqrt{5}}$, c'est $\frac{AB}{BC}$: le cosinus de l'angle en B. Le sinus prend le côté opposé, $[AC]$.

`2` → 2, c'est $\frac{AC}{AB}$: la tangente. Le sinus divise par l'hypoténuse, qu'il faut calculer par Pythagore.

`2/3` → Tu as pris $BC = x + 2x = 3x$. L'hypoténuse n'est pas la somme des deux côtés : c'est son **carré** qui est la somme des carrés.

`0.89 / 0.894` → C'est une valeur approchée. On demande la valeur **exacte** : garde la racine carrée.

EXERCICE 24 · RAISONNEMENT

De la tangente au sinus

Le triangle ABC est rectangle en A, avec $AB = 30$ et $\tan \widehat{ABC} = \frac{8}{15}$.

Calculer la valeur exacte de $\sin \widehat{ABC}$.

Écrire seulement la valeur exacte, sous forme de fraction.

Réponse attendue : `8/17`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. La tangente et AB donnent le côté opposé à B, $[AC]$.
2. Puis l'hypoténuse $[BC]$ par Pythagore, et enfin le sinus.

CORRECTION

Le côté opposé — Vu de B, $[AB]$ est adjacent et $[AC]$ opposé.

$$AC = AB \times \tan \widehat{ABC} = 30 \times \frac{8}{15} = 16$$

Pythagore —

$$BC^2 = 30^2 + 16^2 = 900 + 256 = 1156 \quad \text{donc} \quad BC = 34$$

Le sinus —

$$\sin \widehat{ABC} = \frac{AC}{BC} = \frac{16}{34}$$

$$\sin \widehat{ABC} = \frac{8}{17}$$

On remonte d'un rapport à un autre en passant par les côtés : un rapport donne un côté, Pythagore donne l'hypoténuse. Contrôle : $\frac{8}{17}$ est bien entre 0 et 1.

PIÈGES ANTICIPÉS

`15/17` → $\frac{15}{17}$, c'est $\frac{AB}{BC}$: le cosinus. Le sinus prend le côté opposé, $AC = 16$.

`8/15` → $\frac{8}{15}$, c'est la tangente donnée par l'énoncé. Le sinus divise le côté opposé par l'**hypoténuse**, plus longue que le côté adjacent.

`0.47 / 0.471` → C'est une valeur approchée. On demande la valeur **exacte** : garde la fraction.

Maths à la carte ABDELKADER HAMMAMI

EXERCICE 25 · DEFI

Le pied de la perpendiculaire

$ABCD$ est un rectangle avec $AB = 24$ et $AD = 7$. On note H le projeté orthogonal de D sur la diagonale (AC).

Calculer la valeur exacte de AH.

Écrire seulement la valeur exacte : une fraction ou un nombre décimal.

Réponse attendue : 49/25 — aussi acceptées : 1.96

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Le triangle ADC est rectangle en D : calcule d'abord la diagonale AC, puis $\cos \widehat{DAC}$.
2. Le triangle ADH est rectangle en H, et il a le même angle en A : $\widehat{DAH} = \widehat{DAC}$.
3. Dans ADH, l'hypoténuse est $[AD]$ et le côté adjacent à A est $[AH]$.

$$AH = AD \times \cos \widehat{DAC}$$

CORRECTION

La diagonale — Dans le triangle ADC rectangle en D, avec $DC = AB = 24$.

$$AC^2 = 7^2 + 24^2 = 625 \quad \text{donc} \quad AC = 25$$

Le cosinus dans ADC —

$$\cos \widehat{DAC} = \frac{AD}{AC} = \frac{7}{25}$$

Le cosinus dans ADH — H est sur $[AC]$, donc $\widehat{DAH} = \widehat{DAC}$, et ADH est rectangle en H.

$$AH = AD \times \cos \widehat{DAC} = 7 \times \frac{7}{25}$$

$$AH = \frac{49}{25}$$

Le même angle vit dans deux triangles rectangles : on calcule son cosinus dans le premier, on s'en sert dans le second. On retrouve $AD^2 = AH \times AC$, soit $49 = \frac{49}{25} \times 25$.

PIÈGES ANTICIPÉS

`7/25 / 0.28` → $\frac{7}{25}$, c'est le cosinus de l'angle en A. Il reste à multiplier par l'hypoténuse du triangle ADH, $AD = 7$.

`576/25 / 23.04` → $\frac{576}{25}$, c'est HC, le morceau du côté de C. On demande AH, du côté de A.

`168/25 / 6.72` → $\frac{168}{25}$, c'est DH, la distance de D à la diagonale. On demande AH, sur la diagonale.

EXERCICE 26 · DEFI

Deux angles sur le même côté

Le triangle ABC est rectangle en A, avec $AB = 8$. Le point D est sur le segment $[AC]$. On sait que $\tan \widehat{ABD} = \frac{3}{4}$ et $\tan \widehat{ABC} = 2$.

Calculer la longueur DC.

Écrire seulement le nombre.

Réponse attendue : `10`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Les triangles ABD et ABC sont tous deux rectangles en A, et ils ont le même côté adjacent $[AB]$.
2. Calcule AD avec la tangente de $\widehat{ABD}$, puis AC avec celle de $\widehat{ABC}$.
3. D est entre A et C : $DC = AC - AD$.

CORRECTION

Dans ABD — Rectangle en A ; vu de B, $[AD]$ est opposé.

$$AD = AB \times \tan \widehat{ABD} = 8 \times \frac{3}{4} = 6$$

Dans ABC — Rectangle en A ; vu de B, $[AC]$ est opposé.

$$AC = AB \times \tan \widehat{ABC} = 8 \times 2 = 16$$

La différence — D est sur $[AC]$.

$$DC = AC - AD = 16 - 6$$

$$DC = 10$$

Le triangle DBC n'est pas rectangle : on ne peut pas y écrire de tangente. On passe par les deux triangles rectangles en A, qui partagent le côté $[AB]$, et on retranche.

PIÈGES ANTICIPÉS

16 → 16, c'est AC, tout le côté. D coupe $[AC]$ en deux : on demande le morceau $[DC]$.

6 → 6, c'est AD, le morceau du côté de A. On demande DC, l'autre morceau.

22 → Tu as additionné AC et AD. D est **sur** $[AC]$: $AC = AD + DC$, donc on retranche.

EXERCICE 27 · BASE **Du cosinus au sinus**

a est un angle aigu tel que $\cos a = 0{,}6$.

Calculer $\sin a$.

Écrire seulement la valeur exacte : un nombre décimal ou une fraction.

Réponse attendue : `4/5` — aussi acceptées : 0.8

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Une relation relie le sinus et le cosinus d'un même angle : laquelle ?
   $(\sin a)^2 + (\cos a)^2 = 1$
2. Calcule $(\sin a)^2$, puis prends sa racine carrée : a est aigu, son sinus est positif.

CORRECTION

La relation —

$(\sin a)^2 = 1 - (\cos a)^2 = 1 - 0{,}36 = 0{,}64$

Le sinus d'un angle aigu est positif.

$\sin a = \sqrt{0{,}64}$

$\sin a = 0{,}8$

On retient : $(\sin a)^2 + (\cos a)^2 = 1$. Ce sont les **carrés** qui font 1, pas le sinus et le cosinus eux-mêmes : $0{,}6 + 0{,}8 = 1{,}4$.

PIÈGES ANTICIPÉS

`0.4` → Tu as calculé $1 - 0{,}6$. Ce ne sont pas le sinus et le cosinus qui font 1, ce sont leurs **carrés**.

`0.64` → $0{,}64$, c'est $(\sin a)^2$. Il reste à prendre la racine carrée.

EXERCICE 28 · BASE

La tangente par un quotient

a est un angle aigu tel que $\sin a = 0{,}28$ et $\cos a = 0{,}96$.

Calculer la valeur exacte de $\tan a$.

Écrire seulement la valeur exacte, sous forme de fraction.

Réponse attendue : `7/24`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. La tangente d'un angle s'écrit à l'aide de son sinus et de son cosinus.
$$\tan a = \frac{\sin a}{\cos a}$$
2. Pour simplifier $\frac{0{,}28}{0{,}96}$, multiplie en haut et en bas par 100.

CORRECTION

La relation —

$$\tan a = \frac{\sin a}{\cos a} = \frac{0{,}28}{0{,}96}$$

On multiplie par 100 en haut et en bas, puis on simplifie par 4.

$$\tan a = \frac{28}{96}$$

$$\tan a = \frac{7}{24}$$

La tangente, c'est le sinus divisé par le cosinus. Contrôle : $(0{,}28)^2 + (0{,}96)^2 = 0{,}0784 + 0{,}9216 = 1$, ces deux nombres sont bien le sinus et le cosinus d'un même angle.

PIÈGES ANTICIPÉS

`24/7` → Tu as divisé le cosinus par le sinus. La tangente, c'est le **sinus** au numérateur.

`0.2688` → Tu as multiplié le sinus par le cosinus. La tangente est leur **quotient**.

`0.29 / 0.292 / 0.2917` → C'est une valeur approchée. On demande la valeur **exacte** : garde la fraction.

Maths à la carte ABDELHADER HAMMAMI

EXERCICE 29 · BASE

Deux angles complémentaires

Le triangle ABC est rectangle en A, et $\sin \widehat{ABC} = 0{,}42$.

Déterminer $\cos \widehat{ACB}$, sans calculatrice.

Écrire seulement le nombre.

Réponse attendue : `0.42`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Dans un triangle rectangle en A, que vaut $\widehat{B} + \widehat{C}$?
2. Écris $\sin \widehat{ABC}$ et $\cos \widehat{ACB}$ avec les côtés du triangle : que remarques-tu ?

CORRECTION

Les deux rapports — Vu de B, le côté opposé est $[AC]$; vu de C, le côté adjacent est aussi $[AC]$.

$$\sin \widehat{ABC} = \frac{AC}{BC} = \cos \widehat{ACB}$$

$$\cos \widehat{ACB} = 0{,}42$$

Les angles $\widehat{B}$ et $\widehat{C}$ sont complémentaires : le sinus de l'un est le cosinus de l'autre. Le côté opposé à B est le côté adjacent à C.

PIÈGES ANTICIPÉS

`0.58` → Tu as calculé $1 - 0{,}42$. Ce n'est pas une relation du cours : pour deux angles complémentaires, le sinus de l'un est **égal** au cosinus de l'autre.

`0.91 / 0.908 / sqrt(0.8236)` → Tu as calculé $\cos \widehat{ABC}$ avec $(\sin)^2 + (\cos)^2 = 1$. Mais on demande le cosinus de l'**autre** angle, $\widehat{ACB}$.

EXERCICE 30 · PRATIQUE

Un cosinus avec une racine

a est un angle aigu tel que $\sin a = \dfrac{2}{5}$.

Calculer la valeur exacte de $\cos a$.

Donner la valeur exacte, avec une racine carrée.

Réponse attendue : `sqrt(21)/5`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Utilise $(\sin a)^2 + (\cos a)^2 = 1$ pour calculer $(\cos a)^2$.
2. $1 - \dfrac{4}{25}$ s'écrit sur 25. Et a est aigu : son cosinus est positif.

CORRECTION

La relation —

$$(\cos a)^2 = 1 - \left(\frac{2}{5}\right)^2 = 1 - \frac{4}{25} = \frac{21}{25}$$

Le cosinus d'un angle aigu est positif.

$$\cos a = \sqrt{\frac{21}{25}} = \frac{\sqrt{21}}{\sqrt{25}}$$

$$\cos a = \frac{\sqrt{21}}{5}$$

Le carré de la fraction s'écrit avec le carré du numérateur **et** du dénominateur : $\left(\frac{2}{5}\right)^2 = \frac{4}{25}$. Contrôle : $\frac{\sqrt{21}}{5} \approx 0{,}92$, entre 0 et 1.

PIÈGES ANTICIPÉS

`3/5 / 0.6` → Tu as calculé $1 - \frac{2}{5}$. Ce sont les **carrés** du sinus et du cosinus qui font 1.

`21/25 / 0.84` → $\frac{21}{25}$, c'est $(\cos a)^2$. Il reste à prendre la racine carrée.

`0.92 / 0.917 / 0.9165` → C'est une valeur approchée. On demande la valeur **exacte** : garde la racine carrée.

EXERCICE 31 · PRATIQUE

Du cosinus à la tangente

a est un angle aigu tel que $\cos a = \frac{3}{7}$.

Calculer la valeur exacte de $\tan a$.

Donner la valeur exacte, avec une racine carrée.

Réponse attendue : `2*sqrt(10)/3` — aussi acceptées : sqrt(40)/3

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Il faut d'abord le sinus : $(\sin a)^2 = 1 - (\cos a)^2$.
2. Puis la tangente, sinus sur cosinus. Diviser par $\frac{3}{7}$, c'est multiplier par $\frac{7}{3}$.
3. Simplifie la racine : $40 = 4 \times 10$.

CORRECTION

Le sinus —

$$(\sin a)^2 = 1 - \frac{9}{49} = \frac{40}{49} \quad \text{donc} \quad \sin a = \frac{\sqrt{40}}{7} = \frac{2\sqrt{10}}{7}$$

La tangente —

$$\tan a = \frac{\sin a}{\cos a} = \frac{2\sqrt{10}}{7} \times \frac{7}{3}$$

$$\tan a = \frac{2\sqrt{10}}{3}$$

Deux relations à la suite : $(\sin a)^2 + (\cos a)^2 = 1$ donne le sinus, puis $\tan a = \frac{\sin a}{\cos a}$. Les 7 se simplifient.

PIÈGES ANTICIPÉS

`2*sqrt(10)/7` → $\dfrac{2\sqrt{10}}{7}$, c'est $\sin a$: une étape. Il reste à diviser par le cosinus.

`3/(2*sqrt(10)) / 3*sqrt(10)/20` → Tu as divisé le cosinus par le sinus. La tangente, c'est le **sinus** divisé par le cosinus.

`4/3` → Tu as pris $\sin a = 1 - \dfrac{3}{7} = \dfrac{4}{7}$. Ce sont les **carrés** du sinus et du cosinus qui font 1.

`2.11 / 2.108` → C'est une valeur approchée. On demande la valeur **exacte** : garde la racine carrée.

EXERCICE 32 · PRATIQUE

Une somme de deux carrés

x est un angle aigu. On pose $B = (\cos x + \sin x)^2 + (\cos x - \sin x)^2$.

Développer, réduire, et donner la valeur de B.

Écrire seulement le nombre : la valeur de B ne dépend pas de x.

Réponse attendue : 2

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Développe chaque carré avec les identités remarquables $(p+q)^2$ et $(p-q)^2$.
2. Les doubles produits $2\cos x \sin x$ s'éliminent. Que reste-t-il ?
3. Regroupe $(\cos x)^2 + (\sin x)^2$.

CORRECTION

Développer —

$$B = (\cos x)^2 + 2\cos x \sin x + (\sin x)^2 + (\cos x)^2 - 2\cos x \sin x + (\sin x)^2$$

Réduire — Les doubles produits s'annulent.

$$B = 2\left[(\cos x)^2 + (\sin x)^2\right] = 2 \times 1$$

$$B = 2$$

Les identités remarquables et la relation $(\cos x)^2 + (\sin x)^2 = 1$ travaillent ensemble : une expression qui semble dépendre de x vaut toujours 2.

PIÈGES ANTICIPÉS

`1` → Tu as remplacé chaque carré par 1, comme si $(\cos x + \sin x)^2$ valait $(\cos x)^2 + (\sin x)^2$. Il manque les doubles produits : développe avec $(p+q)^2 = p^2 + 2pq + q^2$.

EXERCICE 33 · PRATIQUE

Le sinus de l'angle en C

Le triangle ABC est rectangle en A, et $\tan \widehat{ABC} = \dfrac{15}{8}$.

Calculer la valeur exacte de $\sin \widehat{ACB}$.

Écrire seulement la valeur exacte, sous forme de fraction.

Réponse attendue : 8/17

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Les angles en B et en C sont complémentaires : $\sin \widehat{ACB} = \cos \widehat{ABC}$.
2. La tangente donne un triangle « modèle » : on peut prendre $AC = 15$ et $AB = 8$, puis Pythagore.

CORRECTION

Un triangle modèle — Les rapports ne dépendent que des angles : on peut prendre $AB = 8$ et $AC = 15$, car alors $\tan \widehat{ABC} = \dfrac{15}{8}$.

$BC^2 = 8^2 + 15^2 = 289 \quad \text{donc} \quad BC = 17$

Les complémentaires — Vu de C, le côté opposé est $[AB]$.

$\sin \widehat{ACB} = \dfrac{AB}{BC} = \cos \widehat{ABC}$

$\sin \widehat{ACB} = \dfrac{8}{17}$

Le sinus de l'angle en C est le cosinus de l'angle en B : le côté opposé à C est le côté adjacent à B. Choisir un triangle modèle aux côtés entiers simplifie les calculs.

PIÈGES ANTICIPÉS

`15/17` → $\dfrac{15}{17}$, c'est le sinus de l'angle en B. Vu de C, le côté opposé est $[AB]$, pas $[AC]$.

`8/15` → $\dfrac{8}{15}$, c'est la tangente de l'angle en C. Le sinus divise par l'**hypoténuse**.

`0.47 / 0.471` → C'est une valeur approchée. On demande la valeur **exacte** : garde la fraction.

EXERCICE 34 · PRATIQUE

Sans calculatrice

On pose $E = (\sin 25°)^2 + (\sin 65°)^2$.

Calculer E sans calculatrice.

Écrire seulement le nombre.

Réponse attendue : 1

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Que vaut $25° + 65°$?
2. Les angles de $25°$ et $65°$ sont complémentaires : $\sin 65°$ est le cosinus d'un autre angle.

CORRECTION

Les complémentaires — $25° + 65° = 90°$: le sinus de l'un est le cosinus de l'autre.

$\sin 65° = \cos 25°$

La relation —

$E = (\sin 25°)^2 + (\cos 25°)^2$

$E = 1$

Avant de prendre la calculatrice, on regarde si deux angles sont complémentaires : $(\sin a)^2 + (\sin(90° - a))^2 = 1$ pour tout angle aigu a.

PIÈGES ANTICIPÉS

`0.70` → Ta calculatrice est en radians, et en plus elle n'était pas nécessaire. Remarque que $25° + 65° = 90°$.

EXERCICE 35 · RAISONNEMENT

Le cosinus connaissant la tangente

a est un angle aigu tel que $\tan a = 2$.

Calculer la valeur exacte de $\cos a$.

Donner la valeur exacte, avec une racine carrée.

Réponse attendue : `sqrt(5)/5` — aussi acceptées : 1/sqrt(5)

INDICES, DANS L'ORDRE

1. $\tan a = \dfrac{\sin a}{\cos a} = 2$: écris $\sin a$ en fonction de $\cos a$.
2. Remplace $\sin a$ par $2\cos a$ dans $(\sin a)^2 + (\cos a)^2 = 1$.
3. Tu obtiens $5(\cos a)^2 = 1$. Le cosinus d'un angle aigu est positif.

CORRECTION

La tangente —

$$\frac{\sin a}{\cos a} = 2 \quad \text{donc} \quad \sin a = 2\cos a$$

La relation —

$$(2\cos a)^2 + (\cos a)^2 = 1 \quad \text{donc} \quad 5(\cos a)^2 = 1$$

$(\cos a)^2 = \dfrac{1}{5}$, et le cosinus est positif.

$$\cos a = \frac{1}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{5}$$

Deux relations, deux inconnues : la tangente exprime le sinus en fonction du cosinus, et $(\sin a)^2 + (\cos a)^2 = 1$ termine le calcul.

PIÈGES ANTICIPÉS

`1/2 / 0.5` → Tu as pris $\cos a = \dfrac{1}{\tan a}$. Ce n'est pas une relation du cours : la tangente est $\dfrac{\sin a}{\cos a}$, il faut aussi la relation des carrés.

`2*sqrt(5)/5 / 2/sqrt(5)` → $\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$, c'est $\sin a = 2\cos a$. On demande le cosinus.

`1/5 / 0.2` → $\dfrac{1}{5}$, c'est $(\cos a)^2$. Il reste à prendre la racine carrée.

`0.45 / 0.447` → C'est une valeur approchée. On demande la valeur **exacte** : garde la racine carrée.

Maths à la carte — Abdelkader Hammami

EXERCICE 36 · RAISONNEMENT

Une différence de carrés

a est un angle aigu tel que $\sin a = \dfrac{1}{4}$. On pose $C = (\cos a)^2 - (\sin a)^2$.

Calculer la valeur exacte de C.

Écrire seulement la valeur exacte : une fraction ou un nombre décimal.

Réponse attendue : `7/8` — aussi acceptées : 0.875

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Inutile de calculer $\cos a$: seul son **carré** intervient.
2. $(\cos a)^2 = 1 - (\sin a)^2$. Remplace dans C.

CORRECTION

Le carré du cosinus —

$$(\cos a)^2 = 1 - \frac{1}{16} = \frac{15}{16}$$

La différence —

$$C = \frac{15}{16} - \frac{1}{16} = \frac{14}{16}$$

$$C = \frac{7}{8}$$

On peut aussi écrire $C = 1 - 2(\sin a)^2 = 1 - \dfrac{2}{16}$. Quand seuls les carrés interviennent, on évite la racine carrée.

PIÈGES ANTICIPÉS

`1` → 1, c'est la **somme** $(\cos a)^2 + (\sin a)^2$. Ici on fait la **différence**.

`-7/8 / -0.875` → Tu as calculé $(\sin a)^2 - (\cos a)^2$: l'ordre est inversé, le signe aussi.

`15/16` → $\dfrac{15}{16}$, c'est $(\cos a)^2$. Il reste à retrancher $(\sin a)^2 = \dfrac{1}{16}$.

`0.88 / 0.9` → C'est un arrondi. La valeur exacte est $\dfrac{7}{8}$, soit $0{,}875$.

EXERCICE 37 · RAISONNEMENT

Un sinus et un cosinus incompatibles

Samia affirme qu'il existe un angle aigu a tel que $\sin a = 0{,}6$ et $\cos a = 0{,}7$.

Calculer $(0{,}6)^2 + (0{,}7)^2$, puis dire si Samia a raison.

Écrire seulement la valeur de la somme des carrés.

Réponse attendue : `0.85`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Calcule chaque carré : $(0{,}6)^2$ et $(0{,}7)^2$.

2. Pour tout angle aigu, la somme des carrés du sinus et du cosinus vaut exactement un nombre précis : compare.

CORRECTION

Les carrés —

$(0{,}6)^2 + (0{,}7)^2 = 0{,}36 + 0{,}49$

$(0{,}6)^2 + (0{,}7)^2 = 0{,}85$

$0{,}85 \neq 1$: aucun angle aigu n'a ce sinus et ce cosinus à la fois, Samia a tort. La relation $(\sin a)^2 + (\cos a)^2 = 1$ sert aussi à **contrôler** un résultat.

PIÈGES ANTICIPÉS

`1` → Tu as écrit la relation du cours au lieu de calculer. Justement : calcule $(0{,}6)^2 + (0{,}7)^2$ pour voir si on trouve bien 1.

`1.3` → Tu as additionné $0{,}6$ et $0{,}7$ sans les élever au carré. La relation porte sur les **carrés**.

EXERCICE 38 · RAISONNEMENT

Le produit de deux tangentes

On pose $P = \tan 35° \times \tan 55°$.

Calculer P sans calculatrice.

Écrire seulement le nombre.

Réponse attendue : 1

INDICES, DANS L'ORDRE

1. $35°$ et $55°$ sont complémentaires. Écris chaque tangente comme un quotient sinus sur cosinus.
2. $\sin 55° = \cos 35°$ et $\cos 55° = \sin 35°$.

CORRECTION

Les quotients —

$$P = \frac{\sin 35°}{\cos 35°} \times \frac{\sin 55°}{\cos 55°}$$

Les complémentaires — $35° + 55° = 90°$.

$$P = \frac{\sin 35°}{\cos 35°} \times \frac{\cos 35°}{\sin 35°}$$

$$P = 1$$

Pour deux angles complémentaires, les tangentes sont inverses l'une de l'autre : dans un triangle rectangle, $\tan \widehat{B} = \dfrac{AC}{AB}$ et $\tan \widehat{C} = \dfrac{AB}{AC}$.

PIÈGES ANTICIPÉS

`-21.41` → Ta calculatrice est en radians, et elle n'était pas nécessaire : $35°$ et $55°$ sont complémentaires.

EXERCICE 39 · DEFI

Une expression qui ne dépend pas de x

x est un angle aigu. On pose $F = (\cos x)^4 - (\sin x)^4 + 2(\sin x)^2$.

Montrer que F ne dépend pas de x, et donner sa valeur.

Écrire seulement la valeur de F.

Réponse attendue : 1

INDICES, DANS L'ORDRE

1. $(\cos x)^4 - (\sin x)^4$ est une différence de deux carrés : $p^2 - q^2$ avec $p = (\cos x)^2$ et $q = (\sin x)^2$.
2. Factorise : $p^2 - q^2 = (p - q)(p + q)$, et $p + q$ vaut une valeur connue.
3. Il reste $(\cos x)^2 - (\sin x)^2 + 2(\sin x)^2$.

CORRECTION

Factoriser —

$$(\cos x)^4 - (\sin x)^4 = \left[(\cos x)^2 - (\sin x)^2\right]\left[(\cos x)^2 + (\sin x)^2\right]$$

Le second crochet vaut 1.

$$(\cos x)^4 - (\sin x)^4 = (\cos x)^2 - (\sin x)^2$$

Réduire —

$$F = (\cos x)^2 - (\sin x)^2 + 2(\sin x)^2 = (\cos x)^2 + (\sin x)^2$$

$$F = 1$$

Une puissance 4, c'est le carré d'un carré : l'identité $p^2 - q^2 = (p - q)(p + q)$ fait apparaître $(\cos x)^2 + (\sin x)^2 = 1$.

PIÈGES ANTICIPÉS

-1 → Attention au signe : $-(\sin x)^2 + 2(\sin x)^2 = +(\sin x)^2$. On retrouve $(\cos x)^2 + (\sin x)^2$.

EXERCICE 40 · DEFI

Connaissant la somme

a est un angle aigu tel que $\sin a + \cos a = \dfrac{7}{5}$.

Calculer la valeur exacte du produit $\sin a \times \cos a$.

Écrire seulement la valeur exacte : une fraction ou un nombre décimal.

Réponse attendue : 12/25 — aussi acceptées : 0.48

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Élève les deux membres de l'égalité au carré.
2. $(\sin a + \cos a)^2 = (\sin a)^2 + 2\sin a \cos a + (\cos a)^2$: une partie de cette somme est connue.

CORRECTION

Le carré —

$$(\sin a + \cos a)^2 = \frac{49}{25}$$

Développer —

$(\sin a)^2 + (\cos a)^2 + 2\sin a \cos a = \dfrac{49}{25}$ donc $1 + 2\sin a \cos a = \dfrac{49}{25}$

$2\sin a \cos a = \dfrac{24}{25}$ donc $\sin a \times \cos a = \dfrac{12}{25}$

Élever au carré fait apparaître $(\sin a)^2 + (\cos a)^2 = 1$. Contrôle : un angle de sinus $0{,}6$ et de cosinus $0{,}8$ convient, $0{,}6 + 0{,}8 = 1{,}4 = \dfrac{7}{5}$ et $0{,}6 \times 0{,}8 = 0{,}48$.

PIÈGES ANTICIPÉS

`24/25 / 0.96` → $\dfrac{24}{25}$, c'est $2\sin a \cos a$, le double produit. Il reste à diviser par 2.

`49/50 / 0.98` → Tu as oublié que $(\sin a)^2 + (\cos a)^2 = 1$ se trouve dans le développement : il faut le retrancher avant de diviser par 2.

EXERCICE 41 · BASE **Lire le tableau**

On pose $A = \sin 30° + \cos 60°$.

Calculer A sans calculatrice.

Écrire seulement le nombre.

Réponse attendue : 1

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Le tableau des angles remarquables donne $\sin 30°$ et $\cos 60°$.
2. Ou bien : $30°$ et $60°$ sont complémentaires, donc $\sin 30° = \cos 60°$.

CORRECTION

Le tableau —

$\sin 30° = \dfrac{1}{2}$ $\quad$ $\cos 60° = \dfrac{1}{2}$

$A = \dfrac{1}{2} + \dfrac{1}{2} = 1$

$\sin 30° = \cos 60° = \dfrac{1}{2}$: c'est la moitié d'un triangle équilatéral, où le petit côté est la moitié de l'hypoténuse.

PIÈGES ANTICIPÉS

`sqrt(3)` → Tu as pris $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ pour les deux. Or $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ est $\sin 60°$ et $\cos 30°$. De $30°$ à $60°$, le sinus augmente : $\sin 30°$ est le **petit**, $\dfrac{1}{2}$.

`-1.94` → Ta calculatrice est en radians, et elle n'était pas nécessaire : le tableau des angles remarquables donne ces deux valeurs.

EXERCICE 42 · BASE **Un angle de 30°**

Le triangle ABC est rectangle en A, avec $BC = 14$ centimètres et $\widehat{ABC} = 30°$.

Calculer AC, en centimètres, sans calculatrice.

Donner la longueur en centimètres.

Réponse attendue : 7

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Vu de B : $[AC]$ fait face à l'angle, $[BC]$ est l'hypoténuse. Quel rapport les relie ?
2. Le sinus, et le tableau donne $\sin 30°$.

$$AC = BC \times \sin 30°$$

CORRECTION

Le sinus — Vu de B, $[AC]$ est opposé et $[BC]$ est l'hypoténuse.

$$AC = BC \times \sin \widehat{ABC} = 14 \times \sin 30°$$

$$\sin 30° = \frac{1}{2}.$$

$$AC = 14 \times \frac{1}{2}$$

$$AC = 7 \text{ cm}$$

Dans un triangle rectangle, le côté opposé à l'angle de $30°$ mesure la **moitié** de l'hypoténuse : le triangle est la moitié d'un triangle équilatéral.

PIÈGES ANTICIPÉS

`7*sqrt(3)` → $7\sqrt{3}$, c'est AB, le côté adjacent : $BC \times \cos 30°$. $[AC]$ fait face à l'angle en B : c'est le sinus.

`28` → Tu as divisé par $\sin 30°$: ton côté est plus long que l'hypoténuse, c'est impossible. $AC = BC \times \sin 30°$, on **multiplie**.

EXERCICE 43 · BASE

Un angle de 45°

Le triangle ABC est rectangle en A, avec $AB = 6$ et $\widehat{ABC} = 45°$.

Calculer la valeur exacte de l'hypoténuse BC.

Donner la valeur exacte, avec une racine carrée.

Réponse attendue : `6*sqrt(2)` — aussi acceptées : sqrt(72)

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Vu de B, $[AB]$ est le côté adjacent. Le cosinus relie l'adjacent et l'hypoténuse.
2. $\cos 45° = \frac{\sqrt{2}}{2}$, et BC est au dénominateur du cosinus.

$$\cos 45° = \frac{AB}{BC}$$

CORRECTION

Le cosinus —

$$\cos 45° = \frac{AB}{BC} \quad \text{donc} \quad BC = \frac{AB}{\cos 45°} = \frac{6}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = \frac{12}{\sqrt{2}}$$

On multiplie en haut et en bas par $\sqrt{2}$.

$$BC = \frac{12\sqrt{2}}{2}$$

$$BC = 6\sqrt{2}$$

Avec $45°$, le triangle est rectangle **isocèle** : $AC = AB = 6$, et l'hypoténuse est le côté multiplié par $\sqrt{2}$, comme la diagonale d'un carré.

PIÈGES ANTICIPÉS

`3*sqrt(2)` → Tu as multiplié 6 par $\cos 45°$: le résultat est plus court que AB, impossible pour une hypoténuse. BC est au dénominateur du cosinus : on **divise**.

`6` → 6, c'est AC : avec $45°$, le triangle est isocèle. On demande l'hypoténuse $[BC]$.

`8.49 / 8.5 / 8.485` → C'est une valeur approchée. On demande la valeur **exacte** : garde la racine carrée.

EXERCICE 44 · BASE

Retrouver l'angle

a est un angle aigu tel que $\cos a = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

Déterminer la mesure de a, sans calculatrice.

Donner la mesure de a en degrés.

Réponse attendue : `30`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Cherche $\frac{\sqrt{3}}{2}$ dans la ligne des cosinus du tableau des angles remarquables.
2. Attention : $\frac{\sqrt{3}}{2}$ est aussi un sinus, mais pas celui du même angle.

CORRECTION

Le tableau — Dans la ligne des cosinus : $\cos 30° = \frac{\sqrt{3}}{2}$, $\cos 45° = \frac{\sqrt{2}}{2}$, $\cos 60° = \frac{1}{2}$.

$a = 30°$

Le cosinus **diminue** quand l'angle augmente : le plus grand cosinus du tableau, $\frac{\sqrt{3}}{2}$, va avec le plus petit angle, $30°$.

PIÈGES ANTICIPÉS

`60` → $\sin 60° = \frac{\sqrt{3}}{2}$: tu as lu la ligne des sinus. Pour le **cosinus**, $\frac{\sqrt{3}}{2}$ va avec $30°$.

45 → Avec $45°$, le cosinus vaut $\frac{\sqrt{2}}{2}$, pas $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

EXERCICE 45 · PRATIQUE

La hauteur d'un triangle équilatéral

ABC est un triangle équilatéral de côté 10 centimètres, et $[AH]$ est sa hauteur issue de A.

Calculer la valeur exacte de AH, en centimètres.

Donner la valeur exacte en centimètres, avec une racine carrée.

Réponse attendue : `5*sqrt(3)` — aussi acceptées : sqrt(75)

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Les angles d'un triangle équilatéral mesurent $60°$, et le triangle ABH est rectangle en H.
2. Vu de B, $[AH]$ est le côté opposé et $[AB]$ l'hypoténuse.
   $AH = AB \times \sin 60°$

CORRECTION

Le triangle rectangle — ABH est rectangle en H, et $\widehat{ABH} = 60°$.

Le sinus —

$$AH = AB \times \sin 60° = 10 \times \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$AH = 5\sqrt{3}$$

La hauteur d'un triangle équilatéral de côté c mesure $\frac{c\sqrt{3}}{2}$. Contrôle par Pythagore : $BH = 5$ et $AH^2 = 100 - 25 = 75 = (5\sqrt{3})^2$.

PIÈGES ANTICIPÉS

`5` → 5, c'est BH, la moitié de la base : $AB \times \cos 60°$. La hauteur $[AH]$ fait face à l'angle en B : c'est le sinus.

`10*sqrt(3)` → Tu as oublié de diviser par 2 : $\sin 60° = \frac{\sqrt{3}}{2}$, pas $\sqrt{3}$. Ta hauteur serait plus longue que le côté.

`8.66 / 8.7 / 8.660` → C'est une valeur approchée. On demande la valeur **exacte** : garde la racine carrée.

EXERCICE 46 · PRATIQUE

Une expression du tableau

On pose $B = \sin 45° \times \cos 45° + \tan 30° \times \tan 60°$.

Calculer la valeur exacte de B, sans calculatrice.

Écrire seulement la valeur exacte : une fraction ou un nombre décimal.

Réponse attendue : `3/2` — aussi acceptées : 1.5

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Remplace chaque rapport par sa valeur dans le tableau des angles remarquables.
2. $\frac{\sqrt{2}}{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{2}{4}$, et $\frac{\sqrt{3}}{3} \times \sqrt{3} = \frac{3}{3}$.

CORRECTION

Le premier produit —

$$\sin 45° \times \cos 45° = \frac{\sqrt{2}}{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

Le second produit —

$$\tan 30° \times \tan 60° = \frac{\sqrt{3}}{3} \times \sqrt{3} = \frac{3}{3} = 1$$

$$B = \frac{1}{2} + 1 = \frac{3}{2}$$

$30°$ et $60°$ sont complémentaires : leurs tangentes sont inverses l'une de l'autre, leur produit vaut 1. Et $\sqrt{2} \times \sqrt{2} = 2$.

PIÈGES ANTICIPÉS

`2` → $\frac{\sqrt{2}}{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2}$ ne vaut pas 1 : c'est $\frac{2}{4} = \frac{1}{2}$. Seule la **somme** des carrés du sinus et du cosinus vaut 1.

`1/2 / 0.5` → $\frac{1}{2}$, c'est seulement le premier produit. Ajoute $\tan 30° \times \tan 60°$.

EXERCICE 47 · PRATIQUE

L'hypoténuse avec 60°

Le triangle ABC est rectangle en A, avec $AB = 9$ et $\widehat{ABC} = 60°$.

Calculer BC, sans calculatrice.

Écrire seulement le nombre.

Réponse attendue : 18

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Vu de B, $[AB]$ est le côté adjacent : quel rapport le relie à l'hypoténuse ?
2. $\cos 60° = \frac{AB}{BC}$, et $\cos 60°$ est dans le tableau. L'inconnue est au dénominateur.

CORRECTION

Le cosinus —

$$\cos 60° = \frac{AB}{BC} \quad \text{donc} \quad BC = \frac{AB}{\cos 60°}$$

$\cos 60° = \frac{1}{2}$: diviser par $\frac{1}{2}$, c'est multiplier par 2.

$$BC = \frac{9}{\frac{1}{2}} = 9 \times 2$$

$$BC = 18$$

Le côté adjacent à l'angle de $60°$ est la moitié de l'hypoténuse : c'est le côté opposé à l'angle de $30°$, en C.

PIÈGES ANTICIPÉS

`9/2 / 4.5` → Tu as multiplié 9 par $\cos 60°$: l'hypoténuse serait plus courte que AB, impossible. On **divise** par le cosinus.

`9*sqrt(3)` → $9\sqrt{3}$, c'est $AC = AB \times \tan 60°$, le côté opposé. On demande l'hypoténuse $[BC]$.

`6*sqrt(3) / 18/sqrt(3)` → Tu as divisé par $\sin 60°$. Mais $[AB]$ touche l'angle en B : c'est le côté adjacent, et c'est donc le **cosinus**.

EXERCICE 48 · PRATIQUE

Reconnaître un angle remarquable

Le triangle ABC est rectangle en A, avec $AB = 3\sqrt{3}$ et $AC = 3$.

Calculer $\tan \widehat{ABC}$, puis en déduire la mesure de l'angle $\widehat{ABC}$.

Donner la mesure de l'angle en degrés.

Réponse attendue : `30`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Vu de B, $[AC]$ est le côté opposé et $[AB]$ le côté adjacent.
2. $\dfrac{3}{3\sqrt{3}} = \dfrac{1}{\sqrt{3}}$: rends le dénominateur rationnel et cherche la valeur dans le tableau.

CORRECTION

La tangente —

$$\tan \widehat{ABC} = \frac{AC}{AB} = \frac{3}{3\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

Le tableau — $\tan 30° = \dfrac{\sqrt{3}}{3}$.

$\widehat{ABC} = 30°$

Pour reconnaître un angle remarquable, on écrit le rapport sous la forme du tableau : sans racine au dénominateur. Contrôle : le côté opposé 3 est plus court que l'adjacent $3\sqrt{3}$, l'angle est donc inférieur à $45°$.

PIÈGES ANTICIPÉS

`60` → $60°$ est l'angle dont la tangente vaut $\sqrt{3} = \dfrac{AB}{AC}$: c'est l'angle en C. Vu de B, le côté opposé est $[AC]$.

`45` → Avec $45°$, les deux côtés de l'angle droit seraient égaux. Ici $3 \neq 3\sqrt{3}$.

EXERCICE 49 · RAISONNEMENT

Le losange aux angles de 60°

$ABCD$ est un losange de côté 6 centimètres, de centre O, avec $\widehat{ABC} = 60°$.

Calculer la valeur exacte de la longueur de la diagonale $[BD]$, en centimètres.

Donner la valeur exacte en centimètres, avec une racine carrée.

Réponse attendue : `6*sqrt(3)` — aussi acceptées : sqrt(108)

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Les diagonales d'un losange sont perpendiculaires, se coupent en leur milieu O, et sont les bissectrices de ses angles.
2. Le triangle ABO est rectangle en O, avec $\widehat{ABO} = 30°$: calcule BO.
3. $BD = 2 \times BO$.

CORRECTION

Le triangle ABO — (BD) est la bissectrice de $\widehat{ABC}$ et $(AC) \perp (BD)$: le triangle ABO est rectangle en O, avec $\widehat{ABO} = 30°$.

Le cosinus — Vu de B, $[BO]$ est adjacent et $[AB]$ est l'hypoténuse.

$$BO = AB \times \cos 30° = 6 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 3\sqrt{3}$$

$$BD = 2 \times BO = 6\sqrt{3}$$

On découpe le losange en quatre triangles rectangles en O. Ici ABC est équilatéral, donc l'autre diagonale mesure $AC = 6$, et $BD = 6\sqrt{3}$ est la grande diagonale.

PIÈGES ANTICIPÉS

`6` → 6, c'est AC, l'autre diagonale : le triangle ABC est équilatéral. On demande $[BD]$.

`3*sqrt(3)` → $3\sqrt{3}$, c'est BO, la moitié de la diagonale. O est le milieu de $[BD]$: il reste à doubler.

`10.39 / 10.4` → C'est une valeur approchée. On demande la valeur **exacte** : garde la racine carrée.

EXERCICE 50 · RAISONNEMENT

Le trapèze et son angle de 45°

$ABCD$ est un trapèze rectangle en A et en D, de bases $[AB]$ et $[DC]$, avec $AD = 5$, $AB = 4$ et $\widehat{BCD} = 45°$. La grande base est $[DC]$.

Calculer DC.

Écrire seulement le nombre.

Réponse attendue : 9

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Trace la hauteur $[BH]$, avec H sur $[DC]$: le quadrilatère $ABHD$ est un rectangle.
2. Le triangle BHC est rectangle en H, avec $BH = AD = 5$ et un angle de $45°$ en C.
3. $DC = DH + HC$.

CORRECTION

La hauteur — H est le projeté orthogonal de B sur (DC). $ABHD$ a trois angles droits : c'est un rectangle.

$DH = AB = 4 \qquad BH = AD = 5$

Le triangle BHC — Rectangle en H ; vu de C, $[BH]$ est opposé et $[HC]$ adjacent.

$$HC = \frac{BH}{\tan 45^\circ} = \frac{5}{1} = 5$$

$$DC = DH + HC = 4 + 5 = 9$$

Dans un trapèze, une hauteur bien placée découpe un rectangle et un triangle rectangle. Avec 45°, ce triangle est isocèle : $HC = BH$.

PIÈGES ANTICIPÉS

`5` → 5, c'est HC, seulement le morceau de la base sous le triangle. Ajoute $DH = AB = 4$.

`4+5*sqrt(2)` → Tu as ajouté $BC = 5\sqrt{2}$, le côté oblique. Sur la base, c'est sa **projection** HC qui compte.

EXERCICE 51 · RAISONNEMENT

L'aire avec un angle de 30°

Le triangle ABC a pour côtés $AB = 10$ centimètres et $AC = 7$ centimètres, et $\widehat{BAC} = 30^\circ$. Il n'est pas rectangle.

Calculer l'aire du triangle ABC, en centimètres carrés.

Écrire seulement le nombre de centimètres carrés.

Réponse attendue : `35/2` — aussi acceptées : `17.5`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Il faut une hauteur. Trace celle issue de C : son pied H est sur (AB), et le triangle ACH est rectangle en H.
2. Vu de A, $[CH]$ est le côté opposé et $[AC]$ l'hypoténuse.
   $CH = AC \times \sin 30^\circ$
3. L'aire est la base AB multipliée par la hauteur CH, divisée par 2.

CORRECTION

La hauteur — H est le projeté orthogonal de C sur (AB) : le triangle ACH est rectangle en H.

$$CH = AC \times \sin 30^\circ = 7 \times \frac{1}{2} = 3{,}5$$

L'aire —

$$\mathcal{A} = \frac{AB \times CH}{2} = \frac{10 \times 3{,}5}{2}$$

$$\mathcal{A} = 17{,}5 \text{ cm}^2$$

L'aire d'un triangle se calcule avec deux côtés et l'angle qu'ils forment : la hauteur vaut un côté multiplié par le sinus de cet angle.

PIÈGES ANTICIPÉS

`35` → 35, c'est la base multipliée par la hauteur. L'aire d'un triangle, c'est la **moitié** de ce produit.

`35*sqrt(3)/2` → Tu as pris la hauteur égale à $AC \times \cos 30°$. Mais $[CH]$ fait face à l'angle en A : c'est le **sinus**.

EXERCICE 52 · DEFI

Deux angles remarquables, une base

Dans le triangle ABC, on a $\widehat{ABC} = 45°$ et $\widehat{ACB} = 30°$. Le pied H de la hauteur issue de A est sur le segment $[BC]$, et $AH = 6$.

Calculer la valeur exacte de BC.

Donner la valeur exacte, avec une racine carrée.

Réponse attendue : `6+6*sqrt(3)` — aussi acceptées : 6*(1+sqrt(3))

INDICES, DANS L'ORDRE

1. La hauteur coupe le triangle en deux triangles rectangles en H : ABH et ACH.
2. Dans chacun, $[AH]$ est le côté opposé à l'angle connu : la tangente donne BH et HC.
3. $\tan 30° = \dfrac{\sqrt{3}}{3}$, et HC est au dénominateur : $HC = \dfrac{AH}{\tan 30°}$.

CORRECTION

Dans ABH — Rectangle en H, avec un angle de $45°$: il est isocèle.

$$BH = \frac{AH}{\tan 45°} = 6$$

Dans ACH — Rectangle en H ; vu de C, $[AH]$ est opposé et $[HC]$ adjacent.

$$HC = \frac{AH}{\tan 30°} = \frac{6}{\frac{\sqrt{3}}{3}} = \frac{18}{\sqrt{3}} = 6\sqrt{3}$$

H est sur $[BC]$.

$$BC = BH + HC = 6 + 6\sqrt{3}$$

La hauteur ramène un triangle quelconque à deux triangles rectangles. $\dfrac{18}{\sqrt{3}} = \dfrac{18\sqrt{3}}{3} = 6\sqrt{3}$: on rend toujours le dénominateur rationnel.

PIÈGES ANTICIPÉS

`6+2*sqrt(3)` → Tu as pris $HC = AH \times \tan 30° = 2\sqrt{3}$. Mais vu de C, $[HC]$ est le côté **adjacent** : il est au dénominateur de la tangente, on divise.

`12` → Seul le triangle ABH est isocèle, grâce à l'angle de $45°$. Dans ACH, l'angle en C mesure $30°$: $HC \neq AH$.

`16.39 / 16.4` → C'est une valeur approchée. On demande la valeur **exacte** : garde la racine carrée.

EXERCICE 53 · DEFI

Le côté connaissant l'aire

Un triangle équilatéral a une aire de $9\sqrt{3}$ centimètres carrés.

Calculer la longueur de son côté, en centimètres.

Donner la longueur en centimètres.

Réponse attendue : 6

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Appelle c le côté. Sa hauteur vaut $c \times \sin 60°$.
2. L'aire vaut $\dfrac{c \times h}{2}$: écris-la en fonction de c, puis égale-la à $9\sqrt{3}$.

CORRECTION

La hauteur — Le côté est c ; la hauteur fait face à un angle de $60°$ dans un triangle rectangle d'hypoténuse c.

$$h = c \times \sin 60° = \frac{c\sqrt{3}}{2}$$

L'aire —

$$\frac{1}{2} \times c \times \frac{c\sqrt{3}}{2} = \frac{c^2\sqrt{3}}{4} = 9\sqrt{3}$$

Donc $c^2 = 36$, et $c > 0$.

$c = 6$ cm

L'aire d'un triangle équilatéral de côté c est $\dfrac{c^2\sqrt{3}}{4}$. On remonte de l'aire au côté en résolvant $c^2 = 36$.

Contrôle : $\dfrac{36\sqrt{3}}{4} = 9\sqrt{3}$.

PIÈGES ANTICIPÉS

`36` → 36, c'est c^2. Il reste à prendre la racine carrée.

`3*sqrt(2) / sqrt(18)` → Tu as oublié le $\dfrac{1}{2}$ de l'aire du triangle : tu as résolu $\dfrac{c^2\sqrt{3}}{2} = 9\sqrt{3}$, qui donne $c^2 = 18$.

EXERCICE 54 · BASE

Un sinus à la calculatrice

Calculer, à l'aide de la calculatrice, une valeur approchée de $\sin 41°$ à 10^{-2} près.

Écrire la valeur arrondie au centième.

Réponse attendue : `0.66`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Vérifie d'abord que la calculatrice est en mode **DEG** : $\sin 30°$ doit afficher $0{,}5$.
2. Pour arrondir au centième, regarde le chiffre des **millièmes**.

CORRECTION

La calculatrice — En mode degrés, on tape « sin 41 = ».

$\sin 41° = 0{,}65605\ldots$

L'arrondi — Le chiffre des millièmes est 6 : on arrondit au-dessus.

$\sin 41° \approx 0{,}66$

À 10^{-2} près, on garde deux décimales et on regarde la troisième : 5 ou plus, on arrondit au-dessus. Contrôle : un sinus est entre 0 et 1.

PIÈGES ANTICIPÉS

`0.65` → Le calcul donne $0{,}6560\ldots$: le chiffre des millièmes est 6, on arrondit **au-dessus**. On ne coupe pas, on arrondit.

`0.656 / 0.6561 / 0.7` → On demande un arrondi à $0{,}01$ près : deux décimales exactement.

`-0.16` → Un sinus négatif : ta calculatrice est en **radians**. Mets-la en mode degrés.

EXERCICE 55 · BASE

Un angle à partir de son cosinus

a est l'angle aigu tel que $\cos a = 0{,}25$.

Déterminer, à l'aide de la calculatrice, la mesure de a arrondie au degré près.

Donner la mesure de a en degrés, arrondie au degré près.

Réponse attendue : 76

INDICES, DANS L'ORDRE

1. D'un rapport vers un angle : on passe par la **seconde fonction**, « 2ndF cos » (ou SHIFT cos).
2. Pour arrondir à l'unité, regarde le chiffre des **dixièmes**.

CORRECTION

La calculatrice — En mode degrés, on tape « 2ndF cos 0.25 = ».

$a = 75{,}52\ldots°$

L'arrondi — Le chiffre des dixièmes est 5 : on arrondit au-dessus.

$a \approx 76°$

« cos » va de l'angle vers le rapport ; « 2ndF cos » va du rapport vers l'angle. Contrôle : un petit cosinus va avec un grand angle, proche de $90°$.

PIÈGES ANTICIPÉS

`75` → Le calcul donne $75{,}52\ldots$: le chiffre des dixièmes est 5, on arrondit **au-dessus**.

`75.52 / 75.5 / 75.522` → On demande la mesure arrondie au degré près : un nombre entier de degrés.

`14` → Tu as utilisé « 2ndF sin » : $14°$ est l'angle dont le **sinus** vaut $0{,}25$. Ici, c'est le cosinus.

`1.32 / 1` → Ta calculatrice est en **radians** : elle donne $1{,}32$. Mets-la en mode degrés.

EXERCICE 56 · BASE

Un angle à partir de sa tangente

a est l'angle aigu tel que $\tan a = 3$.

Déterminer, à l'aide de la calculatrice, la mesure de a à 10^{-1} près.

Donner la mesure de a en degrés, arrondie au dixième.

Réponse attendue : `71.6`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. D'un rapport vers un angle : « 2ndF tan » (ou SHIFT tan), en mode degrés.
2. Pour arrondir au dixième, regarde le chiffre des **centièmes**.

CORRECTION

La calculatrice — En mode degrés, on tape « 2ndF tan 3 = ».

$a = 71{,}565\ldots^\circ$

L'arrondi — Le chiffre des centièmes est 6 : on arrondit au-dessus.

$a \approx 71{,}6^\circ$

Une tangente supérieure à 1 donne un angle supérieur à 45°, car $\tan 45^\circ = 1$: ici $71{,}6^\circ$ est cohérent.

PIÈGES ANTICIPÉS

`71.5` → Le calcul donne $71{,}565\ldots$: le chiffre des centièmes est 6, on arrondit **au-dessus**.

`71.57 / 71.565 / 72 / 71.56` → On demande un arrondi au dixième : une seule décimale.

`18.4` → $18{,}4^\circ$ est l'angle dont la tangente vaut $\dfrac{1}{3}$: c'est l'autre angle aigu du triangle. Tape bien « 2ndF tan 3 ».

`1.2 / 1.25` → Ta calculatrice est en **radians**. Mets-la en mode degrés.

EXERCICE 57 · BASE

Une tangente à la calculatrice

Calculer, à l'aide de la calculatrice, une valeur approchée de $\tan 67^\circ$ à 10^{-2} près.

Écrire la valeur arrondie au centième.

Réponse attendue : `2.36`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Mode **DEG**, puis « tan 67 = ».
2. Regarde le chiffre des millièmes pour savoir si l'on arrondit au-dessus ou au-dessous.

CORRECTION

La calculatrice — En mode degrés, on tape « tan 67 = ».

$\tan 67^\circ = 2{,}35585\ldots$

L'arrondi — Le chiffre des millièmes est 5 : on arrondit au-dessus.

$\tan 67^\circ \approx 2{,}36$

Une tangente peut dépasser 1 : c'est le cas dès que l'angle dépasse 45°. Pour l'arrondi au centième, c'est le chiffre des millièmes qui décide : ici 5, on arrondit au-dessus.

PIÈGES ANTICIPÉS

`2.35` → Le calcul donne $2{,}3558\ldots$: le chiffre des millièmes est 5, on arrondit **au-dessus**.

`2.356` / `2.3559` / `2.4` / `2.355` → On demande un arrondi à $0{,}01$ près : deux décimales exactement.

`1.65` → Ta calculatrice est en **radians**. Mets-la en mode degrés : $\tan 45°$ doit afficher 1.

EXERCICE 58 · PRATIQUE

Un côté opposé, à la calculatrice

Le triangle ABC est rectangle en A, avec $BC = 9$ centimètres et $\widehat{ACB} = 28°$.

Calculer AB, en centimètres, à 10^{-1} près.

Donner la longueur en centimètres, arrondie au dixième.

Réponse attendue : `4.2`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. L'angle connu est en C : vu de C, $[AB]$ est-il adjacent ou opposé ?
2. $[AB]$ fait face à C : opposé et hypoténuse, c'est le sinus.

$$AB = BC \times \sin 28°$$

CORRECTION

Le bon rapport — Vu de C, $[AB]$ est opposé et $[BC]$ est l'hypoténuse.

$$\sin \widehat{ACB} = \frac{AB}{BC}$$

En mode degrés.

$$AB = 9 \times \sin 28° = 4{,}225\ldots$$

$$AB \approx 4{,}2 \text{ cm}$$

On relit les côtés depuis l'angle **connu**, ici en C. Contrôle : $4{,}2 < 9$, le côté est plus court que l'hypoténuse.

PIÈGES ANTICIPÉS

`7.9` → $7{,}9$ centimètres, c'est AC : $[AC]$ touche l'angle en C, il est adjacent. $[AB]$ fait face à C : c'est le sinus.

`2.4` → Ta calculatrice est en **radians**. Mets-la en mode degrés : $\sin 30°$ doit afficher $0{,}5$.

`4.23` / `4.225` / `4.22` / `4` → On demande un arrondi au dixième : une seule décimale.

EXERCICE 59 · PRATIQUE

L'hypoténuse, à la calculatrice

Le triangle ABC est rectangle en A, avec $AB = 6{,}4$ centimètres et $\widehat{ABC} = 52°$.

Calculer BC, en centimètres, à 10^{-1} près.

Donner la longueur en centimètres, arrondie au dixième.

Réponse attendue : `10.4`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Vu de B, $[AB]$ est adjacent : c'est le cosinus.

2. BC est au dénominateur : $BC = \dfrac{AB}{\cos 52°}$.

CORRECTION

Le cosinus —

$$\cos \widehat{ABC} = \frac{AB}{BC} \quad \text{donc} \quad BC = \frac{AB}{\cos 52°}$$

En mode degrés.

$$BC = \frac{6{,}4}{\cos 52°} = 10{,}395\ldots$$

$$BC \approx 10{,}4 \text{ cm}$$

Quand l'hypoténuse est inconnue, elle est au dénominateur : on **divise** par le rapport. Contrôle : $10{,}4 > 6{,}4$, l'hypoténuse est le plus long côté.

PIÈGES ANTICIPÉS

`3.9` → Tu as multiplié par $\cos 52°$: ton hypoténuse est plus courte que AB, impossible. BC est au dénominateur, on **divise**.

`8.1` → Tu as divisé par $\sin 52°$. Mais $[AB]$ touche l'angle en B : il est adjacent, c'est le cosinus.

`10.3` → Le calcul donne $10{,}395 l dots$: le chiffre des centièmes est 9, on arrondit **au-dessus**. On ne coupe pas, on arrondit.

`10.39 / 10.395 / 10` → On demande un arrondi au dixième : une seule décimale.

EXERCICE 60 · PRATIQUE

Un angle à partir de deux côtés

Le triangle ABC est rectangle en A, avec $AB = 4{,}8$ et $AC = 6{,}2$.

Déterminer la mesure de l'angle $\widehat{ABC}$ arrondie au degré près.

Donner la mesure en degrés, arrondie au degré près.

Réponse attendue : 52

INDICES, DANS L'ORDRE

1. On connaît les deux côtés de l'angle droit : quel rapport les relie, vu de B ?
2. $\tan \widehat{ABC} = \dfrac{AC}{AB}$, puis « 2ndF tan ».

CORRECTION

La tangente — Vu de B, $[AC]$ est opposé et $[AB]$ adjacent.

$$\tan \widehat{ABC} = \frac{6{,}2}{4{,}8}$$

« 2ndF tan », en mode degrés, en gardant le quotient entier.

$$\widehat{ABC} = 52{,}25\ldots°$$

$$\widehat{ABC} \approx 52°$$

Sans l'hypoténuse, la tangente relie directement les deux côtés de l'angle droit. Contrôle : $AC > AB$, le côté opposé est le plus long, l'angle dépasse donc $45°$.

PIÈGES ANTICIPÉS

`38` → $38°$, c'est l'angle en C : tu as calculé $\dfrac{AB}{AC}$. Vu de B, le côté opposé est $[AC]$, au numérateur.

`52.25` / `52.3` / `52.2` → On demande la mesure arrondie au degré près : un nombre entier.

EXERCICE 61 · PRATIQUE

Un angle à partir de l'hypoténuse

Le triangle ABC est rectangle en A, avec $BC = 11$ et $AB = 8$.

Déterminer la mesure de l'angle $\widehat{ABC}$ à 10^{-1} près.

Donner la mesure en degrés, arrondie au dixième.

Réponse attendue : `43.3`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Vu de B, $[AB]$ est le côté adjacent et $[BC]$ l'hypoténuse.
2. $\cos \widehat{ABC} = \dfrac{8}{11}$, puis « 2ndF cos ».

CORRECTION

Le cosinus —

$\cos \widehat{ABC} = \dfrac{AB}{BC} = \dfrac{8}{11}$

« 2ndF cos », en mode degrés.

$\widehat{ABC} = 43{,}34\ldots°$

$\widehat{ABC} \approx 43{,}3°$

Adjacent et hypoténuse : c'est le cosinus. On tape le quotient $8 \div 11$ en entier, sans l'arrondir avant.

PIÈGES ANTICIPÉS

`46.7` → $46{,}7°$, c'est l'angle dont le **sinus** vaut $\dfrac{8}{11}$: l'angle en C. Vu de B, $[AB]$ est adjacent, c'est le cosinus.

`36` → Tu as pris la tangente. Mais $[BC]$ est l'hypoténuse, pas le côté adjacent : adjacent et hypoténuse, c'est le cosinus.

`0.8` / `0.76` → Ta calculatrice est en **radians**. Mets-la en mode degrés.

`43.34` / `43` / `43.342` → On demande un arrondi au dixième : une seule décimale.

EXERCICE 62 · PRATIQUE

Un seul arrondi, à la fin

Le triangle ABC est rectangle en A, avec $AB = 15$ centimètres et $\widehat{ABC} = 33°$.

Calculer l'aire du triangle ABC, en centimètres carrés, à 10^{-1} près.

Écrire seulement le nombre de centimètres carrés, arrondi au dixième.

Réponse attendue : `73.1`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. L'aire d'un triangle rectangle en A est $\dfrac{AB \times AC}{2}$: il faut AC.
2. $AC = AB \times \tan 33°$. Garde ce calcul en entier dans la calculatrice.
3. N'arrondis qu'à la toute fin : $\dfrac{15 \times 15 \times \tan 33°}{2}$.

CORRECTION

Le côté AC — Vu de B, $[AC]$ est opposé et $[AB]$ adjacent.

$AC = 15 \times \tan 33° = 9{,}741\ldots$

L'aire — Sans arrondir AC.

$\mathcal{A} = \dfrac{15 \times 15 \times \tan 33°}{2} = 73{,}058\ldots$

$\mathcal{A} \approx 73{,}1 \text{ cm}^2$

Un seul arrondi, à la fin. En arrondissant AC à $9{,}7$, on trouverait $72{,}75$, soit $72{,}8$: un dixième d'écart, faux.

PIÈGES ANTICIPÉS

`72.8` → Tu as arrondi AC à $9{,}7$ avant de calculer l'aire : l'erreur s'est multipliée. Garde $15 \times \tan 33°$ en entier.

`146.1` → $146{,}1$, c'est $AB \times AC$: l'aire du rectangle. Le triangle en est la **moitié**.

`73` → Le calcul donne $73{,}058ldots$: au dixième, le chiffre des centièmes est 5, on arrondit **au-dessus**, à $73{,}1$. Ni 73 ni $73{,}0$: on ne coupe pas, on arrondit.

`73.06` / `73.058` / `73.05` → On demande un arrondi au dixième : une seule décimale.

EXERCICE 63 · RAISONNEMENT

L'inclinaison d'une rampe

Une rampe d'accès pour fauteuil roulant permet de monter une marche de $0{,}5$ mètre de haut. Son pied est à 6 mètres du pied de la marche, distance mesurée à l'horizontale.

Calculer l'angle que fait la rampe avec le sol, à 10^{-2} près.

Donner la mesure en degrés, arrondie au centième.

Réponse attendue : `4.76`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Fais une figure : la rampe est l'hypoténuse d'un triangle rectangle dont on connaît les **deux côtés de l'angle droit**.
2. Vu du pied de la rampe, la hauteur $0{,}5$ est le côté opposé et les 6 mètres le côté adjacent.

CORRECTION

Modéliser — Le triangle formé par la rampe, le sol et la marche est rectangle au pied de la marche. On connaît le côté opposé à l'angle cherché, $0{,}5$ m, et le côté adjacent, 6 m.

La tangente —

$\tan a = \dfrac{0{,}5}{6}$ donc $a = 4{,}763\ldots^\circ$

$a \approx 4{,}76^\circ$

Les 6 mètres sont **horizontaux** : ce n'est pas la longueur de la rampe. Opposé et adjacent, c'est la tangente. Avec le sinus, on aurait supposé la rampe longue de 6 mètres.

PIÈGES ANTICIPÉS

`4.78` → Tu as pris 6 mètres pour la longueur de la rampe, l'hypoténuse. Or ils sont mesurés à l'horizontale : c'est le côté adjacent, et donc la tangente.

`85.24` → $85{,}24^\circ$, c'est l'angle entre la rampe et la marche verticale. On demande l'angle avec le **sol**.

`4.8 / 4.764 / 4.7636 / 4.763` → On demande un arrondi au centième : deux décimales exactement.

`0.08` → Ta calculatrice est en **radians**. Mets-la en mode degrés.

EXERCICE 64 · RAISONNEMENT

Deux angles en B

Le triangle ABC est rectangle en A, avec $AB = 8$ et $\widehat{ABC} = 40^\circ$. Le point D du segment $[AC]$ est tel que $\widehat{ABD} = 20^\circ$.

Calculer DC à 10^{-1} près.

Écrire la longueur arrondie au dixième.

Réponse attendue : `3.8`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Les triangles ABC et ABD sont rectangles en A, avec le même côté adjacent $[AB]$.
2. Calcule AC et AD par la tangente, puis $DC = AC - AD$.
3. $[BD]$ partage l'angle en deux, mais D n'est **pas** le milieu de $[AC]$.

CORRECTION

Dans ABC —

$AC = 8 \times \tan 40^\circ = 6{,}712\ldots$

Dans ABD —

$AD = 8 \times \tan 20^\circ = 2{,}911\ldots$

On retranche, et on arrondit à la fin.

$DC = 8\tan 40^\circ - 8\tan 20^\circ = 3{,}801\ldots$

$DC \approx 3{,}8$

Partager l'angle en deux ne partage pas le côté opposé en deux : $AD \approx 2{,}9$ et $DC \approx 3{,}8$. La tangente n'est pas proportionnelle à l'angle.

PIÈGES ANTICIPÉS

`3.4` → Tu as supposé que D est le milieu de $[AC]$, parce que 20° est la moitié de 40°. C'est faux : $\tan 20^\circ$ n'est pas la moitié de $\tan 40^\circ$.

`2.9` → $2{,}9$, c'est AD, le morceau du côté de A. On demande DC.

`6.7` → $6{,}7$, c'est AC, tout le côté. Retranche AD.

`3.801 / 3.80104 / 4` → On demande un arrondi au dixième : une seule décimale.

EXERCICE 65 · DEFI

La hauteur entre deux angles

Dans le triangle ABC, on a $BC = 10$, $\widehat{ABC} = 48°$ et $\widehat{ACB} = 64°$. On note H le pied de la hauteur issue de A ; il est sur $[BC]$.

Calculer AH à 10^{-2} près.

Écrire la longueur arrondie au centième.

Réponse attendue : `7.20`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Pose $AH = h$. Dans les triangles ABH et ACH, rectangles en H, exprime BH et HC en fonction de h.
2. $BH = \dfrac{h}{\tan 48°}$ et $HC = \dfrac{h}{\tan 64°}$. Et $BH + HC = 10$.
3. Mets h en facteur, puis divise. Garde les tangentes entières dans la calculatrice.

CORRECTION

Les deux triangles — On pose $AH = h$. Vu de B, puis de C, $[AH]$ est le côté opposé.

$$BH = \frac{h}{\tan 48°} \qquad HC = \frac{h}{\tan 64°}$$

L'équation — H est sur $[BC]$.

$$h\left(\frac{1}{\tan 48°} + \frac{1}{\tan 64°}\right) = 10$$

En mode degrés, en un seul calcul.

$$h = \frac{10}{\frac{1}{\tan 48°} + \frac{1}{\tan 64°}} = 7{,}203\ldots$$

$$AH \approx 7{,}20$$

Quand le pied de la hauteur est inaccessible, on pose la hauteur comme inconnue, on écrit les deux morceaux de la base en fonction d'elle, et leur somme donne une équation.

PIÈGES ANTICIPÉS

`11.11 / 20.50` → Tu as pris $BC = 10$ comme côté adjacent dans un seul triangle. Mais H est **entre** B et C : la base est coupée en deux morceaux.

`7.19` → Tu as arrondi trop tôt, sans doute $\dfrac{1}{\tan 48°} \approx 0{,}9$ et $\dfrac{1}{\tan 64°} \approx 0{,}49$. Fais tout le calcul d'un seul tenant.

`6.49` → $6{,}49$, c'est BH, une partie de la base. On demande la hauteur AH.

`7.2039 / 7.204 / 7.203` → On demande un arrondi au centième : deux décimales exactement.

EXERCICE 66 · DEFI

La base d'un triangle isocèle

Le triangle ABC est isocèle en A, avec $AB = AC = 9$ centimètres et un angle au sommet $\widehat{BAC} = 40°$.

Calculer BC, en centimètres, à 10^{-2} près.

Donner la longueur en centimètres, arrondie au centième.

Réponse attendue : `6.16`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Le triangle n'est pas rectangle. Trace la hauteur issue de A : son pied I est le milieu de $[BC]$.
2. Dans un triangle isocèle, cette hauteur est aussi la bissectrice de l'angle au sommet : $\widehat{BAI} = 20°$.
3. Dans le triangle ABI rectangle en I, $[BI]$ est opposé à l'angle en A.

$$BI = AB \times \sin 20°$$

CORRECTION

La hauteur — I est le milieu de $[BC]$; le triangle ABI est rectangle en I, et $\widehat{BAI} = 20°$.

Le sinus — Vu de A, $[BI]$ est opposé et $[AB]$ est l'hypoténuse.

$$BI = 9 \times \sin 20°$$

On double, et on arrondit à la fin.

$$BC = 2 \times 9 \times \sin 20° = 6{,}156\ldots$$

$$BC \approx 6{,}16 \text{ cm}$$

Dans un triangle isocèle, la hauteur issue du sommet coupe à la fois la base et l'angle au sommet en deux : elle fabrique deux triangles rectangles.

PIÈGES ANTICIPÉS

`11.57` → Tu as utilisé l'angle de $40°$ en entier. Dans le triangle ABI, l'angle en A n'en est que la **moitié**, $20°$.

`3.08` → $3{,}08$ centimètres, c'est BI, la moitié de la base. Il reste à doubler.

`16.91 / 8.46` → Tu as pris le cosinus : $9 \times \cos 20°$ est la hauteur AI. $[BI]$ fait face à l'angle en A : c'est le sinus.

`6.15` → Le calcul donne $6{,}156ldots$: le chiffre des millièmes est 6, on arrondit **au-dessus**. On ne coupe pas, on arrondit.

`6.2 / 6.156 / 6.1564` → On demande un arrondi au centième : deux décimales exactement.

EXERCICE 67 · BASE

La hauteur par les produits

Le triangle ABC est rectangle en A, avec $AB = 15$, $AC = 20$ et $BC = 25$. On note H le pied de la hauteur issue de A.

Calculer AH.

Écrire seulement le nombre.

Réponse attendue : `12`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. L'aire du triangle s'écrit de deux manières : avec les deux côtés de l'angle droit, ou avec l'hypoténuse et la hauteur.
2. Les deux produits sont égaux.
   $AB \times AC = AH \times BC$

CORRECTION

La relation —

$$AB \times AC = AH \times BC$$

$$AH = \frac{AB \times AC}{BC} = \frac{15 \times 20}{25} = \frac{300}{25}$$

$$AH = 12$$

Le produit des côtés de l'angle droit est égal au produit de l'hypoténuse par la hauteur. Contrôle : $12 < 15$ et $12 < 20$, la hauteur est plus courte que chacun des côtés de l'angle droit.

PIÈGES ANTICIPÉS

`300` → 300, c'est le produit $AB \times AC$. Il reste à diviser par l'hypoténuse BC.

`9` → 9, c'est BH, la projection de $[AB]$ sur l'hypoténuse : $\frac{AB^2}{BC}$. On demande la hauteur AH.

EXERCICE 68 · BASE **La hauteur au carré**

Le triangle ABC est rectangle en A, et H est le pied de la hauteur issue de A. On donne $BH = 5$ et $HC = 20$.

Calculer AH.

Écrire seulement le nombre.

Réponse attendue : `10`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Une relation relie la hauteur aux deux segments $[BH]$ et $[HC]$ qu'elle découpe sur l'hypoténuse.
2. C'est un produit, et il donne le **carré** de la hauteur.
   $AH^2 = HB \times HC$

CORRECTION

La relation —

$$AH^2 = HB \times HC = 5 \times 20 = 100$$

AH est une longueur, donc positive.

$$AH = \sqrt{100}$$

$AH = 10$

Le carré de la hauteur est le produit des deux segments qu'elle découpe sur l'hypoténuse.

PIÈGES ANTICIPÉS

`100` → 100, c'est AH^2. Il reste à prendre la racine carrée.

`5` → Tu as additionné 5 et 20. La relation est un **produit** : $AH^2 = HB \times HC$.

`12.5` → $12{,}5$, c'est la moitié de BC : le rayon du cercle de diamètre $[BC]$. La hauteur est plus courte, sauf si H est le milieu de $[BC]$.

EXERCICE 69 · BASE

La projection sur l'hypoténuse

Le triangle ABC est rectangle en A, avec $AC = 12$ et $BC = 16$; H est le pied de la hauteur issue de A.

Calculer CH.

Écrire seulement le nombre.

Réponse attendue : 9

INDICES, DANS L'ORDRE

1. $[CH]$ est la projection du côté $[AC]$ sur l'hypoténuse.
2. Le carré d'un côté de l'angle droit est le produit de sa projection par l'hypoténuse.
   $AC^2 = CH \times CB$

CORRECTION

La relation —

$$AC^2 = CH \times CB$$

$$CH = \frac{AC^2}{CB} = \frac{144}{16}$$

$$CH = 9$$

On retrouve cette relation en écrivant $\cos \widehat{ACB}$ dans deux triangles : $\dfrac{CH}{AC} = \dfrac{AC}{CB}$.

PIÈGES ANTICIPÉS

`3/4 / 0.75` → $\dfrac{3}{4}$, c'est $\dfrac{AC}{BC}$: le cosinus de l'angle en C. C'est le **carré** de AC qui est égal à $CH \times CB$.

`144` → 144, c'est AC^2. Il reste à diviser par l'hypoténuse CB.

`7` → 7, c'est BH, l'autre morceau de l'hypoténuse. La projection de $[AC]$, c'est le morceau du côté de C.

EXERCICE 70 · BASE

Un côté par sa projection

Le triangle ABC est rectangle en A, et H est le pied de la hauteur issue de A. On donne $BC = 18$ et $BH = 2$.

Calculer AB.

Écrire seulement le nombre.

Réponse attendue : 6

INDICES, DANS L'ORDRE

1. $[BH]$ est la projection de $[AB]$ sur l'hypoténuse $[BC]$.
2. $AB^2 = BH \times BC$: calcule ce produit, puis prends la racine carrée.

CORRECTION

La relation —

$$AB^2 = BH \times BC = 2 \times 18 = 36$$

$$AB = 6$$

Le carré d'un côté de l'angle droit est le produit de sa projection sur l'hypoténuse par l'hypoténuse. Contrôle : $6 < 18$, le côté est plus court que l'hypoténuse.

PIÈGES ANTICIPÉS

`36` → 36, c'est AB^2. Il reste à prendre la racine carrée.

`2*sqrt(5) / sqrt(20)` → Tu as additionné BH et BC. La relation est un **produit** : $AB^2 = BH \times BC$.

`12*sqrt(2) / sqrt(288)` → $12\sqrt{2}$, c'est AC, avec la projection $HC = 16$. On demande AB, dont la projection est $[BH]$.

EXERCICE 71 · PRATIQUE

L'hypoténuse, puis la hauteur

Le triangle ABC est rectangle en A, avec $AB = 9$ et $AC = 12$; H est le pied de la hauteur issue de A.

Calculer AH.

Écrire seulement la valeur exacte : un nombre décimal ou une fraction.

Réponse attendue : `36/5` — aussi acceptées : 7.2

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Il faut l'hypoténuse : le théorème de Pythagore la donne.
2. Puis $AB \times AC = AH \times BC$.

CORRECTION

Pythagore —

$$BC^2 = 81 + 144 = 225 \quad \text{donc} \quad BC = 15$$

La relation —

$$AH = \frac{AB \times AC}{BC} = \frac{9 \times 12}{15} = \frac{108}{15}$$

$$AH = 7{,}2$$

Pythagore, puis le produit des côtés de l'angle droit : $AB \times AC = AH \times BC$. Contrôle : $7{,}2$ est plus petit que 9 et que 12.

PIÈGES ANTICIPÉS

`108` → 108, c'est $AB \times AC$. Il reste à diviser par l'hypoténuse $BC = 15$.

`54` → 54, c'est l'aire du triangle. La hauteur s'obtient en divisant le **double** de l'aire par l'hypoténuse.

`36/7` → Tu as pris $BC = 9 + 12 = 21$. L'hypoténuse se calcule avec Pythagore : $BC^2 = AB^2 + AC^2$.

EXERCICE 72 · PRATIQUE

Retrouver l'hypoténuse

Le triangle ABC est rectangle en A, et H est le pied de la hauteur issue de A. On donne $AH = 12$ et $BH = 8$.

Calculer BC.

Écrire seulement le nombre.

Réponse attendue : 26

INDICES, DANS L'ORDRE

1. $AH^2 = HB \times HC$ donne l'autre morceau, HC.
2. H est sur $[BC]$: $BC = BH + HC$.

CORRECTION

L'autre morceau —

$$AH^2 = HB \times HC \quad \text{donc} \quad HC = \frac{144}{8} = 18$$

L'hypoténuse —

$$BC = BH + HC = 8 + 18$$

$$BC = 26$$

La hauteur coupe l'hypoténuse en deux morceaux ; leur produit est le carré de la hauteur. Contrôle : $8 \times 18 = 144 = 12^2$.

PIÈGES ANTICIPÉS

`18` → 18, c'est HC, un seul morceau de l'hypoténuse. Ajoute $BH = 8$.

`20` → Tu as additionné AH et BH. Mais $[AH]$ n'est pas sur l'hypoténuse : elle lui est perpendiculaire.

`4*sqrt(13) / sqrt(208)` → $4\sqrt{13}$, c'est AB, par Pythagore dans le triangle ABH. On demande l'hypoténuse $[BC]$.

Maths à la carte — ABDELKADER HAMMAMI

EXERCICE 73 · PRATIQUE

L'autre morceau de l'hypoténuse

Le triangle ABC est rectangle en A, avec $BC = 20$ et $AB = 12$; H est le pied de la hauteur issue de A.

Calculer HC.

Écrire seulement la valeur exacte : un nombre décimal ou une fraction.

Réponse attendue : `64/5` — aussi acceptées : 12.8

INDICES, DANS L'ORDRE

1. La relation $AB^2 = BH \times BC$ donne la projection BH.
2. Puis $HC = BC - BH$. Tu peux aussi calculer AC par Pythagore et utiliser $AC^2 = CH \times CB$.

CORRECTION

La projection de AB —

$$BH = \frac{AB^2}{BC} = \frac{144}{20} = 7{,}2$$

L'autre morceau —

$$HC = BC - BH = 20 - 7{,}2$$

$$HC = 12{,}8$$

Contrôle par l'autre chemin : $AC^2 = 400 - 144 = 256$, donc $AC = 16$, et $CH = \frac{256}{20} = 12{,}8$. Même résultat.

PIÈGES ANTICIPÉS

`7.2 / 36/5` → $7{,}2$, c'est BH, la projection de $[AB]$. On demande l'autre morceau, HC.

`16` → 16, c'est AC, par Pythagore. On demande sa projection sur l'hypoténuse, $[HC]$.

EXERCICE 74 · PRATIQUE

Un côté et la hauteur

Le triangle ABC est rectangle en A, et H est le pied de la hauteur issue de A. On donne $AB = 10$ et $AH = 8$.

Calculer la valeur exacte de BC.

Écrire seulement la valeur exacte, sous forme de fraction.

Réponse attendue : `50/3`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Le triangle ABH est rectangle en H : Pythagore donne BH.
2. Puis $AB^2 = BH \times BC$, avec BC inconnue.

CORRECTION

Dans ABH — ABH est rectangle en H, d'hypoténuse $[AB]$.

$BH^2 = AB^2 - AH^2 = 100 - 64 = 36 \quad \text{donc} \quad BH = 6$

La relation —

$AB^2 = BH \times BC \quad \text{donc} \quad BC = \dfrac{100}{6}$

$BC = \dfrac{50}{3}$

Deux triangles rectangles sur la même figure : ABH, rectangle en H, donne BH ; la relation métrique du grand triangle ABC donne BC.

PIÈGES ANTICIPÉS

`6` → 6, c'est BH, une étape. Il reste à calculer l'hypoténuse avec $AB^2 = BH \times BC$.

`40/3` → $\dfrac{40}{3}$, c'est AC. On demande l'hypoténuse $[BC]$.

`16.67 / 16.7 / 16.6` → C'est une valeur approchée. On demande la valeur **exacte** : garde la fraction.

EXERCICE 75 · PRATIQUE

Une hauteur en fraction

Le triangle ABC est rectangle en A, avec $AB = 10$ et $AC = 24$; H est le pied de la hauteur issue de A.

Calculer la valeur exacte de AH.

Écrire seulement la valeur exacte, sous forme de fraction.

Réponse attendue : `120/13`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Commence par l'hypoténuse, avec Pythagore.
2. Puis $AH = \dfrac{AB \times AC}{BC}$, et simplifie la fraction.

CORRECTION

Pythagore —

$BC^2 = 100 + 576 = 676 \quad \text{donc} \quad BC = 26$

La relation —

$AH = \dfrac{AB \times AC}{BC} = \dfrac{240}{26}$

On simplifie par 2.

$AH = \dfrac{120}{13}$

Une longueur exacte n'est pas toujours un entier : on la laisse en fraction irréductible. Contrôle : $\dfrac{120}{13} \approx 9{,}2$, plus court que $AB = 10$.

PIÈGES ANTICIPÉS

`240` → 240, c'est $AB \times AC$. Il reste à diviser par l'hypoténuse $BC = 26$.

Maths à la carte — ABDELKADER HAMMOU

`120` → 120, c'est l'aire du triangle. Le produit $AH \times BC$ vaut le **double** de l'aire.

`9.23 / 9.2 / 9.231` → C'est une valeur approchée. On demande la valeur **exacte** : garde la fraction.

EXERCICE 76 · RAISONNEMENT

De la hauteur au côté

Le triangle ABC est rectangle en A, et H est le pied de la hauteur issue de A. On donne $AB = 6$ et $AH = 4{,}8$.

Calculer AC.

Écrire seulement le nombre.

Réponse attendue : 8

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Le triangle ABH est rectangle en H : Pythagore donne BH.
2. $AB^2 = BH \times BC$ donne l'hypoténuse.
3. Enfin $AB \times AC = AH \times BC$, ou Pythagore dans ABC.

CORRECTION

Dans ABH —

$$BH^2 = 36 - 23{,}04 = 12{,}96 \quad \text{donc} \quad BH = 3{,}6$$

L'hypoténuse —

$$BC = \frac{AB^2}{BH} = \frac{36}{3{,}6} = 10$$

Le côté AC —

$$AC = \frac{AH \times BC}{AB} = \frac{4{,}8 \times 10}{6}$$

$$AC = 8$$

Trois relations, enchaînées : Pythagore dans le petit triangle, la projection, puis le produit des côtés. Contrôle : $6^2 + 8^2 = 100 = 10^2$.

PIÈGES ANTICIPÉS

`10` → 10, c'est BC, l'hypoténuse. Il reste une étape pour obtenir AC.

`3.6` → $3{,}6$, c'est BH, la projection de $[AB]$. On demande le côté $[AC]$.

`6.4` → $6{,}4$, c'est HC, la projection de $[AC]$ sur l'hypoténuse. On demande le côté $[AC]$ lui-même.

EXERCICE 77 · RAISONNEMENT

Le rapport des projections

Le triangle ABC est rectangle en A, avec $AC = 2AB$ et $BC = 15$. On note H le pied de la hauteur issue de A.

Calculer BH.

Écrire seulement le nombre.

Réponse attendue : 3

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Écris $AB^2 = BH \times BC$ et $AC^2 = CH \times CB$, puis divise membre à membre.
2. Tu obtiens $\dfrac{BH}{CH} = \left(\dfrac{AB}{AC}\right)^2$.
3. $BH + HC = 15$, avec $HC = 4BH$.

CORRECTION

Le rapport —

$$\frac{BH}{CH} = \frac{AB^2}{AC^2} = \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$$

Le partage — Donc $HC = 4BH$, et $BH + HC = 15$.

$5BH = 15$

$BH = 3$

Les projections sont dans le rapport des **carrés** des côtés : ici 1 pour 4, et non 1 pour 2. Contrôle : $AB^2 = 3 \times 15 = 45$ et $AC^2 = 12 \times 15 = 180 = 4 \times 45$.

PIÈGES ANTICIPÉS

5 → Tu as partagé 15 dans le rapport $\dfrac{1}{2}$: $BH = 5$. Mais les projections sont dans le rapport des **carrés** des côtés, $\dfrac{1}{4}$.

12 → 12, c'est HC, la projection de $[AC]$. On demande BH, du côté de B.

EXERCICE 78 · RAISONNEMENT

Un point sur le cercle

$[BC]$ est un diamètre d'un cercle, avec $BC = 17$ centimètres. Le point A est sur ce cercle, et H est son projeté orthogonal sur $[BC]$, avec $BH = 1$ centimètre.

Calculer AH, en centimètres.

Donner la longueur en centimètres.

Réponse attendue : 4

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Un triangle inscrit dans un cercle, dont un côté est un diamètre, est rectangle. Où est l'angle droit ?
2. ABC est rectangle en A, et $[AH]$ est sa hauteur : $AH^2 = HB \times HC$.

CORRECTION

L'angle droit — A est sur le cercle de diamètre $[BC]$: le triangle ABC est rectangle en A.

La relation — $HC = 17 - 1 = 16$.

$AH^2 = HB \times HC = 1 \times 16 = 16$

$AH = 4\ \text{cm}$

Le cercle de diamètre $[BC]$ fabrique l'angle droit, la relation métrique donne la hauteur. C'est la construction d'un segment de longueur $\sqrt{ab}$, ici $\sqrt{1 \times 16}$.

PIÈGES ANTICIPÉS

`16` → 16, c'est AH^2, ou bien HC. Il reste à prendre la racine carrée de $HB \times HC$.

`sqrt(17)` → $\sqrt{17}$, c'est AB, avec $AB^2 = BH \times BC$. On demande la hauteur $[AH]$.

`8.5` → $8{,}5$ centimètres, c'est le rayon du cercle. A n'est pas au sommet du cercle : H n'est pas le centre.

EXERCICE 79 · DEFI

Une hypoténuse triple

Le triangle EFG est rectangle en E, avec $FG = 3EF$. On note H le pied de la hauteur issue de E.

Calculer le rapport $\dfrac{HG}{HF}$.

Écrire seulement la valeur du rapport.

Réponse attendue : 8

INDICES, DANS L'ORDRE

1. $[HF]$ est la projection de $[EF]$ sur l'hypoténuse : $EF^2 = HF \times FG$.
2. Remplace FG par $3EF$: tu obtiens HF en fonction de FG.
3. Puis $HG = FG - HF$.

CORRECTION

La projection —

$$HF = \frac{EF^2}{FG} = \frac{EF^2}{3EF} = \frac{EF}{3} = \frac{FG}{9}$$

L'autre morceau —

$$HG = FG - \frac{FG}{9} = \frac{8FG}{9}$$

$$\frac{HG}{HF} = \frac{8FG}{9} \times \frac{9}{FG} = 8$$

Sans aucune longueur, les relations métriques donnent un rapport : on exprime tout en fonction d'une seule longueur, ici FG, qui se simplifie.

PIÈGES ANTICIPÉS

`1/9` → $\dfrac{1}{9}$, c'est $\dfrac{HF}{FG}$. On demande $\dfrac{HG}{HF}$: le grand morceau sur le petit.

`9` → 9, c'est $\dfrac{FG}{HF}$: tu as pris toute l'hypoténuse au lieu du morceau $[HG]$.

`3 / 2` → Le rapport n'est pas 3 : c'est le **carré** du côté EF qui est égal à $HF \times FG$, d'où un rapport en $\dfrac{1}{9}$.

Maths à la carte ABDELKADER HAMMAMI

1/8 → Tu as calculé $\frac{HF}{HG}$: le rapport est renversé.

EXERCICE 80 · DEFI

Deux projetés sur la diagonale

$ABCD$ est un rectangle avec $AB = 8$ et $BC = 6$. On note H et K les projetés orthogonaux de B et de D sur la diagonale (AC).

Calculer la distance HK.

Écrire seulement la valeur exacte : un nombre décimal ou une fraction.

Réponse attendue : 14/5 — aussi acceptées : 2.8

INDICES, DANS L'ORDRE

1. La diagonale mesure $AC = 10$. Le triangle ABC est rectangle en B, et $[BH]$ est sa hauteur.
2. Dans ABC, $[AH]$ est la projection de $[AB]$: $AB^2 = AH \times AC$.
3. Dans ADC, rectangle en D, $[AK]$ est la projection de $[AD]$. Puis $HK = AH - AK$.

CORRECTION

La diagonale —

$AC^2 = 8^2 + 6^2 = 100 \quad \text{donc} \quad AC = 10$

Le projeté de B — ABC est rectangle en B.

$$AH = \frac{AB^2}{AC} = \frac{64}{10} = 6{,}4$$

Le projeté de D — ADC est rectangle en D, avec $AD = BC = 6$.

$$AK = \frac{AD^2}{AC} = \frac{36}{10} = 3{,}6$$

H et K sont sur $[AC]$.

$HK = 6{,}4 - 3{,}6 = 2{,}8$

On repère chaque fois le bon triangle rectangle et la bonne projection. Par symétrie de centre le centre du rectangle, $CK = AH$: $AK + HK + CK = 3{,}6 + 2{,}8 + 3{,}6 = 10$.

PIÈGES ANTICIPÉS

4.8 / 24/5 → $4{,}8$, c'est BH, la distance de B à la diagonale. On demande la distance entre les deux projetés, **sur** la diagonale.

6.4 / 32/5 → $6{,}4$, c'est AH. Il reste à retrancher AK, la projection de $[AD]$.

3.6 / 18/5 → $3{,}6$, c'est AK. Le projeté de B est plus loin de A : $HK = AH - AK$.

EXERCICE 81 · BASE

La hauteur d'un arbre

Depuis un point P du sol, situé à 25 mètres du pied Q d'un arbre vertical, on voit le sommet T de l'arbre sous un angle $\widehat{QPT} = 27°$ avec l'horizontale.

Calculer la hauteur QT de l'arbre, en mètres, à 10^{-1} près.

Donner la hauteur en mètres, arrondie au dixième.

Réponse attendue : `12.7`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Le triangle PQT est rectangle en Q. Vu de P, la distance au sol est adjacente, la hauteur est opposée.
2. Opposé et adjacent : la tangente.
   $QT = PQ \times \tan 27°$

CORRECTION

Modéliser — L'arbre est vertical, le sol horizontal : PQT est rectangle en Q.

La tangente —

$QT = 25 \times \tan 27° = 12{,}738\ldots$

$QT \approx 12{,}7 \text{ m}$

On mesure une hauteur inaccessible avec une distance au sol et un angle : c'est la tangente. En mode degrés, et un seul arrondi à la fin.

PIÈGES ANTICIPÉS

`11.3` → Tu as pris le sinus. Mais 25 mètres, c'est la distance au sol, le côté **adjacent**, pas l'hypoténuse.

`49.1` → Tu as divisé par la tangente. QT est le côté opposé : il est au numérateur, on **multiplie**.

`12.74` / `12.738` / `13` / `12.73` → On demande un arrondi au dixième : une seule décimale.

EXERCICE 82 · BASE

La longueur d'une rampe

Une rampe de chargement permet de monter à un quai situé à $1{,}2$ mètre au-dessus du sol. Elle fait un angle de $8°$ avec le sol.

Calculer la longueur de la rampe, en mètres, à 10^{-1} près.

Donner la longueur en mètres, arrondie au dixième.

Réponse attendue : `8.6`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. La rampe est l'hypoténuse d'un triangle rectangle ; la hauteur du quai fait face à l'angle de $8°$.
2. $\sin 8° = \dfrac{1{,}2}{L}$: l'inconnue est au dénominateur.

CORRECTION

Modéliser — La rampe, le sol et le mur du quai forment un triangle rectangle ; la rampe est l'hypoténuse, la hauteur $1{,}2$ m est le côté opposé à l'angle de $8°$.

Le sinus —

$\sin 8° = \dfrac{1{,}2}{L} \quad \text{donc} \quad L = \dfrac{1{,}2}{\sin 8°} = 8{,}622\ldots$

$L \approx 8{,}6 \text{ m}$

Un petit angle demande une longue rampe : plus de sept fois la hauteur à franchir.

PIÈGES ANTICIPÉS

`0.2 / 0.17` → Tu as multiplié par $\sin 8°$: une rampe de $0{,}2$ mètre ne monte pas à $1{,}2$ mètre. L est au dénominateur, on **divise**.

`8.5` → $8{,}5$ mètres, c'est la distance au sol, côté adjacent : $\dfrac{1{,}2}{\tan 8°}$. La rampe est l'hypoténuse : c'est le sinus.

`8.62 / 8.622 / 9` → On demande un arrondi au dixième : une seule décimale.

EXERCICE 83 · PRATIQUE

Le toit du hangar

Le toit d'un hangar a deux pans symétriques. Le hangar a une largeur de 9 mètres, et chaque pan fait un angle de $29°$ avec l'horizontale.

Calculer, en mètres, à 10^{-2} près, la hauteur du faîte du toit au-dessus du haut des murs.

Donner la hauteur en mètres, arrondie au centième.

Réponse attendue : `2.49`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Fais une figure. Par symétrie, la verticale du faîte coupe la largeur en deux : chaque demi-toit est un triangle rectangle de base $4{,}5$ mètres.
2. Vu du bas du pan, la hauteur cherchée est opposée et la demi-largeur adjacente.

CORRECTION

Modéliser — La verticale du faîte coupe le hangar en deux moitiés : un triangle rectangle de base $\dfrac{9}{2} = 4{,}5$ mètres, d'angle $29°$.

La tangente —

$h = 4{,}5 \times \tan 29° = 2{,}494\ldots$

$h \approx 2{,}49 \text{ m}$

La symétrie de la figure donne le triangle rectangle : la base n'est pas la largeur entière, mais sa moitié.

PIÈGES ANTICIPÉS

`4.99` → Tu as pris toute la largeur, 9 mètres. Le faîte est au milieu : le triangle rectangle a pour base la **moitié**, $4{,}5$ mètres.

`2.18` → Tu as pris le sinus. Mais $4{,}5$ mètres est horizontal : c'est le côté adjacent, pas la longueur du pan.

`2.5 / 2.494 / 2.4944` → On demande un arrondi au centième : deux décimales exactement.

EXERCICE 84 · PRATIQUE

Le cerf-volant

Le fil d'un cerf-volant, bien tendu, mesure 60 mètres et fait un angle de $42°$ avec l'horizontale. La main de l'enfant qui le tient est à 1 mètre du sol.

Calculer la hauteur du cerf-volant au-dessus du sol, en mètres, à 10^{-1} près.

Donner la hauteur en mètres, arrondie au dixième.

Réponse attendue : `41.1`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Le fil est l'hypoténuse d'un triangle rectangle dont le sommet de l'angle est la main.
2. Le sinus donne la hauteur au-dessus de la **main**. Que reste-t-il à ajouter ?

CORRECTION

Au-dessus de la main — Vu de la main, la hauteur est le côté opposé et le fil l'hypoténuse.

$60 \times \sin 42° = 40{,}147\ldots$

Au-dessus du sol — On ajoute la hauteur de la main.

$h = 1 + 60 \times \sin 42° = 41{,}147\ldots$

$h \approx 41{,}1 \text{ m}$

Relis toujours la question : le triangle rectangle part de la main, pas du sol. Le dernier geste ajoute le mètre qui manque.

PIÈGES ANTICIPÉS

`40.1` → $40{,}1$ mètres, c'est la hauteur au-dessus de la **main**. Ajoute le mètre entre la main et le sol.

`45.6 / 44.6` → Tu as pris le cosinus : c'est la distance horizontale. La hauteur fait face à l'angle de $42°$: c'est le sinus.

`41.15 / 41.148 / 41 / 41.14` → On demande un arrondi au dixième : une seule décimale.

EXERCICE 85 · PRATIQUE

L'inclinaison d'une route

En parcourant $1{,}5$ kilomètre le long d'une route droite, on s'élève de 150 mètres.

Calculer l'angle que fait la route avec l'horizontale, à 10^{-2} près.

Donner la mesure en degrés, arrondie au centième.

Réponse attendue : `5.74`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Mets les deux longueurs dans la même unité : $1{,}5$ kilomètre, c'est 1500 mètres.
2. Les 1500 mètres sont mesurés **le long de la route** : c'est l'hypoténuse. Et l'élévation est le côté opposé.

CORRECTION

Modéliser — La route est l'hypoténuse, 1500 m ; l'élévation, 150 m, est le côté opposé à l'angle cherché.

Le sinus —

$\sin a = \dfrac{150}{1500} = 0{,}1 \quad \text{donc} \quad a = 5{,}739\ldots°$

$a \approx 5{,}74°$

Distance « le long de la route » : c'est l'hypoténuse, donc le sinus. Si la distance était horizontale, ce serait la tangente.

PIÈGES ANTICIPÉS

`5.71` → Tu as pris la tangente, comme si les $1{,}5$ km étaient horizontaux. Ils sont parcourus **le long** de la route : c'est l'hypoténuse.

`84.26` → $84{,}26°$, c'est l'angle avec la verticale. On demande l'angle avec l'horizontale.

`5.73` → Le calcul donne $5{,}739ldots$: le chiffre des millièmes est 9, on arrondit **au-dessus**. On ne coupe pas, on arrondit.

`5.7` / `5.739` / `5.7392` → On demande un arrondi au centième : deux décimales exactement.

EXERCICE 86 · PRATIQUE

L'ombre du poteau

Un poteau vertical de $4{,}5$ mètres de haut porte sur le sol horizontal une ombre de 6 mètres.

Calculer l'angle que font les rayons du soleil avec le sol, arrondi au degré près.

Donner la mesure en degrés, arrondie au degré près.

Réponse attendue : 37

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Le poteau, son ombre et le rayon qui passe par le sommet du poteau forment un triangle rectangle au pied du poteau.
2. Vu du bout de l'ombre, le poteau est opposé et l'ombre adjacente.

CORRECTION

Modéliser — Le triangle est rectangle au pied du poteau ; l'angle cherché est au bout de l'ombre.

La tangente —

$$\tan a = \frac{4{,}5}{6} = 0{,}75 \quad \text{donc} \quad a = 36{,}86\ldots°$$

$$a \approx 37°$$

Deux côtés de l'angle droit, c'est la tangente. Contrôle : l'ombre est plus longue que le poteau, l'angle est donc inférieur à $45°$.

PIÈGES ANTICIPÉS

`53` → $53°$, c'est l'angle au sommet du poteau, entre le rayon et le poteau. On demande l'angle avec le **sol**.

`36` → Le calcul donne $36{,}86\ldots$: le chiffre des dixièmes est 8, on arrondit **au-dessus**.

`36.87` / `36.9` / `36.8` → On demande un arrondi au degré près : un nombre entier.

EXERCICE 87 · PRATIQUE

Le phare et le bateau

Du haut d'un phare, à 45 mètres au-dessus de la mer, un gardien voit un bateau sous un angle de dépression de $12°$. L'angle de dépression est l'angle que fait la ligne de visée, vers le bas, avec

l'horizontale qui passe par l'œil.

Calculer la distance entre le bateau et le pied du phare, en mètres, à 10^{-1} près.

Donner la distance en mètres, arrondie au dixième.

Réponse attendue : `211.7`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. L'horizontale de l'œil et la mer sont parallèles : l'angle au niveau du bateau, entre la mer et la ligne de visée, mesure aussi 12° (angles alternes-internes).
2. Vu du bateau, la hauteur du phare est opposée, la distance cherchée adjacente.

$$d = \frac{45}{\tan 12^\circ}$$

CORRECTION

L'angle au bateau — L'horizontale de l'œil est parallèle à la mer : l'angle au bateau est alterne-interne avec l'angle de dépression, il mesure 12°.

La tangente — Le triangle est rectangle au pied du phare.

$$\tan 12^\circ = \frac{45}{d} \quad \text{donc} \quad d = \frac{45}{\tan 12^\circ} = 211{,}708\ldots$$

$$d \approx 211{,}7 \text{ m}$$

L'angle de dépression se reporte au point visé par des angles alternes-internes. Un petit angle de dépression correspond à un objet lointain.

PIÈGES ANTICIPÉS

`9.6` → Tu as multiplié 45 par $\tan 12^\circ$. Mais d est le côté adjacent : il est au dénominateur de la tangente, on **divise**.

`216.4` → $216{,}4$ mètres, c'est la longueur de la ligne de visée, l'hypoténuse. On demande la distance au pied du phare, sur la mer.

`211.71` / `211.708` / `212` → On demande un arrondi au dixième : une seule décimale.

EXERCICE 88 · RAISONNEMENT

Deux visées, en reculant

Un géomètre vise le sommet d'une tour sous un angle de 40° avec l'horizontale. Il recule de 30 mètres, dans l'alignement du pied de la tour, et le vise alors sous un angle de 25°. On néglige la hauteur de l'appareil.

Calculer la hauteur de la tour, en mètres, à 10^{-1} près.

Donner la hauteur en mètres, arrondie au dixième.

Réponse attendue : `31.5`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. On ne connaît pas la distance x du premier point au pied de la tour. Exprime la hauteur h de deux manières.

2. $h = x \tan 40°$ et $h = (x + 30) \tan 25°$.
3. Égale les deux expressions et isole x, puis calcule h.

CORRECTION

Deux expressions — On note x la distance du premier point au pied de la tour. Dans les deux triangles rectangles au pied de la tour :

$h = x \tan 40°$ $\qquad$ $h = (x + 30) \tan 25°$

L'équation —

$$x(\tan 40° - \tan 25°) = 30 \tan 25° \quad \text{donc} \quad x = \frac{30 \tan 25°}{\tan 40° - \tan 25°} = 37{,}52\ldots$$

La hauteur — Sans arrondir x.

$h = x \tan 40° = 31{,}48\ldots$

$h \approx 31{,}5 \text{ m}$

Deux visées depuis deux points alignés avec le pied donnent deux équations ; la distance inconnue s'élimine. Garde x en mémoire dans la calculatrice.

PIÈGES ANTICIPÉS

`32` → Tu as arrondi les tangentes trop tôt, sans doute à $0{,}84$ et $0{,}47$. Leur différence est petite, l'erreur grossit : garde-les entières.

`25.2 / 14` → Tu as pris 30 mètres comme distance au pied de la tour. Les 30 mètres séparent les **deux** points de visée ; la distance au pied est inconnue.

`37.5` → $37{,}5$ mètres, c'est x, la distance du premier point au pied de la tour. Il reste à calculer $h = x \tan 40°$.

`31.4` → Le calcul donne $31{,}48ldots$: le chiffre des centièmes est 8, on arrondit **au-dessus**. On ne coupe pas, on arrondit.

`31.49 / 31.48 / 31.488 / 31` → On demande un arrondi au dixième : une seule décimale.

EXERCICE 89 · RAISONNEMENT

La largeur de l'oued

Pour mesurer la largeur d'un oued aux berges parallèles, on repère un palmier P sur la rive opposée. On se place en A, juste en face, de sorte que (AP) soit perpendiculaire aux berges, puis on marche 40 mètres le long de la berge jusqu'en C. De C, on mesure $\widehat{ACP} = 58°$.

Calculer la largeur AP de l'oued, en mètres, à 10^{-1} près.

Donner la largeur en mètres, arrondie au dixième.

Réponse attendue : `64.0`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Le triangle ACP est rectangle en A. Vu de C, quel est le côté $[AC]$? et le côté $[AP]$?
2. $[AC]$ touche l'angle en C, $[AP]$ lui fait face : c'est la tangente.

CORRECTION

Modéliser — (AP) est perpendiculaire à la berge (AC) : le triangle ACP est rectangle en A.

La tangente —

$$AP = AC \times \tan 58° = 40 \times \tan 58° = 64{,}01\ldots$$

$$AP \approx 64{,}0 \text{ m}$$

On fabrique un angle droit et une distance mesurable sur sa propre rive : la tangente donne la largeur, sans traverser.

PIÈGES ANTICIPÉS

`33.9` → Tu as pris le sinus. Mais $[AC]$ n'est pas l'hypoténuse, c'est le côté adjacent à l'angle en C : c'est la tangente.

`25` → Tu as divisé par la tangente. $[AP]$ fait face à l'angle en C : il est au numérateur, on **multiplie**.

`64.01 / 64.013` → On demande un arrondi au dixième : $64{,}0$, ou 64.

EXERCICE 90 · RAISONNEMENT

L'échelle bien posée

Une échelle de $6{,}5$ mètres est appuyée contre un mur vertical, sur un sol horizontal. Son pied est à $1{,}8$ mètre du pied du mur. Pour qu'elle soit sûre, l'angle entre l'échelle et le sol doit être compris entre $65°$ et $75°$.

Calculer cet angle, arrondi au degré près, puis conclure.

Donner la mesure de l'angle en degrés, arrondie au degré près.

Réponse attendue : 74

INDICES, DANS L'ORDRE

1. L'échelle est l'hypoténuse ; la distance au mur est le côté adjacent à l'angle avec le sol.
2. $\cos a = \dfrac{1{,}8}{6{,}5}$, puis « 2ndF cos ».

CORRECTION

Modéliser — L'échelle, le sol et le mur forment un triangle rectangle au pied du mur ; l'échelle est l'hypoténuse.

Le cosinus —

$$\cos a = \frac{1{,}8}{6{,}5} \quad \text{donc} \quad a = 73{,}92\ldots°$$

$$a \approx 74°$$

$74°$ est entre $65°$ et $75°$: l'échelle est bien posée. On compare la valeur **non arrondie**, $73{,}92°$, ce qui ne change rien ici.

PIÈGES ANTICIPÉS

`16` → $16°$, c'est l'angle entre l'échelle et le **mur** : tu as utilisé le sinus. Vu du pied de l'échelle, la distance au mur est adjacente : c'est le cosinus.

`73` → Le calcul donne $73{,}92\ldots$: le chiffre des dixièmes est 9, on arrondit **au-dessus**.

`73.9 / 73.92` → On demande un arrondi au degré près : un nombre entier.

EXERCICE 91 · RAISONNEMENT

Une pente de 8 %

Un panneau annonce une route de pente $8\,\%$: quand on avance de 100 mètres à l'horizontale, on monte de 8 mètres. Une voiture parcourt $2{,}5$ kilomètres le long de cette route.

De combien de mètres s'est-elle élevée ? Arrondir au mètre près.

Donner l'élévation en mètres, arrondie au mètre près.

Réponse attendue : 199

INDICES, DANS L'ORDRE

1. La pente donne la **tangente** de l'angle de la route avec l'horizontale : $\tan a = \dfrac{8}{100}$.
2. Les $2{,}5$ km sont parcourus le long de la route : c'est l'hypoténuse, 2500 mètres.
3. Calcule l'angle a, puis l'élévation $2500 \times \sin a$, sans arrondir l'angle.

CORRECTION

L'angle —

$\tan a = 0{,}08 \quad \text{donc} \quad a = 4{,}573\ldots^\circ$

L'élévation — Le long de la route, 2500 m, c'est l'hypoténuse ; l'élévation est le côté opposé.

$h = 2500 \times \sin a = 199{,}36\ldots$

$h \approx 199 \text{ m}$

Une pente en pourcentage est une **tangente** : elle compare la montée à la distance horizontale, pas à la distance parcourue. Pour une petite pente, l'écart est faible, mais il existe.

PIÈGES ANTICIPÉS

`200` → Tu as calculé $8\,\%$ de 2500, comme si les $2{,}5$ km étaient horizontaux, ou tu as arrondi l'angle trop tôt. Les $2{,}5$ km sont **le long de la route** : c'est l'hypoténuse, il faut le sinus de l'angle exact.

`199.4 / 199.36 / 199.3` → On demande un arrondi au mètre près : un nombre entier.

EXERCICE 92 · RAISONNEMENT

Le mât et ses deux haubans

Un mât vertical de 12 mètres est tenu par deux câbles fixés à son sommet et ancrés au sol de part et d'autre de son pied, sur une même ligne droite. Le premier câble fait un angle de 55° avec le sol, le second un angle de 40°.

Calculer la distance entre les deux points d'ancrage, en mètres, à 10^{-1} près.

Donner la distance en mètres, arrondie au dixième.

Réponse attendue : `22.7`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Le mât découpe la figure en deux triangles rectangles à son pied.
2. Dans chacun, le mât est opposé à l'angle au sol, la distance de l'ancrage au pied est adjacente.

3. Les ancrages sont **de part et d'autre** du pied : on additionne.

CORRECTION

Premier ancrage —

$$d_1 = \frac{12}{\tan 55^\circ} = 8{,}40\ldots$$

Second ancrage —

$$d_2 = \frac{12}{\tan 40^\circ} = 14{,}30\ldots$$

En un seul calcul, sans arrondir.

$$d = \frac{12}{\tan 55^\circ} + \frac{12}{\tan 40^\circ} = 22{,}70\ldots$$

$$d \approx 22{,}7 \text{ m}$$

Contrôle : le câble le plus incliné, à 55°, est ancré plus près du mât. Le pied du mât est entre les deux ancrages : les deux distances s'additionnent.

PIÈGES ANTICIPÉS

`8.4 / 14.3` → C'est la distance d'un seul ancrage au pied du mât. Les deux ancrages sont de part et d'autre : additionne les deux distances.

`27.2` → Tu as multiplié 12 par les tangentes. La distance au sol est le côté adjacent : elle est au dénominateur, on **divise**.

`5.9` → Tu as retranché les deux distances, comme si les ancrages étaient du même côté. Ils sont **de part et d'autre** du pied.

`22.704 / 22.703 / 23` → On demande un arrondi au dixième : une seule décimale.

EXERCICE 93 · DEFI

La statue sur son socle

Une statue est posée sur un socle de 4 mètres de haut. D'un point P du sol, on voit le haut du socle sous un angle de 15° avec l'horizontale, et le sommet de la statue sous un angle de 40°. On néglige la hauteur de l'œil.

Calculer la hauteur de la statue seule, en mètres, à 10^{-2} près.

Donner la hauteur en mètres, arrondie au centième.

Réponse attendue : `8.53`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. La distance d de P au pied du socle est inconnue : le premier angle et la hauteur du socle la donnent.
2. $d = \frac{4}{\tan 15^\circ}$. Puis la hauteur totale, socle et statue, vaut $d \times \tan 40^\circ$.
3. On demande la statue **seule**.

CORRECTION

La distance — Dans le triangle rectangle au pied du socle, vu de P :

$$d = \frac{4}{\tan 15^\circ} = 14{,}928\ldots$$

La hauteur totale — Sans arrondir d.

$$d \times \tan 40^\circ = 12{,}526\ldots$$

La statue —

$$s = \frac{4 \tan 40^\circ}{\tan 15^\circ} - 4 = 8{,}526\ldots$$

$$s \approx 8{,}53 \text{ m}$$

Un premier triangle donne la distance inconnue, le second la hauteur totale ; on retranche ce qu'on ne demande pas. Un seul arrondi, à la fin.

PIÈGES ANTICIPÉS

`12.53` → $12{,}53$ mètres, c'est la hauteur du socle **et** de la statue. Retranche les 4 mètres du socle.

`8.50` → Le calcul donne $8{,}526\ldots$: au centième, c'est $8{,}53$. Tu as trouvé $8{,}50$: soit tu as arrondi la distance d trop tôt, à $14{,}9$, soit tu as arrondi au dixième. Garde d entière dans la calculatrice et garde deux décimales.

`8.52` → Le calcul donne $8{,}526 l dots s$: le chiffre des millièmes est 6, on arrondit **au-dessus**. On ne coupe pas, on arrondit.

`8.526` / `8.5263` / `8.5262` → On demande un arrondi au centième : deux décimales exactement.

EXERCICE 94 · DEFI

Deux bateaux vus de la falaise

Du haut d'une falaise verticale, à 80 mètres au-dessus de la mer, on voit deux bateaux alignés avec le pied de la falaise, du même côté. Les angles de dépression sont de 30° pour le plus proche et de 20° pour le plus lointain. L'angle de dépression est l'angle que fait la ligne de visée, vers le bas, avec l'horizontale.

Calculer la distance entre les deux bateaux, en mètres, à 10^{-1} près.

Donner la distance en mètres, arrondie au dixième.

Réponse attendue : `81.2`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Par des angles alternes-internes, l'angle au niveau de chaque bateau, entre la mer et la ligne de visée, est égal à l'angle de dépression.
2. Chaque bateau donne un triangle rectangle au pied de la falaise : la distance au pied vaut $\dfrac{80}{\tan \alpha}$.
3. Les deux bateaux sont du même côté : on retranche.

CORRECTION

Le bateau proche —

$$d_1 = \frac{80}{\tan 30^\circ} = 138{,}56\ldots$$

Le bateau lointain —

$$d_2 = \frac{80}{\tan 20^\circ} = 219{,}79\ldots$$

Sans arrondir avant.

$d = d_2 - d_1 = 81{,}23\ldots$

$d \approx 81{,}2\ \text{m}$

Un petit angle de dépression correspond au bateau le plus loin. Ici, $\tan 30° = \dfrac{\sqrt{3}}{3}$ donne même la valeur exacte $d_1 = 80\sqrt{3}$.

PIÈGES ANTICIPÉS

`138.6 / 219.8` → C'est la distance d'un seul bateau au pied de la falaise. On demande l'écart **entre** les deux bateaux.

`358.4` → Tu as additionné les deux distances, comme si les bateaux étaient de part et d'autre de la falaise. Ils sont du **même côté** : on retranche.

`17.1` → Tu as multiplié 80 par les tangentes. La distance au pied est le côté adjacent à l'angle au bateau : on **divise**.

`81.23 / 81.234 / 81` → On demande un arrondi au dixième : une seule décimale.

EXERCICE 95 · BASE

Préparer la construction de √15

Pour construire un segment de longueur $\sqrt{15}$ centimètres avec la méthode du cours, on trace un segment $[BC]$, on place H sur $[BC]$ avec $BH = 3$ centimètres, puis on trace le cercle de diamètre $[BC]$ et la perpendiculaire à (BC) en H.

Combien doit mesurer HC, en centimètres ?

Donner la longueur en centimètres.

Réponse attendue : 5

INDICES, DANS L'ORDRE

1. La perpendiculaire coupe le cercle en A : le triangle ABC est rectangle en A, et $[AH]$ est sa hauteur.
2. $AH^2 = HB \times HC$ doit valoir 15.

CORRECTION

La relation — A est sur le cercle de diamètre $[BC]$: ABC est rectangle en A, et $[AH]$ est sa hauteur.

$AH^2 = HB \times HC$

On veut $AH^2 = 15$, avec $HB = 3$.

$3 \times HC = 15$

$HC = 5\ \text{cm}$

Pour construire $\sqrt{ab}$, on met bout à bout deux segments de longueurs a et b : ici $15 = 3 \times 5$.

PIÈGES ANTICIPÉS

`12` → Tu as calculé $15 - 3$. La relation est un **produit** : $HB \times HC = 15$.

`15` → 15 centimètres serait le produit cherché, pas la longueur HC. On veut $3 \times HC = 15$.

EXERCICE 96 · PRATIQUE

La longueur construite

On trace un segment $[BC]$ et le point H de $[BC]$ tel que $BH = 2$ centimètres et $HC = 7$ centimètres. La perpendiculaire à (BC) en H coupe le cercle de diamètre $[BC]$ en un point A.

Calculer la valeur exacte de AH, en centimètres.

Donner la valeur exacte en centimètres, avec une racine carrée.

Réponse attendue : `sqrt(14)`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Quelle est la nature du triangle ABC, quand A est sur le cercle de diamètre $[BC]$?
2. $[AH]$ est la hauteur issue de l'angle droit : $AH^2 = HB \times HC$.

CORRECTION

L'angle droit — A est sur le cercle de diamètre $[BC]$: le triangle ABC est rectangle en A.

La relation —

$$AH^2 = HB \times HC = 2 \times 7 = 14$$

$$AH = \sqrt{14}$$

Cette construction donne, à la règle et au compas, un segment de longueur $\sqrt{ab}$. Contrôle : $\sqrt{14} \approx 3{,}74$ est plus petit que le rayon $4{,}5$.

PIÈGES ANTICIPÉS

`14` → 14, c'est AH^2. Il reste à prendre la racine carrée.

`3` → Tu as pris la racine de $2 + 7 = 9$. La relation est un **produit** : $AH^2 = HB \times HC$.

`4.5` → $4{,}5$ centimètres, c'est le rayon du cercle. H n'est pas le centre, AH est plus court.

`3.74 / 3.7 / 3.742` → C'est une valeur approchée. On demande la valeur **exacte** : garde la racine carrée.

EXERCICE 97 · PRATIQUE

Un angle de cosinus 0,64

Pour construire un angle aigu dont le cosinus vaut $0{,}64$, on construit un triangle ABC rectangle en A dont l'hypoténuse $[BC]$ mesure 75 millimètres.

Combien doit mesurer le côté $[AB]$, en millimètres, pour que $\cos \widehat{ABC} = 0{,}64$?

Donner la longueur en millimètres.

Réponse attendue : 48

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Vu de B, $[AB]$ est le côté adjacent : $\cos \widehat{ABC} = \dfrac{AB}{BC}$.
2. Écris $0{,}64$ comme une fraction de dénominateur 75.

CORRECTION

Le cosinus —

$$\cos \widehat{ABC} = \frac{AB}{BC} = \frac{AB}{75} = 0{,}64$$

$$AB = 75 \times 0{,}64 = 48 \text{ mm}$$

Pour construire : on trace $[AB]$ de 48 mm, la perpendiculaire à (AB) en A, puis le cercle de centre B et de rayon 75 mm, qui coupe la perpendiculaire en C. L'angle en B convient : $0{,}64 = \frac{48}{75}$.

PIÈGES ANTICIPÉS

`117.1875 / 117.2` → Tu as divisé 75 par $0{,}64$: le côté serait plus long que l'hypoténuse. $AB = BC \times \cos \widehat{ABC}$, on **multiplie**.

`57.6` → $57{,}6$ millimètres, c'est environ AC, le côté opposé à B. Le cosinus fait intervenir le côté **adjacent** $[AB]$.

EXERCICE 98 · RAISONNEMENT

Un carré de même aire

On veut construire, à la règle et au compas, un carré qui a la même aire qu'un rectangle de 4 centimètres sur 9 centimètres. On utilise pour cela la construction d'un segment de longueur $\sqrt{ab}$.

Calculer le côté de ce carré, en centimètres.

Donner la longueur en centimètres.

Réponse attendue : 6

INDICES, DANS L'ORDRE

1. L'aire du rectangle est 4×9. Le côté c du carré vérifie $c^2 = 4 \times 9$.
2. C'est exactement $AH^2 = HB \times HC$ avec $HB = 4$ et $HC = 9$.

CORRECTION

Les aires —

$$c^2 = 4 \times 9 = 36$$

La construction — On place bout à bout $HB = 4$ et $HC = 9$, on trace le cercle de diamètre $[BC]$ et la perpendiculaire en H, qui le coupe en A : $AH^2 = HB \times HC$.

$$c = AH = \sqrt{36}$$

$$c = 6 \text{ cm}$$

Construire un carré de même aire qu'un rectangle de côtés a et b, c'est construire $\sqrt{ab}$: la hauteur issue de l'angle droit le fait.

PIÈGES ANTICIPÉS

`6.5` → $6{,}5$, c'est la moyenne de 4 et 9. Un carré de côté $6{,}5$ a une aire de $42{,}25$, plus grande que 36.

`36` → 36, c'est l'aire. Le côté du carré est sa racine carrée.

`13` → 13 est la moitié du périmètre du rectangle. On veut la même **aire**, pas le même périmètre.

EXERCICE 99 · RAISONNEMENT

Construire une tangente donnée

Pour construire un angle aigu $\widehat{xOy}$ dont la tangente vaut $2{,}6$, on construit un triangle OAB rectangle en A avec $OA = 5$ centimètres et $AB = 13$ centimètres.

Contrôler à la calculatrice la mesure de l'angle $\widehat{AOB}$ obtenu, arrondie au degré près.

Donner la mesure en degrés, arrondie au degré près.

Réponse attendue : 69

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Vu de O, $[OA]$ est adjacent et $[AB]$ opposé : $\tan \widehat{AOB} = \dfrac{13}{5}$. Est-ce bien $2{,}6$?
2. « 2ndF tan 2.6 », en mode degrés.

CORRECTION

La tangente —

$$\tan \widehat{AOB} = \frac{AB}{OA} = \frac{13}{5} = 2{,}6$$

La calculatrice —

$\widehat{AOB} = 68{,}96\ldots^\circ$

$\widehat{AOB} \approx 69^\circ$

Pour construire un angle de tangente t, on écrit t comme un quotient de deux longueurs commodes, ici $\dfrac{13}{5}$, qui seront le côté opposé et le côté adjacent.

PIÈGES ANTICIPÉS

`21` → 21°, c'est l'angle en B : sa tangente vaut $\dfrac{5}{13}$. Vu de O, le côté opposé est $[AB]$.

`68` → Le calcul donne $68{,}96\ldots$: le chiffre des dixièmes est 9, on arrondit **au-dessus**.

`68.96` / `68.9` → On demande un arrondi au degré près : un nombre entier.

EXERCICE 100 · RAISONNEMENT

Le rayon du compas

Pour construire un angle aigu de sinus $\dfrac{3}{8}$, on trace un segment $[AB]$ de $4{,}5$ centimètres, la perpendiculaire à (AB) en A, puis un cercle de centre B qui coupe cette perpendiculaire en C. L'angle cherché est $\widehat{ACB}$.

Quel rayon, en centimètres, faut-il donner au compas ?

Donner le rayon en centimètres.

Réponse attendue : 12

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Le rayon du cercle de centre B passant par C, c'est BC : l'hypoténuse du triangle ABC rectangle en A.
2. Vu de C, $[AB]$ est opposé : $\sin \widehat{ACB} = \dfrac{AB}{BC} = \dfrac{3}{8}$.

CORRECTION

Le sinus — Le triangle ABC est rectangle en A ; vu de C, $[AB]$ est le côté opposé.

$$\sin \widehat{ACB} = \frac{AB}{BC} = \frac{4{,}5}{BC} = \frac{3}{8}$$

Les produits en croix donnent $3 \times BC = 8 \times 4{,}5$.

$$BC = \frac{36}{3}$$

$$BC = 12 \text{ cm}$$

Le rayon du compas est l'hypoténuse. Contrôle : $\dfrac{4{,}5}{12} = \dfrac{9}{24} = \dfrac{3}{8}$.

PIÈGES ANTICIPÉS

`27/16 / 1.6875` → Tu as calculé $4{,}5 \times \dfrac{3}{8}$. Mais BC est au dénominateur du sinus : on **divise** par $\dfrac{3}{8}$.

`8` → 8 serait le rayon si AB mesurait 3 centimètres. Ici $AB = 4{,}5$: il faut multiplier par $1{,}5$ les deux termes de la fraction.

EXERCICE 101 · RAISONNEMENT

Construire √7 avec un segment donné

On dispose d'un segment $[BC]$ de longueur 8 centimètres et on veut construire, avec la méthode du cercle de diamètre $[BC]$, un segment de longueur $\sqrt{7}$ centimètres. Il faut placer H sur $[BC]$ de sorte que $HB \times HC = 7$.

Déterminer la plus petite des deux longueurs HB et HC, en centimètres.

Donner la longueur en centimètres.

Réponse attendue : 1

INDICES, DANS L'ORDRE

1. On cherche deux longueurs dont la **somme** vaut 8 et le **produit** vaut 7.
2. Essaie des nombres entiers : quels entiers ont un produit de 7 ?

CORRECTION

Les conditions — H est sur $[BC]$: $HB + HC = 8$. Et l'on veut $AH^2 = HB \times HC = 7$.

La recherche — $1 \times 7 = 7$ et $1 + 7 = 8$: les deux conditions sont remplies.

$$HB = 1 \text{ cm} \quad \text{et} \quad HC = 7 \text{ cm}$$

On place H à 1 cm de B ; la perpendiculaire en H coupe le cercle de diamètre $[BC]$ en A, et $AH = \sqrt{1 \times 7} = \sqrt{7}$.

PIÈGES ANTICIPÉS

`7` → 7 centimètres, c'est la plus **grande** des deux longueurs. On demande la plus petite.

`4` → Avec H au milieu, on aurait $4 \times 4 = 16$, et on construirait 4, pas $\sqrt{7}$.

`sqrt(7)` → $\sqrt{7}$ est la longueur à construire, AH. On demande où placer H sur $[BC]$.

EXERCICE 102 · DEFI

Une racine par la projection

On trace un segment $[BC]$ de 4 centimètres et le point H de $[BC]$ tel que $BH = 3$ centimètres. La perpendiculaire à (BC) en H coupe le cercle de diamètre $[BC]$ en A.

Calculer la valeur exacte de AB, en centimètres, et dire quelle racine carrée cette construction permet d'obtenir.

Donner la valeur exacte de AB en centimètres, avec une racine carrée.

Réponse attendue : `2*sqrt(3)` — aussi acceptées : sqrt(12)

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Le triangle ABC est rectangle en A, et $[BH]$ est la projection de $[AB]$ sur l'hypoténuse.
2. $AB^2 = BH \times BC$.
3. Simplifie la racine : $12 = 4 \times 3$.

CORRECTION

L'angle droit — A est sur le cercle de diamètre $[BC]$: ABC est rectangle en A.

La projection —

$AB^2 = BH \times BC = 3 \times 4 = 12$

$AB = \sqrt{12} = 2\sqrt{3}$

Le côté $[AB]$ aussi donne une racine : $\sqrt{BH \times BC}$. Cette figure fournit trois longueurs à la fois : $AH = \sqrt{3}$, $AB = \sqrt{12}$ et $AC = \sqrt{4} = 2$.

PIÈGES ANTICIPÉS

`sqrt(3)` → $\sqrt{3}$, c'est AH, avec $AH^2 = HB \times HC = 3 \times 1$. On demande le côté $[AB]$, dont la projection est $[BH]$.

`2` → 2, c'est AC, avec $AC^2 = CH \times CB = 1 \times 4$. On demande AB.

`12` → 12, c'est AB^2. Il reste à prendre la racine carrée.

`3.46 / 3.5 / 3.464` → C'est une valeur approchée. On demande la valeur **exacte** : garde la racine carrée.
