– Maths à la carte –

ABDELKADER HAMMAMI

Somme de deux vecteurs

1re année secondaire · Pr Abdelkader Hammami

Le cours

CE QU'IL DIT EN ACCUEILLANT

3aslema ! Lyoum nabdaw le chapitre numéro 5 : la somme de deux vecteurs. Le vecteur w la translation, chefnehom 9bal. Tawa bech nejm3ou zouz vecteurs, w nodhorbou vecteur fi réel. W fel e5er, bech nesta3mlouhom bech nthabtou parallélisme w alignement. Yalla nabdaw.

عسلامة ! ليوم نبداو le chapitre numéro 5 : la somme de deux vecteurs . le vecteur و la translation ،
شفناهم قبل . توّا باش نجمعو زوز vecteurs ، و نضربو vecteur في réel . و في الآخر ، باش نستعملوهم باش نثبتو parallélisme و alignement . يالله نبداو.

Bonjour ! Aujourd'hui on commence le chapitre numéro 5 : la somme de deux vecteurs. Le vecteur et la translation, tu les as déjà vus. Maintenant on va additionner deux vecteurs, et multiplier un vecteur par un réel. Et à la fin, on s'en servira pour démontrer un parallélisme ou un alignement. Allons-y.

Tu connais déjà le vecteur qui **déplace** un point : c'est la translation. Ici, on apprend à **calculer** avec les vecteurs.

Deux opérations, et elles serviront toute l'année. La première **additionne** deux vecteurs : bout à bout, c'est la relation de Chasles ; depuis un même point, c'est la règle du parallélogramme. La seconde **multiplie** un vecteur par un réel, et fait naître les vecteurs **colinéaires** — ceux qui démontrent que des droites sont parallèles, ou que des points sont alignés.

OBJECTIFS ANNONCÉS

CE QU'IL DIT EN LES ANNONÇANT

Fi e5er el chapitre hedha, bech tkoun ta3ref :

في آخر الـ chapitre هذا ، باش تكون تعرف :

À la fin de ce chapitre, tu sauras :

- Construire la somme de deux vecteurs, bout à bout ou par la règle du parallélogramme

  > Construire la somme de deux vecteurs, bout à bout ou par la règle du parallélogramme.
  > *Construire la somme de deux vecteurs, bout à bout ou par la règle du parallélogramme.*

- Simplifier une somme de vecteurs avec la relation de Chasles

> Simplifier une somme de vecteurs avec la relation de Chasles.
> *Simplifier une somme de vecteurs avec la relation de Chasles.*

- Reconnaître deux vecteurs opposés, et caractériser le milieu d'un segment par des vecteurs
  > Reconnaître deux vecteurs opposés, et caractériser le milieu d'un segment par des vecteurs.
  > *Reconnaître deux vecteurs opposés, et caractériser le milieu d'un segment par des vecteurs.*
- Construire le vecteur $\alpha\,\overrightarrow{AB}$ et lire l'abscisse d'un point dans le repère (A, B)
  > Construire le vecteur alpha fois A B, et lire l'abscisse d'un point dans le repère A, B.
  > *Construire le vecteur alpha fois A B, et lire l'abscisse d'un point dans le repère A, B.*
- Reconnaître deux vecteurs colinéaires, de même sens ou de sens contraires
  > Reconnaître deux vecteurs colinéaires, de même sens ou de sens contraires.
  > *Reconnaître deux vecteurs colinéaires, de même sens ou de sens contraires.*
- Démontrer un parallélisme ou un alignement grâce à la colinéarité
  > Démontrer un parallélisme ou un alignement grâce à la colinéarité.
  > *Démontrer un parallélisme ou un alignement grâce à la colinéarité.*

---

1. ACTIVITÉ

Deux translations de suite

CE QU'IL DIT

Tba3ni : M yet7arrek b le vecteur AB, w ywalli M prime. Men ba3d M prime yet7arrek b le vecteur BC, w ywalli M seconde. Zouz translations wra b3adhhom, ama fel e5er M 3mal 7arka wa7da : le vecteur AC. Ya3ni le vecteur AB plus le vecteur BC égale le vecteur AC.

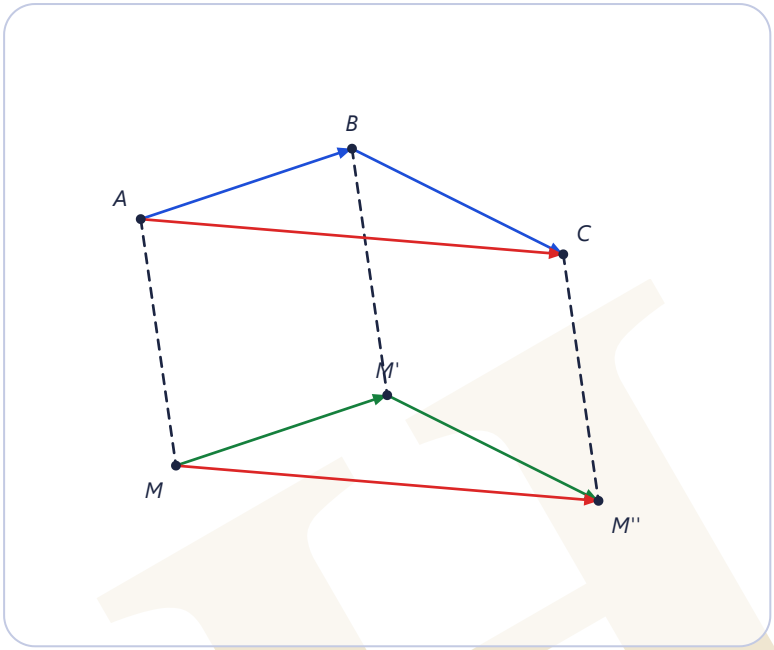
تبّعني : M يتحرّك بـ le vecteur A B ، و يولّي M prime . من بعد M prime يتحرّك بـ le vecteur B C ، و يولّي M seconde . زوز translations ورا بعضهم ، أمّا في الآخر M عمل حركة وحدة : le vecteur A C . يعني le vecteur A B plus le vecteur B C égale le vecteur A C.

Suis-moi : M se déplace du vecteur A B, et devient M prime. Puis M prime se déplace du vecteur B C, et devient M seconde. Deux translations l'une après l'autre, mais au bout du compte M n'a fait qu'un seul déplacement : le vecteur A C. Donc le vecteur A B plus le vecteur B C égale le vecteur A C.

Trois points A, B, C et un point M sont placés comme sur la figure.

1. Place le point M', image de M par la translation de vecteur $\overrightarrow{AB}$.
2. Place le point M'', image de M' par la translation de vecteur $\overrightarrow{BC}$.
3. M'' est l'image de M par une seule translation. Quelle conjecture fais-tu sur son vecteur ?
4. Montre que $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{BM'} = \overrightarrow{CM''}$, puis compare les vecteurs $\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{MM''}$.

Deux translations de suite n'en font qu'une : on dit que le vecteur $\overrightarrow{AC}$ est la **somme** des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{BC}$.



Deux translations de suite : de M à M', puis de M' à M''.

Trois points A, B et C en haut de la figure : le vecteur AB monte légèrement vers la droite, puis le vecteur BC redescend vers la droite, tous deux en bleu. En bas à gauche, un point M. Le vecteur MM', en vert, est égal au vecteur AB ; puis le vecteur M'M'', en vert, est égal au vecteur BC. En rouge, le vecteur MM'' et le vecteur AC : même direction, même sens, même longueur. Des pointillés relient A à M, B à M' et C à M''.

2. PROPRIÉTÉ

La relation de Chasles

CE QU'IL DIT

Hedhi hiya la relation de Chasles. Chouf el 7rouf : le vecteur AB plus le vecteur BC. L'extrémité du premier vecteur hiya l'origine du second : el B. Ki ytle9aw hakka, n7iw el B, w yeb9a le vecteur AC. Ama redd belek : hedha ysa77 fi les vecteurs, mouch fi les longueurs.

le vecteur A B plus le vecteur B C . l'extrémité du premier : شوف الحروف . la relation de Chasles هذي هي
. B الـ : l'origine du second هي vecteur . كي يتلاقاو هكّا ، نحيّو الـ B ، و يبقى le vecteur A C . أمّا ردّ بالك : هذا
. les longueurs في موش ، les vecteurs في يصحّ

Voici la relation de Chasles. Regarde les lettres : le vecteur A B plus le vecteur B C. L'extrémité du premier vecteur est l'origine du second : le point B. Quand ils s'enchaînent ainsi, on retire le B, et il reste le vecteur A C. Mais attention : c'est vrai pour les vecteurs, pas pour les longueurs.

Pour trois points A, B et C quelconques du plan, le vecteur $\overrightarrow{AC}$ est la somme des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{BC}$: aller de A à B, puis de B à C, revient à aller directement de A à C. C'est la **relation de Chasles**.

La règle se lit sur les lettres : **l'extrémité du premier vecteur est l'origine du second**. Elle se lit aussi dans l'autre sens : on peut toujours **insérer** un point, $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}$ quel que soit le point B.

RELATION DE CHASLES

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$$

EXEMPLE TRAITÉ

Simplifier la somme des vecteurs $\overrightarrow{MA}$, $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{BN}$.

Deux par deux — Les deux premiers vecteurs s'enchaînent : l'extrémité A du premier est l'origine du second.

$$\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{MB}$$

Il reste deux vecteurs qui s'enchaînent, cette fois en B.

$$\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{BN} = \overrightarrow{MN}$$

La somme des trois vecteurs se réduit donc au seul vecteur $\overrightarrow{MN}$.

$$\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BN} = \overrightarrow{MN}$$

$$\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BN} = \overrightarrow{MN}$$

À ne pas faire : $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AD}$ — $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{AD}$: les lettres s'enchaînent en B.. Chasles ne s'applique que si l'extrémité du premier vecteur est l'origine du second. Ici B et C sont deux points différents : on ne « colle » pas des lettres qui ne se touchent pas.

À ne pas faire : $AB + BC = AC$ pour trois points quelconques — $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$. La relation de Chasles porte sur les **vecteurs**, pas sur les longueurs. Pour les longueurs, $AB + BC = AC$ n'est vrai que si B est sur le segment $[AC]$; sinon $AB + BC$ est plus grand que AC.

3. ACTIVITÉ

Deux vecteurs de même origine

CE QU'IL DIT

Hna le vecteur AB w le vecteur AD yebdew men nafs le point : A. Nkammlou le parallélogramme ABCD : les diagonales AC w BD 3andhom nafs le milieu. Wa9tha le vecteur AD égale le vecteur BC, w b Chasles, le vecteur AB plus le vecteur BC égale le vecteur AC. Ya3ni la somme des vecteurs AB et AD, hiya le vecteur AC : la diagonale elli to5rej men A.

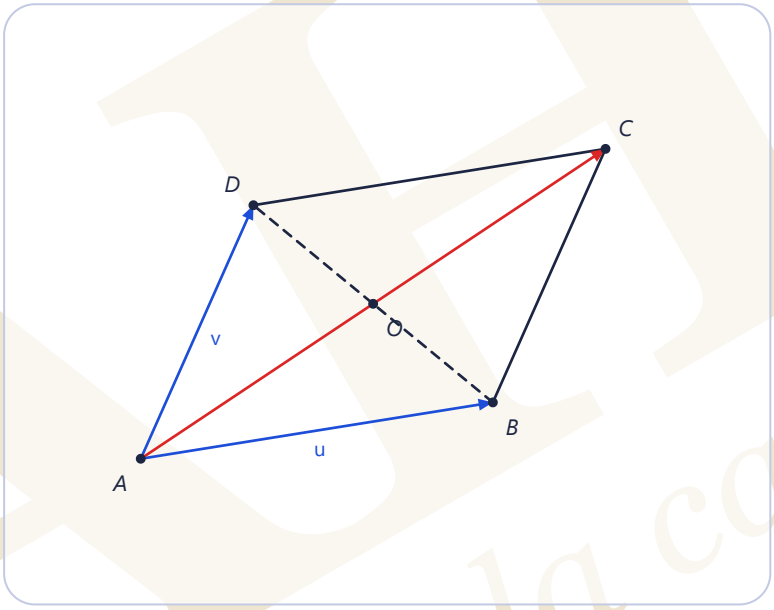
هنا le vecteur A B و le vecteur A D يبداو من نفس le point : A . نكمّلو le parallélogramme A B C D : les diagonales A C و B D عندهم نفس le milieu . وقتها le vecteur A D égale le vecteur B C ، و بـ Chasles ، le هي ، la somme des vecteurs A B et A D يعني . vecteur A B plus le vecteur B C égale le vecteur A C اللي تخرج من A . vecteur A C : la diagonale

Ici le vecteur A B et le vecteur A D partent du même point : A. On complète le parallélogramme A B C D : les diagonales A C et B D ont le même milieu. Alors le vecteur A D égale le vecteur B C, et par Chasles, le

vecteur A B plus le vecteur B C égale le vecteur A C. Donc la somme des vecteurs A B et A D, c'est le vecteur A C : la diagonale qui part de A.

Soient A un point du plan, et $\vec{u}$, $\vec{v}$ deux vecteurs non nuls. On place les points B et D tels que $\vec{u} = \overrightarrow{AB}$ et $\vec{v} = \overrightarrow{AD}$: les deux vecteurs partent du **même point** A.

1. Construis le point C tel que les segments $[AC]$ et $[BD]$ aient le même milieu.
2. Quelle est la nature du quadrilatère $ABCD$? Déduis-en que $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AD}$.
3. Justifie l'égalité $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}$.



Les diagonales [AC] et [BD] ont le même milieu O.

Un point A en bas à gauche. Le vecteur u, égal à AB, part de A vers la droite ; le vecteur v, égal à AD, part de A vers le haut ; tous deux en bleu. Le segment [BD] est tracé en pointillés et O est son milieu. Le point C est placé pour que O soit aussi le milieu de [AC] : les côtés [BC] et [DC] complètent le parallélogramme ABCD, et le vecteur AC, en rouge, suit la diagonale qui part de A.

EXEMPLE TRAITÉ

Ce que donne la construction.

Même milieu — Les diagonales $[AC]$ et $[BD]$ ont le même milieu : $ABCD$ est un parallélogramme, et ses côtés opposés donnent des vecteurs égaux.

$$\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AD}$$

Chasles — On remplace le vecteur $\overrightarrow{AD}$ par le vecteur égal qui part de B : les lettres s'enchaînent.

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$$

La somme des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AD}$ est donc le vecteur $\overrightarrow{AC}$, porté par la diagonale qui part de A.

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}$$

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}$$

4. DÉFINITION

Somme de deux vecteurs, règle du parallélogramme

CE QU'IL DIT

Ki ykounou zouz vecteurs men nafs l'origine, nkammlou le parallélogramme, w la somme hiya la diagonale elli to5rej men l'origine. Pour A, B, C non alignés, ABDC parallélogramme, ma3neha le vecteur AB plus le vecteur AC égale le vecteur AD. Redd belek l tartib el 7rouf : D houwa le sommet opposé à A.

كي يكونو زوز vecteurs من نفس l'origine ، نكمّلو le parallélogramme ، و la somme هي la diagonale اللي
تخرج من A B D C parallélogramme ، pour A, B, C non alignés . l'origine ، معناها le vecteur A B plus le
. le sommet opposé à A هو D : ردّ بالك لترتيب الحروف . vecteur A C égale le vecteur A D

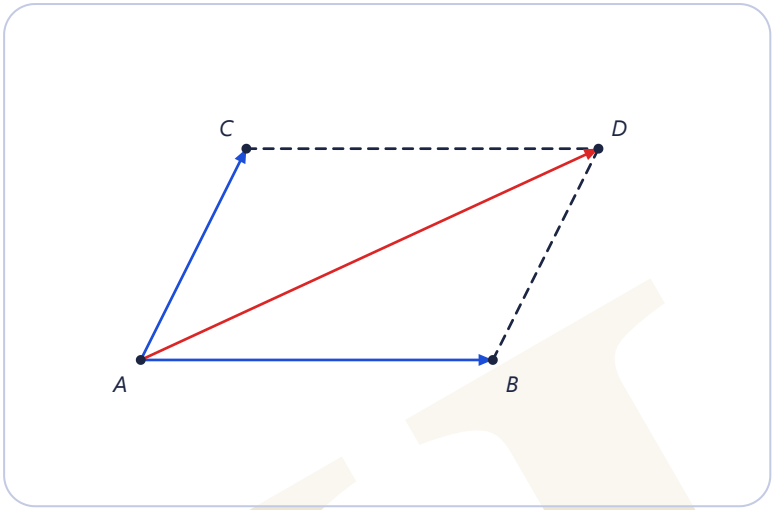
Quand deux vecteurs ont la même origine, on complète le parallélogramme, et la somme est la diagonale qui part de l'origine. Pour A, B, C non alignés, A B D C est un parallélogramme signifie que le vecteur A B plus le vecteur A C égale le vecteur A D. Attention à l'ordre des lettres : D est le sommet opposé à A.

Soient $\vec{u}$ et $\vec{v}$ deux vecteurs non nuls et A un point. On place B et D tels que $\vec{u} = \overrightarrow{AB}$ et $\vec{v} = \overrightarrow{AD}$. Le **vecteur somme** de $\vec{u}$ et $\vec{v}$, noté $\vec{u} + \vec{v}$, est le vecteur $\overrightarrow{AC}$, où C est le point tel que $[AC]$ et $[BD]$ ont le même milieu.

Mêmes points, autres noms : quand les deux vecteurs s'appellent $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$, le quatrième sommet s'appelle D, le parallélogramme s'écrit $ABDC$, et la somme est le vecteur $\overrightarrow{AD}$. C'est la **règle du parallélogramme** : pour trois points A, B, C non alignés et un point D, $ABDC$ est un parallélogramme si et seulement si $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AD}$.

Attention à l'ordre des lettres : dans « $ABDC$ est un parallélogramme », le sommet D est **opposé** à A. La somme suit la diagonale qui part de l'origine commune.

L'ordre des vecteurs ne compte pas : $\vec{u} + \vec{v} = \vec{v} + \vec{u}$.



ABDC est un parallélogramme : la somme suit la diagonale issue de A.

Un parallélogramme ABDC : A en bas à gauche, B en bas à droite, D en haut à droite, C en haut à gauche. Les vecteurs AB et AC partent tous deux de A, en bleu. Les côtés [BD] et [CD] sont en pointillés. Le vecteur AD, en rouge, suit la diagonale qui part de A : c'est la somme des vecteurs AB et AC.

RÈGLE DU PARALLÉLOGRAMME

$A,\ B,\ C$ non alignés : $ABDC$ parallélogramme $\iff \overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AD}$

L'ORDRE NE COMPTE PAS

$\vec{u}+\vec{v}=\vec{v}+\vec{u}$

EXEMPLE TRAITÉ

$EFGH$ est un parallélogramme. Simplifier la somme des vecteurs $\overrightarrow{FE}$ et $\overrightarrow{FG}$.

Origine commune — Les deux vecteurs partent de F. Dans le parallélogramme $EFGH$, le sommet opposé à F est H.

La règle du parallélogramme donne la diagonale qui part de F.

$\overrightarrow{FE}+\overrightarrow{FG}=\overrightarrow{FH}$

$$\overrightarrow{FE}+\overrightarrow{FG}=\overrightarrow{FH}$$

À ne pas faire : $\overrightarrow{FE}+\overrightarrow{FG}=\overrightarrow{EG}$ — $\overrightarrow{FE}+\overrightarrow{FG}=\overrightarrow{FH}$. La somme de deux vecteurs de même origine est la diagonale qui part de **cette origine**. $[EG]$ est l'autre diagonale : elle relie les deux extrémités, et ne passe pas par F.

5. ACTIVITÉ

Deux vecteurs qui ne se touchent pas

CE QU'IL DIT

Le vecteur AB w le vecteur CD ma 3andhom 7atta point commun. El 7all : n7ottouhom bout à bout. Nebniw M bech le vecteur BM égale le vecteur CD. Tawa el 7rouf ytle9aw fi B, w b Chasles : le vecteur AB plus le vecteur BM égale le vecteur AM. W et-tartib ma ybaddel chay : tnajjem tbaddel blasset les vecteurs, bech el 7rouf ytle9aw. W 7atta ki ykounou les points alignés, bout à bout dima yemchi.

le باش M نبنيو . bout à bout نحطّوهم : الحلّ . point commun ما عندهم حتّى le vecteur C D و le vecteur A B Chasles : le vecteur A B plus le vecteur B ، و بـ B توّا الحروف يتلاقاو في . vecteur B M égale le vecteur C D M égale le vecteur A M . و الترتيب ما يبدّل شي : تنجم تبدّل بلاصة les vecteurs ، باش الحروف يتلاقاو . و حتّى كي يكونو bout à bout ، les points alignés ديما يمشي .

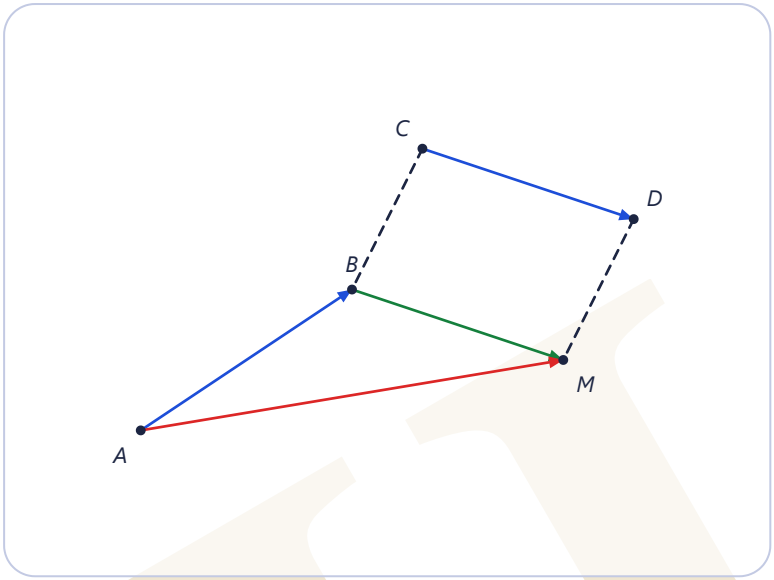
Le vecteur A B et le vecteur C D n'ont aucun point commun. La solution : on les met bout à bout. On construit M pour que le vecteur B M égale le vecteur C D. Maintenant les lettres se rejoignent en B, et par Chasles : le vecteur A B plus le vecteur B M égale le vecteur A M. Et l'ordre ne change rien : tu peux changer la place des vecteurs, pour que les lettres s'enchaînent. Et même quand les points sont alignés, bout à bout, ça marche toujours.

Sur la figure, les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ n'ont aucun point commun. Pour construire leur somme, on les met **bout à bout**.

1. Construis le point M tel que $\overrightarrow{BM} = \overrightarrow{CD}$. Pourquoi a-t-on $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AM}$?
2. Construis un vecteur égal à $\overrightarrow{CD} + \overrightarrow{AB}$. Que remarques-tu ?
3. Trois points K, L et N sont alignés. Construis le point P tel que $\overrightarrow{KL} + \overrightarrow{KN} = \overrightarrow{KP}$: d'abord quand les vecteurs $\overrightarrow{KL}$ et $\overrightarrow{KN}$ sont de même sens, puis quand ils sont de sens contraires.
4. Montre que $(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}) + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AD}$. Que vaut $\overrightarrow{AB} + (\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD})$?

Bout à bout, la construction marche **toujours**, même là où la règle du parallélogramme ne s'applique pas. Pour K, L, N alignés, on place P tel que $\overrightarrow{LP} = \overrightarrow{KN}$, et la relation de Chasles donne $\overrightarrow{KL} + \overrightarrow{KN} = \overrightarrow{KL} + \overrightarrow{LP} = \overrightarrow{KP}$. Le point P reste sur la droite (KL) : si les deux vecteurs sont de même sens, les longueurs s'ajoutent, $KP = KL + KN$; s'ils sont de sens contraires, on retranche la plus courte de la plus longue.

Ni l'ordre des vecteurs ni la place des parenthèses ne changent une somme : on peut donc **réordonner** une somme pour que les lettres s'enchaînent.



Bout à bout : le vecteur BM est égal au vecteur CD.

Le vecteur AB, en bleu, monte de A, en bas à gauche, vers B. Le vecteur CD, en bleu lui aussi, est plus haut et plus à droite, sans point commun avec AB : il descend légèrement de C vers D. Depuis B, le vecteur BM, en vert, est égal au vecteur CD ; les pointillés [CB] et [DM] montrent le parallélogramme CDMB. Le vecteur AM, en rouge, va de A à M : c'est la somme des vecteurs AB et CD.

EXEMPLE TRAITÉ

Simplifier la somme des vecteurs $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{CD}$ et $\overrightarrow{BC}$.

Réordonner — Telle quelle, la somme ne s'enchaîne pas. On range les vecteurs pour que l'extrémité de chacun soit l'origine du suivant.

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD}$$

Chasles, deux fois — Les lettres se rejoignent en B, puis en C.

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AD}$$

Les trois vecteurs se réduisent au seul vecteur $\overrightarrow{AD}$.

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AD}$$

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AD}$$

À ne pas faire : $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$ — On change l'ordre des **vecteurs**, jamais l'ordre des lettres d'un vecteur.. Les vecteurs $\overrightarrow{CB}$ et $\overrightarrow{BC}$ ne sont pas égaux : ils sont opposés. Retourner un vecteur pour qu'il s'enchaîne, c'est changer la somme.

6. DÉFINITION

Vecteur nul, vecteurs opposés

CE QU'IL DIT

Nemchiw men A l B, w narj3ou men B l A : rja3na win konna. Ya3ni le vecteur AB plus le vecteur BA égale le vecteur nul. N9oulou elli les vecteurs AB et BA sont opposés : nafs la direction, nafs la longueur, ama le sens bel 3aks.

نمشيو من A لـ B ، و نرجعو من B لـ A : رجعنا وين كنّا . يعني le vecteur A B plus le vecteur B A égale le vecteur nul . نقولو اللي les vecteurs A B et B A sont opposés : نفس la direction ، نفس la longueur ، أمّا le sens بالعكس .

On va de A à B, puis on revient de B à A : on est revenu au point de départ. Donc le vecteur A B plus le vecteur B A égale le vecteur nul. On dit que les vecteurs A B et B A sont opposés : même direction, même longueur, mais le sens est inversé.

Pour deux points A et B, la relation de Chasles donne $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{AA}$. Le vecteur $\overrightarrow{AA}$ est le **vecteur nul**, noté $\vec{0}$: il ne déplace aucun point.

On dit que $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{BA}$ sont des vecteurs **opposés**, et on écrit $\overrightarrow{BA} = -\overrightarrow{AB}$. Pour deux points distincts A et B, ces deux vecteurs ont même direction, même longueur, et des sens contraires.

Première conséquence, pour le milieu : I est le milieu de $[AB]$ si et seulement si $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} = \vec{0}$, c'est-à-dire si $\overrightarrow{IA}$ et $\overrightarrow{IB}$ sont opposés.

VECTEURS OPPOSÉS

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BA} = \vec{0}$$

$$\overrightarrow{BA} = -\overrightarrow{AB}$$

EXEMPLE TRAITÉ

Simplifier la somme des vecteurs $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{CA}$ et $\overrightarrow{BC}$.

Réordonner — On range les vecteurs pour que les lettres s'enchaînent.

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CA}$$

Chasles deux fois : on part de A, et on revient en A.

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CA} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CA} = \overrightarrow{AA}$$

Le vecteur $\overrightarrow{AA}$ est le vecteur nul : la somme est nulle.

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{BC} = \vec{0}, \text{ le vecteur nul}$$

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{BC} = \vec{0}, \text{ le vecteur nul}$$

À ne pas faire : $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BA} = 0$ — $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BA} = \vec{0}$. Une somme de vecteurs est un **vecteur**. Le résultat est le vecteur nul, avec sa flèche, et non le nombre zéro.

7. ACTIVITÉ

Un repère sur la droite (AB)

CE QU'IL DIT

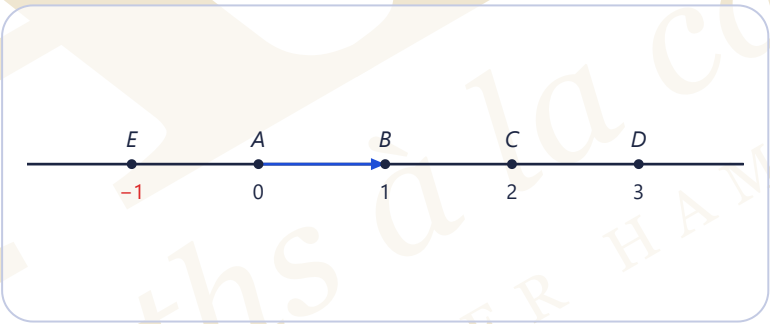
3la la droite AB, A houwa l'origine, w B 3andou l'abscisse 1. Koll 5atwa men A l B hiya le vecteur AB. C 3la bo3d zouz 5atwet : l'abscisse 2, w le vecteur AC égale 2 fois le vecteur AB. W E, 5atwa wa7da lel jiha lo5ra : l'abscisse moins 1.

على بعد le vecteur A B . C هي B لـ A كل خطوة من . l'abscisse 1 عندو B و ، l'origine هو la droite A B ، A على
زوز خطوات : l'abscisse 2 ، و A B le vecteur A C égale 2 fois le vecteur . و E ، خطوة وحدة للجهة الأخرى
. l'abscisse moins 1

Sur la droite A B, A est l'origine, et B a pour abscisse 1. Chaque pas de A vers B, c'est le vecteur A B. C est à deux pas : abscisse 2, et le vecteur A C égale 2 fois le vecteur A B. Et E, un pas de l'autre côté : abscisse moins 1.

A et B sont deux points distincts. On munit la droite (AB) du **repère** (A, B) : A est l'origine, d'abscisse 0, et B a pour abscisse 1. La longueur AB sert d'unité.

1. Place le point C tel que $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AB}$. Quelle est son abscisse ?
2. Place le point D d'abscisse 3. Écris $\overrightarrow{AD}$ en fonction de $\overrightarrow{AB}$.
3. Place le point E d'abscisse -1. Compare $\overrightarrow{AE}$ et $\overrightarrow{AB}$.



Le repère (A, B) de la droite (AB) : la longueur AB sert d'unité.

Une droite horizontale, munie du repère (A, B). De gauche à droite, régulièrement espacés : E d'abscisse −1, A d'abscisse 0, B d'abscisse 1, C d'abscisse 2 et D d'abscisse 3. Le vecteur AB est tracé en bleu : c'est le pas de la graduation.

EXEMPLE TRAITÉ

Ce que donne la graduation.

Le point C — Deux fois le pas de A vers B : C est d'abscisse 2.

$$\overrightarrow{AC} = 2\,\overrightarrow{AB}$$

Le point D — Trois pas, dans le même sens.

$$\overrightarrow{AD} = 3\,\overrightarrow{AB}$$

Le point E — Un seul pas, mais de l'autre côté de A : même longueur, sens contraire.

$$\overrightarrow{AE} = -\overrightarrow{AB}$$

8. DÉFINITION

Produit d'un vecteur par un réel

CE QU'IL DIT

Alpha fois le vecteur AB, houwa le vecteur AM, win M houwa le point d'abscisse alpha dans le repère (A, B). Ken alpha positif, M ykoun men jihet B : de même sens. Ken alpha négatif, M ykoun mel jiha lo5ra mte3 A : de sens contraires. W la longueur AM, dima la valeur absolue de alpha, fois AB. W na7sbou bihom kima les nombres.

. le point d'abscisse alpha dans le repère A ، B هو M وين ، le vecteur A M هو ، alpha fois le vecteur A B
A : يكون من الجهة الأخرى متاع alpha négatif ، M كان . B : de même sens يكون من جهة alpha positif ، M كان
les نحسبو بيهم كيما . la valeur absolue de alpha ، fois A B ديما ، la longueur A M و . de sens contraires
. nombres

Alpha fois le vecteur A B, c'est le vecteur A M, où M est le point d'abscisse alpha dans le repère A, B. Si alpha est positif, M est du côté de B : même sens. Si alpha est négatif, M est de l'autre côté de A : sens contraires. Et la longueur A M, c'est toujours la valeur absolue de alpha, fois A B. Et on calcule avec ces produits comme avec des nombres.

Soient $\vec{u}$ un vecteur non nul, A un point et B le point tel que $\vec{u} = \overrightarrow{AB}$. Soient α un réel et M le point d'abscisse α dans le repère (A, B). Le **produit** de $\vec{u}$ par α, noté $\alpha\vec{u}$, est le vecteur $\overrightarrow{AM}$.

Autrement dit : $\overrightarrow{AM} = \alpha\,\overrightarrow{AB}$ équivaut à « les points A, B, M sont alignés, et M est d'abscisse α dans le repère (A, B) ».

- si $\alpha > 0$, les vecteurs $\overrightarrow{AM}$ et $\overrightarrow{AB}$ sont **de même sens** ;
- si $\alpha < 0$, ils sont **de sens contraires** ;
- dans tous les cas, les longueurs vérifient $AM = |\alpha| \times AB$.

Le vecteur $(-1)\,\overrightarrow{AB}$ se note $-\overrightarrow{AB}$: c'est l'opposé de $\overrightarrow{AB}$. Et $0\,\vec{u} = \vec{0}$: le point d'abscisse 0 est A lui-même.

On calcule avec ces produits comme avec des nombres : $2\,\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AB} = 3\,\overrightarrow{AB}$, $\alpha(\vec{u} + \vec{v}) = \alpha\vec{u} + \alpha\vec{v}$, et $\alpha(\beta\vec{u}) = (\alpha\beta)\vec{u}$ — par exemple $3\left(\frac{1}{2}\,\overrightarrow{BC}\right) = \frac{3}{2}\,\overrightarrow{BC}$.

LA DÉFINITION

$$\overrightarrow{AM} = \alpha\,\overrightarrow{AB} \iff M \in (AB) \text{ d'abscisse } \alpha \text{ dans } (A, B)$$

LES LONGUEURS

$$AM = |\alpha| \times AB$$

CALCULER AVEC LES PRODUITS

$$\alpha(\vec{u}+\vec{v}) = \alpha\vec{u} + \alpha\vec{v} \quad ; \quad \alpha(\beta\vec{u}) = (\alpha\beta)\vec{u}$$

EXEMPLE TRAITÉ

La droite (AB) est munie du repère (A, B), et $AB = 2$ centimètres. On place le point P tel que le vecteur $\overrightarrow{AP}$ vaut les trois demis du vecteur $\overrightarrow{AB}$, et le point Q tel que le vecteur $\overrightarrow{AQ}$ vaut -2 fois le vecteur $\overrightarrow{AB}$. Calculer les longueurs AP et AQ.

Le point P — P est d'abscisse $\frac{3}{2}$: du même côté que B, un peu au-delà.

$AP = \frac{3}{2} \times 2 = 3$ cm

Le point Q — Q est d'abscisse -2 : de l'autre côté de A. La longueur prend la valeur absolue du réel.

$AQ = |-2| \times 2 = 4$ cm

$$AP = 3 \text{ centimètres} \quad ; \quad AQ = 4 \text{ centimètres}$$

À ne pas faire : $\overrightarrow{AQ} = -2\,\overrightarrow{AB}$, donc $AQ = -4$ cm — $AQ = |-2| \times AB = 4$ cm. Une longueur n'est jamais négative. Le signe de α dit le **sens** du vecteur ; la longueur, elle, se multiplie par $|\alpha|$.

9. DÉFINITION

Vecteurs colinéaires

CE QU'IL DIT

Zouz vecteurs colinéaires, ken l'un égale un réel fois l'autre. Fel losange, le vecteur AB égale le vecteur DC, w I le milieu de AB. Ya3ni le vecteur AI égale un demi fois le vecteur DC : el réel positif, ya3ni de même sens. Ama le vecteur CD égale moins 2 fois le vecteur AI : colinéaires zeda, ama de sens contraires.

زوز vecteurs colinéaires ، كان l'un égale un réel fois l'autre . في le losange ، le vecteur A B égale le
، réel positif الـ : le vecteur A I égale un demi fois le vecteur D C يعني . I le milieu de A B و ، vecteur D C
de sens أمّا ، زادة le vecteur C D égale moins 2 fois le vecteur A I : colinéaires أمّا . de même sens يعني
. contraires

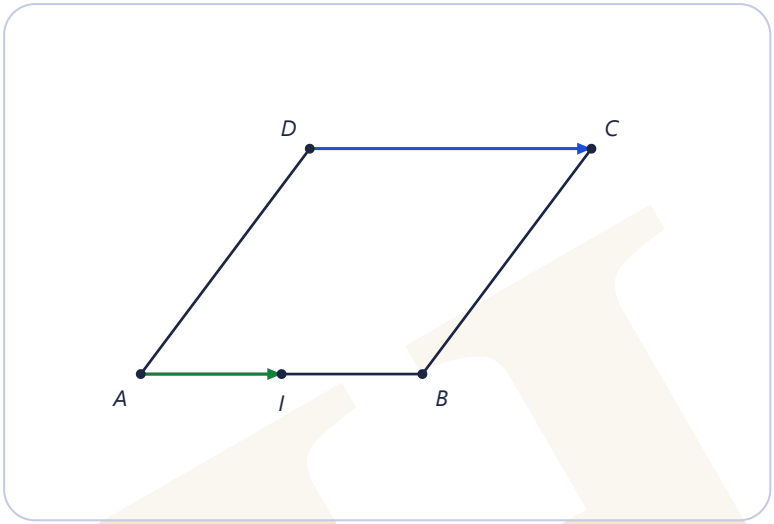
Deux vecteurs sont colinéaires si l'un est égal à un réel fois l'autre. Dans le losange, le vecteur A B égale le vecteur D C, et I est le milieu de A B. Donc le vecteur A I égale un demi fois le vecteur D C : le réel est positif, donc même sens. Mais le vecteur C D égale moins 2 fois le vecteur A I : colinéaires aussi, mais de sens contraires.

Deux vecteurs sont **colinéaires** si l'un est le produit de l'autre par un réel. Le vecteur nul est donc colinéaire à tout vecteur, puisque $\vec{0} = 0\,\vec{u}$.

Deux vecteurs colinéaires **non nuls** ont la même **direction**, et c'est le signe du réel qui dit leur sens :

- si ce réel est **strictement positif**, ils sont **de même sens** ;
- s'il est **strictement négatif**, ils sont **de sens contraires**.

Sur la figure, $ABCD$ est un losange et I est le milieu de $[AB]$.



ABCD est un losange et I est le milieu de [AB].

Un losange ABCD : A en bas à gauche, B en bas à droite, C en haut à droite, D en haut à gauche ; les côtés [AB] et [DC] sont horizontaux. I est le milieu du côté [AB]. Le vecteur DC, en bleu, va de D vers C, vers la droite. Le vecteur AI, en vert, va de A vers I, vers la droite lui aussi, et mesure la moitié de DC.

COLINÉAIRES

$\vec{v} = \alpha\,\vec{u}$

EXEMPLE TRAITÉ

$ABCD$ est un losange et I est le milieu de $[AB]$. Comparer les vecteurs $\overrightarrow{AI}$ et $\overrightarrow{DC}$, puis les vecteurs $\overrightarrow{CD}$ et $\overrightarrow{AI}$.

Le parallélogramme — Un losange est un parallélogramme : ses côtés opposés donnent des vecteurs égaux.

$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$

Le milieu — I est au milieu de $[AB]$: le vecteur $\overrightarrow{AI}$ est la moitié du vecteur $\overrightarrow{AB}$, dans le même sens.

$\overrightarrow{AI} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} = \frac{1}{2}\overrightarrow{DC}$

Le réel est positif : même sens. Et en retournant le vecteur $\overrightarrow{DC}$, le signe change.

$\overrightarrow{CD} = -\overrightarrow{DC} = -2\overrightarrow{AI}$

Les deux comparaisons, côte à côte : le vecteur $\overrightarrow{AI}$ vaut la moitié du vecteur $\overrightarrow{DC}$, et le vecteur $\overrightarrow{CD}$ vaut -2 fois le vecteur $\overrightarrow{AI}$.

$\overrightarrow{AI} = \frac{1}{2}\overrightarrow{DC} \quad ; \quad \overrightarrow{CD} = -2\overrightarrow{AI}$

$$\overrightarrow{AI} = \frac{1}{2}\overrightarrow{DC} \quad ; \quad \overrightarrow{CD} = -2\overrightarrow{AI}$$

À ne pas faire : $\overrightarrow{CD}$ et $\overrightarrow{AI}$ ne sont pas colinéaires, car ils ne vont pas dans le même sens. — Ils sont colinéaires et de sens contraires : $\overrightarrow{CD} = -2\overrightarrow{AI}$.. Colinéaire ne veut pas dire « de même sens ». Deux

vecteurs colinéaires non nuls ont la même **direction** ; le signe du réel dit ensuite s'ils sont de même sens ou de sens contraires.

10. THÉORÈME

Colinéarité, parallélisme, alignement

CE QU'IL DIT

Ken le vecteur AB w le vecteur CD mahomch nuls, w le vecteur CD égale alpha fois le vecteur AB, ma3neha les droites AB et CD sont parallèles. W bel 3aks, ken les droites sont parallèles, les vecteurs sont colinéaires. W ken zouz vecteurs 3andhom nafs l'origine, les vecteurs AM et AB sont colinéaires, ma3neha A, B et M sont alignés. Hedhi hiya et-tari9a bech nthabtou parallélisme walla alignement.

كان le vecteur A B و le vecteur C D ماهمش nuls ، و le vecteur A B égale alpha fois le vecteur C D ، معناها
les droites sont parallèles ، les vecteurs sont كان ، و بالعكس . les droites A B et C D sont parallèles
و كان زوز vecteurs عندهم نفس les vecteurs A M et A B sont colinéaires ، l'origine ، A, معناها
. alignement ولّا parallélisme نثبتو باش الطريقة هي هذي . B et M sont alignés

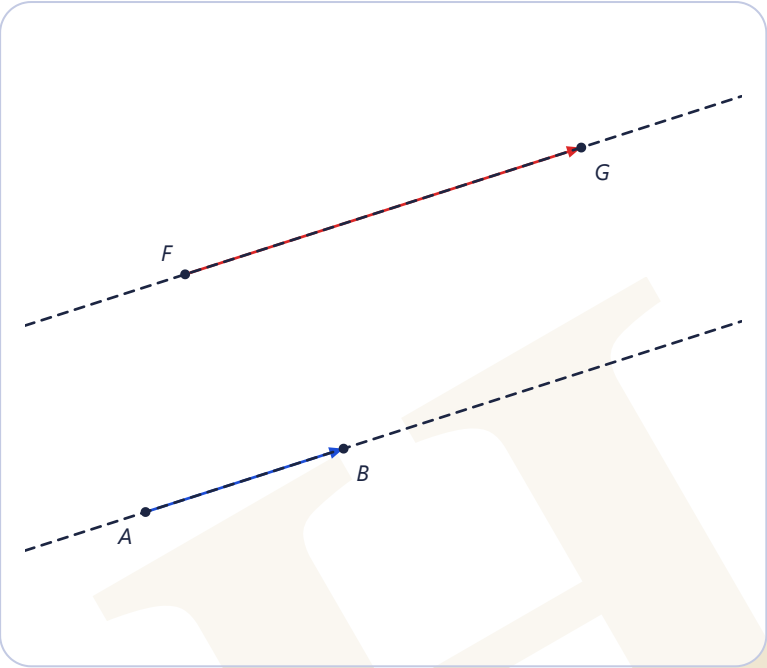
Si les vecteurs A B et C D ne sont pas nuls, et si le vecteur C D égale alpha fois le vecteur A B, alors les droites A B et C D sont parallèles. Et réciproquement, si les droites sont parallèles, les vecteurs sont colinéaires. Et quand deux vecteurs ont la même origine, dire que les vecteurs A M et A B sont colinéaires, c'est dire que A, B et M sont alignés. C'est la méthode pour démontrer un parallélisme ou un alignement.

Soient A, B, C, D quatre points distincts et α un réel non nul.

1. Si $\overrightarrow{CD} = \alpha\,\overrightarrow{AB}$, **alors** les droites (AB) et (CD) sont parallèles, et $CD = |\alpha| \times AB$.
2. Réciproquement, si les droites (AB) et (CD) sont parallèles, **alors** les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont colinéaires.

Cas particulier, quand les deux vecteurs ont la même origine : les points A, B et M sont **alignés** si et seulement si $\overrightarrow{AM}$ et $\overrightarrow{AB}$ sont colinéaires. Deux droites parallèles qui ont un point commun sont en effet confondues.

Maths à la carte
ABDELKADER HAMMAMI



Le vecteur FG vaut 2 fois le vecteur AB : les droites (FG) et (AB) sont parallèles.

Trois points A, B et F non alignés : A et B en bas, F au-dessus de A. Le vecteur AB est tracé en bleu. Le vecteur FG, en rouge, part de F : même direction et même sens que AB, et deux fois plus long. Les droites (AB) et (FG), prolongées en pointillés, sont parallèles.

VECTEURS NON NULS COLINÉAIRES, DONC PARALLÈLES

$$A \neq B,\ C \neq D :\ \overrightarrow{CD} = \alpha\,\overrightarrow{AB} \Rightarrow (AB) \text{ et } (CD) \text{ parallèles}$$

MÊME ORIGINE, DONC ALIGNÉS

$$\overrightarrow{AM} = \alpha\,\overrightarrow{AB} \Rightarrow A,\ B,\ M \text{ alignés}$$

EXEMPLE TRAITÉ

A, B et F sont trois points non alignés, et G est le point tel que le vecteur $\overrightarrow{FG}$ est le double du vecteur $\overrightarrow{AB}$. Que dire des droites (FG) et (AB) ? Si $AB = 2{,}5$ centimètres, que vaut FG ?

Colinéaires — Le vecteur $\overrightarrow{FG}$ est le produit du vecteur $\overrightarrow{AB}$ par le réel 2 : ils sont colinéaires, et de même sens.

$$\overrightarrow{FG} = 2\,\overrightarrow{AB}$$

Parallèles — Deux vecteurs colinéaires portent des droites parallèles. Comme F n'est pas sur (AB), elles ne sont pas confondues.

$$(FG) \text{ et } (AB) \text{ parallèles}$$

La longueur — Les longueurs suivent le même réel, pris en valeur absolue : FG vaut deux fois AB.

$$FG = |2| \times AB = 2 \times 2{,}5 = 5 \text{ cm}$$

$$(FG) \text{ et } (AB) \text{ parallèles} \quad ; \quad FG = 5 \text{ centimètres}$$

À ne pas faire : Les droites (AB) et (CD) sont parallèles, donc $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$. — Elles sont parallèles, donc $\overrightarrow{CD} = \alpha\,\overrightarrow{AB}$ pour un certain réel α.. Le parallélisme donne la même **direction**, pas la même longueur ni le même sens. L'égalité des vecteurs n'est que le cas particulier $\alpha = 1$.

---

11. PROPRIÉTÉ

Le milieu d'un segment

CE QU'IL DIT

I le milieu de AB, ya3ni le vecteur IA et le vecteur IB sont opposés : le vecteur IA plus le vecteur IB égale le vecteur nul. W zeda le vecteur AB égale 2 fois le vecteur AI. Ama redd belek : la longueur IA égale la longueur IB, hedha ma yekfich, I tnajjem tkoun 3la la médiatrice barra el segment. W men ay point M : le vecteur MA plus le vecteur MB égale 2 fois le vecteur MI.

I le milieu de A B يعني ، le vecteur I A et le vecteur I B sont opposés : le vecteur I A plus le vecteur I B égale le vecteur nul . و زادة le vecteur A B égale 2 fois le vecteur A I . أمّا ردّ بالك : la longueur I A égale la longueur I B ، هذا ما يكفيش ، I تنجم تكون على la médiatrice برّة الـ segment . و من أيّ point M : le vecteur M A plus le vecteur M B égale 2 fois le vecteur M I .

I est le milieu de A B, c'est-à-dire que le vecteur I A et le vecteur I B sont opposés : le vecteur I A plus le vecteur I B égale le vecteur nul. Et aussi, le vecteur A B égale 2 fois le vecteur A I. Mais attention : l'égalité des longueurs I A et I B ne suffit pas, I peut être sur la médiatrice, en dehors du segment. Et depuis n'importe quel point M : le vecteur M A plus le vecteur M B égale 2 fois le vecteur M I.

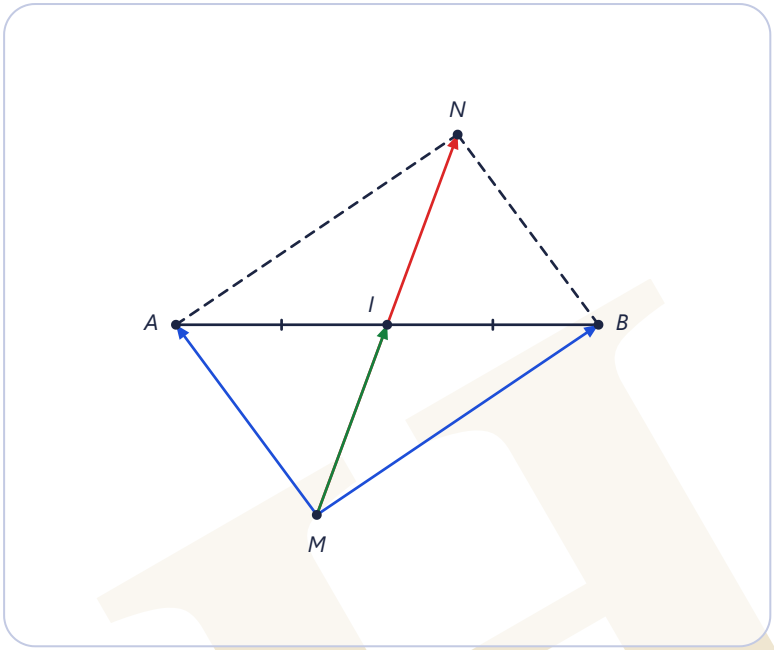
Soient A, B et I trois points. Les trois phrases suivantes disent la même chose :

- I est le milieu de $[AB]$;
- $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} = \vec{0}$;
- $\overrightarrow{AB} = 2\,\overrightarrow{AI}$.

Et une conséquence qui sert souvent : si I est le milieu de $[AB]$, alors pour **tout** point M du plan, $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = 2\,\overrightarrow{MI}$.

Réciproquement, s'il existe un point M tel que $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = 2\,\overrightarrow{MI}$, alors I est le milieu de $[AB]$.

Maths à la carte
ABDELKADER HAMMAMI



Le vecteur MN, somme de MA et de MB, vaut deux fois le vecteur MI.

Un segment [AB] horizontal, de milieu I : [AI] et [IB] portent la même marque d'égalité. Sous le segment, un point M. Les vecteurs MA et MB, en bleu, partent de M vers les deux extrémités. Les pointillés [AN] et [BN] complètent le parallélogramme MANB. Le vecteur MN, en rouge, est la diagonale qui part de M ; il passe par I, et le vecteur MI, en vert, en est exactement la moitié.

$$I \text{ milieu de } [AB] \iff \overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} = \vec{0}$$

$$I \text{ milieu de } [AB] \iff \overrightarrow{AB} = 2\,\overrightarrow{AI}$$

POUR TOUT POINT M

$$\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = 2\,\overrightarrow{MI}$$

DÉMONSTRATION

On insère le point I dans chacun des deux vecteurs, par la relation de Chasles :

$$\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = \overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IA} + \overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IB}.$$

On regroupe : $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = 2\,\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB}$.

Comme I est le milieu de $[AB]$, $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} = \vec{0}$, et il reste $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = 2\,\overrightarrow{MI}$.

Réciproquement, si $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = 2\,\overrightarrow{MI}$ pour un point M, la même insertion donne $2\,\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} = 2\,\overrightarrow{MI}$, donc $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} = \vec{0}$: I est le milieu de $[AB]$.

EXEMPLE TRAITÉ

I est le milieu de $[AB]$, M est un point qui n'est pas sur la droite (AB), et $MI = 4{,}5$ centimètres. On construit le point N tel que le vecteur $\overrightarrow{MN}$ est la somme des vecteurs $\overrightarrow{MA}$ et $\overrightarrow{MB}$. Calculer la longueur MN.

Maths à la carte
ABDELKADER HAMMAMI

La propriété du milieu — I est le milieu de $[AB]$, donc la somme vaut deux fois le vecteur $\overrightarrow{MI}$.

$$\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = 2\,\overrightarrow{MI}$$

La longueur — N est sur la demi-droite $[MI)$, deux fois plus loin de M que I.

$$MN = 2 \times MI = 2 \times 4{,}5 = 9 \text{ cm}$$

$$MN = 9 \text{ centimètres}$$

À ne pas faire : $IA = IB$, donc I est le milieu de $[AB]$. — $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} = \vec{0}$, donc I est le milieu de $[AB]$.. $IA = IB$ dit seulement que I est à égale distance de A et de B : I est sur la médiatrice de $[AB]$, pas forcément sur le segment. Il faut l'égalité des **vecteurs**, ou bien ajouter que A, I et B sont alignés.

À ne pas faire : $\overrightarrow{AB} = 2\,\overrightarrow{IA}$ — $\overrightarrow{AB} = 2\,\overrightarrow{AI} = 2\,\overrightarrow{IB}$. Le vecteur $\overrightarrow{IA}$ va de I vers A, dans le sens contraire du vecteur $\overrightarrow{AB}$: en fait, le vecteur $\overrightarrow{AB}$ vaut -2 fois le vecteur $\overrightarrow{IA}$. Avec le réel 2, positif, il faut un vecteur de même sens que le vecteur $\overrightarrow{AB}$: le vecteur $\overrightarrow{AI}$, ou le vecteur $\overrightarrow{IB}$.

12. APPLICATION

Vecteurs et forces

CE QU'IL DIT

Fi la physique, une force tetresem b vecteur, w la longueur mte3ou hiya l'intensité. Ki ykounou zouz forces 3la nafs le solide, nejm3ouhom kima les vecteurs, b la règle du parallélogramme : hedhi hiya la résultante. W bech le solide yo93od immobile, lezem la somme des forces tkoun le vecteur nul.

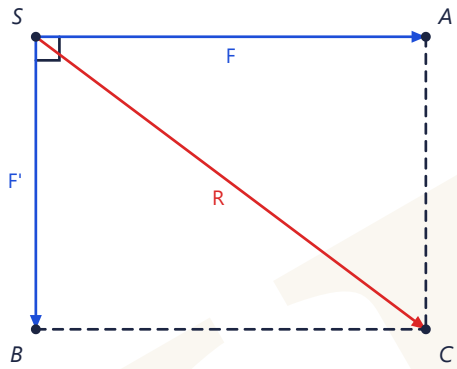
في la physique ، une force تترسم بـ vecteur ، و la longueur متاعو هي l'intensité . كي يكونو زوز forces على نفس le solide ، نجمعوهم كيما les vecteurs ، بـ la règle du parallélogramme : هذي هي la résultante . و باش يقعد le solide immobile ، لازم la somme des forces تكون le vecteur nul .

En physique, une force se représente par un vecteur, et sa longueur donne l'intensité. Quand deux forces agissent sur le même solide, on les additionne comme des vecteurs, par la règle du parallélogramme : c'est la résultante. Et pour que le solide reste immobile, la somme des forces doit être le vecteur nul.

En physique, une force se représente par un vecteur : sa direction et son sens sont ceux de la force, et sa longueur dit son **intensité**, mesurée en newtons.

Quand un solide S est soumis à deux forces $\vec{F}$ et $\vec{F'}$, leur effet est celui d'une seule force, la **résultante** $\vec{R} = \vec{F} + \vec{F'}$. On la construit par la règle du parallélogramme.

Un solide reste **immobile** quand la somme des forces qu'il subit est le vecteur nul : pour le retenir, il faut exercer la force $-\vec{R}$, opposée à la résultante.



Une unité de longueur représente un newton.

Un solide S. La force F est représentée par le vecteur SA, horizontal vers la droite, long de 4 unités ; la force F' par le vecteur SB, vertical vers le bas, long de 3 unités. Les deux forces sont perpendiculaires : l'angle en S porte la marque de l'angle droit. Les pointillés [AC] et [BC] complètent le rectangle SACB. La résultante R, en rouge, est le vecteur SC, diagonale du rectangle qui part de S.

LA RÉSULTANTE

$$\vec{R} = \vec{F} + \vec{F'}$$

EXEMPLE TRAITÉ

Un solide S est soumis à deux forces perpendiculaires : la force $\vec{F}$, d'intensité 4 newtons, et la force $\vec{F'}$, d'intensité 3 newtons. Quelle est l'intensité de leur résultante ? Quelle force faut-il exercer pour que S reste immobile ?

La résultante — On représente la force $\vec{F}$ par le vecteur $\overrightarrow{SA}$ et la force $\vec{F'}$ par le vecteur $\overrightarrow{SB}$, puis on complète le rectangle $SACB$.

$$\vec{R} = \overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SB} = \overrightarrow{SC}$$

Pythagore — Le triangle SAC est rectangle en A, et $AC = SB = 3$.

$$SC^2 = SA^2 + AC^2 = 4^2 + 3^2 = 25$$

$$SC = 5$$

Rester immobile — Il faut exercer la force opposée à la résultante : même direction, même intensité, sens contraire.

$$\vec{F} + \vec{F'} - \vec{R} = \vec{0}, \text{ le vecteur nul}$$

$$R = 5 \text{ newtons} \quad ; \quad \text{on exerce la force opposée à } \vec{R}$$

À ne pas faire : $R = 4 + 3 = 7$ newtons — $R = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5$ newtons. On additionne les **vecteurs**, pas les intensités. Les intensités ne s'ajoutent que si les deux forces ont même direction et même sens.

13. MÉTHODE

Quel outil pour quelle question

CE QU'IL DIT

9bal ma tebda, a9ra es-so2al mli7 : houwa elli y9ollek l'outil. Simplifier une somme : Chasles. Parallélogramme : deux vecteurs égaux. Parallélisme walla alignement : tal9a le réel alpha. Milieu : le vecteur IA plus le vecteur IB égale le vecteur nul. Es-so2al ywajjhek, w ma3adech tdhi3.

قبل ما تبدا ، اقرا السؤال مليح : هو اللي يقلّك : l'outil . simplifier une somme : Chasles . parallélogramme : deux vecteurs égaux . parallélisme ولّا alignement : تلقى le vecteur I A plus le le réel alpha . milieu : le vecteur I B égale le vecteur nul . السؤال يوجّهك ، و ماعادش تضيع .

Avant de commencer, lis bien la question : c'est elle qui te donne l'outil. Simplifier une somme : Chasles. Un parallélogramme : deux vecteurs égaux. Un parallélisme ou un alignement : trouve le réel alpha. Un milieu : le vecteur I A plus le vecteur I B égale le vecteur nul. La question te guide, et tu ne te perds plus.

Devant un exercice de vecteurs, c'est la question qui donne l'outil :

1. **Simplifier une somme** : réordonne les vecteurs pour que les lettres s'enchaînent, puis applique Chasles. Deux vecteurs de même origine : règle du parallélogramme.
2. **Montrer que $ABCD$ est un parallélogramme** : montre que $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$, ou que $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}$.
3. **Montrer un parallélisme** : trouve un réel α tel que $\overrightarrow{CD} = \alpha\,\overrightarrow{AB}$.
4. **Montrer que A, B, M sont alignés** : trouve un réel α tel que $\overrightarrow{AM} = \alpha\,\overrightarrow{AB}$.
5. **Montrer un milieu** : $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} = \vec{0}$, ou $\overrightarrow{AB} = 2\,\overrightarrow{AI}$, ou encore $\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{IB}$.

EXEMPLE TRAITÉ

A, B, C sont trois points non alignés. D est l'image de C par la translation de vecteur $\overrightarrow{BA}$, et E est le point tel que le vecteur $\overrightarrow{AE}$ est la somme des vecteurs $\overrightarrow{AD}$ et $\overrightarrow{AC}$. Montrer que C est le milieu de $[BE]$.

La translation — D est l'image de C par la translation de vecteur $\overrightarrow{BA}$: le vecteur $\overrightarrow{CD}$ est égal au vecteur $\overrightarrow{BA}$, donc $BADC$ est un parallélogramme.

$$\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$$

La somme — Par la règle du parallélogramme, $ADEC$ est un parallélogramme.

$$\overrightarrow{CE} = \overrightarrow{AD}$$

On rassemble — Les deux égalités donnent l'égalité des vecteurs $\overrightarrow{BC}$ et $\overrightarrow{CE}$: C est le milieu de $[BE]$.

$$\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{CE}$$

C est le milieu de $[BE]$

À ne pas faire : D est l'image de C par la translation de vecteur $\overrightarrow{BA}$, donc $\overrightarrow{DC} = \overrightarrow{BA}$. — $\overrightarrow{CD} = \overrightarrow{BA}$: le vecteur va de C vers son image D.. Une translation envoie le point de départ sur son image : le vecteur se lit du point de départ vers l'image, jamais l'inverse.

À RETENIR

CE QU'IL DIT EN L'ÉCRIVANT

Hedha elli lezmek tetfakkrou :

هذا اللي لازمك تتفكّرو :

Voici ce qu'il faut retenir :

1. Relation de Chasles : $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$.
   > Dima : le vecteur AB plus le vecteur BC égale le vecteur AC. Hedhi la relation de Chasles.
   > *Toujours : le vecteur A B plus le vecteur B C égale le vecteur A C. C'est la relation de Chasles.*
2. Règle du parallélogramme : pour A, B, C non alignés, $ABDC$ est un parallélogramme $\iff \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AD}$.
   > Pour A, B, C non alignés : ABDC parallélogramme, ma3neha le vecteur AB plus le vecteur AC égale le vecteur AD : la somme hiya la diagonale elli to5rej men A.
   > *Pour A, B, C non alignés, A B D C est un parallélogramme si et seulement si le vecteur A B plus le vecteur A C égale le vecteur A D : la somme est la diagonale qui part de A.*
3. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BA} = \vec{0}$: les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{BA}$ sont opposés.
   > Le vecteur AB plus le vecteur BA égale le vecteur nul : n9oulou elli les vecteurs AB et BA sont opposés.
   > *Le vecteur A B plus le vecteur B A égale le vecteur nul : les vecteurs A B et B A sont opposés.*
4. $\overrightarrow{AM} = \alpha\,\overrightarrow{AB}$: M est sur (AB), d'abscisse α dans le repère (A, B), et $AM = |\alpha| \times AB$.
   > Le vecteur AM égale alpha fois le vecteur AB, ma3neha M 3la la droite AB, d'abscisse alpha, w la longueur AM égale la valeur absolue de alpha, fois AB.
   > *Le vecteur A M égale alpha fois le vecteur A B signifie que M est sur la droite A B, d'abscisse alpha, et la longueur A M égale la valeur absolue de alpha, fois A B.*
5. Colinéaires : l'un est un réel fois l'autre — **même sens** si ce réel est strictement positif, **sens contraires** s'il est strictement négatif.
   > Colinéaires, ya3ni l'un égale un réel fois l'autre : réel strictement positif, de même sens. Réel strictement négatif, de sens contraires.
   > *Colinéaires : l'un est un réel fois l'autre. Réel strictement positif, même sens ; réel strictement négatif, sens contraires.*

6. Vecteurs non nuls colinéaires ⇒ droites parallèles ; avec une origine commune, points alignés.

   > Ken deux vecteurs non nuls sont colinéaires, ma3neha les droites sont parallèles. W ken 3andhom nafs l'origine, ma3neha les points sont alignés.
   > *Si deux vecteurs non nuls sont colinéaires, les droites sont parallèles. Et s'ils ont la même origine, les points sont alignés.*

7. I milieu de $[AB] \iff \overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} = \vec{0} \iff \overrightarrow{AB} = 2\,\overrightarrow{AI}$.

   > I le milieu de AB, ma3neha le vecteur IA plus le vecteur IB égale le vecteur nul, walla le vecteur AB égale 2 fois le vecteur AI.
   > *I est le milieu de A B si et seulement si le vecteur I A plus le vecteur I B égale le vecteur nul, ou le vecteur A B égale 2 fois le vecteur A I.*

CE QU'IL DIT EN REFERMANT

Hakka kammelna la somme de deux vecteurs. Tfakker : Chasles bech tejma3, le parallélogramme ki ykounou men nafs l'origine, w alpha fois un vecteur bech tthabbet parallélisme w alignement. Yalla nemchiw lel exercices.

هكّا كمّلنا la somme de deux vecteurs . تفكّر : Chasles باش تجمع ، le parallélogramme كي يكونو من نفس l'origine ، و alpha fois un vecteur باش تثبت parallélisme و alignement . يالله نمشيو للـ exercices .

Voilà, nous avons terminé la somme de deux vecteurs. Retiens : Chasles pour additionner, le parallélogramme quand les vecteurs ont la même origine, et alpha fois un vecteur pour démontrer un parallélisme ou un alignement. Allons aux exercices.

Questions fréquentes — ses réponses toutes prêtes

Quand un élève tape une de ces questions pendant le cours, cette réponse part aussitôt, avec sa voix, sans passer par le modèle. Les formulations sont celles qu'on reconnaît.

QUESTION 1 · DEUX TRANSLATIONS DE SUITE

deux translations de suite ça donne quoi | zouz translations wara ba3dhom | translation de vecteur AB puis de vecteur BC | deux translations successives une seule translation ? | M'' image de M après deux translations | enchaîner deux translations

CE QU'IL ÉCRIT AU TABLEAU

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$$

CE QU'IL RÉPOND

Zouz translations wara ba3dhom ya3mlou translation wa7da. Translation de vecteur $\overrightarrow{AB}$, men ba3d translation de vecteur $\overrightarrow{BC}$, ta3ti translation de

vecteur $\overrightarrow{AC}$. Hakka jet la somme : $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$.

translations زوز وراء بعضهم يعملو translation وحدة . translation de vecteur A B ، translation de بعد من
la somme : vecteur A B plus vecteur B C égale هكّا جات . translation de vecteur A C تعطي ، vecteur B C
. vecteur A C

Deux translations de suite n'en font qu'une. La translation de vecteur A B, puis celle de vecteur B C, donnent la translation de vecteur A C. C'est de là que vient la somme : vecteur A B plus vecteur B C égale vecteur A C.

QUESTION 2 · LA RELATION DE CHASLES

c'est quoi la relation de Chasles | chnowa relation de Chasles | Chasles définition | relation de Chasles énoncé | Chasles ya3ni chnowa | que dit la relation de Chasles

CE QU'IL ÉCRIT AU TABLEAU

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$$

CE QU'IL RÉPOND

L ay trois points A, B w C : $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$. Nemchiw men A l B, men ba3d men B l C, kif ma nemchiw directement men A l C.

لأي trois points A ، B w C : vecteur A B plus vecteur B C égale vecteur A C . نمشيو من A لـ B ، من بعد من B
لـ C ، كيف ما نمشيو directement من A لـ C .

Pour trois points A, B et C quelconques : vecteur A B plus vecteur B C égale vecteur A C. Aller de A à B, puis de B à C, revient à aller directement de A à C.

QUESTION 3 · LA RELATION DE CHASLES

quand est-ce qu'on peut appliquer Chasles | AB + CD = AD avec Chasles ? | Chasles les lettres doivent se suivre ? | Chasles wa9tech nesta3mlou | condition pour utiliser Chasles | Chasles marche toujours ?

CE QU'IL ÉCRIT AU TABLEAU

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{AD}$$

CE QU'IL RÉPOND

Chasles yemchi ken ki l'extrémité mte3 le premier vecteur hiya l'origine mte3 le deuxième : les lettres yetsalslou. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{AD}$. Ama $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD}$ ma ya3tich $\overrightarrow{AD}$: B w C zouz points mekhtalfin.

يمشي كان كي Chasles l'extrémité متاع le premier vecteur هي l'origine متاع le deuxième : les lettres
يتسلسلو . vecteur A B plus vecteur B D égale vecteur A D أما . vecteur A B plus vecteur C D ما يعطيش A
. مختلفين points زوز D : B w C

Chasles ne s'applique que si l'extrémité du premier vecteur est l'origine du second : les lettres s'enchaînent. Vecteur A B plus vecteur B D égale vecteur A D. Mais vecteur A B plus vecteur C D ne donne pas A D : B et C sont deux points différents.

QUESTION 4 · LA RELATION DE CHASLES

AB + BC = AC avec les longueurs ? | Chasles marche pour les distances ? | la longueur AC égale AB plus BC ? | Chasles fel longueurs | Chasles vecteurs ou longueurs | somme des longueurs et somme des vecteurs

CE QU'IL RÉPOND

Le : Chasles 3la les vecteurs, mouch 3la les longueurs. La longueur AC ma tsewich $AB + BC$ ella ki B 3la le segment $[AC]$. Fi triangle, AC asghar men $AB + BC$.

لا : Chasles على les vecteurs ، موش على la longueur A C . les longueurs ما تساويش A B plus B C إلا كي B على le segment A C . في A C ، triangle أصغر من A B plus B C .

Non : la relation de Chasles porte sur les vecteurs, pas sur les longueurs. La longueur A C n'est égale à A B plus B C que si B est sur le segment A C. Dans un triangle, A C est plus petit que A B plus B C.

QUESTION 5 · LA RELATION DE CHASLES

insérer un point avec Chasles | nzid point fel vecteur | AC = AB + BC pour n'importe quel B ? | introduire un point dans un vecteur | décomposer un vecteur avec Chasles | comment couper un vecteur en deux

CE QU'IL ÉCRIT AU TABLEAU

$$\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}$$

CE QU'IL RÉPOND

Chasles yet9ra zeda bel 3aks : najjmou n7ottou ay point B fel west. $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}$, mahma ken B.

Chasles يتقرى زادة بالعكس : نجّمو نحطّو أي point B في الوسط . vecteur A C égale vecteur A B plus vecteur B C ، مهما كان B .

La relation de Chasles se lit aussi dans l'autre sens : on peut toujours insérer un point B. Vecteur A C égale vecteur A B plus vecteur B C, quel que soit le point B.

QUESTION 6 · DEUX VECTEURS QUI NE SE TOUCHENT PAS

comment simplifier une somme de vecteurs | kifech nsimplifi somme de vecteurs | AB + CD + BC comment simplifier | réduire une somme de vecteurs | simplifier MA + AB + BN | écrire la somme comme un seul vecteur

CE QU'IL ÉCRIT AU TABLEAU

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AD}$$

CE QU'IL RÉPOND

Nrattbou les vecteurs bech les lettres yetsalslou, w nappliquiw Chasles. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{BC}$: nrattbouha $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AD}$.

Chasles . vecteur A B plus vecteur C D plus vecteur B نطبّقو w ، يتسلسلو les lettres باش les vecteurs نرتّبو
. vecteur A D يعني ، A C plus C D يعطي ، A B plus B C plus C D نرتّبوها : C

On réordonne les vecteurs pour que les lettres s'enchaînent, puis on applique Chasles. Vecteur A B plus vecteur C D plus vecteur B C : on range en A B plus B C plus C D, ce qui donne A C plus C D, c'est-à-dire le vecteur A D.

QUESTION 7 · DEUX VECTEURS QUI NE SE TOUCHENT PAS

on peut changer l'ordre des vecteurs dans une somme ? | AB + CB = AB + BC ? | u + v = v + u | je peux retourner un vecteur pour appliquer Chasles ? | ordre des vecteurs fel somme | réordonner une somme de vecteurs

CE QU'IL ÉCRIT AU TABLEAU

$$\vec{u} + \vec{v} = \vec{v} + \vec{u}$$

CE QU'IL RÉPOND

Ey, najjmou nbaddlou l'ordre des vecteurs : $\vec{u} + \vec{v} = \vec{v} + \vec{u}$. Ama 3omrna ma n9allbou les lettres mte3 vecteur : $\overrightarrow{CB}$ w $\overrightarrow{BC}$ opposés, mouch égaux. Ken n9allbouh, la somme tetbaddel.

vecteur : متاع les lettres نقلبو ما عمرنا أما . l'ordre des vecteurs : u plus v égale v plus u نجّمو نبدّلو ، إيه
. تتبدّل la somme ، نقلبوه كان . égaux موش ، vecteur C B w vecteur B C opposés

Oui, on peut changer l'ordre des vecteurs : u plus v égale v plus u. Mais jamais l'ordre des lettres d'un vecteur : les vecteurs C B et B C sont opposés, pas égaux. Retourner un vecteur change la somme.

QUESTION 8 · SOMME DE DEUX VECTEURS, RÈGLE DU PARALLÉLOGRAMME

c'est quoi la somme de deux vecteurs | chnowa somme de deux vecteurs | définition de la somme de deux vecteurs | u + v c'est quoi | somme de vecteurs ya3ni chnowa | le vecteur somme définition

CE QU'IL ÉCRIT AU TABLEAU

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}$$

CE QU'IL RÉPOND

N7ottou $\vec{u}$ w $\vec{v}$ men nafs el point A : $\vec{u} = \overrightarrow{AB}$ w $\vec{v} = \overrightarrow{AD}$. La somme $\vec{u} + \vec{v}$ hiya $\overrightarrow{AC}$, w C el point elli ykammel le parallélogramme ABCD.

نحطّو u w v من نفس الـ point A : u égale vecteur A B w v égale vecteur A D . la somme u plus v هي vecteur A C ، w C الـ point اللي يكمّل le parallélogramme A B C D .

On place u et v à partir du même point A : u égale vecteur A B et v égale vecteur A D. La somme u plus v est le vecteur A C, où C est le point qui complète le parallélogramme A B C D.

QUESTION 9 · SOMME DE DEUX VECTEURS, RÈGLE DU PARALLÉLOGRAMME

somme de deux vecteurs de même origine | règle du parallélogramme c'est quoi | AB + AC = AD pourquoi | zouz vecteurs men nafs l'origine kifech nejm3ouhom | règle du parallélogramme vecteurs | vecteurs qui partent du même point somme

CE QU'IL ÉCRIT AU TABLEAU

$$ABDC \text{ parallélogramme} \iff \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AD}$$

CE QU'IL RÉPOND

Zouz vecteurs men nafs l'origine A : la somme hiya la diagonale mte3 le parallélogramme elli to5rej men A. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AD}$, w ABDC parallélogramme, D 9oddem A.

زوز vecteurs من نفس l'origine A : la somme هي la diagonale متاع le parallélogramme اللي تخرج من A . A قدّام B plus A C égale A D ، w A B D C parallélogramme ، D .

Pour deux vecteurs de même origine A, la somme est la diagonale du parallélogramme qui part de A. Vecteur A B plus vecteur A C égale vecteur A D, où A B D C est un parallélogramme et D le sommet opposé à A.

QUESTION 10 · SOMME DE DEUX VECTEURS, RÈGLE DU PARALLÉLOGRAMME

FE + FG = EG ? | quelle diagonale pour la somme | la somme c'est quelle diagonale du parallélogramme | anahi diagonale | pourquoi FH et pas EG | diagonale de la somme de vecteurs

CE QU'IL ÉCRIT AU TABLEAU

$$\overrightarrow{FE} + \overrightarrow{FG} = \overrightarrow{FH}$$

CE QU'IL RÉPOND

La somme hiya la diagonale elli to5rej men l'origine commune. Fi parallélogramme EFGH : $\overrightarrow{FE} + \overrightarrow{FG} = \overrightarrow{FH}$. $[EG]$ hiya el diagonale lo5ra, ma tet3addech 3la F.

parallélogramme E F G H : vecteur F E في . l'origine commune من اللي تخرج la diagonale هي la somme plus vecteur F G égale vecteur F H . E G هي الـ diagonale الأخرى ، ما تتعدّاش على F .

La somme suit la diagonale qui part de l'origine commune. Dans le parallélogramme E F G H : vecteur F E plus vecteur F G égale vecteur F H. E G est l'autre diagonale : elle ne passe pas par F.

QUESTION 11 · DEUX VECTEURS QUI NE SE TOUCHENT PAS

comment construire la somme de deux vecteurs qui ne se touchent pas | construire AB + CD | mettre les vecteurs bout à bout | kifech nebni la somme | construction de la somme de deux vecteurs | bout à bout c'est quoi

CE QU'IL ÉCRIT AU TABLEAU

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BM} = \overrightarrow{AM}$$

CE QU'IL RÉPOND

N7ottouhom bout à bout : nabniw M b $\overrightarrow{BM} = \overrightarrow{CD}$. Men ba3d Chasles : $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BM} = \overrightarrow{AM}$. Hedhi temchi dima.

Chasles : vecteur A B plus من بعد . vecteur B M égale vecteur C D بـ M نبنيو : bout à bout نحطّوهم
. هاذي تمشي ديما . vecteur A M يعني ، vecteur C D égale vecteur A B plus vecteur B M

On les met bout à bout : on construit M tel que vecteur B M égale vecteur C D. Puis Chasles : vecteur A B plus vecteur C D égale vecteur A B plus vecteur B M, soit le vecteur A M. Cette construction marche toujours.

QUESTION 12 · DEUX VECTEURS QUI NE SE TOUCHENT PAS

somme de deux vecteurs quand les points sont alignés | KL + KN avec K, L, N alignés | points alignés la règle du parallélogramme marche ? | somme de vecteurs de même direction | vecteurs alignés de sens contraires somme | somme sur une droite

CE QU'IL ÉCRIT AU TABLEAU

$$\overrightarrow{KL} + \overrightarrow{KN} = \overrightarrow{KL} + \overrightarrow{LP} = \overrightarrow{KP}$$

CE QU'IL RÉPOND

Ki K, L w N alignés, le parallélogramme ma yet3melch, ama bout à bout yemchi : n7ottou P b $\overrightarrow{LP} = \overrightarrow{KN}$, w $\overrightarrow{KL} + \overrightarrow{KN} = \overrightarrow{KP}$. P yo93od 3la la droite : nafs le sens, les longueurs yetjam3ou ; sens contraires, nna99sou el a9sar mel atwel.

vecteur L P égale بـ P نحطّو : يمشي bout à bout أما ، ما يتعملش ، K ، L w N alignés ، le parallélogramme كي
le sens ، les نفس : la droite يقعد على vecteur K N ، w vecteur K L plus vecteur K N égale vecteur K P . P
. ننقّصو الأقصر من الأطول ، sens contraires ؛ يتجمعو longueurs

Quand K, L et N sont alignés, pas de parallélogramme, mais le bout à bout marche : on place P tel que vecteur L P égale vecteur K N, et vecteur K L plus vecteur K N égale vecteur K P. P reste sur la droite : même sens, les longueurs s'ajoutent ; sens contraires, on retranche la plus courte de la plus longue.

QUESTION 13 · VECTEUR NUL, VECTEURS OPPOSÉS

AB + BA égale combien | AB + BA = 0 ou vecteur nul | c'est quoi le vecteur nul | vecteur nul chnowa | AB + BC + CA égale quoi | le résultat est 0 ou le vecteur nul

CE QU'IL ÉCRIT AU TABLEAU

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BA} = \vec{0}$$

CE QU'IL RÉPOND

$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{AA}$, w houwa le vecteur nul, nektbouh $\vec{0}$ bel flèche. La somme des vecteurs dima vecteur, mouch le nombre zéro. W $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CA}$ zeda le vecteur nul : nerj3ou l A.

flèche . la بال vecteur zéro نكتبوه ، le vecteur nul هو vecteur A B plus vecteur B A égale vecteur A A ، w le nombre zéro . w vecteur A B plus vecteur B C plus vecteur C موش ، vecteur ديما somme des vecteurs A زادة le vecteur nul : نرجعو لـ A .

Vecteur A B plus vecteur B A égale vecteur A A : c'est le vecteur nul, noté vecteur zéro, avec sa flèche. Une somme de vecteurs est toujours un vecteur, pas le nombre zéro. Et vecteur A B plus vecteur B C plus vecteur C A est aussi le vecteur nul : on revient en A.

QUESTION 14 · VECTEUR NUL, VECTEURS OPPOSÉS

c'est quoi des vecteurs opposés | vecteurs opposés chnowa | BA = -AB pourquoi | l'opposé d'un vecteur | vecteur opposé définition | opposés ya3ni chnowa

CE QU'IL ÉCRIT AU TABLEAU

$$\overrightarrow{BA} = -\overrightarrow{AB}$$

CE QU'IL RÉPOND

$\overrightarrow{AB}$ w $\overrightarrow{BA}$ opposés : la somme mte3hom le vecteur nul, w nektbou $\overrightarrow{BA} = -\overrightarrow{AB}$. Nafs la direction w la longueur, w le sens bel 3aks.

vecteur B A égale moins نكتبو le vecteur nul ، w متاعهم vecteur A B w vecteur B A opposés : la somme . vecteur A B نفس le sens ، w la longueur direction w بالعكس .

Les vecteurs A B et B A sont opposés : leur somme est le vecteur nul, et on écrit vecteur B A égale moins vecteur A B. Même direction, même longueur, sens contraires.

QUESTION 15 · PRODUIT D'UN VECTEUR PAR UN RÉEL

c'est quoi le produit d'un vecteur par un réel | 2 fois un vecteur ça donne quoi | multiplier un vecteur par un nombre | chnowa alpha u | produit d'un vecteur par un nombre | kifech nadhreb vecteur fi nombre

CE QU'IL ÉCRIT AU TABLEAU

$$\overrightarrow{AM} = \alpha\,\overrightarrow{AB}$$

CE QU'IL RÉPOND

$\overrightarrow{AM} = \alpha\,\overrightarrow{AB}$ ya3ni M 3la la droite (AB), w l'abscisse mte3ou α fi le repère (A, B). Mathalan $2\,\overrightarrow{AB}$: nafs le sens, w marrtin atwel.

vecteur A M égale alpha fois vecteur A B يعني M على l'abscisse w ، la droite A B متاعو alpha في le repère A ، B . مثلا 2 fois vecteur A B : نفس w ، le sens مرّتين أطول .

Vecteur A M égale alpha fois vecteur A B signifie que M est sur la droite A B, d'abscisse alpha dans le repère A, B. Par exemple, 2 fois le vecteur A B : même sens, et deux fois plus long.

QUESTION 16 · PRODUIT D'UN VECTEUR PAR UN RÉEL

alpha négatif ça change quoi | le signe du réel dit le sens ? | -2 AB c'est dans quel sens | produit par un nombre négatif | alpha positif même sens ? | signe de alpha et sens du vecteur

CE QU'IL RÉPOND

Ken $\alpha > 0$, $\overrightarrow{AM}$ w $\overrightarrow{AB}$ men nafs le sens. Ken $\alpha < 0$, sens contraires : M mel jiha lo5ra mte3 A. Mathalan $-2\,\overrightarrow{AB}$ yemchi bel 3aks w marrtin atwel.

كان vecteur A M w vecteur A B ، alpha positif من نفس le sens . كان M : sens contraires ، alpha négatif من
الجيهة الأخرى متاع A . مثلا 2 fois vecteur A B moins يمشي بالعكس w مرّتين أطول .

Si alpha est positif, les vecteurs A M et A B sont de même sens. Si alpha est négatif, ils sont de sens contraires : M est de l'autre côté de A. Par exemple, moins 2 fois le vecteur A B va dans l'autre sens et il est deux fois plus long.

QUESTION 17 · PRODUIT D'UN VECTEUR PAR UN RÉEL

AQ = -2 AB donc AQ = -4 cm ? | longueur négative avec un vecteur | la longueur avec la valeur absolue de alpha | AM = alpha fois AB en longueur | pourquoi valeur absolue pour la longueur | longueur de alpha fois un vecteur

CE QU'IL ÉCRIT AU TABLEAU

$$AM = |\alpha| \times AB$$

CE QU'IL RÉPOND

La longueur 3omrha ma tkoun négative : $AM = |\alpha| \times AB$. Le signe mte3 α y9oul le sens bark. Mathalan $AB = 2$ cm w $\overrightarrow{AQ} = -2\,\overrightarrow{AB}$: $AQ = |-2| \times 2 = 4$ cm, mouch -4.

la longueur عمرها ما تكون . le signe alpha متاع négative : A M égale valeur absolue de alpha fois A B
موش ، A B 2 cm w vecteur A Q égale moins 2 fois vecteur A B : A Q égale 4 cm مثلا . برك le sens يقول
. moins 4

Une longueur n'est jamais négative : A M égale valeur absolue de alpha fois A B. Le signe de alpha ne dit que le sens. Par exemple, avec A B égale 2 cm et vecteur A Q égale moins 2 fois vecteur A B : A Q égale 4 cm, pas moins 4.

QUESTION 18 · UN REPÈRE SUR LA DROITE (AB)

c'est quoi le repère (A, B) sur une droite | abscisse d'un point dans le repère (A, B) | repère sur la droite AB | kifech nal9a l'abscisse de M | abscisse 3 ya3ni chnowa | graduer la droite (AB)

CE QU'IL ÉCRIT AU TABLEAU

$$\overrightarrow{AD} = 3\,\overrightarrow{AB} \quad ; \quad \overrightarrow{AE} = -\overrightarrow{AB}$$

CE QU'IL RÉPOND

Fi le repère (A, B), A houwa l'origine b abscisse 0, w B 3andou abscisse 1 : AB hiya l'unité. Le point d'abscisse 3 ya3ti $\overrightarrow{AD} = 3\,\overrightarrow{AB}$, w le point d'abscisse -1 ya3ti $-\overrightarrow{AB}$.

في A ، B ، A هو le repère w B بـ l'origine عندو abscisse zéro ، A B هي abscisse 1 : l'unité . le point d'abscisse 3 يعطي vecteur A D égale 3 fois vecteur A B ، w le point d'abscisse moins 1 يعطي moins vecteur A B.

Dans le repère A, B, A est l'origine, d'abscisse 0, et B a pour abscisse 1 : la longueur A B sert d'unité. Le point d'abscisse 3 donne vecteur A D égale 3 fois vecteur A B, et le point d'abscisse moins 1 donne moins le vecteur A B.

QUESTION 19 · VECTEURS COLINÉAIRES

c'est quoi des vecteurs colinéaires | chnowa colinéaires | vecteurs colinéaires définition | colinéaire ya3ni chnowa | deux vecteurs colinéaires de sens contraires ? | colinéaires ça veut dire même sens ?

CE QU'IL ÉCRIT AU TABLEAU

$$\vec{v} = \alpha\,\vec{u}$$

CE QU'IL RÉPOND

Zouz vecteurs colinéaires ki wa7ed houwa le5or fois un réel : $\vec{v} = \alpha\,\vec{u}$. 3andhom nafs la direction, w le signe mte3 le réel y9oul le sens : positif nafs le sens, négatif sens contraires. W le vecteur nul colinéaire m3a ay vecteur.

زوز vecteurs colinéaires كي واحد هو الآخر fois un réel . عندهم نفس le signe ، w la direction متاع le réel . w le vecteur nul colinéaire نفس le sens : positif يقول ، négatif sens contraires le sens مع أي vecteur.

Deux vecteurs sont colinéaires quand l'un est le produit de l'autre par un réel. Ils ont la même direction, et le signe du réel dit le sens : positif, même sens ; négatif, sens contraires. Le vecteur nul est colinéaire à tout vecteur.

QUESTION 20 · COLINÉARITÉ, PARALLÉLISME, ALIGNEMENT

comment montrer que deux droites sont parallèles avec les vecteurs | vecteurs colinéaires donc droites parallèles ? | droites parallèles donc vecteurs égaux ? | parallélisme avec un réel alpha | kifech nwarri droites parallèles b vecteurs | CD = alpha AB donc parallèles

CE QU'IL ÉCRIT AU TABLEAU

$$\overrightarrow{CD} = \alpha\,\overrightarrow{AB} \Rightarrow (AB) \parallel (CD)$$

CE QU'IL RÉPOND

Nal9aw réel α b $\overrightarrow{CD} = \alpha\,\overrightarrow{AB}$: donc les droites (AB) w (CD) parallèles, w $CD = |\alpha| \times AB$. W bel 3aks, droites parallèles ta3ti vecteurs colinéaires, mouch dharouri égaux.

vecteur C D égale alpha fois vecteur A B : donc les droites A B w C D parallèles ، w C D بـ réel alpha نلقاو موش ، vecteurs colinéaires تعطي droites parallèles ، بالعكس égale valeur absolue de alpha fois A B . w ضروري égaux .

On trouve un réel alpha tel que vecteur C D égale alpha fois vecteur A B : les droites A B et C D sont alors parallèles, et C D égale valeur absolue de alpha fois A B. Réciproquement, des droites parallèles donnent des vecteurs colinéaires, pas forcément égaux.

QUESTION 21 · COLINÉARITÉ, PARALLÉLISME, ALIGNEMENT

comment montrer que trois points sont alignés avec les vecteurs | A, B, M alignés kifech nwarri | montrer un alignement avec des vecteurs colinéaires | trois points alignés avec des vecteurs colinéaires | AM = alpha AB donc alignés ? | prouver que des points sont alignés

CE QU'IL ÉCRIT AU TABLEAU

$$\overrightarrow{AM} = \alpha\,\overrightarrow{AB} \Rightarrow A,\ B,\ M \text{ alignés}$$

CE QU'IL RÉPOND

Nal9aw réel α b $\overrightarrow{AM} = \alpha\,\overrightarrow{AB}$. El zouz vecteurs 3andhom nafs l'origine A w colinéaires, donc A, B w M alignés.

l'origine A w عندهم نفس vecteurs الزوز . vecteur A M égale alpha fois vecteur A B بـ réel alpha نلقاو . colinéaires ، donc A ، B w M alignés

On trouve un réel alpha tel que vecteur A M égale alpha fois vecteur A B. Les deux vecteurs ont la même origine A et sont colinéaires : les points A, B et M sont alignés.

QUESTION 22 · LE MILIEU D'UN SEGMENT

comment écrire que I est le milieu de [AB] avec des vecteurs | I milieu ya3ni IA + IB = 0 ? | milieu et vecteurs | milieu : AB = 2 AI ou AB = 2 IA | kifech nwarri milieu b vecteurs | montrer que I est le milieu avec des vecteurs

CE QU'IL ÉCRIT AU TABLEAU

$$\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} = \vec{0} \iff \overrightarrow{AB} = 2\,\overrightarrow{AI}$$

CE QU'IL RÉPOND

I milieu de $[AB]$ ya3ni $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} = \vec{0}$, walla $\overrightarrow{AB} = 2\,\overrightarrow{AI}$. Mouch $2\,\overrightarrow{IA}$: hedheka yemchi bel 3aks.

vecteur A B égale 2 fois vecteur وﻷا ، vecteur I A plus vecteur I B égale le vecteur nul يعني I milieu de A B . A I موش 2 vecteur I A fois : هاذاكا يمشي بالعكس .

I est le milieu de A B équivaut à vecteur I A plus vecteur I B égale le vecteur nul, ou à vecteur A B égale 2 fois vecteur A I. Pas 2 fois vecteur I A : celui-là va dans l'autre sens.

QUESTION 23 · LE MILIEU D'UN SEGMENT

MA + MB = 2 MI pourquoi | MA + MB égale combien si I est le milieu | la somme MA + MB avec le milieu | 2 MI c'est quoi | démonstration MA + MB = 2MI | kifech MA + MB ta3ti 2 MI

CE QU'IL ÉCRIT AU TABLEAU

$$\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = 2\,\overrightarrow{MI}$$

CE QU'IL RÉPOND

N7ottou I fi koll vecteur b Chasles : $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = 2\,\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB}$. W I milieu, donc $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} = \vec{0}$, w yo93od $2\,\overrightarrow{MI}$, mahma ken M.

Chasles : vecteur M A plus vecteur M B égale 2 fois vecteur M I plus vecteur I A بـ vecteur كل في نحطّو I . M كان مهما ، fois vecteur M I 2 يقعد plus vecteur I B . w I milieu ، donc I A plus I B le vecteur nul ، w

On insère I dans chaque vecteur par Chasles : vecteur M A plus vecteur M B égale 2 fois vecteur M I plus vecteur I A plus vecteur I B. Comme I est le milieu, I A plus I B est le vecteur nul, et il reste 2 fois vecteur M I, pour tout point M.

QUESTION 24 · LE MILIEU D'UN SEGMENT

IA = IB donc I est le milieu ? | même distance de A et B donc milieu ? | IA = IB en longueur milieu wala le | égale distance et milieu | pourquoi IA = IB ne suffit pas | I à égale distance de A et B

CE QU'IL RÉPOND

Le : $IA = IB$ fi les longueurs y7ott I 3la la médiatrice mte3 $[AB]$ bark. Lezem l'égalité des vecteurs, $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} = \vec{0}$, walla nzidou elli A, I w B alignés.

l'égalité des vecteurs ، لازم . برك A B متاع la médiatrice على I يحط les longueurs في I A égale I B : لا . A ، I w B alignés اللي نزيدو وﻷا ، vecteur I A plus vecteur I B égale le vecteur nul

Non : I A égale I B en longueur place seulement I sur la médiatrice de A B. Il faut l'égalité des vecteurs, vecteur I A plus vecteur I B égale le vecteur nul, ou bien ajouter que A, I et B sont alignés.

QUESTION 25 · VECTEURS ET FORCES

comment calculer la résultante de deux forces | la résultante c'est quoi | deux forces 4 N et 3 N perpendiculaires la résultante fait 7 ? | kifech na7seb la résultante | intensité de la résultante | somme de deux forces

CE QU'IL ÉCRIT AU TABLEAU

$$R = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5 \text{ N}$$

CE QU'IL RÉPOND

La résultante hiya la somme des vecteurs, nabniwha b la règle du parallélogramme. Ma nejm3ouch les intensités : forces perpendiculaires 4 w 3 newtons, $R = \sqrt{4^{2} + 3^{2}} = 5$ newtons, mouch 7.

la résultante هي la somme des vecteurs ، نبنيوها بـ la règle du parallélogramme . ما نجمعوش les intensités : forces perpendiculaires 4 w 3 newtons ، la résultante racine de (16 plus 9) ، يعني 5 newtons ، موش 7 .

La résultante est la somme des vecteurs, qu'on construit par la règle du parallélogramme. On n'additionne pas les intensités : pour deux forces perpendiculaires de 4 et 3 newtons, la résultante vaut racine de (16 plus 9), soit 5 newtons, et non 7.

QUESTION 26 · VECTEURS ET FORCES

quand un solide reste immobile | quelle force pour retenir le solide | solide immobile somme des forces | équilibre des forces vecteurs | équilibre : force opposée à la résultante | kifech ne5ou el solide immobile

CE QU'IL ÉCRIT AU TABLEAU

$$\vec{F} + \vec{F'} - \vec{R} = \vec{0}$$

CE QU'IL RÉPOND

Le solide yo93od immobile ki la somme des forces elli 3lih le vecteur nul. Bech nchedduh, na3mlou la force opposée l la résultante : $-\vec{R}$, nafs la direction w l'intensité, w le sens bel 3aks.

le solide يقعد immobile كي la somme des forces اللي عليه le vecteur nul . باش نشدّوه ، نعملو la force opposée لـ la résultante : نفس le sens w ، l'intensité w la direction بالعكس .

Un solide reste immobile quand la somme des forces qu'il subit est le vecteur nul. Pour le retenir, on exerce la force opposée à la résultante : même direction, même intensité, sens contraire.

QUESTION 27 · QUEL OUTIL POUR QUELLE QUESTION

par où commencer un exercice de vecteurs | quel outil pour montrer un parallélogramme avec des vecteurs

kifech nabda exercice vecteurs | quelle méthode pour les vecteurs | les outils pour les exercices de vecteurs | montrer que ABCD est un parallélogramme avec les vecteurs

CE QU'IL RÉPOND

El so2al houwa elli ya3ti l'outil. Simplifier somme : nrattbou w Chasles. Parallélogramme ABCD : $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$. Parallélisme walla alignement : nal9aw réel α. Milieu : $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} = \vec{0}$.

السؤال هو اللي يعطي : l'outil . simplifier somme نرتّبو : vecteur A B égale parallélogramme . Chasles w
vecteur D C . parallélisme ولّا alignement : نلقاو le vecteur I A plus vecteur I B le vecteur : milieu . réel alpha
. nul

C'est la question qui donne l'outil. Simplifier une somme : réordonner, puis Chasles. Parallélogramme A B C D : vecteur A B égale vecteur D C. Parallélisme ou alignement : trouver un réel alpha. Milieu : vecteur I A plus vecteur I B égale le vecteur nul.

Les exercices — avec les corrigés

EXERCICE 1 · BASE **Les lettres qui s'enchaînent**

Simplifier la somme de vecteurs $\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{AC}$: l'écrire comme un seul vecteur.

Écrire le vecteur par ses deux lettres, dans l'ordre : par exemple MN.

Réponse attendue : AB — aussi acceptées : A B · vecteur AB · le vecteur AB · c'est AB · c'est le vecteur AB · vec AB · vect AB · vec(AB) · vect(AB) · -BA · -vecteur BA · - le vecteur BA · moins BA · AB→ · →AB · \vec{AB} · \overrightarrow{AB} · \vec AB

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Dans cet ordre, les lettres ne s'enchaînent pas : le vecteur $\overrightarrow{CB}$ finit en B, et le vecteur $\overrightarrow{AC}$ commence en A.
2. L'ordre des vecteurs dans une somme ne compte pas. Écris-la dans l'autre ordre : les lettres se rejoignent alors en C. En vecteurs :
$$\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CB}$$

CORRECTION

Réordonner — On échange les deux vecteurs : l'ordre d'une somme ne la change pas. En vecteurs :
$$\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CB}$$

Chasles — L'extrémité C du premier vecteur est l'origine du second. En vecteurs :
$$\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{AB}$$

Le réflexe : avant d'appliquer Chasles, regarde si les lettres se touchent. Sinon, change l'ordre des **vecteurs** — jamais l'ordre des lettres à l'intérieur d'un vecteur.

PIÈGES ANTICIPÉS

`BA / vecteur BA / le vecteur BA / c'est BA / c'est le vecteur BA / -AB / -vecteur AB / - le vecteur AB / moins AB / BA→ / →BA / \vec{BA} / \overrightarrow{BA}` → Tu as trouvé le vecteur $\overrightarrow{BA}$, l'opposé du résultat. La somme enchaînée part de A, l'origine du vecteur $\overrightarrow{AC}$, et arrive en B, l'extrémité du vecteur $\overrightarrow{CB}$: c'est un vecteur qui va de A vers B.

`0 / vecteur nul / le vecteur nul / CC / vec(0)` → Rien ne s'annule ici : le vecteur $\overrightarrow{CB}$ finit en B et le vecteur $\overrightarrow{AC}$ part de A, deux points différents. Change l'ordre des vecteurs pour qu'ils s'enchaînent, puis applique Chasles.

`AC+CB / AC + CB / CB+AC / CB + AC / vecteur AC + vecteur CB` → Tu as bien remis les vecteurs dans le bon ordre : le vecteur $\overrightarrow{AC}$, puis le vecteur $\overrightarrow{CB}$. Mais ce n'est pas fini : les lettres se touchent en C, applique maintenant la relation de Chasles pour n'écrire qu'**un seul** vecteur.

EXERCICE 2 · BASE

L'abscisse dans le repère (A, B)

La droite (AB) est munie du repère (A, B). Le point M vérifie l'égalité vectorielle $\overrightarrow{AM} = -\frac{3}{2}\overrightarrow{AB}$.

Quelle est l'abscisse de M dans ce repère ?

Écrire seulement le nombre : une fraction ou un nombre décimal.

Réponse attendue : `-3/2` — aussi acceptées : -1.5

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Par définition, dire que le vecteur $\overrightarrow{AM}$ vaut α fois le vecteur $\overrightarrow{AB}$, c'est dire que M est sur la droite (AB), au point d'abscisse α dans le repère (A, B).
2. Ici le réel qui multiplie le vecteur $\overrightarrow{AB}$ est négatif : M est de l'autre côté de A par rapport à B, à une fois et demie la longueur AB.

CORRECTION

La définition — Le vecteur $\overrightarrow{AM}$ vaut α fois le vecteur $\overrightarrow{AB}$ si et seulement si M est sur la droite (AB), d'abscisse α dans le repère (A, B).

Ici le réel est $-\frac{3}{2}$.

$x_M = -\frac{3}{2} = -1{,}5$

Le signe place M : négatif, il est du côté opposé à B par rapport à A. La longueur AM, elle, vaut une fois et demie la longueur AB.

PIÈGES ANTICIPÉS

`3/2 / 1.5` → Tu as oublié le signe. Le réel est négatif : M est de l'autre côté de A par rapport à B, et son abscisse est négative.

`-2/3` → Tu as inversé la fraction. L'abscisse de M est exactement le réel qui multiplie le vecteur $\overrightarrow{AB}$: on ne divise pas par lui.

EXERCICE 3 · PRATIQUE

Une longueur ne change pas de signe

A, B, C et D sont quatre points qui vérifient l'égalité vectorielle $\overrightarrow{CD} = -3\,\overrightarrow{AB}$. De plus, $AB = 2{,}5$ centimètres.

Calculer la longueur CD.

Donner CD en centimètres, sans écrire l'unité.

Réponse attendue : `15/2` — aussi acceptées : 7.5

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Quand le vecteur $\overrightarrow{CD}$ vaut α fois le vecteur $\overrightarrow{AB}$, les longueurs CD et AB sont liées elles aussi. Le signe de α dit le sens : que devient-il pour une longueur ?
2. Une longueur se multiplie par la **valeur absolue** du réel.
   $CD = |\alpha| \times AB$

CORRECTION

Le réel — Le vecteur $\overrightarrow{CD}$ est le produit du vecteur $\overrightarrow{AB}$ par le réel -3 : les deux vecteurs sont colinéaires et de sens contraires. En vecteurs :

$\overrightarrow{CD} = -3\,\overrightarrow{AB}$

La longueur — Une longueur, elle, prend la valeur absolue du réel : $|-3| = 3$.

$CD = |-3| \times AB = 3 \times 2{,}5$

$CD = 7{,}5 \text{ centimètres}$

Le signe $-$ n'est pas là pour rien : il dit que les vecteurs $\overrightarrow{CD}$ et $\overrightarrow{AB}$ sont de sens contraires. Mais une longueur est toujours positive : CD vaut trois fois AB.

PIÈGES ANTICIPÉS

`-15/2 / -7.5` → Une longueur n'est jamais négative. Le signe $-$ de -3 dit le **sens** du vecteur $\overrightarrow{CD}$; la longueur, elle, se multiplie par $|-3| = 3$.

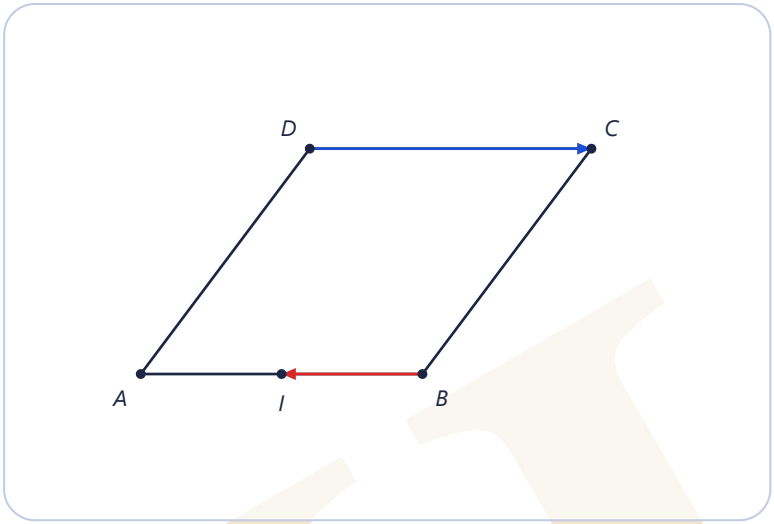
`5/6` → Tu as divisé $2{,}5$ par 3. C'est le vecteur $\overrightarrow{CD}$ qui vaut -3 fois le vecteur $\overrightarrow{AB}$: CD est trois fois plus **long** que AB, pas trois fois plus court.

EXERCICE 4 · PRATIQUE

Dans le losange

$ABCD$ est un losange et I est le milieu du côté $[AB]$.

Déterminer le réel k qui vérifie l'égalité vectorielle $\overrightarrow{BI} = k\,\overrightarrow{DC}$.



Un losange ABCD : A en bas à gauche, B en bas à droite, C en haut à droite, D en haut à gauche ; les côtés [AB] et [DC] sont horizontaux. I est le milieu du côté [AB]. Le vecteur DC est tracé en bleu sur le côté du haut, de D vers C, vers la droite. Le vecteur BI est tracé en rouge sur le côté du bas, de B vers I, vers la gauche.

Donner la valeur de k.

Réponse attendue : `-1/2` — aussi acceptées : -0.5

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Un losange est un parallélogramme : quel vecteur porté par le côté $[AB]$ est égal au vecteur $\overrightarrow{DC}$?
2. Le vecteur $\overrightarrow{AB}$ est égal au vecteur $\overrightarrow{DC}$. Compare maintenant les vecteurs $\overrightarrow{BI}$ et $\overrightarrow{AB}$: même longueur ? même sens ?
3. Le vecteur $\overrightarrow{BI}$ va de B vers A, et mesure la moitié de AB. En vecteurs :
   $\overrightarrow{BI} = \frac{1}{2}\overrightarrow{BA}$

CORRECTION

Le parallélogramme — Un losange est un parallélogramme : ses côtés opposés donnent des vecteurs égaux. En vecteurs :
$\overrightarrow{DC} = \overrightarrow{AB}$

Le milieu — I est le milieu de $[AB]$: le vecteur $\overrightarrow{BI}$ est la moitié du vecteur $\overrightarrow{BA}$, qui est l'opposé du vecteur $\overrightarrow{AB}$. En vecteurs :
$\overrightarrow{BI} = \frac{1}{2}\overrightarrow{BA} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$

On remplace le vecteur $\overrightarrow{AB}$ par le vecteur égal $\overrightarrow{DC}$. En vecteurs :
$\overrightarrow{BI} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{DC}$

$k = -\frac{1}{2}$: les vecteurs $\overrightarrow{BI}$ et $\overrightarrow{DC}$ sont colinéaires et de **sens contraires**, et BI mesure la moitié de DC.

PIÈGES ANTICIPÉS

`1/2` / `0.5` → La longueur est juste, pas le sens : le vecteur $\overrightarrow{BI}$ va de B vers A, vers la gauche, alors que le vecteur $\overrightarrow{DC}$ va vers la droite. Des vecteurs de sens contraires : le réel est négatif.

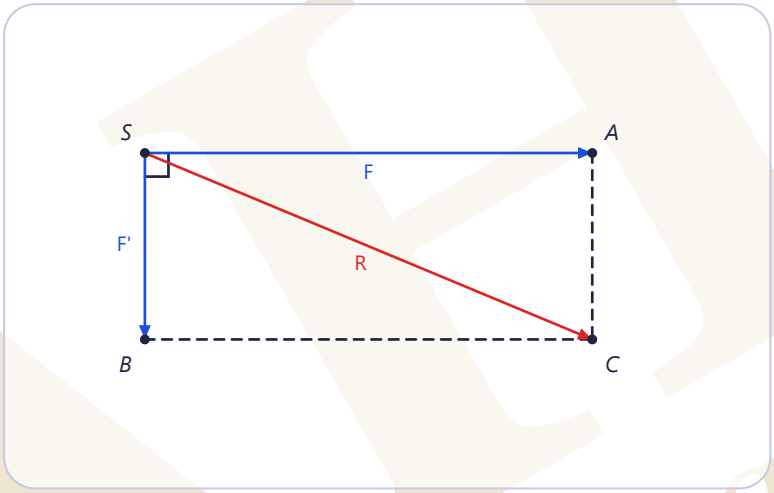
-2 → Tu as écrit l'égalité à l'envers : c'est le vecteur $\overrightarrow{DC}$ qui vaut -2 fois le vecteur $\overrightarrow{BI}$. On demande le vecteur $\overrightarrow{BI}$ en fonction du vecteur $\overrightarrow{DC}$: BI est plus court que DC, donc le réel est entre -1 et 1.

EXERCICE 5 · PRATIQUE

La résultante de deux forces

Un solide S est soumis à deux forces perpendiculaires : la force $\vec{F}$, d'intensité $F = 12$ newtons, et la force $\vec{F}'$, d'intensité $F' = 5$ newtons.

Calculer l'intensité R de leur résultante.



Un solide S. La force F, de 12 newtons, est représentée par le vecteur SA, horizontal vers la droite ; la force F', de 5 newtons, par le vecteur SB, vertical vers le bas. Les deux vecteurs sont à la même échelle, et l'angle en S porte la marque de l'angle droit. Les pointillés [AC] et [BC] complètent le rectangle SACB, et la résultante R, en rouge, est le vecteur SC.

Donner R en newtons, sans écrire l'unité.

Réponse attendue : 13

INDICES, DANS L'ORDRE

1. La résultante se construit par la règle du parallélogramme. Ici les deux forces sont perpendiculaires : quel quadrilatère obtiens-tu ?
2. C'est un rectangle $SACB$, et l'intensité R est la longueur de sa diagonale $[SC]$. Le triangle SAC est rectangle en A.
   $SC^2 = SA^2 + AC^2$

CORRECTION

Le parallélogramme — On représente la force $\vec{F}$ par le vecteur $\overrightarrow{SA}$ et la force $\vec{F}'$ par le vecteur $\overrightarrow{SB}$. Les forces sont perpendiculaires : $SACB$ est un rectangle, et la somme des vecteurs $\overrightarrow{SA}$ et $\overrightarrow{SB}$ est le vecteur $\overrightarrow{SC}$, sa diagonale. En vecteurs :

$\vec{R} = \overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SB} = \overrightarrow{SC}$

Pythagore — Dans le triangle SAC, rectangle en A, on a $SA = 12$ et $AC = SB = 5$.

$SC^2 = 12^2 + 5^2 = 144 + 25 = 169$

$SC = \sqrt{169} = 13$

La résultante a une intensité de 13 newtons, et non $12 + 5 = 17$ newtons : on additionne les **vecteurs**, pas les intensités. Pour que S reste immobile, il faudrait exercer la force opposée à la résultante, de 13 newtons, dans le sens contraire.

PIÈGES ANTICIPÉS

`17` → Tu as ajouté les intensités : $12 + 5 = 17$. Ce serait vrai si les deux forces avaient même direction et même sens. Ici elles sont perpendiculaires : on additionne les vecteurs, par la règle du parallélogramme.

`7` → Tu as soustrait les intensités. Cela ne vaudrait que pour deux forces de même direction et de sens contraires. Ici elles sont perpendiculaires : c'est le théorème de Pythagore qui donne la diagonale.

`169` → Tu as calculé $SC^2 = 169$. Il reste à prendre la racine carrée pour obtenir la longueur SC.

`sqrt(119)` → Tu as soustrait les carrés : $12^2 - 5^2 = 119$. Dans le triangle SAC, rectangle en A, l'hypoténuse est $[SC]$: son carré est la **somme** des carrés des deux autres côtés, $SC^2 = SA^2 + AC^2$.

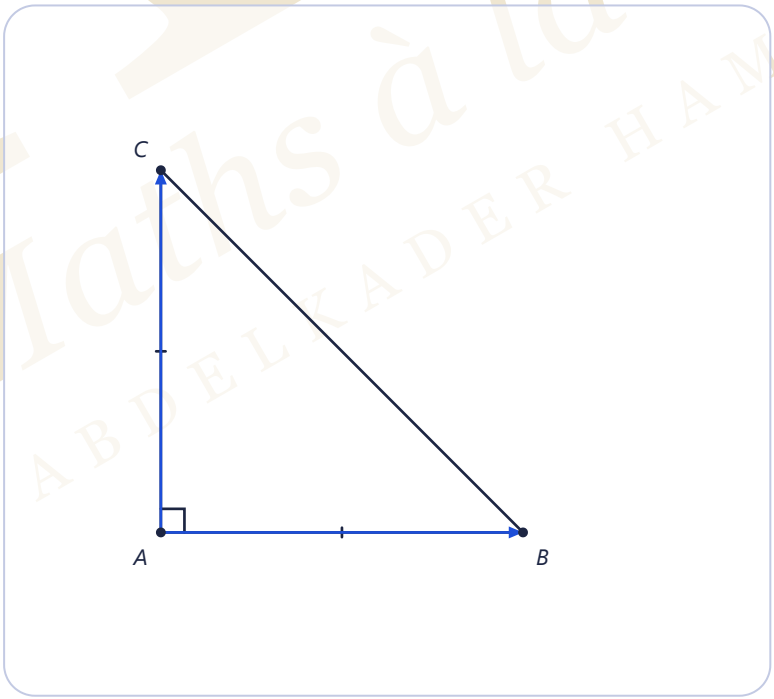
`sqrt(17)` → Tu as pris la racine carrée de $(12 + 5)$. Le théorème de Pythagore additionne les **carrés** des côtés : $SC^2 = 12^2 + 5^2$, et seulement ensuite on prend la racine carrée.

EXERCICE 6 · RAISONNEMENT

Le quadrilatère de la somme

ABC est un triangle rectangle et isocèle en A. On construit le point D qui vérifie l'égalité vectorielle $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$.

Quelle est la nature la plus précise du quadrilatère $ABDC$?



Un triangle ABC rectangle et isocèle en A : A en bas à gauche, B à sa droite, C au-dessus de lui. L'angle en A porte la marque de l'angle droit, et les côtés [AB] et [AC] la même marque d'égalité. Les vecteurs AB et AC sont tracés en bleu depuis A. Le point D n'est pas encore construit.

Donner sa nature la plus précise, en un mot.

Maths à la carte
ABDELKADER HAMMAMI

Réponse attendue : `carré` — aussi acceptées : un carré · c'est un carré · ABDC est un carré · le quadrilatère ABDC est un carré · ABDC est carré · carré ABDC · un carré ABDC · rectangle et losange · losange et rectangle · un rectangle et un losange · un losange et un rectangle

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Commence par la règle du parallélogramme : que dit cette égalité vectorielle sur le quadrilatère $ABDC$?
2. $ABDC$ est un parallélogramme. Regarde maintenant son angle en A, puis ses deux côtés $[AB]$ et $[AC]$.
3. Un parallélogramme qui a un angle droit est un rectangle ; un parallélogramme qui a deux côtés consécutifs égaux est un losange. Ici, les deux à la fois.

CORRECTION

La règle — Par la règle du parallélogramme, dire que le vecteur $\overrightarrow{AD}$ est la somme des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$, c'est dire que $ABDC$ est un parallélogramme.

L'angle droit — Le triangle est rectangle en A : le parallélogramme $ABDC$ a un angle droit, c'est un **rectangle**.

Les côtés égaux — Le triangle est isocèle en A : $AB = AC$, deux côtés consécutifs égaux, c'est aussi un **losange**.

Rectangle et losange à la fois :
$ABDC$ est un carré

Chaque donnée de l'énoncé ajoute une précision : la somme de vecteurs donne le parallélogramme, l'angle droit le rectangle, l'égalité des côtés le losange. Aucune ne doit rester inutilisée.

PIÈGES ANTICIPÉS

`parallélogramme / un parallélogramme / c'est un parallélogramme / ABDC est un parallélogramme` → C'est vrai, mais ce n'est pas le plus précis. La règle du parallélogramme donne le parallélogramme ; il reste à utiliser l'angle droit en A **et** l'égalité $AB = AC$.

`rectangle / un rectangle / c'est un rectangle / ABDC est un rectangle` → Tu as utilisé l'angle droit en A, mais oublié que le triangle est aussi isocèle : $AB = AC$, deux côtés consécutifs égaux. Un rectangle qui a cette propriété est plus précis encore.

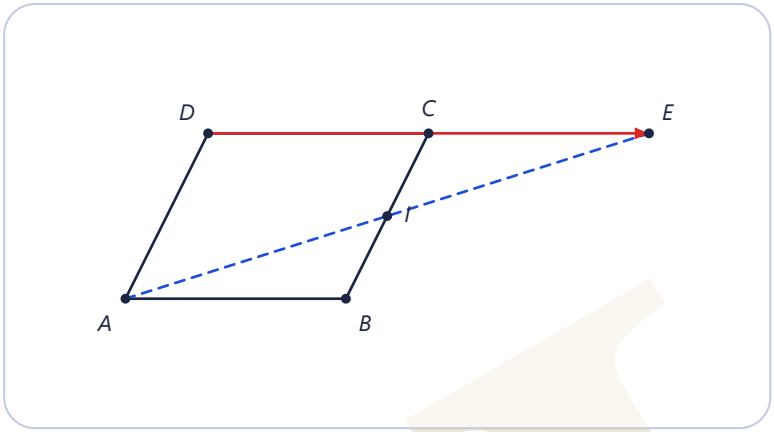
`losange / un losange / c'est un losange / ABDC est un losange` → Tu as utilisé l'égalité $AB = AC$, mais oublié l'angle droit en A. Un losange qui a un angle droit est plus précis encore.

EXERCICE 7 · RAISONNEMENT

Le symétrique de A

$ABCD$ est un parallélogramme et I est le milieu de $[BC]$. On note E le symétrique de A par rapport à I.

Déterminer le réel k qui vérifie l'égalité vectorielle $\overrightarrow{DE} = k\,\overrightarrow{BA}$.



Un parallélogramme ABCD : A en bas à gauche, B en bas à droite, C en haut à droite, D en haut à gauche ; les côtés [AB] et [DC] sont horizontaux. I est le milieu du côté [BC]. Le segment [AE], en pointillés, part de A, passe par I et continue jusqu'à E, de sorte que I soit aussi le milieu de [AE] ; E se trouve à droite de C, à la hauteur du côté [DC]. Le vecteur DE, en rouge, part de D et va jusqu'à E en longeant le côté [DC].

Donner la valeur de k.

Réponse attendue : -2

INDICES, DANS L'ORDRE

1. I est le milieu de $[BC]$ et de $[AE]$: les diagonales du quadrilatère $ABEC$ ont le même milieu. Que peux-tu en déduire ?
2. $ABEC$ est un parallélogramme, donc le vecteur $\overrightarrow{CE}$ est égal au vecteur $\overrightarrow{AB}$. Et dans $ABCD$, le vecteur $\overrightarrow{DC}$ est égal au vecteur $\overrightarrow{AB}$ aussi. Coupe le vecteur $\overrightarrow{DE}$ en C avec Chasles. En vecteurs : $\overrightarrow{DE} = \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{CE}$
3. Tu obtiens le vecteur $\overrightarrow{DE}$ en fonction du vecteur $\overrightarrow{AB}$. Attention : on le demande en fonction du vecteur $\overrightarrow{BA}$, qui en est l'opposé.

CORRECTION

Le parallélogramme $ABEC$ — I est le milieu de $[BC]$, et aussi de $[AE]$ puisque E est le symétrique de A par rapport à I. Les diagonales de $ABEC$ ont le même milieu : c'est un parallélogramme. Ses côtés opposés donnent, en vecteurs :

$$\overrightarrow{CE} = \overrightarrow{AB}$$

Le parallélogramme $ABCD$ — Ses côtés opposés donnent, en vecteurs :

$$\overrightarrow{DC} = \overrightarrow{AB}$$

Chasles — On coupe le vecteur $\overrightarrow{DE}$ en C. En vecteurs :

$$\overrightarrow{DE} = \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{CE} = 2\,\overrightarrow{AB}$$

Et le vecteur $\overrightarrow{AB}$ est l'opposé du vecteur $\overrightarrow{BA}$. En vecteurs :

$$\overrightarrow{DE} = -2\,\overrightarrow{BA}$$

$k = -2$. Les vecteurs $\overrightarrow{DE}$ et $\overrightarrow{BA}$ sont colinéaires et de sens contraires ; au passage, D, C et E sont alignés, puisque le vecteur $\overrightarrow{DE}$ vaut 2 fois le vecteur $\overrightarrow{DC}$.

Maths à la carte · ABDELKADER HAMMAMI

PIÈGES ANTICIPÉS

2 → Tu as trouvé que le vecteur $\overrightarrow{DE}$ vaut 2 fois le vecteur $\overrightarrow{AB}$: c'est juste, mais on demande le vecteur $\overrightarrow{DE}$ en fonction du vecteur $\overrightarrow{BA}$, l'opposé du vecteur $\overrightarrow{AB}$. Le signe change.

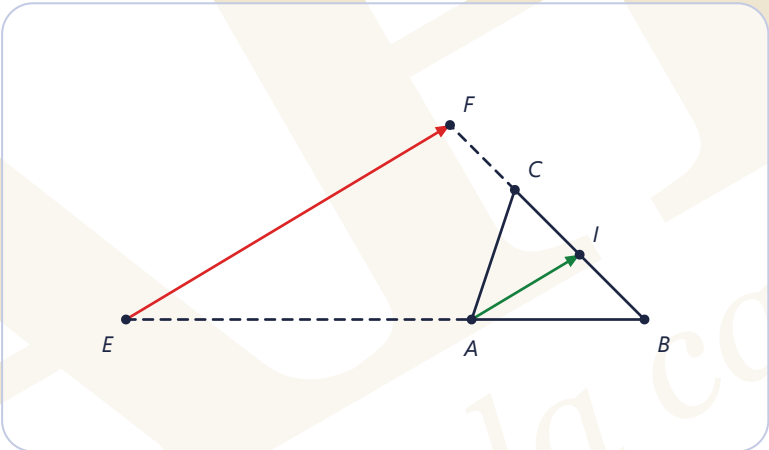
-1/2 → Tu as écrit l'égalité à l'envers : c'est le vecteur $\overrightarrow{BA}$ qui vaut $-\frac{1}{2}$ fois le vecteur $\overrightarrow{DE}$. Ici DE est plus long que BA : le réel cherché est plus grand que 1 en valeur absolue.

EXERCICE 8 · DEFI

Deux vecteurs qui se cachent

ABC est un triangle et I est le milieu de $[BC]$. On construit les points E et F qui vérifient les égalités vectorielles $\overrightarrow{AE} = -2\,\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{BF} = \frac{3}{2}\,\overrightarrow{BC}$.

Déterminer le réel k qui vérifie l'égalité vectorielle $\overrightarrow{EF} = k\,\overrightarrow{AI}$.



Un triangle ABC : A et B sur une même horizontale, B à droite de A, C au-dessus, un peu à droite de A. I est le milieu du côté [BC]. Le point E est sur la droite (AB), à gauche de A, et AE vaut deux fois AB ; le segment [EA] est en pointillés. Le point F est sur la demi-droite [BC), au-delà de C, et BF vaut une fois et demie BC ; le segment [CF] est en pointillés. Le vecteur AI est tracé en vert, le vecteur EF en rouge.

Donner la valeur de k.

Réponse attendue : 3

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Écris chacun des deux vecteurs à l'aide des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{BC}$, en insérant des points avec Chasles.
2. Pour le vecteur $\overrightarrow{AI}$, passe par B ; pour le vecteur $\overrightarrow{EF}$, passe par A puis par B. En vecteurs : $\overrightarrow{EF} = \overrightarrow{EA} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BF}$
3. Le vecteur $\overrightarrow{EA}$ vaut 2 fois le vecteur $\overrightarrow{AB}$, et le vecteur $\overrightarrow{BI}$ la moitié du vecteur $\overrightarrow{BC}$. Compare les deux écritures obtenues : l'une est un multiple de l'autre.

CORRECTION

Le vecteur AI — On passe par B ; I est le milieu de $[BC]$. En vecteurs :

$\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BI} = \overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\,\overrightarrow{BC}$

Le vecteur EF — On passe par A puis par B. Le vecteur $\overrightarrow{EA}$ est l'opposé du vecteur $\overrightarrow{AE}$: il vaut 2 fois le vecteur $\overrightarrow{AB}$. En vecteurs :

$$\overrightarrow{EF} = \overrightarrow{EA} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BF} = 2\,\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AB} + \tfrac{3}{2}\,\overrightarrow{BC}$$

On regroupe, puis on met 3 en facteur. En vecteurs :

$$\overrightarrow{EF} = 3\,\overrightarrow{AB} + \tfrac{3}{2}\,\overrightarrow{BC} = 3\left(\overrightarrow{AB} + \tfrac{1}{2}\,\overrightarrow{BC}\right)$$

$$\overrightarrow{EF} = 3\,\overrightarrow{AI}$$

$k = 3$: les vecteurs $\overrightarrow{EF}$ et $\overrightarrow{AI}$ sont colinéaires et de même sens. Les droites (EF) et (AI) sont donc parallèles, et EF vaut trois fois AI.

PIÈGES ANTICIPÉS

3/2 → Tu as recopié le coefficient du vecteur $\overrightarrow{BC}$ dans le vecteur $\overrightarrow{EF}$. Pour comparer, il faut mettre les deux vecteurs sous la même forme — le vecteur $\overrightarrow{AB}$ plus la moitié du vecteur $\overrightarrow{BC}$ — puis chercher le facteur commun.

1/3 → Tu as écrit l'égalité à l'envers : c'est le vecteur $\overrightarrow{AI}$ qui vaut le tiers du vecteur $\overrightarrow{EF}$. On demande le vecteur $\overrightarrow{EF}$ en fonction du vecteur $\overrightarrow{AI}$, et EF est le plus long des deux.

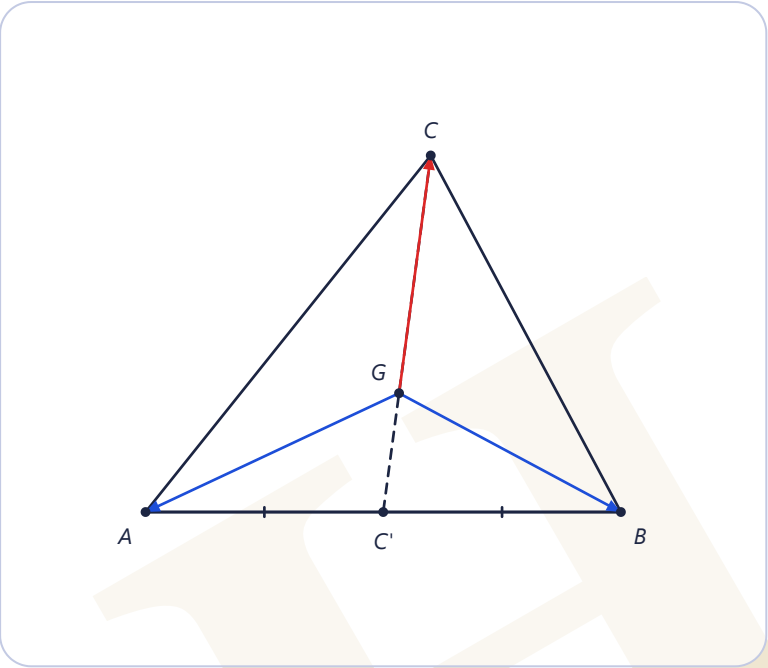
EXERCICE 9 · DEFI

Le centre de gravité

ABC est un triangle, C' est le milieu du côté $[AB]$ et G est le centre de gravité du triangle. On rappelle que G est sur la médiane $[CC']$, aux deux tiers de cette médiane en partant de C : $\overrightarrow{CG} = \frac{2}{3}\,\overrightarrow{CC'}$.

Déterminer le réel k qui vérifie l'égalité vectorielle $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} = k\,\overrightarrow{GC}$.

Maths à la carte
ABDELKADER HAMMAMI



Un triangle ABC : A en bas à gauche, B en bas à droite, C en haut, un peu à droite du milieu. C' est le milieu du côté [AB] : [AC'] et [C'B] portent la même marque d'égalité. La médiane [CC'] est tracée en pointillés, et le centre de gravité G est sur elle, aux deux tiers de sa longueur en partant de C, donc au tiers en partant de C'. Depuis G, les vecteurs GA et GB sont tracés en bleu, et le vecteur GC en rouge.

Donner la valeur de k.

Réponse attendue : -1

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Commence par la somme des vecteurs $\overrightarrow{GA}$ et $\overrightarrow{GB}$: C' est le milieu de $[AB]$. Quelle propriété du milieu peux-tu appliquer depuis le point G ?
2. Depuis G, la propriété du milieu donne la somme des vecteurs $\overrightarrow{GA}$ et $\overrightarrow{GB}$: elle vaut 2 fois le vecteur $\overrightarrow{GC'}$. En vecteurs :
   $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} = 2\,\overrightarrow{GC'}$
3. Compare maintenant les vecteurs $\overrightarrow{GC'}$ et $\overrightarrow{GC}$. G est aux deux tiers de la médiane en partant de C, donc au tiers en partant de C' : la longueur GC vaut deux fois la longueur GC'. Et les deux vecteurs partent de G dans des sens contraires.

CORRECTION

Le milieu C' — C' est le milieu de $[AB]$: la propriété du milieu, appliquée depuis le point G, donne, en vecteurs :

$\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} = 2\,\overrightarrow{GC'}$

Le centre de gravité — Par Chasles, on passe par C. Et puisque G est aux deux tiers de la médiane, le vecteur $\overrightarrow{CC'}$ vaut les trois demis du vecteur $\overrightarrow{CG}$, c'est-à-dire $-\frac{3}{2}$ fois le vecteur $\overrightarrow{GC}$. En vecteurs :

$\overrightarrow{GC'} = \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{CC'} = \overrightarrow{GC} - \frac{3}{2}\,\overrightarrow{GC} = -\frac{1}{2}\,\overrightarrow{GC}$

On remplace dans la première égalité. En vecteurs :

$$\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} = 2 \times \left(-\tfrac{1}{2}\overrightarrow{GC}\right) = -\overrightarrow{GC}$$

$k = -1$: la somme des trois vecteurs $\overrightarrow{GA}$, $\overrightarrow{GB}$ et $\overrightarrow{GC}$, qui vont du centre de gravité aux trois sommets, est le vecteur nul. C'est une propriété du centre de gravité à retenir.

PIÈGES ANTICIPÉS

`1` → Regarde les sens : depuis G, le vecteur $\overrightarrow{GC'}$ va vers le milieu C', et le vecteur $\overrightarrow{GC}$ vers le sommet C, de l'autre côté. Des vecteurs de sens contraires : le réel est négatif.

`2` → Tu as écrit la propriété du milieu avec le vecteur $\overrightarrow{GC}$. Mais le milieu de $[AB]$ est C', pas C : la somme des vecteurs $\overrightarrow{GA}$ et $\overrightarrow{GB}$ vaut 2 fois le vecteur $\overrightarrow{GC'}$. Compare ensuite le vecteur $\overrightarrow{GC'}$ au vecteur $\overrightarrow{GC}$.

`-2` → Le sens est juste, pas le rapport : G est aux deux tiers de la médiane en partant de C, donc GC' est la **moitié** de GC, et non la même longueur.

`-1/2` → Tu as bien comparé les vecteurs $\overrightarrow{GC'}$ et $\overrightarrow{GC}$, mais la propriété du milieu donne **deux fois** le vecteur $\overrightarrow{GC'}$: n'oublie pas ce facteur 2.

EXERCICE 10 · BASE

Les lettres se touchent

Simplifier la somme de vecteurs $\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{NP}$: l'écrire comme un seul vecteur.

Écrire le vecteur par ses deux lettres, dans l'ordre (par exemple MN), ou 0 pour le vecteur nul.

Réponse attendue : `MP` — aussi acceptées : M P · vecteur MP · le vecteur MP · c'est MP · c'est le vecteur MP · vec MP · vect MP · vec(MP) · vect(MP) · -PM · -vecteur PM · - le vecteur PM · moins PM · MP→ · →MP · \vec{MP} · \overrightarrow{MP} · \vec MP

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Regarde les lettres : où finit le vecteur $\overrightarrow{MN}$, et où commence le vecteur $\overrightarrow{NP}$?
2. L'extrémité du premier vecteur est l'origine du second : c'est la relation de Chasles. On part du premier point, on arrive au dernier.

CORRECTION

Les lettres — Le vecteur $\overrightarrow{MN}$ finit en N, et le vecteur $\overrightarrow{NP}$ part de N : les deux vecteurs s'enchaînent.

Chasles — On va de M à N, puis de N à P : c'est aller directement de M à P. En vecteurs :

$$\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{NP} = \overrightarrow{MP}$$

La relation de Chasles se lit sur les lettres : on garde la **première** et la **dernière**, celle du milieu disparaît.

PIÈGES ANTICIPÉS

`PM / vecteur PM / le vecteur PM / c'est PM / c'est le vecteur PM / -MP / -vecteur MP / - le vecteur MP / moins MP / PM→ / →PM / \vec{PM} / \overrightarrow{PM}` → Tu as trouvé le vecteur $\overrightarrow{PM}$, l'opposé du résultat. La somme part de M, l'origine du premier vecteur, et arrive en P, l'extrémité du second.

`NN / vecteur NN / le vecteur NN / c'est NN / \vec{NN} / \overrightarrow{NN}` → Ce n'est pas la lettre du milieu qu'on garde, c'est elle qui disparaît : on garde l'origine M du premier vecteur et l'extrémité P du second.

EXERCICE 11 · BASE

Trois vecteurs en chaîne

Simplifier la somme de vecteurs $\overrightarrow{RS} + \overrightarrow{ST} + \overrightarrow{TU}$: l'écrire comme un seul vecteur.

Écrire le vecteur par ses deux lettres, dans l'ordre (par exemple MN), ou 0 pour le vecteur nul.

Réponse attendue : RU — aussi acceptées : R U · vecteur RU · le vecteur RU · c'est RU · c'est le vecteur RU · vec RU · vect RU · vec(RU) · vect(RU) · -UR · -vecteur UR · - le vecteur UR · moins UR · RU→ · →RU · \vec{RU} · \overrightarrow{RU} · \vec RU

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Les vecteurs s'enchaînent déjà : applique la relation de Chasles aux deux premiers.
2. Les deux premiers donnent un seul vecteur, qui finit en T. Il s'enchaîne encore avec le dernier.

$$\overrightarrow{RS} + \overrightarrow{ST} = \overrightarrow{RT}$$

CORRECTION

Deux par deux — Les deux premiers vecteurs s'enchaînent en S. En vecteurs :

$$\overrightarrow{RS} + \overrightarrow{ST} = \overrightarrow{RT}$$

Encore Chasles — Il reste deux vecteurs qui s'enchaînent en T. En vecteurs :

$$\overrightarrow{RT} + \overrightarrow{TU} = \overrightarrow{RU}$$

$$\overrightarrow{RS} + \overrightarrow{ST} + \overrightarrow{TU} = \overrightarrow{RU}$$

Une chaîne de vecteurs, aussi longue soit-elle, se réduit au vecteur qui va du **premier** point au **dernier**.

PIÈGES ANTICIPÉS

`UR / vecteur UR / le vecteur UR / c'est UR / c'est le vecteur UR / -RU / -vecteur RU / - le vecteur RU / moins RU / UR→ / →UR / \vec{UR} / \overrightarrow{UR}` → Tu as trouvé l'opposé du résultat. La chaîne part de R et arrive en U : le vecteur va de R vers U.

`RT / vecteur RT / le vecteur RT / c'est RT / \vec{RT} / \overrightarrow{RT}` → Tu t'es arrêté en route : le vecteur $\overrightarrow{RT}$ est la somme des **deux premiers** vecteurs seulement. Ajoute encore le vecteur $\overrightarrow{TU}$.

EXERCICE 12 · BASE

Le vecteur qui manque

A, E et K sont trois points du plan. Déterminer le vecteur $\vec{w}$, écrit avec deux de ces points, qui vérifie l'égalité vectorielle $\overrightarrow{AE} = \vec{w} + \overrightarrow{KE}$.

Écrire le vecteur par ses deux lettres, dans l'ordre (par exemple MN), ou 0 pour le vecteur nul.

Réponse attendue : AK — aussi acceptées : A K · vecteur AK · le vecteur AK · c'est AK · c'est le vecteur AK · vec AK · vect AK · vec(AK) · vect(AK) · -KA · -vecteur KA · - le vecteur KA · moins KA · AK→ · →AK · \vec{AK} · \overrightarrow{AK} · \vec AK

INDICES, DANS L'ORDRE

1. La relation de Chasles se lit dans les deux sens : on peut insérer un point au milieu d'un vecteur.
2. Le vecteur $\vec{w}$ doit s'enchaîner avec le vecteur $\overrightarrow{KE}$: il finit donc en K. Et la somme part de A.

CORRECTION

Insérer un point — Par la relation de Chasles, on insère le point K dans le vecteur $\overrightarrow{AE}$. En vecteurs :

$$\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{AK} + \overrightarrow{KE}$$

On compare avec l'égalité donnée : le vecteur $\vec{w}$ est le vecteur $\overrightarrow{AK}$.

$$\vec{w} = \overrightarrow{AK}$$

Insérer un point, c'est Chasles à l'envers : $\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{AK} + \overrightarrow{KE}$ quel que soit le point K.

PIÈGES ANTICIPÉS

`KA / vecteur KA / le vecteur KA / c'est KA / c'est le vecteur KA / -AK / -vecteur AK / - le vecteur AK / moins AK / KA→ / →KA / \vec{KA} / \overrightarrow{KA}` → Tu as trouvé le vecteur $\overrightarrow{KA}$, l'opposé. Pour s'enchaîner avec le vecteur $\overrightarrow{KE}$, le vecteur $\vec{w}$ doit **finir** en K ; et il part de A, l'origine du vecteur $\overrightarrow{AE}$.

EXERCICE 13 · PRATIQUE

Ranger avant de simplifier

Simplifier la somme de vecteurs $\overrightarrow{DE} + \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{EF}$: l'écrire comme un seul vecteur.

Écrire le vecteur par ses deux lettres, dans l'ordre (par exemple MN), ou 0 pour le vecteur nul.

Réponse attendue : BF — aussi acceptées : B F · vecteur BF · le vecteur BF · c'est BF · c'est le vecteur BF · vec BF · vect BF · vec(BF) · vect(BF) · -FB · -vecteur FB · - le vecteur FB · moins FB · BF→ · →BF · \vec{BF} · \overrightarrow{BF} · \vec BF

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Dans cet ordre, les lettres ne s'enchaînent pas partout. L'ordre des vecteurs ne change pas la somme : range-les.
2. Cherche le vecteur qui commence par une lettre qui n'est l'extrémité d'aucun autre : c'est lui qu'on met en premier.
   $\overrightarrow{BD} + \overrightarrow{DE} + \overrightarrow{EF}$

CORRECTION

Réordonner — On range les vecteurs pour que les lettres s'enchaînent. En vecteurs :

$$\overrightarrow{DE} + \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{EF} = \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{DE} + \overrightarrow{EF}$$

Chasles — On part de B, on passe par D puis par E, et on arrive en F. En vecteurs :

$\overrightarrow{BD} + \overrightarrow{DE} + \overrightarrow{EF} = \overrightarrow{BF}$

Avant Chasles, on **range** : le premier vecteur est celui dont l'origine n'apparaît nulle part comme extrémité.

PIÈGES ANTICIPÉS

`FB / vecteur FB / le vecteur FB / c'est FB / c'est le vecteur FB / -BF / -vecteur BF / - le vecteur BF / moins BF / FB→ / →FB / \vec{FB} / \overrightarrow{FB}` → Tu as trouvé l'opposé du résultat. Une fois rangée, la chaîne part de B et arrive en F.

`DF / vecteur DF / le vecteur DF / c'est DF / \vec{DF} / \overrightarrow{DF}` → Le vecteur $\overrightarrow{DF}$ est la somme des vecteurs $\overrightarrow{DE}$ et $\overrightarrow{EF}$: tu as oublié le vecteur $\overrightarrow{BD}$. Il se place en tête de la chaîne.

EXERCICE 14 · PRATIQUE

Trois vecteurs en désordre

Simplifier la somme de vecteurs $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{BN} + \overrightarrow{AB}$: l'écrire comme un seul vecteur.

Écrire le vecteur par ses deux lettres, dans l'ordre (par exemple MN), ou 0 pour le vecteur nul.

Réponse attendue : `MN` — aussi acceptées : M N · vecteur MN · le vecteur MN · c'est MN · c'est le vecteur MN · vec MN · vect MN · vec(MN) · vect(MN) · -NM · -vecteur NM · - le vecteur NM · moins NM · MN→ · →MN · \vec{MN} · \overrightarrow{MN} · \vec MN

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Le vecteur $\overrightarrow{MA}$ finit en A : lequel des deux autres vecteurs commence en A ?
2. Échange les deux derniers vecteurs : la chaîne passe par A, puis par B.
   $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BN}$

CORRECTION

Réordonner — On échange les deux derniers vecteurs. En vecteurs :

$\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{BN} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BN}$

Chasles — De M à A, de A à B, de B à N. En vecteurs :

$\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BN} = \overrightarrow{MN}$

On change l'ordre des **vecteurs**, jamais l'ordre des lettres à l'intérieur d'un vecteur.

PIÈGES ANTICIPÉS

`NM / vecteur NM / le vecteur NM / c'est NM / c'est le vecteur NM / -MN / -vecteur MN / - le vecteur MN / moins MN / NM→ / →NM / \vec{NM} / \overrightarrow{NM}` → Tu as trouvé l'opposé. La chaîne rangée part de M et arrive en N.

`MA+AB+BN / MA + AB + BN / MB+BN / MB + BN` → Les vecteurs sont bien rangés, mais ce n'est pas fini : les lettres s'enchaînent, applique la relation de Chasles jusqu'à n'avoir qu'**un seul** vecteur.

EXERCICE 15 · PRATIQUE

Faire le tour du parallélogramme

$ABCD$ est un parallélogramme. Simplifier la somme de vecteurs $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD}$: l'écrire comme un seul vecteur.

Écrire le vecteur par ses deux lettres, dans l'ordre (par exemple MN), ou 0 pour le vecteur nul.

Réponse attendue : AD — aussi acceptées : A D · vecteur AD · le vecteur AD · c'est AD · c'est le vecteur AD · vec AD · vect AD · vec(AD) · vect(AD) · -DA · -vecteur DA · - le vecteur DA · moins DA · AD→ · →AD · \vec{AD} · \overrightarrow{AD} · \vec AD · BC · B C · vecteur BC · le vecteur BC · c'est BC · c'est le vecteur BC · vec BC · vect BC · vec(BC) · vect(BC) · -CB · -vecteur CB · - le vecteur CB · moins CB · BC→ · →BC · \vec{BC} · \overrightarrow{BC} · \vec BC

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Pas besoin du parallélogramme pour commencer : les lettres s'enchaînent déjà.
2. On part de A, on passe par B et C : en quel point arrive-t-on ?

CORRECTION

Chasles — Les trois vecteurs s'enchaînent en B puis en C. En vecteurs :

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AD}$$

Vérification — Dans le parallélogramme, le vecteur $\overrightarrow{AB}$ et le vecteur $\overrightarrow{CD}$ sont opposés : ils s'annulent, et il reste le vecteur $\overrightarrow{BC}$, égal au vecteur $\overrightarrow{AD}$.

$$\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$$

Quand les lettres s'enchaînent, Chasles suffit. La figure sert ensuite à vérifier : ici le vecteur $\overrightarrow{AD}$ est aussi égal au vecteur $\overrightarrow{BC}$.

PIÈGES ANTICIPÉS

`DA / vecteur DA / le vecteur DA / c'est DA / c'est le vecteur DA / -AD / -vecteur AD / - le vecteur AD / moins AD / DA→ / →DA / \vec{DA} / \overrightarrow{DA} / CB / vecteur CB / -BC` → Tu as trouvé l'opposé du résultat. La chaîne part de A et arrive en D.

`AC / vecteur AC / le vecteur AC / c'est AC / \vec{AC} / \overrightarrow{AC}` → Le vecteur $\overrightarrow{AC}$ n'est que la somme des **deux premiers** vecteurs. Il reste à ajouter le vecteur $\overrightarrow{CD}$.

EXERCICE 16 · PRATIQUE

Le point à trouver

P, Q et R sont trois points non alignés. Quel point X vérifie l'égalité vectorielle $\overrightarrow{PQ} + \overrightarrow{XR} = \overrightarrow{PR}$?

Écrire seulement la lettre du point.

Réponse attendue : Q — aussi acceptées : le point Q · point Q · c'est Q · c'est le point Q · X=Q · X = Q · X est Q · X est le point Q

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Par la relation de Chasles, on peut insérer n'importe quel point dans le vecteur $\overrightarrow{PR}$. Lequel fait apparaître le vecteur $\overrightarrow{PQ}$?
2. En insérant Q, on obtient une égalité de la même forme que celle de l'énoncé. Compare-les terme à terme.

CORRECTION

Insérer un point — Par Chasles, on insère le point Q dans le vecteur $\overrightarrow{PR}$. En vecteurs :

$$\overrightarrow{PR} = \overrightarrow{PQ} + \overrightarrow{QR}$$

Comparer — L'égalité de l'énoncé devient $\overrightarrow{PQ} + \overrightarrow{XR} = \overrightarrow{PQ} + \overrightarrow{QR}$: le vecteur $\overrightarrow{XR}$ est égal au vecteur $\overrightarrow{QR}$, donc X est le point Q.

$$X = Q$$

Deux vecteurs égaux qui ont la **même extrémité** ont la même origine : le vecteur $\overrightarrow{XR}$ égal au vecteur $\overrightarrow{QR}$ impose $X = Q$.

PIÈGES ANTICIPÉS

`P / le point P / point P / c'est P / X=P / X = P` → Avec $X = P$, le vecteur $\overrightarrow{PQ}$ plus le vecteur $\overrightarrow{PR}$ ne s'enchaînent pas, et leur somme n'est pas le vecteur $\overrightarrow{PR}$. Le vecteur $\overrightarrow{XR}$ doit **commencer** là où finit le vecteur $\overrightarrow{PQ}$.

EXERCICE 17 · PRATIQUE

Vecteurs et longueurs

ABC est un triangle rectangle en B, avec $AB = 3$ centimètres et $BC = 4$ centimètres.

Calculer la longueur du vecteur $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}$.

Donner la longueur en centimètres, sans écrire l'unité.

Réponse attendue : 5

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Commence par simplifier la somme de vecteurs avec la relation de Chasles.
2. La somme est le vecteur $\overrightarrow{AC}$. Sa longueur est la longueur AC, l'hypoténuse du triangle rectangle.
   $AC^2 = AB^2 + BC^2$

CORRECTION

Chasles — Les lettres s'enchaînent en B. En vecteurs :

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$$

Pythagore — Le triangle est rectangle en B : $[AC]$ est l'hypoténuse.

$$AC^2 = 3^2 + 4^2 = 9 + 16 = 25$$

$$AC = \sqrt{25} = 5$$

La relation de Chasles porte sur les **vecteurs**. Pour les longueurs, $AB + BC = 7$ n'est pas AC : le chemin par B est plus long que le trajet direct.

PIÈGES ANTICIPÉS

`7` → Tu as ajouté les longueurs : $3 + 4 = 7$. Mais Chasles additionne des **vecteurs** : la somme est le vecteur $\overrightarrow{AC}$, et AC n'est pas $AB + BC$, car B n'est pas sur le segment $[AC]$.

`25` → Tu as calculé $AC^2 = 25$. Il reste à prendre la racine carrée.

EXERCICE 18 · RAISONNEMENT

Quatre vecteurs à ranger

Simplifier la somme de vecteurs $\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BE}$: l'écrire comme un seul vecteur.

Écrire le vecteur par ses deux lettres, dans l'ordre (par exemple MN), ou 0 pour le vecteur nul.

Réponse attendue : `CE` — aussi acceptées : C E · vecteur CE · le vecteur CE · c'est CE · c'est le vecteur CE · vec CE · vect CE · vec(CE) · vect(CE) · -EC · -vecteur EC · - le vecteur EC · moins EC · CE→ · →CE · \vec{CE} · \overrightarrow{CE} · \vec CE

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Cherche le point de départ : une origine qui n'est l'extrémité d'aucun des quatre vecteurs.
2. On part de C. Le vecteur $\overrightarrow{CA}$ finit en A : quel vecteur part de A ? Continue ainsi jusqu'au bout.
3. La chaîne rangée :
   $\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{BE}$

CORRECTION

Le départ — C n'est l'extrémité d'aucun vecteur : la chaîne part de C.

Réordonner — On range de proche en proche : de C à A, de A à D, de D à B, de B à E. En vecteurs :

$$\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BE} = \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{BE}$$

Chasles —

$$\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{BE} = \overrightarrow{CE}$$

Pour ranger une longue somme, on trouve le point de départ, puis on suit les lettres de proche en proche.

PIÈGES ANTICIPÉS

`EC / vecteur EC / le vecteur EC / c'est EC / c'est le vecteur EC / -CE / -vecteur CE / - le vecteur CE / moins CE / EC→ / →EC / \vec{EC} / \overrightarrow{EC}` → Tu as trouvé l'opposé. La chaîne part de C et arrive en E.

`CB / vecteur CB / le vecteur CB / c'est CB / \vec{CB} / \overrightarrow{CB}` → Le vecteur $\overrightarrow{CB}$ est la somme des trois premiers vecteurs de la chaîne. Tu as oublié le vecteur $\overrightarrow{BE}$.

EXERCICE 19 · RAISONNEMENT

Une égalité à compléter

A, B, C et D sont quatre points du plan. Déterminer le vecteur $\vec{w}$, écrit avec deux de ces points, qui vérifie l'égalité vectorielle $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AD} + \vec{w}$.

Écrire le vecteur par ses deux lettres, dans l'ordre (par exemple MN), ou 0 pour le vecteur nul.

Réponse attendue : CB — aussi acceptées : C B · vecteur CB · le vecteur CB · c'est CB · c'est le vecteur CB · vec CB · vect CB · vec(CB) · vect(CB) · -BC · -vecteur BC · - le vecteur BC · moins BC · CB→ · →CB · \vec{CB} · \overrightarrow{CB} · \vec CB

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Fais apparaître le vecteur $\overrightarrow{AD}$ dans le membre de gauche : insère le point D dans le vecteur $\overrightarrow{AB}$.
   $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DB}$
2. Il te reste deux vecteurs, $\overrightarrow{DB}$ et $\overrightarrow{CD}$: range-les pour que les lettres s'enchaînent.

CORRECTION

Insérer D — Par Chasles, on insère D dans le vecteur $\overrightarrow{AB}$. En vecteurs :
$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{CD}$

Réordonner — Les vecteurs $\overrightarrow{CD}$ et $\overrightarrow{DB}$ s'enchaînent en D. En vecteurs :
$\overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DB} = \overrightarrow{CB}$
$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CB}$

Pour faire apparaître un vecteur voulu, on **insère** le bon point avec Chasles, puis on regroupe ce qui reste.

PIÈGES ANTICIPÉS

`BC / vecteur BC / le vecteur BC / c'est BC / c'est le vecteur BC / -CB / -vecteur CB / - le vecteur CB / moins CB / BC→ / →BC / \vec{BC} / \overrightarrow{BC}` → Tu as trouvé l'opposé. Il reste les vecteurs $\overrightarrow{DB}$ et $\overrightarrow{CD}$: rangés, ils vont de C à D puis de D à B.

EXERCICE 20 · DEFI

Le point qui fait le tour

A, B et C sont trois points non alignés, et M est le point qui vérifie l'égalité vectorielle $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{CA}$.

Écrire le vecteur $\overrightarrow{CM}$ comme un vecteur nommé par deux des points A, B, C.

Écrire le vecteur par ses deux lettres, dans l'ordre (par exemple MN), ou 0 pour le vecteur nul.

Réponse attendue : AC — aussi acceptées : A C · vecteur AC · le vecteur AC · c'est AC · c'est le vecteur AC · vec AC · vect AC · vec(AC) · vect(AC) · -CA · -vecteur CA · - le vecteur CA · moins CA · AC→ · →AC · \vec{AC} · \overrightarrow{AC} · \vec AC

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Simplifie d'abord le membre de gauche : les lettres s'enchaînent.
2. Le membre de gauche vaut le vecteur $\overrightarrow{MC}$. Tu as donc deux vecteurs égaux : $\overrightarrow{MC}$ et $\overrightarrow{CA}$. Que dire de leurs opposés ?

CORRECTION

Chasles — De M à A, de A à B, de B à C. En vecteurs :

$$\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{MC}$$

L'égalité — L'égalité de l'énoncé dit donc que le vecteur $\overrightarrow{MC}$ est égal au vecteur $\overrightarrow{CA}$. En vecteurs :

$$\overrightarrow{MC} = \overrightarrow{CA}$$

Les opposés — On retourne les deux vecteurs : leurs opposés sont égaux aussi. En vecteurs :

$$\overrightarrow{CM} = \overrightarrow{AC}$$

Le vecteur $\overrightarrow{CM}$ est égal au vecteur $\overrightarrow{AC}$: C est le milieu de $[AM]$, et M est le symétrique de A par rapport à C.

PIÈGES ANTICIPÉS

`CA / vecteur CA / le vecteur CA / c'est CA / c'est le vecteur CA / -AC / -vecteur AC / - le vecteur AC / moins AC / CA→ / →CA / \vec{CA} / \overrightarrow{CA}` → C'est le vecteur $\overrightarrow{MC}$ qui est égal au vecteur $\overrightarrow{CA}$. Le vecteur $\overrightarrow{CM}$, son opposé, est égal à l'opposé du vecteur $\overrightarrow{CA}$.

EXERCICE 21 · BASE

La diagonale qui part de A

$ABDC$ est un parallélogramme. Simplifier la somme de vecteurs $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$: l'écrire comme un seul vecteur.

Écrire le vecteur par ses deux lettres, dans l'ordre (par exemple MN), ou 0 pour le vecteur nul.

Réponse attendue : AD — aussi acceptées : A D · vecteur AD · le vecteur AD · c'est AD · c'est le vecteur AD · vec AD · vect AD · vec(AD) · vect(AD) · -DA · -vecteur DA · - le vecteur DA · moins DA · AD→ · →AD · \vec{AD} · \overrightarrow{AD} · \vec AD

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Les deux vecteurs partent du même point A : c'est la règle du parallélogramme qui s'applique.
2. La somme suit la diagonale qui part de l'origine commune A. Dans $ABDC$, quel sommet est opposé à A ?

CORRECTION

Même origine — Les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ partent tous deux de A.

La règle — Dans le parallélogramme $ABDC$, le sommet opposé à A est D : la somme suit la diagonale $[AD]$. En vecteurs :

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AD}$$

Règle du parallélogramme : deux vecteurs de même origine ont pour somme le vecteur porté par la diagonale qui part de cette origine.

PIÈGES ANTICIPÉS

`DA / vecteur DA / le vecteur DA / c'est DA / c'est le vecteur DA / -AD / -vecteur AD / - le vecteur AD / moins AD / DA→ / →DA / \vec{DA} / \overrightarrow{DA}` → Tu as trouvé l'opposé. La somme part de l'origine commune A.

`BC / vecteur BC / le vecteur BC / c'est BC / \vec{BC} / \overrightarrow{BC} / CB / vecteur CB / le vecteur CB / c'est CB / \vec{CB} / \overrightarrow{CB}` → Tu as pris l'autre diagonale, celle qui ne passe pas par A. La somme de deux vecteurs qui partent de A part, elle aussi, de A.

EXERCICE 22 · BASE

Dans le parallélogramme EFGH

$EFGH$ est un parallélogramme. Simplifier la somme de vecteurs $\overrightarrow{EF} + \overrightarrow{EH}$: l'écrire comme un seul vecteur.

Écrire le vecteur par ses deux lettres, dans l'ordre (par exemple MN), ou 0 pour le vecteur nul.

Réponse attendue : EG — aussi acceptées : E G · vecteur EG · le vecteur EG · c'est EG · c'est le vecteur EG · vec EG · vect EG · vec(EG) · vect(EG) · -GE · -vecteur GE · - le vecteur GE · moins GE · EG→ · →EG · \vec{EG} · \overrightarrow{EG} · \vec EG

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Les deux vecteurs ont la même origine E : pense à la règle du parallélogramme.
2. Dans $EFGH$, les sommets se suivent dans l'ordre : quel sommet est opposé à E ?

CORRECTION

Même origine — Les vecteurs $\overrightarrow{EF}$ et $\overrightarrow{EH}$ partent tous deux de E, et $EFGH$ est un parallélogramme.

La règle — Le sommet opposé à E est G : la somme suit la diagonale $[EG]$. En vecteurs :

$$\overrightarrow{EF} + \overrightarrow{EH} = \overrightarrow{EG}$$

On peut aussi le voir avec Chasles : le vecteur $\overrightarrow{EH}$ est égal au vecteur $\overrightarrow{FG}$, et $\overrightarrow{EF} + \overrightarrow{FG} = \overrightarrow{EG}$.

PIÈGES ANTICIPÉS

`GE / vecteur GE / le vecteur GE / c'est GE / c'est le vecteur GE / -EG / -vecteur EG / - le vecteur EG / moins EG / GE→ / →GE / \vec{GE} / \overrightarrow{GE}` → Tu as trouvé l'opposé. La somme part de l'origine commune E.

`FH / vecteur FH / le vecteur FH / c'est FH / \vec{FH} / \overrightarrow{FH} / HF / vecteur HF / le vecteur HF / c'est HF / \vec{HF} / \overrightarrow{HF}` → Tu as pris l'autre diagonale. La somme de deux vecteurs qui partent de E suit la diagonale qui part de E.

EXERCICE 23 · BASE

Depuis le sommet B

$ABCD$ est un parallélogramme. Simplifier la somme de vecteurs $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC}$: l'écrire comme un seul vecteur.

Écrire le vecteur par ses deux lettres, dans l'ordre (par exemple MN), ou 0 pour le vecteur nul.

Réponse attendue : BD — aussi acceptées : B D · vecteur BD · le vecteur BD · c'est BD · c'est le vecteur BD · vec BD · vect BD · vec(BD) · vect(BD) · -DB · -vecteur DB · - le vecteur DB · moins DB · BD→ · →BD · \vec{BD} · \overrightarrow{BD} · \vec BD

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Les deux vecteurs partent de B : les côtés $[BA]$ et $[BC]$ du parallélogramme.
2. La somme suit la diagonale qui part de B. Dans $ABCD$, quel sommet est opposé à B ?

CORRECTION

Même origine — Les vecteurs $\overrightarrow{BA}$ et $\overrightarrow{BC}$ partent de B et portent deux côtés consécutifs du parallélogramme $ABCD$.

La règle — Le sommet opposé à B est D. En vecteurs :

$$\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{BD}$$

La règle du parallélogramme marche depuis n'importe quel sommet : la somme suit la diagonale issue de l'origine commune.

PIÈGES ANTICIPÉS

`DB / vecteur DB / le vecteur DB / c'est DB / c'est le vecteur DB / -BD / -vecteur BD / - le vecteur BD / moins BD / DB→ / →DB / \vec{DB} / \overrightarrow{DB}` → Tu as trouvé l'opposé. La somme part de l'origine commune B.

`AC / vecteur AC / le vecteur AC / c'est AC / \vec{AC} / \overrightarrow{AC} / CA / vecteur CA / le vecteur CA / c'est CA / \vec{CA} / \overrightarrow{CA}` → Tu as pris la diagonale $[AC]$, qui ne passe pas par B. Les deux vecteurs partent de B : leur somme aussi.

EXERCICE 24 · PRATIQUE

Nommer le parallélogramme

A, B et C sont trois points non alignés, et D est le point qui vérifie l'égalité vectorielle $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AD}$.

Nommer le parallélogramme formé par ces quatre points, en écrivant ses sommets dans l'ordre où on les parcourt en commençant par A puis B.

Écrire les quatre lettres à la suite.

Réponse attendue : ABDC — aussi acceptées : le parallélogramme ABDC · ABDC est un parallélogramme · parallélogramme ABDC · c'est ABDC

INDICES, DANS L'ORDRE

1. D'après la règle du parallélogramme, le point D est le sommet **opposé** à A.
2. Dans le nom d'un parallélogramme, deux sommets opposés ne sont jamais côte à côte. Après A et B vient donc le sommet opposé à A.

CORRECTION

La règle — Pour A, B, C non alignés, l'égalité $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AD}$ dit que la somme suit la diagonale $[AD]$: D est le sommet opposé à A.

L'ordre — En partant de A puis B, on passe ensuite par D, puis par C, et on revient en A.

$ABDC$

Attention à l'ordre des lettres : dans $ABDC$, D est opposé à A et C est opposé à B. Écrire $ABCD$ mettrait C en face de A, ce qui est faux.

PIÈGES ANTICIPÉS

`ABCD / le parallélogramme ABCD / ABCD est un parallélogramme` → Dans « $ABCD$ », le sommet opposé à A serait C. Or l'égalité dit que la somme des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ suit la diagonale $[AD]$: c'est D qui est opposé à A.

EXERCICE 25 · PRATIQUE

Le point au bout de la somme

$ABCD$ est un parallélogramme. Quel point M vérifie l'égalité vectorielle $\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{DM}$?

Écrire seulement la lettre du point.

Réponse attendue : B — aussi acceptées : le point B · point B · c'est B · c'est le point B · M=B · M = B · M est B · M est le point B

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Les deux vecteurs partent de D. Dans $ABCD$, les sommets A et C sont-ils voisins de D ?
2. La somme suit la diagonale qui part de D : elle aboutit au sommet opposé à D.

CORRECTION

Même origine — Les vecteurs $\overrightarrow{DA}$ et $\overrightarrow{DC}$ partent de D et portent deux côtés consécutifs de $ABCD$.

La règle — Le sommet opposé à D est B : la somme suit la diagonale $[DB]$. En vecteurs : $\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{DB}$

Le point — Les vecteurs $\overrightarrow{DM}$ et $\overrightarrow{DB}$ sont égaux et ont la même origine D : ils ont la même extrémité. $M = B$

On le vérifie avec Chasles : le vecteur $\overrightarrow{DC}$ est égal au vecteur $\overrightarrow{AB}$, et $\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DB}$.

PIÈGES ANTICIPÉS

`A / le point A / point A / M=A / M = A / C / le point C / point C / M=C / M = C` → A et C sont les extrémités des deux vecteurs, les sommets **voisins** de D. La somme suit la diagonale issue de D : elle aboutit au sommet opposé à D.

`D / le point D / point D / M=D / M = D` → Avec $M = D$, le vecteur $\overrightarrow{DM}$ serait nul. Or la somme de deux côtés consécutifs du parallélogramme n'est pas nulle.

EXERCICE 26 · PRATIQUE

La longueur dans un rectangle

$ABCD$ est un rectangle, avec $AB = 8$ centimètres et $AD = 6$ centimètres.

Calculer la longueur du vecteur $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$.

Donner la longueur en centimètres, sans écrire l'unité.

Réponse attendue : `10`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Un rectangle est un parallélogramme : applique la règle du parallélogramme depuis A.
2. La somme est le vecteur $\overrightarrow{AC}$, porté par une diagonale. Le triangle ABC est rectangle en B.
   $AC^2 = AB^2 + BC^2$

CORRECTION

La règle — Les vecteurs partent de A et C est le sommet opposé. En vecteurs :

$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}$

Pythagore — Dans le triangle ABC, rectangle en B, on a $BC = AD = 6$.

$AC^2 = 8^2 + 6^2 = 64 + 36 = 100$

$AC = \sqrt{100} = 10$

La longueur d'une somme n'est pas la somme des longueurs : ici 10 centimètres, et non $8 + 6 = 14$.

PIÈGES ANTICIPÉS

`14` → Tu as ajouté les longueurs. On additionne les **vecteurs** : la somme est le vecteur $\overrightarrow{AC}$, et sa longueur se calcule avec Pythagore.

`100` → Tu as calculé $AC^2 = 100$. Il reste la racine carrée.

EXERCICE 27 · PRATIQUE

La longueur dans un losange

$ABCD$ est un losange de centre O, dont les diagonales mesurent $AC = 8$ centimètres et $BD = 6$ centimètres.

Calculer la longueur du vecteur $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$.

Donner la longueur en centimètres, sans écrire l'unité.

Réponse attendue : `8`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Un losange est un parallélogramme. Les deux vecteurs partent de A : quelle diagonale suit leur somme ?
2. Pas besoin de calculer le côté du losange : la somme est portée par une diagonale dont tu connais déjà la longueur.

CORRECTION

La règle — $ABCD$ est un parallélogramme, et le sommet opposé à A est C. En vecteurs :

$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}$

La longueur — La longueur du vecteur somme est la longueur de la diagonale $[AC]$.

$AC = 8$

La règle du parallélogramme ramène la somme à une diagonale. Ici le côté vaut 5 centimètres (Pythagore dans le triangle AOB), mais la somme ne mesure pas $5 + 5 = 10$.

PIÈGES ANTICIPÉS

`6` → 6 centimètres, c'est la diagonale $[BD]$, qui ne passe pas par A. Les deux vecteurs partent de A : leur somme suit la diagonale $[AC]$.

`10` → Tu as ajouté les longueurs des côtés : $AB + AD = 5 + 5 = 10$. Mais on additionne des **vecteurs** : la somme est le vecteur $\overrightarrow{AC}$.

EXERCICE 28 · RAISONNEMENT

Sur un triangle équilatéral

ABC est un triangle équilatéral. On construit le point D qui vérifie l'égalité vectorielle $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$.

Quelle est la nature la plus précise du quadrilatère $ABDC$?

Donner sa nature la plus précise, en un mot.

Réponse attendue : `losange` — aussi acceptées : un losange · c'est un losange · ABDC est un losange · le quadrilatère ABDC est un losange · losange ABDC

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Commence par la règle du parallélogramme : que dit l'égalité sur le quadrilatère $ABDC$?
2. $ABDC$ est un parallélogramme. Compare ses deux côtés consécutifs $[AB]$ et $[AC]$, puis regarde son angle en A.

CORRECTION

La règle — A, B, C ne sont pas alignés, et le vecteur $\overrightarrow{AD}$ est la somme des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$: $ABDC$ est un parallélogramme.

Les côtés — Le triangle est équilatéral : $AB = AC$. Un parallélogramme qui a deux côtés consécutifs égaux est un **losange**.

L'angle — L'angle en A mesure 60° : ce n'est pas un angle droit, donc ce losange n'est pas un carré.

$ABDC$ est un losange. Pour trouver la nature la plus précise, on part du parallélogramme, puis on teste les côtés et les angles.

PIÈGES ANTICIPÉS

`parallélogramme / un parallélogramme` → C'est vrai, mais ce n'est pas le plus précis. Regarde les côtés $[AB]$ et $[AC]$: le triangle est équilatéral.

`carré / un carré` → Pour un carré, il faudrait un angle droit en A. Or l'angle d'un triangle équilatéral mesure 60°.

`rectangle / un rectangle` → Pour un rectangle, il faudrait un angle droit en A. Or l'angle d'un triangle équilatéral mesure 60° ; ce qui est sûr, en revanche, c'est que $AB = AC$.

EXERCICE 29 · RAISONNEMENT

Une somme jusqu'au centre

$ABCD$ est un parallélogramme de centre O. Simplifier la somme de vecteurs $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CO}$: l'écrire comme un seul vecteur.

Écrire le vecteur par ses deux lettres, dans l'ordre (par exemple MN), ou 0 pour le vecteur nul.

Réponse attendue : AO — aussi acceptées : A O · vecteur AO · le vecteur AO · c'est AO · c'est le vecteur AO · vec AO · vect AO · vec(AO) · vect(AO) · -OA · -vecteur OA · - le vecteur OA · moins OA · AO→ · →AO · \vec{AO} · \overrightarrow{AO} · \vec AO · OC · O C · vecteur OC · le vecteur OC · c'est OC · c'est le vecteur OC · vec OC · vect OC · vec(OC) · vect(OC) · -CO · -vecteur CO · - le vecteur CO · moins CO · OC→ · →OC · \vec{OC} · \overrightarrow{OC} · \vec OC

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Les deux premiers vecteurs partent de A : remplace leur somme par un seul vecteur avec la règle du parallélogramme.
2. Les deux premiers donnent le vecteur $\overrightarrow{AC}$. Il s'enchaîne avec le vecteur $\overrightarrow{CO}$.

CORRECTION

La règle — Dans le parallélogramme $ABCD$, le sommet opposé à A est C. En vecteurs :

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}$$

Chasles — Les lettres s'enchaînent en C. En vecteurs :

$$\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CO} = \overrightarrow{AO}$$

On enchaîne les deux outils : la règle du parallélogramme pour deux vecteurs de même origine, puis Chasles. Le résultat est aussi égal au vecteur $\overrightarrow{OC}$, puisque O est le milieu de $[AC]$.

PIÈGES ANTICIPÉS

`OA / vecteur OA / le vecteur OA / c'est OA / c'est le vecteur OA / -AO / -vecteur AO / - le vecteur AO / moins AO / OA→ / →OA / \vec{OA} / \overrightarrow{OA} / CO / vecteur CO / -OC` → Tu as trouvé l'opposé. La somme part de A et s'arrête au centre O.

`AC / vecteur AC / le vecteur AC / c'est AC / \vec{AC} / \overrightarrow{AC}` → Le vecteur $\overrightarrow{AC}$ est la somme des deux premiers vecteurs seulement. Il reste à ajouter le vecteur $\overrightarrow{CO}$.

EXERCICE 30 · RAISONNEMENT

Un côté du parallélogramme

A, B et C sont trois points non alignés, et D est le point qui vérifie l'égalité vectorielle $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$.

Écrire le vecteur $\overrightarrow{BD}$ comme un vecteur nommé par deux des points A, B, C.

Écrire le vecteur par ses deux lettres, dans l'ordre (par exemple MN), ou 0 pour le vecteur nul.

Réponse attendue : AC — aussi acceptées : A C · vecteur AC · le vecteur AC · c'est AC · c'est le vecteur AC · vec AC · vect AC · vec(AC) · vect(AC) · -CA · -vecteur CA · - le vecteur CA · moins CA · AC→ · →AC · \vec{AC} · \overrightarrow{AC} · \vec AC

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Quel quadrilatère la règle du parallélogramme fait-elle apparaître ? Écris son nom dans le bon ordre.
2. $ABDC$ est un parallélogramme : ses côtés opposés $[BD]$ et $[AC]$ donnent des vecteurs égaux. Attention au sens.

CORRECTION

La règle — L'égalité dit que $ABDC$ est un parallélogramme : D est opposé à A.

Côtés opposés — Dans $ABDC$, le côté $[BD]$ est opposé au côté $[AC]$, et on les parcourt dans le même sens, de A vers C comme de B vers D. En vecteurs :

$$\overrightarrow{BD} = \overrightarrow{AC}$$

On le retrouve avec Chasles : $\overrightarrow{BD} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AC}$.

PIÈGES ANTICIPÉS

`CA / vecteur CA / le vecteur CA / c'est CA / c'est le vecteur CA / -AC / -vecteur AC / - le vecteur AC / moins AC / CA→ / →CA / \vec{CA} / \overrightarrow{CA}` → La direction et la longueur sont justes, pas le sens. Dans $ABDC$, on va de B vers D comme de A vers C.

`AB / vecteur AB / le vecteur AB / c'est AB / \vec{AB} / \overrightarrow{AB}` → Le côté $[AB]$ est **consécutif** au côté $[BD]$, pas opposé. Le côté opposé à $[BD]$ dans $ABDC$ est $[AC]$.

EXERCICE 31 · DEFI

Deux parallélogrammes de suite

A, B et C sont trois points non alignés. On construit le point D tel que $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$, puis le point E tel que $\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$.

Déterminer le réel k qui vérifie l'égalité vectorielle $\overrightarrow{CE} = k\,\overrightarrow{AB}$.

Donner la valeur de k.

Réponse attendue : 2

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Remplace le vecteur $\overrightarrow{AD}$ par sa valeur dans la définition de E : écris le vecteur $\overrightarrow{AE}$ avec les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$.
2. Coupe ensuite le vecteur $\overrightarrow{CE}$ en A avec Chasles.
   $\overrightarrow{CE} = \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AE}$
3. Le vecteur $\overrightarrow{CA}$ est l'opposé du vecteur $\overrightarrow{AC}$: il annule le vecteur $\overrightarrow{AC}$ qui apparaît dans le vecteur $\overrightarrow{AE}$.

CORRECTION

Le vecteur AE — On remplace le vecteur $\overrightarrow{AD}$. En vecteurs :

$$\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = 2\,\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$$

Chasles — On insère A dans le vecteur $\overrightarrow{CE}$. En vecteurs :

$$\overrightarrow{CE} = \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AE} = \overrightarrow{CA} + 2\,\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$$

Les opposés — Les vecteurs $\overrightarrow{CA}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont opposés : leur somme est nulle. En vecteurs :

$\overrightarrow{CE} = 2\,\overrightarrow{AB}$

$k = 2$: les droites (CE) et (AB) sont parallèles, et CE vaut le double de AB. Pour comparer des vecteurs, on les écrit tous avec les mêmes vecteurs de départ.

PIÈGES ANTICIPÉS

1 → Tu n'as compté le vecteur $\overrightarrow{AB}$ qu'une fois. Il apparaît deux fois : une fois dans la définition de E, une fois dans celle de D.

1/2 → Tu as écrit l'égalité à l'envers : c'est le vecteur $\overrightarrow{AB}$ qui vaut la moitié du vecteur $\overrightarrow{CE}$.

EXERCICE 32 · BASE

Bout à bout

A, B, C et D sont quatre points, et $B \neq C$: les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ ne s'enchaînent pas. On construit le point M tel que $\overrightarrow{BM} = \overrightarrow{CD}$.

Écrire la somme $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD}$ comme un seul vecteur.

Écrire le vecteur par ses deux lettres, dans l'ordre (par exemple MN), ou 0 pour le vecteur nul.

Réponse attendue : `AM` — aussi acceptées : A M · vecteur AM · le vecteur AM · c'est AM · c'est le vecteur AM · vec AM · vect AM · vec(AM) · vect(AM) · -MA · -vecteur MA · - le vecteur MA · moins MA · AM→ · →AM · \vec{AM} · \overrightarrow{AM} · \vec AM

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Remplace le vecteur $\overrightarrow{CD}$ par un vecteur qui lui est égal et qui part de B.
2. Le vecteur $\overrightarrow{BM}$ est égal au vecteur $\overrightarrow{CD}$. Les lettres s'enchaînent alors en B.

$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BM}$

CORRECTION

Bout à bout — On remplace le vecteur $\overrightarrow{CD}$ par le vecteur égal $\overrightarrow{BM}$. En vecteurs :

$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BM}$

Chasles —

$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BM} = \overrightarrow{AM}$

Bout à bout : on fait partir le second vecteur de l'extrémité du premier, puis on applique Chasles. Cette construction marche toujours.

PIÈGES ANTICIPÉS

`MA / vecteur MA / le vecteur MA / c'est MA / c'est le vecteur MA / -AM / -vecteur AM / - le vecteur AM / moins AM / MA→ / →MA / \vec{MA} / \overrightarrow{MA}` → Tu as trouvé l'opposé. La somme part de A, l'origine du premier vecteur.

`AD / vecteur AD / le vecteur AD / c'est AD / \vec{AD} / \overrightarrow{AD}` → Tu as « collé » les lettres A et D, mais B et C sont deux points différents : Chasles ne s'applique pas directement. Il faut

d'abord remplacer le vecteur $\overrightarrow{CD}$ par le vecteur égal $\overrightarrow{BM}$.

EXERCICE 33 · BASE

Sur une droite, même sens

K, L et N sont trois points alignés, et les vecteurs $\overrightarrow{KL}$ et $\overrightarrow{KN}$ sont de même sens, avec $KL = 3$ centimètres et $KN = 5$ centimètres. Le point P vérifie l'égalité vectorielle $\overrightarrow{KP} = \overrightarrow{KL} + \overrightarrow{KN}$.

Calculer la longueur KP.

Donner KP en centimètres, sans écrire l'unité.

Réponse attendue : 8

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Mets les vecteurs bout à bout : place le point P tel que le vecteur $\overrightarrow{LP}$ soit égal au vecteur $\overrightarrow{KN}$.
2. Les deux vecteurs sont sur la même droite et dans le même sens : on avance de 3, puis encore de 5 dans la même direction.

CORRECTION

Bout à bout — Le vecteur $\overrightarrow{LP}$ est égal au vecteur $\overrightarrow{KN}$, et Chasles donne $\overrightarrow{KP} = \overrightarrow{KL} + \overrightarrow{LP}$.

Même sens — P reste sur la droite, et les deux pas vont dans le même sens : les longueurs s'ajoutent.

$$KP = KL + KN = 3 + 5 = 8$$

Pour deux vecteurs de **même direction et même sens**, la longueur de la somme est la somme des longueurs. C'est le seul cas où c'est vrai.

PIÈGES ANTICIPÉS

2 → Tu as soustrait les longueurs : ce serait le cas pour des vecteurs de sens contraires. Ici ils sont de même sens : on avance deux fois dans la même direction.

EXERCICE 34 · PRATIQUE

Sur une droite, sens contraires

K, L et N sont trois points alignés, K est entre L et N, avec $KL = 7$ centimètres et $KN = 3$ centimètres. Le point P vérifie l'égalité vectorielle $\overrightarrow{KP} = \overrightarrow{KL} + \overrightarrow{KN}$.

Calculer la longueur KP.

Donner KP en centimètres, sans écrire l'unité.

Réponse attendue : 4

INDICES, DANS L'ORDRE

1. K est entre L et N : les vecteurs $\overrightarrow{KL}$ et $\overrightarrow{KN}$ sont-ils de même sens ?
2. Ils sont de sens contraires : on avance de 7 vers L, puis on recule de 3.

CORRECTION

Le sens — K est entre L et N : les vecteurs $\overrightarrow{KL}$ et $\overrightarrow{KN}$ ont même direction et des sens contraires.

Bout à bout — On place P tel que le vecteur $\overrightarrow{LP}$ soit égal au vecteur $\overrightarrow{KN}$: depuis L, on revient de 3 vers K. P est sur $[KL]$.

$$KP = KL - KN = 7 - 3 = 4$$

Pour deux vecteurs de même direction et de **sens contraires**, on retranche la plus courte longueur de la plus longue. Le résultat a le sens du plus long.

PIÈGES ANTICIPÉS

`10` → Tu as ajouté les longueurs. Mais K est entre L et N : les deux vecteurs sont de sens contraires, l'un défait une partie de l'autre.

`-4` → Une longueur n'est jamais négative. Les sens contraires obligent à soustraire, mais on retranche la plus courte de la plus longue.

EXERCICE 35 · PRATIQUE

Le quadrilatère de la construction

A, B, C et D sont quatre points, et les points B, C, D ne sont pas alignés. Pour construire la somme $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD}$, on place le point M tel que $\overrightarrow{BM} = \overrightarrow{CD}$.

Quelle est la nature du quadrilatère $CDMB$?

Donner sa nature, en un mot.

Réponse attendue : `parallélogramme` — aussi acceptées : un parallélogramme · c'est un parallélogramme · CDMB est un parallélogramme · le quadrilatère CDMB est un parallélogramme · parallélogramme CDMB

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Le vecteur $\overrightarrow{BM}$ est égal au vecteur $\overrightarrow{CD}$. Que dit l'égalité de deux vecteurs sur les quatre points ?
2. Rappel du cours sur les vecteurs égaux : $\overrightarrow{CD} = \overrightarrow{BM}$ équivaut à « $[CM]$ et $[DB]$ ont le même milieu ».

CORRECTION

Vecteurs égaux — Le vecteur $\overrightarrow{CD}$ est égal au vecteur $\overrightarrow{BM}$: les segments $[CM]$ et $[DB]$ ont le même milieu.

La nature — Les diagonales $[CM]$ et $[DB]$ du quadrilatère $CDMB$ ont le même milieu, et les points ne sont pas alignés : $CDMB$ est un parallélogramme.

Construire bout à bout, c'est construire un parallélogramme : le vecteur $\overrightarrow{CD}$ glisse le long du côté $[CB]$ jusqu'à partir de B.

PIÈGES ANTICIPÉS

`rectangle / un rectangle / losange / un losange / carré / un carré` → Rien ne dit que les côtés sont égaux ou perpendiculaires : les points sont quelconques. L'égalité des vecteurs donne seulement un parallélogramme.

EXERCICE 36 · PRATIQUE

Les parenthèses ne comptent pas

Simplifier la somme de vecteurs $\overrightarrow{EF} + \left(\overrightarrow{GH} + \overrightarrow{FG}\right)$: l'écrire comme un seul vecteur.

Écrire le vecteur par ses deux lettres, dans l'ordre (par exemple MN), ou 0 pour le vecteur nul.

Réponse attendue : EH — aussi acceptées : E H · vecteur EH · le vecteur EH · c'est EH · c'est le vecteur EH · vec EH · vect EH · vec(EH) · vect(EH) · -HE · -vecteur HE · - le vecteur HE · moins HE · EH→ · →EH · \vec{EH} · \overrightarrow{EH} · \vec EH

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Ni l'ordre des vecteurs ni la place des parenthèses ne changent une somme : tu peux tout ranger.
2. Le vecteur $\overrightarrow{EF}$ finit en F : lequel des deux autres part de F ?
   $\overrightarrow{EF} + \overrightarrow{FG} + \overrightarrow{GH}$

CORRECTION

Réordonner — On enlève les parenthèses et on range les vecteurs. En vecteurs :

$$\overrightarrow{EF} + \left(\overrightarrow{GH} + \overrightarrow{FG}\right) = \overrightarrow{EF} + \overrightarrow{FG} + \overrightarrow{GH}$$

Chasles —

$$\overrightarrow{EF} + \overrightarrow{FG} + \overrightarrow{GH} = \overrightarrow{EH}$$

Une somme de vecteurs se range librement, parenthèses comprises : on choisit l'ordre où les lettres s'enchaînent.

PIÈGES ANTICIPÉS

`HE / vecteur HE / le vecteur HE / c'est HE / c'est le vecteur HE / -EH / -vecteur EH / - le vecteur EH / moins EH / HE→ / →HE / \vec{HE} / \overrightarrow{HE}` → Tu as trouvé l'opposé. La chaîne rangée part de E et arrive en H.

`FH / vecteur FH / le vecteur FH / c'est FH / \vec{FH} / \overrightarrow{FH}` → Le vecteur $\overrightarrow{FH}$ est seulement la somme de la parenthèse. Il reste à lui ajouter le vecteur $\overrightarrow{EF}$, qui s'enchaîne en F.

EXERCICE 37 · PRATIQUE

Un vecteur à remplacer

$ABCD$ est un parallélogramme. Simplifier la somme de vecteurs $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CB}$: l'écrire comme un seul vecteur.

Écrire le vecteur par ses deux lettres, dans l'ordre (par exemple MN), ou 0 pour le vecteur nul.

Réponse attendue : DB — aussi acceptées : D B · vecteur DB · le vecteur DB · c'est DB · c'est le vecteur DB · vec DB · vect DB · vec(DB) · vect(DB) · -BD · -vecteur BD · - le vecteur BD · moins BD · DB→ · →DB · \vec{DB} · \overrightarrow{DB} · \vec DB

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Les lettres ne s'enchaînent pas, et les vecteurs n'ont pas la même origine. Remplace l'un d'eux par un vecteur égal, pris dans le parallélogramme.

2. Dans $ABCD$, le vecteur $\overrightarrow{CB}$ est égal au vecteur $\overrightarrow{DA}$, qui finit en A.

CORRECTION

Vecteur égal — $ABCD$ est un parallélogramme : ses côtés opposés donnent, en vecteurs :

$\overrightarrow{CB} = \overrightarrow{DA}$

Réordonner — On remplace, puis on range pour que les lettres s'enchaînent. En vecteurs :

$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{AB}$

Chasles —

$\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DB}$

Quand rien ne s'enchaîne, on cherche dans la figure un vecteur égal qui fait s'enchaîner les lettres.

PIÈGES ANTICIPÉS

`BD / vecteur BD / le vecteur BD / c'est BD / c'est le vecteur BD / -DB / -vecteur DB / - le vecteur DB / moins DB / BD→ / →BD / \vec{BD} / \overrightarrow{BD}` → Tu as trouvé l'opposé. Une fois rangée, la somme part de D et arrive en B.

`AC / vecteur AC / le vecteur AC / c'est AC / \vec{AC} / \overrightarrow{AC} / CA / vecteur CA / le vecteur CA / c'est CA / \vec{CA} / \overrightarrow{CA}` → Les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CB}$ ont la même **extrémité**, pas la même origine : ni Chasles ni la règle du parallélogramme ne s'appliquent tels quels. Remplace le vecteur $\overrightarrow{CB}$ par le vecteur égal $\overrightarrow{DA}$.

EXERCICE 38 · RAISONNEMENT

Quatre points sur une droite

A, B, C et D sont quatre points alignés, placés dans cet ordre, avec $AB = 2$ centimètres, $BC = 3$ centimètres et $CD = 4$ centimètres.

Calculer la longueur du vecteur $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DC}$.

Donner la longueur en centimètres, sans écrire l'unité.

Réponse attendue : 2

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Les deux vecteurs ont la même direction. Sont-ils de même sens ? Regarde dans quel ordre on lit les lettres.
2. Le vecteur $\overrightarrow{AB}$ va dans le sens de A vers D ; le vecteur $\overrightarrow{DC}$ va en sens contraire. On retranche donc les longueurs.

CORRECTION

Les sens — Les points sont dans l'ordre A, B, C, D : le vecteur $\overrightarrow{AB}$ avance vers D, le vecteur $\overrightarrow{DC}$ revient vers A. Même direction, sens contraires.

La longueur — On retranche la plus courte longueur de la plus longue : le vecteur somme a le sens du vecteur $\overrightarrow{DC}$.

$DC - AB = 4 - 2 = 2$

La somme mesure 2 centimètres, dans le sens du vecteur $\overrightarrow{DC}$. Avant d'ajouter ou de soustraire des longueurs, on regarde toujours les **sens**.

PIÈGES ANTICIPÉS

6 → Tu as ajouté les longueurs. Mais le vecteur $\overrightarrow{DC}$ est lu de D vers C : il va en sens contraire du vecteur $\overrightarrow{AB}$.

-2 → Une longueur n'est jamais négative : on retranche la plus courte, 2, de la plus longue, 4.

9 → $AD = 9$ centimètres, mais la somme n'est pas le vecteur $\overrightarrow{AD}$: le vecteur $\overrightarrow{DC}$ part de D, pas de B, et il va vers la gauche.

EXERCICE 39 · RAISONNEMENT

Un point de plus dans le parallélogramme

$ABCD$ est un parallélogramme, et E est le point qui vérifie l'égalité vectorielle $\overrightarrow{DE} = \overrightarrow{AC}$.

Simplifier la somme de vecteurs $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CE}$: l'écrire comme un seul vecteur.

Écrire le vecteur par ses deux lettres, dans l'ordre (par exemple MN), ou 0 pour le vecteur nul.

Réponse attendue : AC — aussi acceptées : A C · vecteur AC · le vecteur AC · c'est AC · c'est le vecteur AC · vec AC · vect AC · vec(AC) · vect(AC) · -CA · -vecteur CA · - le vecteur CA · moins CA · AC→ · →AC · \vec{AC} · \overrightarrow{AC} · \vec AC · DE · D E · vecteur DE · le vecteur DE · c'est DE · c'est le vecteur DE · vec DE · vect DE · vec(DE) · vect(DE) · -ED · -vecteur ED · - le vecteur ED · moins ED · DE→ · →DE · \vec{DE} · \overrightarrow{DE} · \vec DE

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Coupe le vecteur $\overrightarrow{CE}$ en D avec Chasles : le vecteur $\overrightarrow{DE}$ est connu.
   $\overrightarrow{CE} = \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DE}$
2. Dans le parallélogramme, que vaut la somme des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$?

CORRECTION

Chasles — On insère D dans le vecteur $\overrightarrow{CE}$. En vecteurs :

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CE} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DE}$$

Les opposés — Dans $ABCD$, le vecteur $\overrightarrow{CD}$ est l'opposé du vecteur $\overrightarrow{AB}$: leur somme est nulle. En vecteurs :

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \vec{0}$$

Il reste le vecteur $\overrightarrow{DE}$, égal au vecteur $\overrightarrow{AC}$. En vecteurs :

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CE} = \overrightarrow{DE} = \overrightarrow{AC}$$

Insérer le bon point fait apparaître des vecteurs opposés qui s'annulent. Les vecteurs $\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{DE}$ sont égaux : les deux réponses sont justes.

PIÈGES ANTICIPÉS

`CA / vecteur CA / le vecteur CA / c'est CA / c'est le vecteur CA / -AC / -vecteur AC / - le vecteur AC / moins AC / CA→ / →CA / \vec{CA} / \overrightarrow{CA} / ED / vecteur ED / -DE` → Tu as trouvé l'opposé du résultat. Reprends le sens de chaque vecteur.

`AE / vecteur AE / le vecteur AE / c'est AE / \vec{AE} / \overrightarrow{AE}` → Tu as « collé » les lettres A et E, mais B et C sont deux points différents : Chasles ne s'applique pas directement. Insère d'abord le point D dans le vecteur $\overrightarrow{CE}$.

EXERCICE 40 · DEFI

Où est le point P ?

K, L et N sont trois points alignés, K est entre L et N, avec $KL = 5$ centimètres et $KN = 2$ centimètres. Le point P vérifie l'égalité vectorielle $\overrightarrow{KP} = \overrightarrow{KL} + \overrightarrow{KN}$.

Calculer la longueur NP.

Donner NP en centimètres, sans écrire l'unité.

Réponse attendue : 5

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Commence par placer P : les vecteurs $\overrightarrow{KL}$ et $\overrightarrow{KN}$ sont de sens contraires. Quelle est la longueur KP, et de quel côté de K se trouve P ?
2. $KP = 3$ centimètres, du côté de L. Et N est de l'autre côté de K.
3. Autre chemin, plus rapide : avec Chasles, écris le vecteur $\overrightarrow{NP}$ en passant par K.
   $\overrightarrow{NP} = \overrightarrow{NK} + \overrightarrow{KP}$

CORRECTION

Chasles — On insère K, puis on remplace le vecteur $\overrightarrow{KP}$. En vecteurs :
$\overrightarrow{NP} = \overrightarrow{NK} + \overrightarrow{KL} + \overrightarrow{KN}$

Les opposés — Les vecteurs $\overrightarrow{NK}$ et $\overrightarrow{KN}$ sont opposés : ils s'annulent. En vecteurs :
$\overrightarrow{NP} = \overrightarrow{KL}$

La longueur — Deux vecteurs égaux ont la même longueur.
$NP = KL = 5$

On vérifie sur la droite : P est à 3 centimètres de K du côté de L, et N à 2 centimètres de l'autre côté, donc $NP = 3 + 2 = 5$. Le calcul vectoriel évite d'avoir à placer les points.

PIÈGES ANTICIPÉS

`3` → 3 centimètres, c'est la longueur KP. On demande NP, et N est de l'autre côté de K.

`7` → Tu as ajouté KL et KN. Mais les vecteurs $\overrightarrow{KL}$ et $\overrightarrow{KN}$ sont de sens contraires, et on demande la longueur NP : écris le vecteur $\overrightarrow{NP}$ avec Chasles.

`1` → Tu as retranché KN de KP, comme si N et P étaient du même côté de K. Or P est du côté de L, et N de l'autre côté.

EXERCICE 41 · BASE

Aller et retour

A et B sont deux points distincts. Simplifier la somme de vecteurs $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BA}$.

Écrire le vecteur par ses deux lettres, dans l'ordre (par exemple MN), ou 0 pour le vecteur nul.

Réponse attendue : `0` — aussi acceptées : vecteur nul · le vecteur nul · c'est le vecteur nul · nul · 0→ · →0 · \vec{0} · \vec 0 · vec(0) · vect(0) · vecteur 0 · AA · BB

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Les lettres s'enchaînent en B : applique la relation de Chasles.
2. On va de A à B, puis on revient de B à A : où arrive-t-on ?

CORRECTION

Chasles — Les lettres s'enchaînent en B. En vecteurs :

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{AA}$$

Le vecteur nul — Le vecteur $\overrightarrow{AA}$ ne déplace aucun point : c'est le vecteur nul.

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BA} = \vec{0}$$

Les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{BA}$ sont **opposés** : leur somme est le vecteur nul, et on écrit $\overrightarrow{BA} = -\overrightarrow{AB}$.

PIÈGES ANTICIPÉS

`2AB / 2 AB / 2BA` → Les deux vecteurs ont la même longueur mais des sens **contraires** : ils ne s'ajoutent pas, ils s'annulent. Applique Chasles : $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{AA}$.

`AB / vecteur AB / le vecteur AB / c'est AB / \vec{AB} / \overrightarrow{AB} / BA / vecteur BA / le vecteur BA / c'est BA / \vec{BA} / \overrightarrow{BA}` → Applique la relation de Chasles jusqu'au bout : on part de A, on passe par B, et on revient en A.

EXERCICE 42 · BASE

L'opposé d'un vecteur

M et N sont deux points distincts. Écrire le vecteur $-\overrightarrow{MN}$, opposé du vecteur $\overrightarrow{MN}$, avec ses deux lettres.

Écrire le vecteur par ses deux lettres, dans l'ordre (par exemple MN), ou 0 pour le vecteur nul.

Réponse attendue : `NM` — aussi acceptées : N M · vecteur NM · le vecteur NM · c'est NM · c'est le vecteur NM · vec NM · vect NM · vec(NM) · vect(NM) · NM→ · →NM · \vec{NM} · \overrightarrow{NM} · \vec NM

INDICES, DANS L'ORDRE

1. L'opposé d'un vecteur a la même direction et la même longueur. Qu'est-ce qui change ?
2. Le sens est inversé : on fait le trajet à l'envers. Il suffit d'échanger l'origine et l'extrémité.

CORRECTION

Les opposés — La relation de Chasles donne $\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{NM} = \overrightarrow{MM} = \vec{0}$: les vecteurs $\overrightarrow{MN}$ et $\overrightarrow{NM}$ sont opposés.

$-\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{NM}$

Pour écrire l'opposé d'un vecteur nommé par deux points, on échange ses deux lettres : $-\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{NM}$.

PIÈGES ANTICIPÉS

`MN / vecteur MN / le vecteur MN / \vec{MN} / \overrightarrow{MN}` → C'est le vecteur de départ. Son opposé va dans l'autre sens : de N vers M.

EXERCICE 43 · BASE **Depuis le milieu**

I est le milieu du segment $[AB]$. Simplifier la somme de vecteurs $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB}$.

Écrire le vecteur par ses deux lettres, dans l'ordre (par exemple MN), ou 0 pour le vecteur nul.

Réponse attendue : `0` — aussi acceptées : vecteur nul · le vecteur nul · c'est le vecteur nul · nul · 0→ · →0 · \vec{0} · \vec 0 · vec(0) · vect(0) · vecteur 0 · AA · BB · II

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Depuis le milieu, les vecteurs $\overrightarrow{IA}$ et $\overrightarrow{IB}$ ont la même longueur. Et leurs sens ?
2. I est le milieu de $[AB]$: le vecteur $\overrightarrow{IB}$ est égal au vecteur $\overrightarrow{AI}$. Remplace-le, puis applique Chasles.

CORRECTION

Le milieu — I est le milieu de $[AB]$: le vecteur $\overrightarrow{IB}$ est égal au vecteur $\overrightarrow{AI}$. En vecteurs :

$$\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} = \overrightarrow{IA} + \overrightarrow{AI}$$

Chasles —

$$\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{AI} = \overrightarrow{II} = \vec{0}$$

I est le milieu de $[AB]$ si et seulement si $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} = \vec{0}$: les vecteurs $\overrightarrow{IA}$ et $\overrightarrow{IB}$ sont opposés.

PIÈGES ANTICIPÉS

`AB / vecteur AB / le vecteur AB / c'est AB / \vec{AB} / \overrightarrow{AB} / BA / vecteur BA / le vecteur BA / c'est BA / \vec{BA} / \overrightarrow{BA}` → Le vecteur $\overrightarrow{AB}$ serait la somme des vecteurs $\overrightarrow{AI}$ et $\overrightarrow{IB}$. Ici, le premier vecteur est $\overrightarrow{IA}$: il va de I vers A, dans le sens contraire du vecteur $\overrightarrow{IB}$.

`2IA / 2IB / 2 IA / 2 IB` → Les vecteurs $\overrightarrow{IA}$ et $\overrightarrow{IB}$ ont la même longueur, mais des sens contraires : ils s'annulent, ils ne s'ajoutent pas.

EXERCICE 44 · PRATIQUE **Une soustraction**

A, B et C sont trois points. Simplifier $\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{BC}$: l'écrire comme un seul vecteur.

Écrire le vecteur par ses deux lettres, dans l'ordre (par exemple MN), ou 0 pour le vecteur nul.

Réponse attendue : AB — aussi acceptées : A B · vecteur AB · le vecteur AB · c'est AB · c'est le vecteur AB · vec AB · vect AB · vec(AB) · vect(AB) · -BA · -vecteur BA · - le vecteur BA · moins BA · AB→ · →AB · \vec{AB} · \overrightarrow{AB} · \vec AB

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Retrancher un vecteur, c'est ajouter son opposé.
   $-\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{CB}$
2. Le vecteur $\overrightarrow{AC}$ finit en C, et le vecteur $\overrightarrow{CB}$ part de C.

CORRECTION

L'opposé — On remplace $-\overrightarrow{BC}$ par le vecteur opposé $\overrightarrow{CB}$. En vecteurs :
$\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CB}$

Chasles —
$\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{AB}$

Devant une différence de vecteurs : on retourne le vecteur retranché, $-\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{CB}$, puis on applique Chasles.

PIÈGES ANTICIPÉS

`BA / vecteur BA / le vecteur BA / c'est BA / c'est le vecteur BA / -AB / -vecteur AB / - le vecteur AB / moins AB / BA→ / →BA / \vec{BA} / \overrightarrow{BA}` → Tu as trouvé l'opposé. Après avoir retourné le vecteur retranché, la chaîne part de A et arrive en B.

`AC / vecteur AC / le vecteur AC / c'est AC / \vec{AC} / \overrightarrow{AC}` → Le vecteur $\overrightarrow{BC}$ n'est pas nul : on ne peut pas le faire disparaître. Retranche-le en ajoutant son opposé $\overrightarrow{CB}$.

EXERCICE 45 · PRATIQUE

Deux vecteurs de même origine qu'on retranche

A, B et C sont trois points. Simplifier $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}$: l'écrire comme un seul vecteur.

Écrire le vecteur par ses deux lettres, dans l'ordre (par exemple MN), ou 0 pour le vecteur nul.

Réponse attendue : CB — aussi acceptées : C B · vecteur CB · le vecteur CB · c'est CB · c'est le vecteur CB · vec CB · vect CB · vec(CB) · vect(CB) · -BC · -vecteur BC · - le vecteur BC · moins BC · CB→ · →CB · \vec{CB} · \overrightarrow{CB} · \vec CB

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Remplace $-\overrightarrow{AC}$ par le vecteur opposé, écrit avec les mêmes lettres.
2. Tu obtiens le vecteur $\overrightarrow{AB}$ plus le vecteur $\overrightarrow{CA}$. Change l'ordre pour que les lettres s'enchaînent.

CORRECTION

L'opposé — $-\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{CA}$. En vecteurs :
$\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CA}$

Réordonner — On échange les deux vecteurs, et les lettres s'enchaînent en A. En vecteurs :

$\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CB}$

Un résultat qui sert souvent : $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{CB}$. On part de l'extrémité du vecteur **retranché**, et on arrive à l'extrémité de l'autre.

PIÈGES ANTICIPÉS

`BC / vecteur BC / le vecteur BC / c'est BC / c'est le vecteur BC / -CB / -vecteur CB / - le vecteur CB / moins CB / BC→ / →BC / \vec{BC} / \overrightarrow{BC}` → C'est l'erreur la plus fréquente. Le vecteur $\overrightarrow{AB}$ moins le vecteur $\overrightarrow{AC}$ donne le vecteur $\overrightarrow{AB}$ plus le vecteur $\overrightarrow{CA}$; rangés, ils vont de C à A puis de A à B : le résultat part de C.

EXERCICE 46 · PRATIQUE

Une somme qui revient au départ

E, F et G sont trois points. Simplifier $\overrightarrow{EF} - \overrightarrow{GF} + \overrightarrow{GE}$.

Écrire le vecteur par ses deux lettres, dans l'ordre (par exemple MN), ou 0 pour le vecteur nul.

Réponse attendue : `0` — aussi acceptées : vecteur nul · le vecteur nul · c'est le vecteur nul · nul · 0→ · →0 · \vec{0} · \vec 0 · vec(0) · vect(0) · vecteur 0 · EE · FF · GG

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Commence par remplacer le vecteur retranché par son opposé.
   $-\overrightarrow{GF} = \overrightarrow{FG}$
2. Tu as maintenant trois vecteurs qui s'enchaînent : E, puis F, puis G… où arrive-t-on ?

CORRECTION

L'opposé —

$\overrightarrow{EF} - \overrightarrow{GF} + \overrightarrow{GE} = \overrightarrow{EF} + \overrightarrow{FG} + \overrightarrow{GE}$

Chasles — De E à F, de F à G, de G à E : on revient au point de départ.

$\overrightarrow{EF} + \overrightarrow{FG} + \overrightarrow{GE} = \overrightarrow{EE} = \vec{0}$

Une chaîne qui revient à son point de départ donne le vecteur nul : $\overrightarrow{EF} + \overrightarrow{FG} + \overrightarrow{GE} = \vec{0}$ pour tout triangle EFG.

PIÈGES ANTICIPÉS

`2GF / 2 GF` → Le signe $-$ devant le vecteur $\overrightarrow{GF}$ compte : sans lui, on trouve $\overrightarrow{GE} + \overrightarrow{EF} + \overrightarrow{GF} = 2\,\overrightarrow{GF}$. Or $-\overrightarrow{GF} = \overrightarrow{FG}$: avec lui, les trois vecteurs s'enchaînent et reviennent en E.

`EG / vecteur EG / le vecteur EG / c'est EG / \vec{EG} / \overrightarrow{EG} / GE / vecteur GE / le vecteur GE / c'est GE / \vec{GE} / \overrightarrow{GE}` → Tu n'as pas tout utilisé : après le vecteur $\overrightarrow{EG}$, il reste le vecteur $\overrightarrow{GE}$, qui ramène en E.

EXERCICE 47 · RAISONNEMENT

Le point M

A et B sont deux points distincts, et M est le point qui vérifie l'égalité vectorielle $\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{BA} = \vec{0}$.

Quel est le point M ?

Écrire seulement la lettre du point.

Réponse attendue : B — aussi acceptées : le point B · point B · c'est B · c'est le point B · M=B · M = B · M est B · M est le point B

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Si la somme de deux vecteurs est nulle, ces deux vecteurs sont opposés.
2. Le vecteur $\overrightarrow{AM}$ est donc l'opposé du vecteur $\overrightarrow{BA}$, c'est-à-dire le vecteur $\overrightarrow{AB}$.

CORRECTION

Les opposés — La somme est nulle : le vecteur $\overrightarrow{AM}$ est l'opposé du vecteur $\overrightarrow{BA}$. En vecteurs :

$\overrightarrow{AM} = -\overrightarrow{BA} = \overrightarrow{AB}$

Le point — Deux vecteurs égaux de même origine A ont la même extrémité.

$M = B$

Quand une somme de deux vecteurs est nulle, chacun est l'opposé de l'autre. Deux vecteurs égaux qui partent du même point arrivent au même point.

PIÈGES ANTICIPÉS

`A / le point A / point A / c'est A / M=A / M = A` → Avec $M = A$, le vecteur $\overrightarrow{AM}$ serait nul, et la somme vaudrait le vecteur $\overrightarrow{BA}$, qui n'est pas nul. Le vecteur $\overrightarrow{AM}$ doit être l'opposé du vecteur $\overrightarrow{BA}$.

EXERCICE 48 · RAISONNEMENT

Le vecteur qu'il faut ajouter

A, B et C sont trois points. Déterminer le vecteur $\vec{w}$, écrit avec deux de ces points, qui vérifie l'égalité vectorielle $\overrightarrow{AB} + \vec{w} = \overrightarrow{AC}$.

Écrire le vecteur par ses deux lettres, dans l'ordre (par exemple MN), ou 0 pour le vecteur nul.

Réponse attendue : BC — aussi acceptées : B C · vecteur BC · le vecteur BC · c'est BC · c'est le vecteur BC · vec BC · vect BC · vec(BC) · vect(BC) · -CB · -vecteur CB · - le vecteur CB · moins CB · BC→ · →BC · \vec{BC} · \overrightarrow{BC} · \vec BC

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Ajoute le vecteur $\overrightarrow{BA}$, opposé du vecteur $\overrightarrow{AB}$, aux deux membres : à gauche, il annule le vecteur $\overrightarrow{AB}$.
2. Il reste $\vec{w} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AC}$: les lettres s'enchaînent.

CORRECTION

Isoler — On ajoute le vecteur $\overrightarrow{BA}$ aux deux membres. À gauche, $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AB} = \vec{0}$. En vecteurs :

$\vec{w} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AC}$

Chasles —

$\vec{w} = \overrightarrow{BC}$

On isole un vecteur inconnu en ajoutant des opposés aux deux membres, comme pour une équation. On retrouve d'ailleurs Chasles : $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$.

PIÈGES ANTICIPÉS

`CB / vecteur CB / le vecteur CB / c'est CB / c'est le vecteur CB / -BC / -vecteur BC / - le vecteur BC / moins BC / CB→ / →CB / \vec{CB} / \overrightarrow{CB}` → Avec le vecteur $\overrightarrow{CB}$, les lettres ne mèneraient pas de A à C. Le vecteur cherché doit partir de B, où finit le vecteur $\overrightarrow{AB}$, et arriver en C.

EXERCICE 49 · RAISONNEMENT

Deux différences

A, B et C sont trois points. Simplifier $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CB} - \overrightarrow{AC}$.

Écrire le vecteur par ses deux lettres, dans l'ordre (par exemple MN), ou 0 pour le vecteur nul.

Réponse attendue : `0` — aussi acceptées : vecteur nul · le vecteur nul · c'est le vecteur nul · nul · 0→ · →0 · \vec{0} · \vec 0 · vec(0) · vect(0) · vecteur 0 · AA · BB · CC

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Remplace chaque vecteur retranché par son opposé.
2. Tu obtiens trois vecteurs. En les rangeant, ils forment une chaîne : où commence-t-elle, où finit-elle ?

$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CA}$

CORRECTION

Les opposés — $-\overrightarrow{CB} = \overrightarrow{BC}$ et $-\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{CA}$. En vecteurs :

$\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CB} - \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CA}$

Chasles — On part de A et on revient en A.

$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CA} = \overrightarrow{AA} = \vec{0}$

Chaque signe $-$ retourne un vecteur. Une fois tous les signes changés en $+$, Chasles fait le reste.

PIÈGES ANTICIPÉS

`2AC / 2 AC / 2CB / 2 CB` → Un des deux signes $-$ a été oublié : on trouve alors $2\overrightarrow{AC}$ ou $2\overrightarrow{CB}$.

Retourne **chaque** vecteur retranché : $-\overrightarrow{CB} = \overrightarrow{BC}$ et $-\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{CA}$.

`AC / vecteur AC / le vecteur AC / c'est AC / \vec{AC} / \overrightarrow{AC} / CA / vecteur CA / le vecteur CA / c'est CA / \vec{CA} / \overrightarrow{CA}` → Tu n'as pas tout utilisé : la somme des deux premiers termes est le vecteur $\overrightarrow{AC}$, mais il reste encore à retrancher le vecteur $\overrightarrow{AC}$.

EXERCICE 50 · DEFI

Une égalité à quatre points

A, B, C et D sont quatre points. Déterminer le vecteur $\vec{w}$, écrit avec deux de ces points, qui vérifie l'égalité vectorielle $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AC} + \vec{w}$.

Écrire le vecteur par ses deux lettres, dans l'ordre (par exemple MN), ou 0 pour le vecteur nul.

Réponse attendue : DB — aussi acceptées : D B · vecteur DB · le vecteur DB · c'est DB · c'est le vecteur DB · vec DB · vect DB · vec(DB) · vect(DB) · -BD · -vecteur BD · - le vecteur BD · moins BD · DB→ · →DB · \vec{DB} · \overrightarrow{DB} · \vec DB

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Fais apparaître le vecteur $\overrightarrow{AC}$ à gauche : insère le point C dans le vecteur $\overrightarrow{AB}$.
2. Il te reste le vecteur $\overrightarrow{CB}$ et $-\overrightarrow{CD} = \overrightarrow{DC}$. Range-les pour que les lettres s'enchaînent.

CORRECTION

Insérer C — Par Chasles, et en retournant le vecteur retranché. En vecteurs :

$$\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{DC}$$

Réordonner — Les vecteurs $\overrightarrow{DC}$ et $\overrightarrow{CB}$ s'enchaînent en C. En vecteurs :

$$\overrightarrow{DC} + \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{DB}$$

$$\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{DB}$$

On a ainsi démontré l'égalité $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{DB}$ pour quatre points quelconques : on insère le point qui fait apparaître le vecteur voulu, on retourne ce qui est retranché, et on regroupe.

PIÈGES ANTICIPÉS

`BD / vecteur BD / le vecteur BD / c'est BD / c'est le vecteur BD / -DB / -vecteur DB / - le vecteur DB / moins DB / BD→ / →BD / \vec{BD} / \overrightarrow{BD}` → Tu as trouvé l'opposé. Attention au signe $-$ devant le vecteur $\overrightarrow{CD}$: il se retourne en $\overrightarrow{DC}$, qui part de D.

`CB / vecteur CB / le vecteur CB / c'est CB / \vec{CB} / \overrightarrow{CB} / BC / vecteur BC / le vecteur BC / c'est BC / \vec{BC} / \overrightarrow{BC}` → Tu as oublié le vecteur retranché. Après avoir inséré C, il reste $\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{DC}$, et non le seul vecteur $\overrightarrow{CB}$.

EXERCICE 51 · DEFI

Autour du centre

$ABCD$ est un parallélogramme de centre O. Simplifier la somme de vecteurs $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{CD}$: l'écrire comme un seul vecteur nommé par deux sommets du parallélogramme.

Écrire le vecteur par ses deux lettres, dans l'ordre (par exemple MN), ou 0 pour le vecteur nul.

Réponse attendue : CA — aussi acceptées : C A · vecteur CA · le vecteur CA · c'est CA · c'est le vecteur CA · vec CA · vect CA · vec(CA) · vect(CA) · -AC · -vecteur AC · - le vecteur AC · moins AC · CA→ · →CA · \vec{CA} · \overrightarrow{CA} · \vec CA

INDICES, DANS L'ORDRE

1. O est le milieu de $[AC]$: le vecteur $\overrightarrow{OA}$ est égal au vecteur $\overrightarrow{CO}$. Remplace-le.

2. Les vecteurs $\overrightarrow{CO}$ et $\overrightarrow{OB}$ s'enchaînent. Dans le parallélogramme, le vecteur $\overrightarrow{CD}$ est égal au vecteur $\overrightarrow{BA}$.

CORRECTION

Le centre — O est le milieu de $[AC]$. En vecteurs :

$$\overrightarrow{OA} = \overrightarrow{CO}$$

Chasles —

$$\overrightarrow{CO} + \overrightarrow{OB} = \overrightarrow{CB}$$

Le côté opposé — $ABCD$ est un parallélogramme. En vecteurs :

$$\overrightarrow{CD} = \overrightarrow{BA}$$

On enchaîne les deux derniers. En vecteurs :

$$\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{CA}$$

Les diagonales d'un parallélogramme se coupent en leur milieu : depuis le centre, les vecteurs $\overrightarrow{OA}$ et $\overrightarrow{OC}$ sont opposés. C'est ce qui permet de remplacer un vecteur par un autre qui s'enchaîne.

PIÈGES ANTICIPÉS

`AC / vecteur AC / le vecteur AC / c'est AC / c'est le vecteur AC / -CA / -vecteur CA / - le vecteur CA / moins CA / AC→ / →AC / \vec{AC} / \overrightarrow{AC}` → Tu as trouvé l'opposé. Le vecteur $\overrightarrow{OA}$ est égal au vecteur $\overrightarrow{CO}$, qui part de C : la somme part de C.

`AB / vecteur AB / le vecteur AB / c'est AB / \vec{AB} / \overrightarrow{AB} / BA / vecteur BA / le vecteur BA / c'est BA / \vec{BA} / \overrightarrow{BA}` → Le vecteur $\overrightarrow{OA}$ n'est pas égal au vecteur $\overrightarrow{AO}$: il en est l'opposé. Depuis le centre, c'est le vecteur $\overrightarrow{CO}$ qui lui est égal.

EXERCICE 52 · BASE

De l'abscisse au vecteur

La droite (AB) est munie du repère (A, B), et le point M a pour abscisse -2 dans ce repère.

Déterminer le réel k qui vérifie l'égalité vectorielle $\overrightarrow{MA} = k\,\overrightarrow{AB}$.

Donner la valeur de k.

Réponse attendue : 2

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Par définition, M est d'abscisse α dans le repère (A, B) quand le vecteur $\overrightarrow{AM}$ vaut α fois le vecteur $\overrightarrow{AB}$.
2. On demande le vecteur $\overrightarrow{MA}$, pas le vecteur $\overrightarrow{AM}$: ces deux vecteurs sont opposés.

CORRECTION

La définition — M a pour abscisse -2 dans le repère (A, B) : par définition, en vecteurs :

$$\overrightarrow{AM} = -2\,\overrightarrow{AB}$$

L'opposé — Le vecteur $\overrightarrow{MA}$ est l'opposé du vecteur $\overrightarrow{AM}$: le signe change.

$\overrightarrow{MA} = -\overrightarrow{AM} = 2\,\overrightarrow{AB}$

L'abscisse de M donne le vecteur $\overrightarrow{AM}$, qui part de A. Pour le vecteur $\overrightarrow{MA}$, on retourne le vecteur : le réel change de signe.

PIÈGES ANTICIPÉS

-2 → -2 est le réel du vecteur $\overrightarrow{AM}$, qui part de A. Le vecteur $\overrightarrow{MA}$ va dans l'autre sens, de M vers A : le signe change.

EXERCICE 53 · BASE

Une longueur à partir du réel

A et B sont deux points tels que $AB = 4$ centimètres, et M est le point qui vérifie l'égalité vectorielle $\overrightarrow{AM} = -\frac{3}{4}\,\overrightarrow{AB}$.

Calculer la longueur AM.

Donner AM en centimètres, sans écrire l'unité.

Réponse attendue : 3

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Pour une longueur, le signe du réel ne compte pas : il dit seulement le sens.
   $AM = |\alpha| \times AB$
2. Ici $|\alpha| = \frac{3}{4}$: prends les trois quarts de la longueur AB.

CORRECTION

La longueur — Les longueurs vérifient $AM = |\alpha| \times AB$, avec $\alpha = -\frac{3}{4}$.

$AM = \frac{3}{4} \times 4$

$AM = 3 \text{ centimètres}$

Le signe $-$ place M de l'autre côté de A par rapport à B ; la longueur, elle, est toujours positive : $AM = |\alpha| \times AB$.

PIÈGES ANTICIPÉS

-3 → Une longueur n'est jamais négative. Le signe $-$ dit le **sens** du vecteur ; pour la longueur, on prend la valeur absolue du réel.

16/3 → Tu as divisé 4 par $\frac{3}{4}$. On **multiplie** la longueur AB par $\frac{3}{4}$: M est plus près de A que B.

EXERCICE 54 · BASE

Additionner des multiples

A et B sont deux points distincts. Déterminer le réel k qui vérifie l'égalité vectorielle $2\,\overrightarrow{AB} + 3\,\overrightarrow{AB} = k\,\overrightarrow{AB}$.

Donner la valeur de k.

Réponse attendue : 5

INDICES, DANS L'ORDRE

1. On calcule avec ces produits comme avec des nombres : deux fois un vecteur, plus trois fois le même vecteur…
2. Mets le vecteur $\overrightarrow{AB}$ en facteur : il ne reste qu'à combiner les deux réels qui le multiplient.

CORRECTION

Regrouper — On ajoute les réels qui multiplient le même vecteur. En vecteurs :

$$2\,\overrightarrow{AB} + 3\,\overrightarrow{AB} = (2+3)\,\overrightarrow{AB} = 5\,\overrightarrow{AB}$$

Des multiples d'un même vecteur s'ajoutent comme des nombres : on ajoute les réels, et le vecteur reste.

PIÈGES ANTICIPÉS

6 → Tu as multiplié 2 par 3. On **ajoute** deux fois le vecteur et trois fois le vecteur : cela fait cinq fois le vecteur.

EXERCICE 55 · PRATIQUE

Développer puis réduire

A, B et C sont trois points non alignés. Déterminer le réel k qui vérifie l'égalité vectorielle $2\left(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}\right) - \overrightarrow{AC} = k\,\overrightarrow{AC}$.

Donner la valeur de k.

Réponse attendue : 1

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Simplifie d'abord la parenthèse avec la relation de Chasles.
2. La parenthèse vaut le vecteur $\overrightarrow{AC}$. Il reste deux fois ce vecteur, moins une fois.

CORRECTION

Chasles — Dans la parenthèse, les lettres s'enchaînent en B. En vecteurs :

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$$

Réduire —

$$2\,\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AC} = (2-1)\,\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AC}$$

$k = 1$. On simplifie d'abord ce qui peut l'être avec Chasles, puis on compte les multiples du même vecteur.

PIÈGES ANTICIPÉS

3 → Le vecteur $\overrightarrow{AC}$ est **retranché** : on enlève une fois ce vecteur, on ne l'ajoute pas.

0 → Le facteur 2 s'applique à toute la parenthèse : elle vaut le vecteur $\overrightarrow{AC}$, compté **deux** fois.

EXERCICE 56 · PRATIQUE

Un produit de produits

A et B sont deux points distincts. Déterminer le réel k qui vérifie l'égalité vectorielle $-2\left(\frac{3}{4}\overrightarrow{AB}\right) = k\overrightarrow{AB}$.

Donner la valeur de k.

Réponse attendue : `-3/2` — aussi acceptées : -1.5

INDICES, DANS L'ORDRE

1. On calcule comme avec des nombres : multiplier par β, puis par α, c'est multiplier par le produit $\alpha\beta$.
   $\alpha(\beta\,\vec{u}) = (\alpha\beta)\,\vec{u}$
2. Calcule le produit $-2 \times \frac{3}{4}$ en pensant à la règle des signes, puis simplifie la fraction.

CORRECTION

Le produit — On multiplie les deux réels entre eux.

$-2\left(\frac{3}{4}\overrightarrow{AB}\right) = \left(-2 \times \frac{3}{4}\right)\overrightarrow{AB}$

$k = -\frac{6}{4} = -\frac{3}{2}$

$\alpha(\beta\,\vec{u}) = (\alpha\beta)\,\vec{u}$: les réels se multiplient entre eux, et le signe suit la règle des signes.

PIÈGES ANTICIPÉS

`3/2 / 1.5` → Tu as oublié le signe : -2 fois un nombre positif donne un nombre négatif.

`-5/4 / -1.25` → Tu as additionné les deux réels. On multiplie un vecteur déjà multiplié : les réels se **multiplient**.

EXERCICE 57 · PRATIQUE

Changer d'origine

La droite (AB) est munie du repère (A, B), et le point M a pour abscisse 3 dans ce repère.

Déterminer le réel k qui vérifie l'égalité vectorielle $\overrightarrow{BM} = k\overrightarrow{AB}$.

Donner la valeur de k.

Réponse attendue : 2

INDICES, DANS L'ORDRE

1. L'abscisse donne le vecteur $\overrightarrow{AM}$ en fonction du vecteur $\overrightarrow{AB}$. Pour le vecteur $\overrightarrow{BM}$, passe par A avec Chasles.
   $\overrightarrow{BM} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AM}$
2. Le vecteur $\overrightarrow{BA}$ est l'opposé du vecteur $\overrightarrow{AB}$: il vaut -1 fois le vecteur $\overrightarrow{AB}$.

CORRECTION

L'abscisse —

$\overrightarrow{AM} = 3\,\overrightarrow{AB}$

Chasles — On insère A dans le vecteur $\overrightarrow{BM}$. En vecteurs :

$\overrightarrow{BM} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AM} = -\overrightarrow{AB} + 3\,\overrightarrow{AB}$

$\overrightarrow{BM} = 2\,\overrightarrow{AB}$

$k = 2$: de B, d'abscisse 1, à M, d'abscisse 3, il y a deux pas. La différence des abscisses donne le vecteur entre deux points.

PIÈGES ANTICIPÉS

3 → 3 est l'abscisse de M : elle donne le vecteur $\overrightarrow{AM}$, qui part de A. Le vecteur $\overrightarrow{BM}$ part de B, d'abscisse 1.

4 → Tu as ajouté les abscisses de B et de M. Le vecteur $\overrightarrow{BA}$ est l'**opposé** du vecteur $\overrightarrow{AB}$: il compte -1.

EXERCICE 58 · PRATIQUE

Deux points sur la droite graduée

La droite (AB) est munie du repère (A, B), avec $AB = 6$ centimètres. Le point M a pour abscisse $-\frac{1}{3}$, et le point N a pour abscisse $\frac{1}{2}$.

Calculer la longueur MN.

Donner MN en centimètres, sans écrire l'unité.

Réponse attendue : 5

INDICES, DANS L'ORDRE

1. M et N sont-ils du même côté de A ? Regarde le signe de leurs abscisses.
2. Ils sont de part et d'autre de A : la longueur MN est la somme des longueurs AM et AN, chacune égale à la valeur absolue de l'abscisse fois AB.

CORRECTION

Les longueurs — $AM = \frac{1}{3} \times 6 = 2$ et $AN = \frac{1}{2} \times 6 = 3$.

Les côtés — L'abscisse de M est négative, celle de N positive : A est entre M et N.

$MN = AM + AN = 2 + 3 = 5$

Autre méthode : l'écart des abscisses, $\frac{1}{2} - \left(-\frac{1}{3}\right) = \frac{5}{6}$, multiplié par l'unité $AB = 6$, donne $MN = 5$ centimètres.

PIÈGES ANTICIPÉS

1 → Tu as retranché AM de AN, comme si M et N étaient du même côté de A. Or l'abscisse de M est négative : A est entre M et N.

EXERCICE 59 · RAISONNEMENT

Le milieu sur la droite

La droite (AB) est munie du repère (A, B). Le point M a pour abscisse 3, le point N a pour abscisse -1, et I est le milieu du segment $[MN]$.

Déterminer l'abscisse de I dans le repère (A, B).

Écrire seulement le nombre.

Réponse attendue : 1

INDICES, DANS L'ORDRE

1. I est le milieu de $[MN]$: pour le point A, la propriété du milieu donne $\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{AN} = 2\,\overrightarrow{AI}$.
2. Écris les vecteurs $\overrightarrow{AM}$ et $\overrightarrow{AN}$ en fonction du vecteur $\overrightarrow{AB}$, grâce aux abscisses.

CORRECTION

Les abscisses —

$\overrightarrow{AM} = 3\,\overrightarrow{AB}$; $\overrightarrow{AN} = -\overrightarrow{AB}$

Le milieu — La propriété du milieu, appliquée au point A. En vecteurs :

$2\,\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{AM} + \overrightarrow{AN} = 3\,\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AB} = 2\,\overrightarrow{AB}$

Donc le vecteur $\overrightarrow{AI}$ est égal au vecteur $\overrightarrow{AB}$: I est le point B.

$x_I = 1$

L'abscisse du milieu est la **moyenne** des abscisses des extrémités : $\frac{3+(-1)}{2} = 1$. Ici, le milieu de $[MN]$ est le point B lui-même.

PIÈGES ANTICIPÉS

2 → 2 est la moitié de l'écart entre les abscisses : c'est la distance de M (ou de N) au milieu. L'abscisse du milieu est la **moyenne** des deux abscisses.

4 → 4 est l'écart entre les abscisses de M et de N : c'est la longueur MN mesurée avec l'unité AB. Le milieu a pour abscisse la **moyenne** des deux abscisses.

EXERCICE 60 · RAISONNEMENT **Retrouver le réel**

A et B sont deux points tels que $AB = 2$ centimètres. Le point M est sur la droite (AB), avec $AM = 5$ centimètres, et les vecteurs $\overrightarrow{AM}$ et $\overrightarrow{AB}$ sont de sens contraires.

Déterminer l'abscisse de M dans le repère (A, B).

Écrire seulement le nombre : une fraction ou un nombre décimal.

Réponse attendue : `-5/2` — aussi acceptées : -2.5

INDICES, DANS L'ORDRE

1. L'abscisse α de M vérifie $\overrightarrow{AM} = \alpha\,\overrightarrow{AB}$, donc $AM = |\alpha| \times AB$. Cela donne la valeur absolue de α.
2. Les vecteurs sont de sens contraires : quel est le signe de α ?

CORRECTION

La valeur absolue — $AM = |\alpha| \times AB$, donc $5 = |\alpha| \times 2$.

$|\alpha| = \frac{5}{2}$

Le signe — Les vecteurs $\overrightarrow{AM}$ et $\overrightarrow{AB}$ sont de sens contraires : α est négatif.

$\alpha = -\frac{5}{2}$

La longueur donne la valeur absolue du réel ; le sens donne son signe. Il faut les deux pour placer le point.

PIÈGES ANTICIPÉS

`5/2 / 2.5` → La valeur absolue est juste, pas le signe : les vecteurs sont de sens contraires, donc le réel est négatif.

`-2/5 / -0.4` → Tu as inversé la fraction. AM est plus long que AB : M est à plus d'un pas de A, et $|\alpha| = \frac{AM}{AB} = \frac{5}{2}$.

`-5` → 5 est la longueur AM en centimètres. Dans le repère (A, B), l'unité est la longueur $AB = 2$ centimètres : il faut diviser par 2.

EXERCICE 61 · DEFI

Changer de repère

La droite (AB) est munie du repère (A, B), et C est le point d'abscisse 3 dans ce repère. On munit maintenant la même droite du repère (A, C).

Déterminer l'abscisse de B dans le repère (A, C).

Écrire seulement le nombre, en valeur exacte : une fraction.

Réponse attendue : `1/3`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. L'abscisse de C dans le repère (A, B) donne le vecteur $\overrightarrow{AC}$ en fonction du vecteur $\overrightarrow{AB}$.
   $\overrightarrow{AC} = 3\,\overrightarrow{AB}$
2. Dans le repère (A, C), on cherche β tel que $\overrightarrow{AB} = \beta\,\overrightarrow{AC}$. Exprime le vecteur $\overrightarrow{AB}$ à partir de l'égalité précédente.

CORRECTION

L'abscisse de C —

$\overrightarrow{AC} = 3\,\overrightarrow{AB}$

Inverser — On multiplie les deux membres par $\frac{1}{3}$. En vecteurs :

$\overrightarrow{AB} = \frac{1}{3}\,\overrightarrow{AC}$

Par définition de l'abscisse dans le repère (A, C) :

$x_B = \frac{1}{3}$

Changer d'unité change l'abscisse : avec AC pour unité, trois fois plus longue que AB, le point B est au tiers du chemin de A vers C.

PIÈGES ANTICIPÉS

`3` → 3 est l'abscisse de C dans le repère (A, B). Dans le repère (A, C), l'unité est la longueur AC, trois fois plus longue : l'abscisse de B est plus petite que 1.

`-1/3 / -3` → B et C sont du même côté de A, puisque l'abscisse de C est positive : le réel cherché est positif.

`0.33 / 0.333 / 0.3333 / 0.3` → Ta valeur est approchée. On demande la valeur **exacte** : garde la fraction, sans l'arrondir.

EXERCICE 62 · BASE

Le signe dit le sens

A, B, C et D sont quatre points, avec $A \neq B$, qui vérifient l'égalité vectorielle $\overrightarrow{CD} = -\frac{2}{5}\overrightarrow{AB}$.

Les vecteurs $\overrightarrow{CD}$ et $\overrightarrow{AB}$ sont-ils de même sens ou de sens contraires ?

Répondre « même sens » ou « sens contraires ».

Réponse attendue : `sens contraires` — aussi acceptées : de sens contraires · ils sont de sens contraires · sens contraire · de sens contraire · contraires · contraire · sens opposé · de sens opposé · sens opposés · de sens opposés · opposés · opposé · pas le même sens · pas de même sens · ils ne sont pas de même sens

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Les deux vecteurs sont colinéaires : c'est le **signe** du réel qui dit leur sens.
2. Rappel du cours : dans l'égalité $\overrightarrow{CD} = \alpha\overrightarrow{AB}$, c'est le signe du réel α qui dit si les deux vecteurs vont dans le même sens ou non. Regarde le signe du réel ici.

CORRECTION

Colinéaires — Le vecteur $\overrightarrow{CD}$ est le produit du vecteur $\overrightarrow{AB}$ par le réel $-\frac{2}{5}$: ils sont colinéaires.

Le signe — Ce réel est strictement négatif : les vecteurs sont de sens contraires.

Réel strictement positif : même sens. Réel strictement négatif : sens contraires. La valeur $\frac{2}{5}$, elle, dit le rapport des longueurs.

PIÈGES ANTICIPÉS

`même sens / de même sens / ils sont de même sens` → Regarde le signe du réel : $-\frac{2}{5}$ est négatif. Un réel négatif retourne le vecteur.

EXERCICE 63 · BASE

Quatre fois plus long, même sens

Les vecteurs non nuls $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont colinéaires et de même sens, et $CD = 4 \times AB$.

Déterminer le réel k qui vérifie l'égalité vectorielle $\overrightarrow{CD} = k\overrightarrow{AB}$.

Donner la valeur de k.

Réponse attendue : 4

INDICES, DANS L'ORDRE

1. La valeur absolue de k est le rapport des longueurs, $\frac{CD}{AB}$. Le sens donne son signe.

---

2. Le sens donne le signe : même sens, donc $k > 0$. Et la longueur CD vaut combien de fois la longueur AB ?

CORRECTION

La longueur — $CD = |k| \times AB$, et $CD = 4 \times AB$.

$|k| = 4$

Le sens — Les vecteurs sont de même sens : k est positif.

$k = 4$

Pour trouver le réel entre deux vecteurs colinéaires, on lit son signe sur le sens, et sa valeur absolue sur le rapport des longueurs.

PIÈGES ANTICIPÉS

`-4` → Les vecteurs sont de **même** sens : le réel est positif.

`1/4 / 0.25` → Tu as renversé le rapport : CD est quatre fois plus long que AB, donc le vecteur $\overrightarrow{CD}$ vaut quatre fois le vecteur $\overrightarrow{AB}$.

EXERCICE 64 · BASE **Trois fois plus court, sens contraire**

Les vecteurs non nuls $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{EF}$ sont colinéaires et de sens contraires, et EF est le tiers de AB.

Déterminer le réel k qui vérifie l'égalité vectorielle $\overrightarrow{EF} = k\,\overrightarrow{AB}$.

Donner la valeur exacte de k.

Réponse attendue : `-1/3`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Le sens donne le signe de k, et le rapport des longueurs $\frac{EF}{AB}$ donne sa valeur absolue.
2. Sens contraires : k est négatif. Et la longueur EF vaut quelle fraction de la longueur AB ?

CORRECTION

La longueur — $EF = |k| \times AB$, et EF est le tiers de AB.

$|k| = \frac{1}{3}$

Le sens — Les vecteurs sont de sens contraires : k est négatif.

$k = -\frac{1}{3}$

$k = -\frac{1}{3}$: le signe pour le sens, la valeur absolue pour les longueurs.

PIÈGES ANTICIPÉS

`1/3` → La longueur est juste, pas le sens : des vecteurs de sens contraires, c'est un réel négatif.

`-3` → Tu as renversé le rapport : c'est le vecteur $\overrightarrow{AB}$ qui vaut -3 fois le vecteur $\overrightarrow{EF}$. Le vecteur $\overrightarrow{EF}$ est le plus court.

`-0.33 / -0.333 / -0.3333 / -0.3` → Ta valeur est approchée. On demande la valeur **exacte** : garde la fraction, sans l'arrondir.

EXERCICE 65 · PRATIQUE

Les bases du trapèze

$ABCD$ est un trapèze de bases $[AB]$ et $[CD]$, avec $AB = 6$ centimètres et $CD = 4$ centimètres. Les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{DC}$ sont de même sens.

Déterminer le réel k qui vérifie l'égalité vectorielle $\overrightarrow{CD} = k\,\overrightarrow{AB}$.

Donner la valeur exacte de k.

Réponse attendue : `-2/3`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Les bases d'un trapèze sont parallèles : les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont colinéaires.
2. On te dit que les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{DC}$ sont de même sens. Et le vecteur $\overrightarrow{CD}$?

CORRECTION

Le rapport — Les bases sont parallèles, et $\frac{CD}{AB} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$.
$|k| = \frac{2}{3}$

Le sens — Le vecteur $\overrightarrow{DC}$ a le sens du vecteur $\overrightarrow{AB}$; le vecteur $\overrightarrow{CD}$, son opposé, a le sens contraire.
$\overrightarrow{CD} = -\frac{2}{3}\,\overrightarrow{AB}$

Dans un trapèze $ABCD$, on parcourt les bases en sens contraires : le vecteur $\overrightarrow{DC}$ vaut $\frac{2}{3}$ fois le vecteur $\overrightarrow{AB}$, et le vecteur $\overrightarrow{CD}$ en vaut $-\frac{2}{3}$.

PIÈGES ANTICIPÉS

`2/3` → C'est le vecteur $\overrightarrow{DC}$ qui a le sens du vecteur $\overrightarrow{AB}$. Le vecteur $\overrightarrow{CD}$ est son opposé : le signe change.

`-3/2` / `-1.5` → Tu as renversé le rapport : CD est plus court que AB, donc $|k|$ est plus petit que 1.

`-0.67` / `-0.667` / `-0.6667` / `-0.66` / `-0.7` → Ta valeur est approchée. On demande la valeur **exacte** : garde la fraction, sans l'arrondir.

EXERCICE 66 · PRATIQUE

La droite des milieux

ABC est un triangle, I est le milieu de $[AB]$ et J est le milieu de $[AC]$.

Déterminer le réel k qui vérifie l'égalité vectorielle $\overrightarrow{IJ} = k\,\overrightarrow{BC}$.

Donner la valeur de k.

Réponse attendue : `1/2` — aussi acceptées : 0.5

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Passe par A avec Chasles, puis utilise les milieux.
   $\overrightarrow{IJ} = \overrightarrow{IA} + \overrightarrow{AJ}$

2. Le vecteur $\overrightarrow{IA}$ est la moitié du vecteur $\overrightarrow{BA}$, et le vecteur $\overrightarrow{AJ}$ la moitié du vecteur $\overrightarrow{AC}$.

CORRECTION

Chasles —

$$\overrightarrow{IJ} = \overrightarrow{IA} + \overrightarrow{AJ}$$

Les milieux —

$$\overrightarrow{IJ} = \frac{1}{2}\overrightarrow{BA} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} = \frac{1}{2}\left(\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AC}\right)$$

Chasles —

$$\overrightarrow{IJ} = \frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$$

On retrouve en vecteurs le théorème des milieux : la droite (IJ) est parallèle à (BC), et $IJ = \frac{1}{2}BC$, les vecteurs étant de même sens.

PIÈGES ANTICIPÉS

`2` → Tu as renversé le rapport : c'est le vecteur $\overrightarrow{BC}$ qui vaut deux fois le vecteur $\overrightarrow{IJ}$.

`-1/2` / `-0.5` → Les vecteurs $\overrightarrow{IJ}$ et $\overrightarrow{BC}$ sont de **même** sens : I est du côté de B et J du côté de C.

EXERCICE 67 · PRATIQUE

Dans l'autre sens

ABC est un triangle, I est le milieu de $[AB]$ et J est le milieu de $[AC]$.

Déterminer le réel k qui vérifie l'égalité vectorielle $\overrightarrow{CB} = k\,\overrightarrow{IJ}$.

Donner la valeur de k.

Réponse attendue : `-2`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Commence par comparer les vecteurs $\overrightarrow{IJ}$ et $\overrightarrow{BC}$: théorème des milieux, ou Chasles en passant par A.
2. Le vecteur $\overrightarrow{BC}$ vaut deux fois le vecteur $\overrightarrow{IJ}$. Le vecteur $\overrightarrow{CB}$ en est l'opposé.

CORRECTION

Les milieux — Comme dans le théorème des milieux, en vecteurs :

$$\overrightarrow{BC} = 2\,\overrightarrow{IJ}$$

L'opposé — Le vecteur $\overrightarrow{CB}$ est l'opposé du vecteur $\overrightarrow{BC}$. En vecteurs :

$$\overrightarrow{CB} = -2\,\overrightarrow{IJ}$$

$k = -2$. Retourner un vecteur change le signe du réel ; inverser l'égalité inverse le réel.

PIÈGES ANTICIPÉS

`2` → C'est le vecteur $\overrightarrow{BC}$ qui vaut deux fois le vecteur $\overrightarrow{IJ}$. Le vecteur $\overrightarrow{CB}$ va dans l'autre sens : le signe change.

`-1/2` / `-0.5` → Tu as renversé le rapport : CB est le **double** de IJ.

EXERCICE 68 · PRATIQUE

L'hexagone régulier

$ABCDEF$ est un hexagone régulier de centre O : les six triangles OAB, OBC, OCD, ODE, OEF et OFA sont équilatéraux.

Déterminer le réel k qui vérifie l'égalité vectorielle $\overrightarrow{AD} = k\,\overrightarrow{BC}$.

Donner la valeur de k.

Réponse attendue : 2

INDICES, DANS L'ORDRE

1. O est le milieu de la grande diagonale $[AD]$: le vecteur $\overrightarrow{AD}$ vaut deux fois le vecteur $\overrightarrow{AO}$.
2. Les triangles OAB et OBC sont équilatéraux : le quadrilatère $ABCO$ est un losange. Quel vecteur est égal au vecteur $\overrightarrow{AO}$?

CORRECTION

Le losange — $AB = BC = CO = OA$: $ABCO$ est un losange, donc un parallélogramme. Ses côtés opposés $[AO]$ et $[BC]$ donnent, en vecteurs :

$\overrightarrow{AO} = \overrightarrow{BC}$

Le centre — O est le milieu de $[AD]$. En vecteurs :

$\overrightarrow{AD} = 2\,\overrightarrow{AO} = 2\,\overrightarrow{BC}$

$k = 2$: la grande diagonale $[AD]$ est parallèle au côté $[BC]$, deux fois plus longue, et de même sens.

PIÈGES ANTICIPÉS

`-2` → Les vecteurs $\overrightarrow{AD}$ et $\overrightarrow{BC}$ sont de même sens : le vecteur $\overrightarrow{BC}$ est égal au vecteur $\overrightarrow{AO}$, qui va de A vers D.

`1/2` / `0.5` → Tu as renversé le rapport : la diagonale $[AD]$ est plus longue que le côté $[BC]$.

EXERCICE 69 · RAISONNEMENT

Une parallèle dans le triangle

ABC est un triangle tel que $AB = 5$ centimètres. Le point M est sur le segment $[AB]$, avec $AM = 2$ centimètres, et la parallèle à (BC) passant par M coupe $[AC]$ en N.

Déterminer le réel k qui vérifie l'égalité vectorielle $\overrightarrow{MN} = k\,\overrightarrow{BC}$.

Donner la valeur de k.

Réponse attendue : 2/5 — aussi acceptées : 0.4

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Les droites (MN) et (BC) sont parallèles : les vecteurs $\overrightarrow{MN}$ et $\overrightarrow{BC}$ sont colinéaires. Reste à trouver le rapport des longueurs et le sens.
2. Le théorème de Thalès dans le triangle ABC donne le rapport.

$\frac{MN}{BC} = \frac{AM}{AB}$

CORRECTION

Colinéaires — (MN) est parallèle à (BC) : les vecteurs $\overrightarrow{MN}$ et $\overrightarrow{BC}$ sont colinéaires.

Thalès — Dans le triangle ABC, avec M sur $[AB]$ et N sur $[AC]$:
$\frac{MN}{BC} = \frac{AM}{AB} = \frac{2}{5}$

Le sens — M est du côté de B et N du côté de C : les vecteurs sont de même sens.
$\overrightarrow{MN} = \frac{2}{5}\overrightarrow{BC}$

Parallélisme, Thalès et sens : les trois ingrédients pour écrire un vecteur comme multiple d'un autre.

PIÈGES ANTICIPÉS

`5/2 / 2.5` → Tu as renversé le rapport : MN est plus court que BC, puisque M est entre A et B.

`-2/5 / -0.4` → M est sur $[AB]$ et N sur $[AC]$, du même côté de A : les vecteurs $\overrightarrow{MN}$ et $\overrightarrow{BC}$ sont de même sens.

`2/3` → Le rapport de Thalès compare AM à AB tout entier, pas à MB : $\frac{AM}{AB} = \frac{2}{5}$.

EXERCICE 70 · RAISONNEMENT

Deux réductions de même rapport

ABC est un triangle. Les points M et N vérifient les égalités vectorielles $\overrightarrow{AM} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AN} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$.

Déterminer le réel k qui vérifie l'égalité vectorielle $\overrightarrow{MN} = k\,\overrightarrow{BC}$.

Donner la valeur exacte de k.

Réponse attendue : `2/3`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Passe par A avec Chasles.
   $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{AN}$
2. Le vecteur $\overrightarrow{MA}$ est l'opposé du vecteur $\overrightarrow{AM}$: il vaut $\frac{2}{3}$ fois le vecteur $\overrightarrow{BA}$. Mets ensuite $\frac{2}{3}$ en facteur.

CORRECTION

Chasles —
$\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{AN} = \frac{2}{3}\overrightarrow{BA} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$

Factoriser —
$\overrightarrow{MN} = \frac{2}{3}\left(\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AC}\right) = \frac{2}{3}\overrightarrow{BC}$

$k = \frac{2}{3}$: les droites (MN) et (BC) sont parallèles. C'est la réciproque de Thalès, démontrée avec les vecteurs.

PIÈGES ANTICIPÉS

`4/3` → Tu as ajouté les deux coefficients. Mets plutôt $\frac{2}{3}$ en **facteur** : la parenthèse se simplifie avec Chasles.

`-2/3` → Les vecteurs $\overrightarrow{MN}$ et $\overrightarrow{BC}$ sont de même sens : le coefficient $\frac{2}{3}$ est positif.

`0.67` / `0.667` / `0.6667` / `0.66` / `0.7` → Ta valeur est approchée. On demande la valeur **exacte** : garde la fraction, sans l'arrondir.

EXERCICE 71 · RAISONNEMENT

Deux agrandissements

ABC est un triangle. Les points E et F vérifient les égalités vectorielles $\overrightarrow{AE} = 2\,\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AF} = 2\,\overrightarrow{AC}$.

Déterminer le réel k qui vérifie l'égalité vectorielle $\overrightarrow{EF} = k\,\overrightarrow{CB}$.

Donner la valeur de k.

Réponse attendue : -2

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Passe par A avec Chasles, puis mets 2 en facteur.
   $\overrightarrow{EF} = \overrightarrow{EA} + \overrightarrow{AF}$
2. Tu trouves le vecteur $\overrightarrow{EF}$ en fonction du vecteur $\overrightarrow{BC}$. Attention : on le demande en fonction du vecteur $\overrightarrow{CB}$.

CORRECTION

Chasles —
$\overrightarrow{EF} = \overrightarrow{EA} + \overrightarrow{AF} = 2\,\overrightarrow{BA} + 2\,\overrightarrow{AC} = 2\left(\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AC}\right)$

Factoriser —
$\overrightarrow{EF} = 2\,\overrightarrow{BC}$

L'opposé — Le vecteur $\overrightarrow{BC}$ est l'opposé du vecteur $\overrightarrow{CB}$. En vecteurs :
$\overrightarrow{EF} = -2\,\overrightarrow{CB}$

$k = -2$. Lis bien quel vecteur est demandé : retourner le vecteur de référence change le signe.

PIÈGES ANTICIPÉS

`2` → Le vecteur $\overrightarrow{EF}$ vaut 2 fois le vecteur $\overrightarrow{BC}$. On le demande en fonction du vecteur $\overrightarrow{CB}$, l'opposé : le signe change.

`-1/2` / `-0.5` → Tu as renversé l'égalité : EF est le double de CB.

EXERCICE 72 · DEFI

Deux points construits

ABC est un triangle. Les points E et F vérifient les égalités vectorielles $\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{AB} + 2\,\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{AF} = 3\,\overrightarrow{AB}$.

Déterminer le réel k qui vérifie l'égalité vectorielle $\overrightarrow{EF} = k\,\overrightarrow{BC}$.

Donner la valeur de k.

Réponse attendue : -2

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Passe par A : le vecteur $\overrightarrow{EF}$ est la somme du vecteur $\overrightarrow{EA}$ et du vecteur $\overrightarrow{AF}$, et $\overrightarrow{EA} = -\overrightarrow{AE}$.
2. Tu obtiens $2\,\overrightarrow{AB} - 2\,\overrightarrow{AC}$. Mets 2 en facteur, et regarde la parenthèse avec les opposés.

CORRECTION

Chasles —

$$\overrightarrow{EF} = \overrightarrow{EA} + \overrightarrow{AF} = -\overrightarrow{AB} - 2\,\overrightarrow{AC} + 3\,\overrightarrow{AB}$$

Réduire —

$$\overrightarrow{EF} = 2\,\overrightarrow{AB} - 2\,\overrightarrow{AC} = 2\left(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CA}\right)$$

Chasles — Dans la parenthèse, on range : $\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CB}$.

$$\overrightarrow{EF} = 2\,\overrightarrow{CB} = -2\,\overrightarrow{BC}$$

$k = -2$: les droites (EF) et (BC) sont parallèles. On a utilisé l'égalité $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{CB}$, à retenir.

PIÈGES ANTICIPÉS

2 → Attention au sens : $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}$ est le vecteur $\overrightarrow{CB}$, et non le vecteur $\overrightarrow{BC}$.

EXERCICE 73 · DEFI **Le réel qui rend parallèle**

ABC est un triangle, et m est un réel non nul. Les points M et N vérifient les égalités vectorielles $\overrightarrow{AM} = m\,\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AN} = -2\,\overrightarrow{AC}$.

Pour quelle valeur de m les droites (MN) et (BC) sont-elles parallèles ?

Donner la valeur de m.

Réponse attendue : -2

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Écris le vecteur $\overrightarrow{MN}$ en passant par A, avec les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$.
   $\overrightarrow{MN} = -m\,\overrightarrow{AB} - 2\,\overrightarrow{AC}$
2. Si m vaut -2, peux-tu mettre un réel en facteur et faire apparaître le vecteur $\overrightarrow{BC}$? Et sinon, que dit Thalès sur les rapports $\frac{AM}{AB}$ et $\frac{AN}{AC}$?

CORRECTION

Chasles —
$\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{AN} = -m\,\overrightarrow{AB} - 2\,\overrightarrow{AC}$

La valeur — Avec $m = -2$, on peut mettre -2 en facteur. En vecteurs :
$\overrightarrow{MN} = 2\,\overrightarrow{AB} - 2\,\overrightarrow{AC} = -2\left(\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BA}\right) = -2\,\overrightarrow{BC}$

Unicité — Réciproquement, si (MN) est parallèle à (BC), Thalès donne $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = 2$, donc $|m| = 2$; et M doit être, comme N, de l'autre côté de A : $m < 0$.
$m = -2$

Pour $m = -2$, le vecteur $\overrightarrow{MN}$ vaut -2 fois le vecteur $\overrightarrow{BC}$: c'est une configuration « papillon », où M et N sont de l'autre côté de A.

PIÈGES ANTICIPÉS

`2` → Avec $m = 2$, M serait du côté de B et N de l'autre côté de A : la droite (MN) couperait (BC). M doit être du même côté que N.

`-1/2 / -0.5` → Le rapport doit être le même pour les deux points : N est à deux fois AC de A, donc M à deux fois AB, et non à la moitié.

EXERCICE 74 · BASE

Deux droites

A, B, C et D sont quatre points distincts, et C n'est pas sur la droite (AB). Ils vérifient l'égalité vectorielle $\overrightarrow{CD} = -4\,\overrightarrow{AB}$.

Quelle est la position relative des droites (AB) et (CD) ?

Répondre en un mot.

Réponse attendue : `parallèles` — aussi acceptées : elles sont parallèles · les droites sont parallèles · parallèle · strictement parallèles · elles sont strictement parallèles

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Les vecteurs $\overrightarrow{CD}$ et $\overrightarrow{AB}$ sont colinéaires et non nuls. Que dit le cours sur les droites qui les portent ?
2. Le signe du réel ne change pas la direction du vecteur. Et comme C n'est pas sur la droite (AB), les deux droites peuvent-elles être confondues ?

CORRECTION

Colinéaires — Le vecteur $\overrightarrow{CD}$ est le produit du vecteur $\overrightarrow{AB}$ par le réel non nul -4 : ils sont colinéaires.

Le théorème — Deux vecteurs non nuls colinéaires portent des droites parallèles. Comme C n'est pas sur (AB), elles ne sont pas confondues.

Le signe $-$ dit seulement que les vecteurs sont de sens contraires : les droites, elles, sont parallèles quel que soit le signe du réel.

PIÈGES ANTICIPÉS

`sécantes / elles sont sécantes` → Des droites sécantes ont des directions différentes. Ici les vecteurs sont colinéaires : ils ont la même direction.

`perpendiculaires / elles sont perpendiculaires` → Le signe — ne fait pas tourner le vecteur : il le retourne. Les vecteurs restent sur la même direction, et les droites sont parallèles.

EXERCICE 75 · BASE

Trois points

A et B sont deux points distincts, et le point M vérifie l'égalité vectorielle $\overrightarrow{AM} = \frac{5}{2}\,\overrightarrow{AB}$.

Les points A, B et M sont-ils alignés ?

Répondre par oui ou par non.

Réponse attendue : `oui` — aussi acceptées : oui ils sont alignés · oui, ils sont alignés · alignés · ils sont alignés · oui alignés

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Les vecteurs $\overrightarrow{AM}$ et $\overrightarrow{AB}$ sont colinéaires, et ils ont la même origine A.
2. Le cours relie l'égalité $\overrightarrow{AM} = \alpha\,\overrightarrow{AB}$ à la position du point M : où se trouve le point d'abscisse α du repère (A, B) ?

CORRECTION

Colinéaires — Le vecteur $\overrightarrow{AM}$ est le produit du vecteur $\overrightarrow{AB}$ par un réel : ils sont colinéaires.

Même origine — Deux vecteurs colinéaires de **même origine** donnent des points alignés : les droites (AM) et (AB) sont parallèles et ont le point A en commun, elles sont confondues.

Les points sont alignés, et M est même placé : d'abscisse $\frac{5}{2}$ dans le repère (A, B), au-delà de B.

PIÈGES ANTICIPÉS

`non / non alignés / ils ne sont pas alignés` → Le vecteur $\overrightarrow{AM}$ est un multiple du vecteur $\overrightarrow{AB}$, et les deux partent de A : par définition du produit, M est sur la droite (AB).

EXERCICE 76 · PRATIQUE

La longueur du vecteur parallèle

A, B, C et D sont quatre points qui vérifient l'égalité vectorielle $\overrightarrow{CD} = -\frac{3}{5}\,\overrightarrow{AB}$, avec $AB = 7{,}5$ centimètres.

Calculer la longueur CD.

Donner CD en centimètres, sans écrire l'unité.

Réponse attendue : `9/2` — aussi acceptées : 4.5

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Le théorème du cours donne, en plus du parallélisme, une relation entre les longueurs.
   $CD = |\alpha| \times AB$
2. Ici $|\alpha| = \frac{3}{5}$: calcule les trois cinquièmes de $7{,}5$.

CORRECTION

Les longueurs — Avec $\alpha = -\frac{3}{5}$, on a $|\alpha| = \frac{3}{5}$.

$CD = \frac{3}{5} \times 7{,}5$

$CD = 4{,}5 \text{ centimètres}$

Les droites (AB) et (CD) sont parallèles, et $CD = |\alpha| \times AB$: la valeur absolue efface le signe.

PIÈGES ANTICIPÉS

`-9/2 / -4.5` → Une longueur n'est jamais négative : on multiplie AB par la valeur absolue du réel.

`25/2 / 12.5` → Tu as divisé $7{,}5$ par $\frac{3}{5}$. On **multiplie** : CD est plus court que AB.

EXERCICE 77 · PRATIQUE

Un point au-delà de B

A et B sont deux points distincts, et le point M vérifie l'égalité vectorielle $\overrightarrow{BM} = 2\,\overrightarrow{AB}$.

Déterminer le réel k qui vérifie l'égalité vectorielle $\overrightarrow{AM} = k\,\overrightarrow{AB}$.

Donner la valeur de k.

Réponse attendue : 3

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Coupe le vecteur $\overrightarrow{AM}$ en B avec Chasles.
   $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BM}$
2. Remplace le vecteur $\overrightarrow{BM}$ par $2\,\overrightarrow{AB}$, puis compte combien de fois le vecteur $\overrightarrow{AB}$ apparaît.

CORRECTION

Chasles —

$\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BM} = \overrightarrow{AB} + 2\,\overrightarrow{AB}$

$\overrightarrow{AM} = 3\,\overrightarrow{AB}$

$k = 3$: les vecteurs $\overrightarrow{AM}$ et $\overrightarrow{AB}$ sont colinéaires et de même origine, donc A, B et M sont alignés ; M a pour abscisse 3 dans le repère (A, B).

PIÈGES ANTICIPÉS

`2` → 2 est le réel qui donne le vecteur $\overrightarrow{BM}$, qui part de B. Le vecteur $\overrightarrow{AM}$ part de A : ajoute d'abord le chemin de A à B.

`1` → Les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{BM}$ sont de même sens : on avance d'un pas, puis de deux pas. Les réels s'ajoutent.

EXERCICE 78 · PRATIQUE

De l'autre côté de A

A et B sont deux points tels que $AB = 6$ centimètres, et le point M vérifie l'égalité vectorielle $\overrightarrow{AM} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$.

Calculer la longueur BM.

Donner BM en centimètres, sans écrire l'unité.

Réponse attendue : 9

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Les points A, B, M sont alignés. Le réel est négatif : de quel côté de A se trouve M ?
2. M est de l'autre côté de A par rapport à B, à 3 centimètres de A. A est donc entre M et B.

CORRECTION

Le point M — $AM = \frac{1}{2} \times 6 = 3$ centimètres, et le réel est négatif : M est du côté opposé à B par rapport à A.

La longueur — A est entre M et B.

$BM = BA + AM = 6 + 3 = 9$

En vecteurs : $\overrightarrow{BM} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AM} = -\overrightarrow{AB} - \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} = -\frac{3}{2}\overrightarrow{AB}$, et $BM = \frac{3}{2} \times 6 = 9$ centimètres.

PIÈGES ANTICIPÉS

3 → 3 centimètres, c'est la longueur AM ; et si tu as calculé $6 - 3$, tu as placé M entre A et B. Le réel négatif place M de l'**autre** côté de A.

EXERCICE 79 · RAISONNEMENT

La diagonale passe par le milieu

ABC est un triangle, I est le milieu de $[BC]$, et D est le point qui vérifie l'égalité vectorielle $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$.

Déterminer le réel k qui vérifie l'égalité vectorielle $\overrightarrow{AD} = k\,\overrightarrow{AI}$.

Donner la valeur de k.

Réponse attendue : 2

INDICES, DANS L'ORDRE

1. I est le milieu de $[BC]$: la propriété du milieu, appliquée au point A, donne la somme des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$.
2. Pour tout point M, si I est le milieu de $[BC]$:
   $\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = 2\,\overrightarrow{MI}$

CORRECTION

Le milieu — On applique la propriété du milieu avec $M = A$. En vecteurs :

$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = 2\,\overrightarrow{AI}$

$\overrightarrow{AD} = 2\,\overrightarrow{AI}$

$k = 2$: A, I et D sont alignés, et I est le milieu de $[AD]$. On retrouve que les diagonales du parallélogramme $ABDC$ se coupent en leur milieu.

PIÈGES ANTICIPÉS

`1/2 / 0.5` → Tu as renversé le rapport : c'est le vecteur $\overrightarrow{AI}$ qui vaut la moitié du vecteur $\overrightarrow{AD}$.

`1` → La somme des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ vaut **deux fois** le vecteur $\overrightarrow{AI}$: I n'est que le milieu de la diagonale $[AD]$.

EXERCICE 80 · RAISONNEMENT

Deux points sur deux côtés

$ABCD$ est un parallélogramme. Les points E et F vérifient les égalités vectorielles $\overrightarrow{AE} = 3\,\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{DF} = 3\,\overrightarrow{DC}$.

Déterminer le réel k qui vérifie l'égalité vectorielle $\overrightarrow{EF} = k\,\overrightarrow{BC}$.

Donner la valeur de k.

Réponse attendue : 1

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Coupe le vecteur $\overrightarrow{EF}$ en passant par A puis par D.
   $\overrightarrow{EF} = \overrightarrow{EA} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DF}$
2. Dans le parallélogramme, le vecteur $\overrightarrow{DC}$ est égal au vecteur $\overrightarrow{AB}$, et le vecteur $\overrightarrow{AD}$ au vecteur $\overrightarrow{BC}$.

CORRECTION

Chasles —
$\overrightarrow{EF} = \overrightarrow{EA} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DF} = -3\,\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + 3\,\overrightarrow{DC}$

Le parallélogramme — $\overrightarrow{DC} = \overrightarrow{AB}$: les termes en $\overrightarrow{AB}$ s'annulent. Et $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$.
$\overrightarrow{EF} = \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$

$k = 1$: le vecteur $\overrightarrow{EF}$ est égal au vecteur $\overrightarrow{BC}$, donc $BCFE$ est un parallélogramme, et (EF) est parallèle à (BC).

PIÈGES ANTICIPÉS

`3` → Le facteur 3 apparaît deux fois, avec des signes contraires : $-3\,\overrightarrow{AB}$ (dans le vecteur $\overrightarrow{EA}$) et $3\,\overrightarrow{DC} = 3\,\overrightarrow{AB}$. Ils s'annulent.

`-1` → Le vecteur $\overrightarrow{AD}$ est égal au vecteur $\overrightarrow{BC}$ dans le parallélogramme $ABCD$, pas à son opposé.

EXERCICE 81 · RAISONNEMENT

Deux points sur la droite (AB)

A et B sont deux points distincts. Les points E et F vérifient les égalités vectorielles $\overrightarrow{BE} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AF} = -\overrightarrow{AB}$.

Déterminer le réel k qui vérifie l'égalité vectorielle $\overrightarrow{EF} = k\,\overrightarrow{AB}$.

Donner la valeur de k.

Réponse attendue : `-5/2` — aussi acceptées : -2.5

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Écris d'abord le vecteur $\overrightarrow{AE}$ en fonction du vecteur $\overrightarrow{AB}$, en passant par B.
2. Puis coupe le vecteur $\overrightarrow{EF}$ en A.
   $\overrightarrow{EF} = \overrightarrow{EA} + \overrightarrow{AF}$

CORRECTION

Le point E —

$\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BE} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AB}$

Chasles —

$\overrightarrow{EF} = \overrightarrow{EA} + \overrightarrow{AF} = -\frac{3}{2}\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AB}$

$\overrightarrow{EF} = -\frac{5}{2}\overrightarrow{AB}$

Dans le repère (A, B), E a pour abscisse $\frac{3}{2}$ et F a pour abscisse -1 : le vecteur $\overrightarrow{EF}$ vaut $\left(-1 - \frac{3}{2}\right)$ fois le vecteur $\overrightarrow{AB}$.

PIÈGES ANTICIPÉS

`5/2 / 2.5` → On va de E, au-delà de B, vers F, de l'autre côté de A : c'est le sens contraire du vecteur $\overrightarrow{AB}$.

`-3/2 / -1.5` → Le vecteur $\overrightarrow{BE}$ part de B, pas de A : le vecteur $\overrightarrow{AE}$ vaut $\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AB}$.

EXERCICE 82 · DEFI

Trois points alignés

ABC est un triangle, et P, Q sont les milieux respectifs des côtés $[AB]$ et $[AC]$. Les points I et J vérifient les égalités vectorielles $\overrightarrow{PQ} = 3\,\overrightarrow{AI}$ et $\overrightarrow{AJ} = \frac{2}{3}\,\overrightarrow{CB}$.

Déterminer le réel k qui vérifie l'égalité vectorielle $\overrightarrow{AJ} = k\,\overrightarrow{AI}$.

Donner la valeur de k.

Réponse attendue : -4

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Écris les deux vecteurs $\overrightarrow{AI}$ et $\overrightarrow{AJ}$ en fonction du même vecteur $\overrightarrow{BC}$.
2. Théorème des milieux dans le triangle ABC :

$\overrightarrow{PQ} = \frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$

3. Le vecteur $\overrightarrow{AI}$ est le tiers du vecteur $\overrightarrow{PQ}$; le vecteur $\overrightarrow{CB}$ est l'opposé du vecteur $\overrightarrow{BC}$.

CORRECTION

Le vecteur AI — Par le théorème des milieux, $\overrightarrow{PQ} = \frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$, donc :

$\overrightarrow{AI} = \frac{1}{3}\overrightarrow{PQ} = \frac{1}{6}\overrightarrow{BC}$

Le vecteur AJ —

$\overrightarrow{AJ} = \frac{2}{3}\overrightarrow{CB} = -\frac{2}{3}\overrightarrow{BC}$

Comparer — $-\frac{2}{3}$ vaut -4 fois $\frac{1}{6}$. En vecteurs :

$\overrightarrow{AJ} = -4\overrightarrow{AI}$

$k = -4$: les vecteurs $\overrightarrow{AJ}$ et $\overrightarrow{AI}$ sont colinéaires et de même origine, donc I, A et J sont alignés, avec A entre I et J.

PIÈGES ANTICIPÉS

`4` → Le vecteur $\overrightarrow{AJ}$ est dirigé comme le vecteur $\overrightarrow{CB}$, et le vecteur $\overrightarrow{AI}$ comme le vecteur $\overrightarrow{BC}$: ils sont de sens contraires.

`-1/4` / `-0.25` → Tu as renversé l'égalité : c'est le vecteur $\overrightarrow{AI}$ qui vaut $-\frac{1}{4}$ du vecteur $\overrightarrow{AJ}$.

`-2` → Le vecteur $\overrightarrow{PQ}$ n'est pas égal au vecteur $\overrightarrow{BC}$: par le théorème des milieux, il en est la **moitié**.

EXERCICE 83 · DEFI

Une parallèle dans le parallélogramme

$ABCD$ est un parallélogramme de centre O. K est le milieu de $[BC]$ et J est le milieu de $[CD]$. Le point M vérifie $\overrightarrow{OM} = \frac{2}{5}\overrightarrow{OK}$, et la parallèle à la droite (KJ) passant par M coupe la droite (OJ) en H.

Déterminer le réel k qui vérifie l'égalité vectorielle $\overrightarrow{HM} = k\overrightarrow{DB}$.

Donner la valeur de k.

Réponse attendue : `1/5` — aussi acceptées : 0.2

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Dans le triangle OKJ, la droite (MH) est parallèle au côté (KJ) : Thalès donne le vecteur $\overrightarrow{HM}$ en fonction du vecteur $\overrightarrow{JK}$.
2. Puis compare les vecteurs $\overrightarrow{JK}$ et $\overrightarrow{DB}$: K et J sont les milieux de deux côtés du triangle CDB.

CORRECTION

Thalès — Dans le triangle OKJ, M est sur $[OK]$ avec $\frac{OM}{OK} = \frac{2}{5}$, et (MH) est parallèle à (KJ). Les vecteurs $\overrightarrow{HM}$ et $\overrightarrow{JK}$ sont de même sens. En vecteurs :

$\overrightarrow{HM} = \frac{2}{5}\overrightarrow{JK}$

Les milieux — Dans le triangle CDB, J est le milieu de $[CD]$ et K celui de $[CB]$. Par le théorème des milieux, en vecteurs :

$\overrightarrow{JK} = \frac{1}{2}\overrightarrow{DB}$

$\overrightarrow{HM} = \frac{2}{5} \times \frac{1}{2}\overrightarrow{DB} = \frac{1}{5}\overrightarrow{DB}$

$k = \frac{1}{5}$: les droites (HM) et (DB) sont parallèles. On enchaîne deux rapports, Thalès puis les milieux, et les réels se multiplient.

PIÈGES ANTICIPÉS

`2/5 / 0.4` → Le vecteur $\overrightarrow{HM}$ vaut $\frac{2}{5}$ du vecteur $\overrightarrow{JK}$. Mais le vecteur $\overrightarrow{JK}$ n'est que la **moitié** du vecteur $\overrightarrow{DB}$.

`-1/5 / -0.2` → Les vecteurs $\overrightarrow{JK}$ et $\overrightarrow{DB}$ sont de même sens : J est du côté de D et K du côté de B. Et le vecteur $\overrightarrow{HM}$ a le sens du vecteur $\overrightarrow{JK}$.

`9/10 / 0.9` → Tu as ajouté les deux rapports. Le vecteur $\overrightarrow{HM}$ vaut $\frac{2}{5}$ d'un vecteur qui vaut lui-même $\frac{1}{2}$ du vecteur $\overrightarrow{DB}$: les réels se **multiplient**.

EXERCICE 84 · BASE

Le double du demi-segment

I est le milieu du segment $[AB]$. Déterminer le réel k qui vérifie l'égalité vectorielle $\overrightarrow{AB} = k\,\overrightarrow{AI}$.

Donner la valeur de k.

Réponse attendue : 2

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Le vecteur $\overrightarrow{AI}$ va de A vers B, et s'arrête à mi-chemin.
2. Le vecteur $\overrightarrow{IB}$ est égal au vecteur $\overrightarrow{AI}$. Coupe le vecteur $\overrightarrow{AB}$ en I avec Chasles.

   $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AI} + \overrightarrow{IB}$

CORRECTION

Le milieu — I est le milieu de $[AB]$: les vecteurs $\overrightarrow{AI}$ et $\overrightarrow{IB}$ sont égaux. En vecteurs :

$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AI} + \overrightarrow{IB} = 2\,\overrightarrow{AI}$

I est le milieu de $[AB]$ si et seulement si $\overrightarrow{AB} = 2\,\overrightarrow{AI}$.

PIÈGES ANTICIPÉS

`1/2 / 0.5` → Tu as renversé l'égalité : c'est le vecteur $\overrightarrow{AI}$ qui est la moitié du vecteur $\overrightarrow{AB}$.

EXERCICE 85 · BASE

Depuis B vers le milieu

I est le milieu du segment $[AB]$. Déterminer le réel k qui vérifie l'égalité vectorielle $\overrightarrow{BI} = k\,\overrightarrow{AB}$.

Donner la valeur de k.

Réponse attendue : `-1/2` — aussi acceptées : -0.5

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Le vecteur $\overrightarrow{BI}$ a pour longueur la moitié de AB. Va-t-il dans le sens de A vers B ?
2. Le vecteur $\overrightarrow{BI}$ est la moitié du vecteur $\overrightarrow{BA}$. Et le vecteur $\overrightarrow{BA}$, comment s'écrit-il avec le vecteur $\overrightarrow{AB}$?

CORRECTION

Le milieu — Le vecteur $\overrightarrow{BI}$ est la moitié du vecteur $\overrightarrow{BA}$. En vecteurs :

$$\overrightarrow{BI} = \frac{1}{2}\overrightarrow{BA}$$

L'opposé —

$$\overrightarrow{BI} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$$

Le vecteur $\overrightarrow{BI}$ va de B vers A : il est de sens contraire au vecteur $\overrightarrow{AB}$, d'où le signe $-$.

PIÈGES ANTICIPÉS

`1/2 / 0.5` → La longueur est juste, pas le sens : le vecteur $\overrightarrow{BI}$ va de B vers A.

`-2` → Tu as renversé l'égalité : BI est plus court que AB.

EXERCICE 86 · BASE

Depuis un point quelconque

I est le milieu du segment $[AB]$, et M est un point quelconque du plan. Déterminer le réel k qui vérifie l'égalité vectorielle $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = k\,\overrightarrow{MI}$.

Donner la valeur de k.

Réponse attendue : 2

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Insère le point I dans chacun des deux vecteurs avec Chasles.
   $\overrightarrow{MA} = \overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IA}$
2. Que vaut la somme des vecteurs $\overrightarrow{IA}$ et $\overrightarrow{IB}$ quand I est le milieu de $[AB]$?

CORRECTION

Chasles —

$$\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = \overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IA} + \overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IB}$$

Le milieu — $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} = \vec{0}$. En vecteurs :

$$\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = 2\,\overrightarrow{MI}$$

La propriété du milieu, à retenir : si I est le milieu de $[AB]$, alors $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = 2\,\overrightarrow{MI}$ pour **tout** point M.

PIÈGES ANTICIPÉS

`1` → Le vecteur $\overrightarrow{MI}$ apparaît **deux** fois quand on insère I dans les deux vecteurs.

`1/2` / `0.5` → Tu as renversé l'égalité : c'est le vecteur $\overrightarrow{MI}$ qui est la moitié de la somme.

EXERCICE 87 · PRATIQUE

La longueur de la somme

I est le milieu du segment $[AB]$, et M est un point tel que $MI = 4$ centimètres.

Calculer la longueur du vecteur $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB}$.

Donner la longueur en centimètres, sans écrire l'unité.

Réponse attendue : 8

INDICES, DANS L'ORDRE

1. La propriété du milieu remplace la somme par un seul vecteur, multiple du vecteur $\overrightarrow{MI}$.
2. Rappel : $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = 2\,\overrightarrow{MI}$. La longueur du vecteur $\alpha\,\vec{u}$ est $|\alpha|$ fois la longueur du vecteur $\vec{u}$.

CORRECTION

Le milieu —

$\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = 2\,\overrightarrow{MI}$

La longueur —

$2 \times MI = 2 \times 4 = 8$

On ne connaît ni MA ni MB, et on n'en a pas besoin : la propriété du milieu ramène la somme au seul vecteur $2\,\overrightarrow{MI}$.

PIÈGES ANTICIPÉS

`4` → La somme vaut **deux fois** le vecteur $\overrightarrow{MI}$: sa longueur est le double de MI.

`2` → C'est le vecteur $\overrightarrow{MI}$ qui est la moitié de la somme, pas l'inverse : la somme est deux fois plus longue que MI.

EXERCICE 88 · PRATIQUE

Remplacer par un vecteur égal

I est le milieu du segment $[AB]$, et C est un point qui n'est pas sur la droite (AB). Simplifier la somme de vecteurs $\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{IB}$: l'écrire comme un seul vecteur.

Écrire le vecteur par ses deux lettres, dans l'ordre (par exemple MN), ou 0 pour le vecteur nul.

Réponse attendue : `CI` — aussi acceptées : C I · vecteur CI · le vecteur CI · c'est CI · c'est le vecteur CI · vec CI · vect CI · vec(CI) · vect(CI) · -IC · -vecteur IC · - le vecteur IC · moins IC · CI→ · →CI · \vec{CI} · \overrightarrow{CI} · \vec CI

INDICES, DANS L'ORDRE

1. I est le milieu de $[AB]$: quel vecteur, qui part de A, est égal au vecteur $\overrightarrow{IB}$?
2. Le vecteur $\overrightarrow{IB}$ est égal au vecteur $\overrightarrow{AI}$. Les lettres s'enchaînent alors en A.

CORRECTION

Le milieu — I est le milieu de $[AB]$. En vecteurs :

$$\overrightarrow{IB} = \overrightarrow{AI}$$

Chasles —

$$\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{IB} = \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AI} = \overrightarrow{CI}$$

Le milieu fournit des vecteurs égaux, $\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{IB}$: on choisit celui qui fait s'enchaîner les lettres.

PIÈGES ANTICIPÉS

`IC / vecteur IC / le vecteur IC / c'est IC / c'est le vecteur IC / -CI / -vecteur CI / - le vecteur CI / moins CI / IC→ / →IC / \vec{IC} / \overrightarrow{IC}` → Tu as trouvé l'opposé. La somme part de C, l'origine du premier vecteur.

`CB / vecteur CB / le vecteur CB / c'est CB / \vec{CB} / \overrightarrow{CB}` → Le vecteur $\overrightarrow{IB}$ n'est que la moitié du vecteur $\overrightarrow{AB}$: la somme s'arrête au milieu I, pas en B.

EXERCICE 89 · PRATIQUE

Vers le sommet

ABC est un triangle et A' est le milieu du côté $[BC]$. Déterminer le réel k qui vérifie l'égalité vectorielle $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = k\,\overrightarrow{A'A}$.

Donner la valeur de k.

Réponse attendue : -2

INDICES, DANS L'ORDRE

1. La propriété du milieu, appliquée au point A, donne la somme en fonction du vecteur $\overrightarrow{AA'}$.
2. On demande la somme en fonction du vecteur $\overrightarrow{A'A}$, l'opposé du vecteur $\overrightarrow{AA'}$.

CORRECTION

Le milieu — A' est le milieu de $[BC]$. En vecteurs :

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = 2\,\overrightarrow{AA'}$$

L'opposé —

$$2\,\overrightarrow{AA'} = -2\,\overrightarrow{A'A}$$

$k = -2$. La somme part de A vers le côté $[BC]$: elle est de sens contraire au vecteur $\overrightarrow{A'A}$, qui remonte vers le sommet.

PIÈGES ANTICIPÉS

`2` → La somme vaut 2 fois le vecteur $\overrightarrow{AA'}$. On la demande en fonction du vecteur $\overrightarrow{A'A}$, son opposé : le signe change.

`-1/2` / `-0.5` → Tu as renversé l'égalité : la somme est le **double** du vecteur $\overrightarrow{AA'}$.

EXERCICE 90 · PRATIQUE

Dans le triangle rectangle

ABC est un triangle rectangle en A, avec $AB = 5$ centimètres et $AC = 12$ centimètres, et I est le milieu de l'hypoténuse $[BC]$.

Calculer la longueur du vecteur $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$.

Donner la longueur en centimètres, sans écrire l'unité.

Réponse attendue : 13

INDICES, DANS L'ORDRE

1. La propriété du milieu donne $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = 2\,\overrightarrow{AI}$. Il faut donc la longueur AI.
2. Dans un triangle rectangle, le milieu de l'hypoténuse est à égale distance des trois sommets : $AI = \frac{BC}{2}$.

CORRECTION

Le milieu —

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = 2\,\overrightarrow{AI}$$

Pythagore —

$$BC^2 = 5^2 + 12^2 = 169, \quad BC = 13$$

La médiane — Dans un triangle rectangle, la médiane issue de l'angle droit mesure la moitié de l'hypoténuse : $AI = 6{,}5$.

$$2 \times AI = 2 \times 6{,}5 = 13$$

Autre chemin : la règle du parallélogramme donne un rectangle $ABDC$, et la somme est sa diagonale $[AD]$, de même longueur que $[BC]$.

PIÈGES ANTICIPÉS

`13/2` / `6.5` → $6{,}5$ centimètres, c'est la longueur AI. La somme vaut **deux fois** le vecteur $\overrightarrow{AI}$.

`17` → Tu as ajouté les longueurs. On additionne les **vecteurs** : leur somme suit la diagonale du rectangle construit sur $[AB]$ et $[AC]$.

EXERCICE 91 · RAISONNEMENT

Un milieu caché

A, B et C sont trois points, avec $AB = 7$ centimètres. Il existe un point M tel que $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = 2\,\overrightarrow{MC}$.

Calculer la longueur AC.

Donner AC en centimètres, sans écrire l'unité.

Réponse attendue : `7/2` — aussi acceptées : 3.5

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Reconnais la propriété du milieu, lue dans l'autre sens.
2. S'il existe un point M tel que $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = 2\,\overrightarrow{MC}$, alors C est le milieu de $[AB]$.

CORRECTION

La réciproque — D'après la réciproque de la propriété du milieu, C est le milieu de $[AB]$.

La longueur —
$AC = \frac{AB}{2} = \frac{7}{2} = 3{,}5$

Un seul point M suffit : l'égalité $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = 2\,\overrightarrow{MC}$ caractérise le milieu C de $[AB]$.

PIÈGES ANTICIPÉS

14 → C est le **milieu** de $[AB]$: AC est la moitié de AB, pas le double.

7 → 7 centimètres, c'est la longueur AB. L'égalité dit que C est le milieu de $[AB]$.

EXERCICE 92 · RAISONNEMENT **Deux segments, deux milieux**

A, B, C et D sont quatre points, I est le milieu de $[AB]$ et J est le milieu de $[CD]$.

Déterminer le réel k qui vérifie l'égalité vectorielle $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD} = k\,\overrightarrow{IJ}$.

Donner la valeur de k.

Réponse attendue : 2

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Insère I et J dans chacun des deux vecteurs avec Chasles.
   $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AI} + \overrightarrow{IJ} + \overrightarrow{JC}$
2. Fais de même pour le vecteur $\overrightarrow{BD}$, puis regroupe : les vecteurs $\overrightarrow{AI}$ et $\overrightarrow{BI}$ sont opposés, comme les vecteurs $\overrightarrow{JC}$ et $\overrightarrow{JD}$.

CORRECTION

Chasles —
$\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{AI} + \overrightarrow{IJ} + \overrightarrow{JC} + \overrightarrow{BI} + \overrightarrow{IJ} + \overrightarrow{JD}$

Les milieux — $\overrightarrow{AI} + \overrightarrow{BI} = \vec{0}$ et $\overrightarrow{JC} + \overrightarrow{JD} = \vec{0}$. En vecteurs :
$\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD} = 2\,\overrightarrow{IJ}$

$k = 2$, pour quatre points quelconques. On insère les milieux, et les vecteurs opposés qu'ils créent s'annulent deux à deux.

PIÈGES ANTICIPÉS

1 → Le vecteur $\overrightarrow{IJ}$ apparaît **deux** fois : une fois dans le vecteur $\overrightarrow{AC}$, une fois dans le vecteur $\overrightarrow{BD}$.

`1/2 / 0.5` → Tu as renversé l'égalité : c'est le vecteur $\overrightarrow{IJ}$ qui est la moitié de la somme.

EXERCICE 93 · RAISONNEMENT

Vers le centre

$ABCD$ est un parallélogramme de centre O. Déterminer le réel k qui vérifie l'égalité vectorielle $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = k\,\overrightarrow{OA}$.

Donner la valeur de k.

Réponse attendue : -2

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Règle du parallélogramme : la somme est portée par la diagonale qui part de A.
2. O est le milieu de $[AC]$: le vecteur $\overrightarrow{AC}$ vaut deux fois le vecteur $\overrightarrow{AO}$. Et le vecteur $\overrightarrow{OA}$?

CORRECTION

La règle —

$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}$

Le centre — O est le milieu de $[AC]$. En vecteurs :

$\overrightarrow{AC} = 2\,\overrightarrow{AO} = -2\,\overrightarrow{OA}$

$k = -2$: la somme part de A vers C, alors que le vecteur $\overrightarrow{OA}$ revient vers A. Sens contraires, longueur double.

PIÈGES ANTICIPÉS

`2` → La somme vaut deux fois le vecteur $\overrightarrow{AO}$. Le vecteur $\overrightarrow{OA}$ va dans l'autre sens : le signe change.

`-1/2 / -0.5` → Tu as renversé l'égalité : la diagonale $[AC]$ est deux fois plus longue que $[OA]$.

EXERCICE 94 · DEFI

Le centre de gravité, encore

ABC est un triangle, A' est le milieu du côté $[BC]$ et G est le centre de gravité du triangle. On rappelle que $\overrightarrow{AG} = \frac{2}{3}\,\overrightarrow{AA'}$.

Déterminer le réel k qui vérifie l'égalité vectorielle $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = k\,\overrightarrow{AG}$.

Donner la valeur de k.

Réponse attendue : 3

INDICES, DANS L'ORDRE

1. La propriété du milieu donne la somme en fonction du vecteur $\overrightarrow{AA'}$.
2. Puis exprime le vecteur $\overrightarrow{AA'}$ en fonction du vecteur $\overrightarrow{AG}$ à partir du rappel.
   $\overrightarrow{AA'} = \frac{3}{2}\,\overrightarrow{AG}$

CORRECTION

Le milieu —

$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = 2\,\overrightarrow{AA'}$

Le centre de gravité — Du rappel $\overrightarrow{AG} = \frac{2}{3}\,\overrightarrow{AA'}$, on tire, en vecteurs :

$\overrightarrow{AA'} = \frac{3}{2}\,\overrightarrow{AG}$

$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = 2 \times \frac{3}{2}\,\overrightarrow{AG} = 3\,\overrightarrow{AG}$

$k = 3$. On passe par le milieu A', puis on inverse le rapport $\frac{2}{3}$ pour remonter au centre de gravité.

PIÈGES ANTICIPÉS

4/3 → Tu as multiplié 2 par $\frac{2}{3}$. Mais c'est le vecteur $\overrightarrow{AG}$ qui vaut $\frac{2}{3}$ du vecteur $\overrightarrow{AA'}$: le vecteur $\overrightarrow{AA'}$ vaut donc $\frac{3}{2}$ du vecteur $\overrightarrow{AG}$.

2 → 2 est le réel devant le vecteur $\overrightarrow{AA'}$. On demande la somme en fonction du vecteur $\overrightarrow{AG}$, plus court : le réel est plus grand.

EXERCICE 95 · DEFI

Quel est ce point ?

A et B sont deux points distincts, et I est le milieu de $[AB]$. Le point M vérifie l'égalité vectorielle $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = \overrightarrow{AB}$.

Quel est le point M ?

Écrire seulement la lettre du point.

Réponse attendue : A — aussi acceptées : le point A · point A · c'est A · c'est le point A · M=A · M = A · M est A · M est le point A

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Remplace la somme par la propriété du milieu : elle fait apparaître le vecteur $\overrightarrow{MI}$.
2. Tu obtiens $2\,\overrightarrow{MI} = \overrightarrow{AB}$, donc $\overrightarrow{MI} = \frac{1}{2}\,\overrightarrow{AB}$. Quel vecteur, déjà dans la figure, vaut la moitié du vecteur $\overrightarrow{AB}$ et finit en I ?

CORRECTION

Le milieu —

$\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = 2\,\overrightarrow{MI} = \overrightarrow{AB}$

Le vecteur MI — I est le milieu de $[AB]$: la moitié du vecteur $\overrightarrow{AB}$ est le vecteur $\overrightarrow{AI}$. En vecteurs :

$\overrightarrow{MI} = \frac{1}{2}\,\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AI}$

Le point — Deux vecteurs égaux de même extrémité I ont la même origine.

$M = A$

On vérifie : avec $M = A$, $\overrightarrow{AA} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AB}$. La propriété du milieu transforme une somme de deux vecteurs en un seul, plus facile à lire.

PIÈGES ANTICIPÉS

`I / le point I / point I / c'est I / M=I / M = I` → Avec $M = I$, la somme $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB}$ vaudrait le vecteur nul, pas le vecteur $\overrightarrow{AB}$.

`B / le point B / point B / c'est B / M=B / M = B` → Avec $M = B$, la somme vaudrait $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BB} = \overrightarrow{BA}$, l'opposé du vecteur $\overrightarrow{AB}$. Reprends le sens.

EXERCICE 96 · BASE

Deux forces dans le même sens

Un solide S est soumis à deux forces de même direction et de même sens : la force $\vec{F}$, d'intensité 3 newtons, et la force $\vec{F'}$, d'intensité 5 newtons.

Calculer l'intensité R de leur résultante.

Donner R en newtons, sans écrire l'unité.

Réponse attendue : 8

INDICES, DANS L'ORDRE

1. La résultante est la somme des deux vecteurs forces. Ils sont sur la même direction, dans le même sens.
2. Deux vecteurs de même direction et de même sens : la longueur de leur somme est la somme de leurs longueurs.

CORRECTION

Même sens — Deux vecteurs de même direction et de même sens : la longueur de la somme est la somme des longueurs.

$R = 3 + 5 = 8$

Les intensités ne s'ajoutent que dans ce cas : même direction **et** même sens.

PIÈGES ANTICIPÉS

`2` → Les deux forces sont de **même** sens : elles s'ajoutent.

EXERCICE 97 · BASE

Deux forces qui s'opposent

Un solide S est soumis à deux forces de même direction et de sens contraires : la force $\vec{F}$, d'intensité 9 newtons, et la force $\vec{F'}$, d'intensité 4 newtons.

Calculer l'intensité R de leur résultante.

Donner R en newtons, sans écrire l'unité.

Réponse attendue : 5

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Deux vecteurs de même direction et de sens contraires : l'un défait une partie de l'autre.
2. On retranche la plus petite intensité de la plus grande ; la résultante a le sens de la force la plus intense.

CORRECTION

Sens contraires — On retranche la plus petite intensité de la plus grande. La résultante a le sens de la force $\vec{F}$.

$$R = 9 - 4 = 5$$

La résultante mesure 5 newtons, dans le sens de la plus forte des deux forces.

PIÈGES ANTICIPÉS

13 → Les forces sont de sens **contraires** : elles ne s'ajoutent pas, l'une retient l'autre.

-5 → Une intensité est une longueur : elle n'est jamais négative.

EXERCICE 98 · PRATIQUE

Deux forces perpendiculaires

Un solide S est soumis à deux forces perpendiculaires : la force $\vec{F}$, d'intensité 9 newtons, et la force $\vec{F'}$, d'intensité 12 newtons.

Calculer l'intensité R de leur résultante.

Donner R en newtons, sans écrire l'unité.

Réponse attendue : 15

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Règle du parallélogramme : avec deux forces perpendiculaires, le parallélogramme est un rectangle.
2. L'intensité de la résultante est la diagonale du rectangle de côtés 9 et 12.

CORRECTION

Le rectangle — La résultante est la diagonale du rectangle construit sur les deux forces.

Pythagore —

$$R^2 = 9^2 + 12^2 = 81 + 144 = 225$$

$$R = \sqrt{225} = 15$$

Deux forces perpendiculaires : Pythagore donne l'intensité de la résultante, toujours plus petite que la somme des intensités.

PIÈGES ANTICIPÉS

21 → Tu as ajouté les intensités : ce serait vrai pour deux forces de même sens. Ici elles sont perpendiculaires.

225 → Tu as calculé $R^2 = 225$. Il reste la racine carrée.

3 → Tu as soustrait les intensités. Pour des forces perpendiculaires, c'est le théorème de Pythagore qui s'applique.

EXERCICE 99 · PRATIQUE

Le solide immobile

Un solide S est soumis à trois forces $\vec{F_1}$, $\vec{F_2}$ et $\vec{F_3}$, et il reste immobile. Les forces $\vec{F_1}$ et $\vec{F_2}$ sont perpendiculaires, d'intensités 8 newtons et 15 newtons.

Calculer l'intensité F_3 de la troisième force.

Donner F_3 en newtons, sans écrire l'unité.

Réponse attendue : 17

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Le solide est immobile : la somme des trois forces est le vecteur nul. Que dire de la force $\vec{F_3}$ et de la somme $\vec{F_1} + \vec{F_2}$?
2. La force $\vec{F_3}$ est l'opposée de la résultante de $\vec{F_1}$ et $\vec{F_2}$: elle a la même intensité.

CORRECTION

Immobile — La somme des forces est nulle : la force $\vec{F_3}$ est l'opposée de la somme des deux autres. En vecteurs :

$$\vec{F_3} = -\left(\vec{F_1} + \vec{F_2}\right)$$

Pythagore — Deux vecteurs opposés ont la même longueur. Les forces $\vec{F_1}$ et $\vec{F_2}$ sont perpendiculaires.

$$F_3^2 = 8^2 + 15^2 = 64 + 225 = 289$$

$$F_3 = \sqrt{289} = 17$$

Pour retenir un solide, il faut exercer l'opposée de la résultante : même direction, même intensité, sens contraire.

PIÈGES ANTICIPÉS

23 → Tu as ajouté les intensités. Les forces $\vec{F_1}$ et $\vec{F_2}$ sont perpendiculaires : leur résultante se calcule avec Pythagore.

7 → Tu as soustrait les intensités. Pour des forces perpendiculaires, c'est Pythagore qui donne la résultante.

289 → Tu as calculé $F_3^2 = 289$. Il reste la racine carrée.

EXERCICE 100 · PRATIQUE

Deux forces égales à angle droit

Un solide S est soumis à deux forces perpendiculaires de même intensité, 5 newtons chacune.

Calculer l'intensité R de leur résultante.

Donner la valeur exacte de R en newtons, sans écrire l'unité ; une racine carrée s'écrit sqrt(2) ou √2.

Réponse attendue : `5*sqrt(2)`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Le parallélogramme construit sur deux forces perpendiculaires de même intensité est un carré.
2. La résultante est la diagonale d'un carré de côté 5 : Pythagore.

CORRECTION

Le carré — La résultante suit la diagonale du carré construit sur les deux forces.

Pythagore —

$$R^2 = 5^2 + 5^2 = 50$$

$$R = \sqrt{50} = \sqrt{25 \times 2} = 5\sqrt{2}$$

La diagonale d'un carré de côté a mesure $a\sqrt{2}$: ici $5\sqrt{2} \approx 7{,}07$ newtons, et non 10.

PIÈGES ANTICIPÉS

`10` → Tu as ajouté les intensités. Les forces sont perpendiculaires : la résultante est la diagonale d'un carré.

`50` → Tu as calculé $R^2 = 50$. Il reste la racine carrée.

`0` → Une résultante nulle supposerait deux forces opposées. Ici elles sont perpendiculaires.

`7.07 / 7.071 / 7.1 / 7` → Ta valeur est approchée. On demande la valeur **exacte** : garde la racine carrée, sans l'arrondir.

EXERCICE 101 · RAISONNEMENT

Deux forces à 60°

Un solide S est soumis à deux forces de même intensité, 6 newtons chacune, dont les directions font un angle de 60°. On les représente par les vecteurs $\overrightarrow{SA}$ et $\overrightarrow{SB}$, et C est le point tel que $SACB$ soit un parallélogramme.

Calculer l'intensité R de la résultante.

Donner la valeur exacte de R en newtons, sans écrire l'unité ; une racine carrée s'écrit sqrt(3) ou √3.

Réponse attendue : `6*sqrt(3)`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. $SA = SB$: le parallélogramme $SACB$ est un losange. Ses diagonales $[SC]$ et $[AB]$ sont perpendiculaires et se coupent en leur milieu I.
2. Le triangle SAB est isocèle avec un angle de 60° : il est équilatéral, donc $AI = 3$. Pythagore dans le triangle SIA, rectangle en I.

CORRECTION

Le losange — $SA = SB = 6$: $SACB$ est un losange, et la résultante est le vecteur $\overrightarrow{SC}$. Ses diagonales se coupent en leur milieu I, à angle droit.

Le triangle équilatéral — Le triangle SAB est isocèle en S avec un angle de 60° : il est équilatéral, $AB = 6$ et $AI = 3$.

Pythagore — Dans le triangle SIA, rectangle en I :

$$SI^2 = 6^2 - 3^2 = 27, \quad SI = \sqrt{27} = 3\sqrt{3}$$

I est le milieu de $[SC]$.

$$R = SC = 2 \times 3\sqrt{3} = 6\sqrt{3}$$

La résultante mesure $6\sqrt{3} \approx 10{,}4$ newtons : plus que chaque force, moins que leur somme 12. Plus l'angle est petit, plus elle se rapproche de 12.

PIÈGES ANTICIPÉS

`12` → Tu as ajouté les intensités : ce serait vrai si les forces avaient la même direction. Ici elles font un angle de 60°.

`6` → 6 newtons, c'est la longueur de la petite diagonale $[AB]$ du losange. La résultante suit la diagonale qui part de S.

`3*sqrt(3)` → $3\sqrt{3}$, c'est la longueur SI : la moitié de la diagonale. La résultante est le vecteur $\overrightarrow{SC}$ tout entier.

`10.4 / 10.39 / 10.392 / 10` → Ta valeur est approchée. On demande la valeur **exacte** : garde la racine carrée, sans l'arrondir.

EXERCICE 102 · RAISONNEMENT

La force inconnue

Un solide S est soumis à deux forces perpendiculaires $\vec{F}$ et $\vec{F'}$. L'intensité de $\vec{F}$ est 5 newtons, et celle de leur résultante est 13 newtons.

Calculer l'intensité F' de la force $\vec{F'}$.

Donner F' en newtons, sans écrire l'unité.

Réponse attendue : 12

INDICES, DANS L'ORDRE

1. La résultante est la diagonale du rectangle construit sur les deux forces : c'est l'hypoténuse d'un triangle rectangle.
2. On connaît l'hypoténuse et un côté.
   $R^2 = F^2 + F'^2$

CORRECTION

Le rectangle — Les forces sont perpendiculaires : la résultante est l'hypoténuse d'un triangle rectangle de côtés F et F'.

$13^2 = 5^2 + F'^2$

Pythagore —

$F'^2 = 169 - 25 = 144$

$F' = \sqrt{144} = 12$

On remonte de la résultante à une force avec Pythagore, l'hypoténuse étant la résultante.

PIÈGES ANTICIPÉS

`8` → Tu as soustrait les intensités. Elles ne se soustraient que pour deux forces de même direction ; ici elles sont perpendiculaires.

`sqrt(194)` → Tu as ajouté les carrés. La résultante est l'**hypoténuse** : $F'^2 = 13^2 - 5^2$.

`144` → Tu as calculé $F'^2 = 144$. Il reste la racine carrée.

EXERCICE 103 · DEFI

Trois forces

Un solide S est soumis à trois forces : $\vec{F_1}$, horizontale vers la droite, d'intensité 12 newtons ; $\vec{F_2}$, verticale vers le haut, d'intensité 8 newtons ; et $\vec{F_3}$, horizontale vers la gauche, d'intensité 6

newtons.

Calculer l'intensité R de la résultante des trois forces.

Donner R en newtons, sans écrire l'unité.

Réponse attendue : `10`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. L'ordre des vecteurs ne compte pas dans une somme : commence par les deux forces horizontales.
2. Les forces $\vec{F_1}$ et $\vec{F_3}$ sont de même direction et de sens contraires : leur somme est horizontale, vers la droite, de 6 newtons. Il reste à l'ajouter à la force verticale.

CORRECTION

Les horizontales — $\vec{F_1}$ et $\vec{F_3}$ sont de sens contraires : leur somme est horizontale, vers la droite, d'intensité $12 - 6 = 6$ newtons.

Avec la verticale — Cette somme est perpendiculaire à la force $\vec{F_2}$: Pythagore.

$$R^2 = 6^2 + 8^2 = 36 + 64 = 100$$

$$R = \sqrt{100} = 10$$

Avec plusieurs forces, on regroupe d'abord celles qui ont la même direction : la somme se range comme on veut.

PIÈGES ANTICIPÉS

`26` → Tu as ajouté les trois intensités. Les forces n'ont ni la même direction ni le même sens : on additionne des **vecteurs**.

`sqrt(208)` → Tu as oublié la force $\vec{F_3}$: elle retient la force $\vec{F_1}$, et la composante horizontale n'est plus que de 6 newtons.

`14` → Tu as bien regroupé les forces horizontales, mais la somme horizontale et la force verticale sont **perpendiculaires** : leurs intensités ne s'ajoutent pas, on utilise Pythagore.

Maths à la carte ABDELKADER