– Maths à la carte –

ABDELKADER HAMMAMI

Systèmes de deux équations

1re année secondaire · Pr Abdelkader Hammami

Le cours

CE QU'IL DIT EN ACCUEILLANT

3aslema ! Lel tawwa, une seule équation w une seule inconnue. Lyoum : deux inconnues, ma3neha deux chrout lezem yet7a99a9ou fi nafs el wa9t. La solution ma b9atech nombre : wallet un couple x y. W lezemha t7a99e9 les deux équations, mouch une seule.

عسلامة ! لِلتوّ، une seule équation w une seule inconnue. لْيوم : deux inconnues، معناها deux شروط لازم يتحقّقو في نفس الوقت. la solution ما بقاتش : nombre ولّات un couple x y. w لازمها تحقّق les deux équations، موش une seule.

Bonjour ! Jusqu'ici, une équation, une inconnue. Aujourd'hui : deux inconnues, donc deux conditions à satisfaire en même temps. Une solution n'est plus un nombre : c'est un couple x, y. Et il doit vérifier les deux équations, pas une seule.

Jusqu'ici, une équation, une inconnue. Ici, **deux inconnues** — et donc deux conditions à satisfaire en même temps.

Une solution n'est plus un nombre : c'est un **couple** $(x\,;y)$. Et il doit vérifier les deux équations, pas une seule. C'est ce mot, *ensemble*, qui fait toute la difficulté du chapitre et tout son intérêt : c'est ce qui permet de résoudre les problèmes à deux données.

OBJECTIFS ANNONCÉS

CE QU'IL DIT EN LES ANNONÇANT

Fi e5er el chapitre hedha, bech tkoun ta3ref :

في آخر الـ chapitre هذا ، باش تكون تعرف :

À la fin de ce chapitre, tu sauras :

- Reconnaître une équation du premier degré à deux inconnues, et vérifier qu'un couple en est solution

  > Reconnaître une équation du premier degré à deux inconnues, et vérifier qu'un couple en est solution.
  > *Reconnaître une équation du premier degré à deux inconnues, et vérifier qu'un couple en est solution.*

- Reconnaître un système de deux équations à deux inconnues et vérifier qu'un couple en est solution

  > Reconnaître un système de deux équations à deux inconnues, et vérifier qu'un couple en est solution.
  > *Reconnaître un système de deux équations à deux inconnues, et vérifier qu'un couple en est solution.*

- Résoudre un système par la méthode de substitution

  > Résoudre un système par la méthode de substitution.
  > *Résoudre un système par la méthode de substitution.*

- Résoudre un système par la méthode de combinaison linéaire

  > Résoudre un système par la méthode de combinaison linéaire.
  > *Résoudre un système par la méthode de combinaison linéaire.*

- Interpréter graphiquement un système : droites sécantes, parallèles ou confondues

  > Interpréter graphiquement un système : droites sécantes, parallèles ou confondues.
  > *Interpréter graphiquement un système : droites sécantes, parallèles ou confondues.*

- Mettre un problème concret en système et revenir à la question posée

  > Mettre un problème concret en système, et revenir à la question posée.
  > *Mettre un problème concret en système, et revenir à la question posée.*

1. ACTIVITÉ

Deux achats, deux inconnues

CE QU'IL DIT

Sami yechri 2 cahiers w 3 stylos w y5alles 13 dinars. Leïla techri 4 cahiers w stylo un w t5alles 11 dinars. Efredh elli le cahier b dinar : estantej le prix mte3 le stylo men 3and Leïla, w baad tathabbet 3and Sami. 3awed b 3 dinars. Chnowa tlé7edh ?

Sami يشري 2 cahiers w 3 stylos w يخلّص 13 dinars. Leïla تشري 4 cahiers w stylo un w تخلّص 11 dinars. أفرض الّي le cahier بـ dinar : أستنتج le prix متاع le stylo من عند Leïla، w بعد تثبّت عند Sami. عاود بـ 3 dinars. شنوّة تلاحظ ؟

Sami achète 2 cahiers et 3 stylos et paie 13 dinars. Leïla achète 4 cahiers et 1 stylo et paie 11 dinars. Suppose que le cahier coûte 1 dinar : déduis-en le prix du stylo avec l'achat de Leïla, puis vérifie sur l'achat de Sami. Recommence avec 3 dinars. Que remarques-tu ?

Sami achète 2 cahiers et 3 stylos et paie 13 dinars. Leïla achète 4 cahiers et 1 stylo et paie 11 dinars.

1. Suppose que le cahier coûte 1 dinar. Déduis-en le prix du stylo avec l'achat de Leïla, puis vérifie sur l'achat de Sami.
2. Recommence en supposant que le cahier coûte 3 dinars.
3. Que se passerait-il si les prix n'étaient pas des nombres entiers ?

Les deux essais échouent, et pour deux raisons différentes. C'est ce qui montre qu'il faut une méthode, et non de la patience.

EXEMPLE TRAITÉ

Ce que donnent les deux essais.

Cahier à 1 dinar — L'achat de Leïla donne $s = 7$, mais celui de Sami donne alors 23 dinars au lieu de 13.

$$s = 11 - 4 = 7 \quad ; \quad 2 + 21 = 23 \neq 13$$

Cahier à 3 dinars — Le stylo aurait un prix négatif : impossible.

$$s = 11 - 12 = -1 < 0$$

Entre les deux, il reste 2 dinars à essayer — et cette fois les deux achats sont vérifiés.

$$c = 2 \;\Rightarrow\; s = 3 \quad ; \quad 2 \times 2 + 3 \times 3 = 13$$

$$(c\,;s) = (2\,;3)$$

À ne pas faire : Un essai qui vérifie le premier achat suffit — Il doit vérifier les **deux** achats. Avec un cahier à 1 dinar, l'achat de Leïla tombe juste et celui de Sami est faux. Une seule équation ne décide de rien.

2. DÉFINITION

Une équation à deux inconnues, avant le système

CE QU'IL DIT

9bal le système, lezmek ta3ref chnowa ta3ni équation wahda b zouz inconnues. La solution mahich 3adad, hiya couple, w 3andha une infinité de solutions : tekhtar x kima thebb, w l'équation tefredh 3alik y. 3ala hakka équation wahda ma tekfich l zouz inconnues.

قبل le système ، لازمك تعرف شنوّة تعني équation وحدة بزوز inconnues . la solution ماهيش عدد ، هي couple ، w عندها une infinité de solutions : تختار x كيما تحب ، w l'équation تفرض عليك y . على هكّا équation وحدة ما تكفيش لزوز inconnues .

Avant le système, il faut savoir ce qu'une seule équation à deux inconnues veut dire. Une solution n'est pas un nombre, c'est un couple, et il y en a une infinité : tu choisis x librement, et l'équation t'impose y. C'est pour cela qu'une seule équation ne suffit pas pour deux inconnues.

Avant de résoudre deux équations ensemble, il faut savoir ce qu'une seule veut dire.

Résoudre une équation du premier degré à deux inconnues $ax + by + c = 0$, c'est trouver **tous les couples** $(x\,;y)$ pour lesquels l'égalité est vraie. Chacun de ces couples est appelé une **solution** de l'équation.

Il y en a une **infinité** : on choisit x librement, et l'équation impose alors y. C'est pour cela qu'une seule équation ne suffit pas à déterminer deux inconnues — et c'est exactement la raison d'être du système.

Une solution n'est donc jamais un nombre : c'est toujours un **couple**, et l'ordre y compte.

$$ax + by + c = 0 \quad \text{d'inconnues } (x\,;y)$$

EXEMPLE TRAITÉ

Le couple $(2\,;-1)$ est-il solution de $3x+2y=4$? Déterminer ensuite y pour que $(3\,;y)$ en soit solution.

On remplace — Dans un couple $(x\,;y)$, le premier nombre est la valeur de x.

$3\times 2+2\times(-1)=6-2=4$

L'égalité est vraie : $(2\,;-1)$ est bien une solution.

On fixe x à 3 —

$3\times 3+2y=4 \iff 2y=4-9=-5$

$y=-\frac{5}{2}$

$$(2\,;-1) \text{ est solution} \quad ; \quad y=-\tfrac{5}{2}$$

À ne pas faire : La solution de $3x+2y=4$ est $x=2$. — $(2\,;-1)$ est **une** solution parmi une infinité.. Une solution d'une équation à deux inconnues est un couple, et il n'y en a jamais une seule. Donner un seul nombre ne répond pas à la question.

À ne pas faire : $(2\,;-1)$ et $(-1\,;2)$, c'est pareil. — Ce sont deux couples différents.. L'ordre fait le couple : le premier nombre est toujours x. $(-1\,;2)$ donne $3(-1)+2(2)=1\neq 4$, donc ce n'est pas une solution.

3. DÉFINITION

Système, solution, couple

CE QU'IL DIT

Le système houwa deux équations du premier degré b deux inconnues. La solution hiya un couple x y qui vérifie les deux équations à la fois. Couple y7a99e9 une seule, mouch solution — w hedhi hiya la première erreur. Bech tathabbet men un couple, 3awwdhou fi les deux équations, l'une baad l'autre.

النظمة هو نظام معادلتين من الدرجة الأولى بـ مجهولين. الحلّ هي زوج (x, y) يحقّق المعادلتين في نفس الوقت. زوج وحدة بركة، موش حلول — w هاذي هي الغلطة الأولى. باش تتثبّت من زوج، عوّض في المعادلتين، واحدة بعد الأخرى.

Un système, c'est deux équations du premier degré à deux inconnues. Une solution est un couple x, y qui vérifie les deux équations à la fois. Un couple qui n'en vérifie qu'une n'est pas solution — et c'est la première erreur. Pour vérifier un couple, remplace-le dans les deux équations, l'une après l'autre.

Un système de deux équations du premier degré à deux inconnues s'écrit

$$\begin{cases} ax+by=c \\ a'x+b'y=c' \end{cases}$$

Une **solution** est un couple $(x\,;y)$ qui vérifie les **deux** équations à la fois. Un couple qui n'en vérifie qu'une n'est pas solution.

Pour vérifier qu'un couple donné est solution, il n'y a rien à résoudre : on remplace, et on regarde. C'est toujours le premier réflexe utile, et c'est aussi la vérification obligatoire à la fin d'une résolution.

LA FORME

$$\begin{cases} ax+by=c \\ a'x+b'y=c' \end{cases}$$

EXEMPLE TRAITÉ

Le couple $(2\,;-1)$ est-il solution du système $\begin{cases} x+y=1 \\ 3x-y=7 \end{cases}$?

Première équation —

$2+(-1)=1 \quad \checkmark$

Seconde équation — Attention au double signe : retirer -1, c'est ajouter 1.

$3\times 2-(-1)=6+1=7 \quad \checkmark$

Les deux égalités sont vérifiées.

$(2\,;-1)$ est solution

À ne pas faire : Le couple vérifie la première équation, donc c'est une solution — Il doit vérifier les deux. Un système impose deux conditions simultanées. Une seule ne suffit jamais.

4. MÉTHODE

La méthode de substitution

CE QU'IL DIT

El fikra : nerja3ou l une seule inconnue. Trois aw9at : ta3zel y walla x fi l'équation elli fiha ashel — elli le coefficient mte3ou 1 walla moins 1 ; baad t3awwedh l'expression hedhika fi l'AUTRE équation, mouch fi nafsha ; w fel e5er t7oll w terja3 tal9a la seconde inconnue.

الفكرة : نرجعو لـ une seule inconnue. trois أوقات : تعزل y ولّا x في l'équation الّي فيها أسهل — le الّي coefficient متاعو 1 ولّا moins 1 ؛ بعد تعوّض l'expression هاذيكة في l'AUTRE équation، موش في نفسها ؛ w في الآخر تحلّ w ترجع تلقى la seconde inconnue.

L'idée : se ramener à une seule inconnue. Trois temps : isoler y ou x dans l'équation où c'est le plus simple — celle dont le coefficient vaut 1 ou moins 1 ; puis substituer cette expression dans l'AUTRE équation, pas dans la même ; et enfin résoudre, puis revenir chercher la seconde inconnue.

L'idée : **se ramener à une seule inconnue**. On isole une inconnue dans l'une des équations, puis on la remplace dans l'autre.

Les trois temps :

1. isoler y (ou x) dans l'équation où c'est le plus simple — celle où le coefficient vaut 1 ou -1 ;
2. **substituer** cette expression dans l'**autre** équation, qui ne contient plus qu'une inconnue ;
3. résoudre, puis remonter pour obtenir la seconde valeur.

Erreur à éviter : substituer dans l'équation dont on vient de tirer l'expression. On obtiendrait $0 = 0$, ce qui est vrai et parfaitement inutile.

LE GESTE

$$y = mx + p \longrightarrow \text{on remplace } y \text{ dans l'autre équation}$$

EXEMPLE TRAITÉ

Résoudre $\begin{cases} y = 2x - 3 \\ x + y = 6 \end{cases}$.

y est déjà isolé — On le remplace dans la seconde équation.

$$x + (2x - 3) = 6$$

Une seule inconnue —

$$3x - 3 = 6 \iff 3x = 9 \iff x = 3$$

Remonter —

$$y = 2 \times 3 - 3 = 3$$

Vérification —

$3 + 3 = 6$ ✓

$$(x\,;y) = (3\,;3)$$

À ne pas faire : On remplace y dans l'équation d'où on l'a tiré — On remplace dans l'autre équation. Sinon on obtient une identité du type $0 = 0$, qui ne donne aucune information.

---

5. MÉTHODE

La méthode d'élimination

CE QU'IL DIT

Kif les coefficients mot3akssin, njam3ou les deux lignes w tti7 une inconnue. Kif kif, natra7ou. W kif ma thamech la hedha la hedheka, nadhorbou une ligne b3adad bech nawsslou lel 7ala hedhi.

kif les coefficients متعاكسين، نجمعو les deux lignes w تطيح une inconnue. kif kif، نطرحو. w kif ما ثماش لا هاذا لا هاذاكة، نضربو une ligne بعدد باش نوصلو للحالة هاذي.

Quand les coefficients sont opposés, on additionne les deux lignes et une inconnue disparaît. Quand ils sont égaux, on soustrait. Et quand ce n'est ni l'un ni l'autre, on multiplie une ligne par un nombre pour se ramener à ce cas.

On l'appelle **méthode d'élimination** ; on la rencontre aussi sous le nom de méthode de combinaison linéaire. Les deux désignent la même chose.

L'idée : **faire disparaître une inconnue** en additionnant ou en soustrayant les deux équations.

C'est la méthode la plus rapide quand une inconnue a des coefficients opposés ou égaux :

- coefficients **opposés** ($+2y$ et $-2y$) : on **additionne** les deux lignes ;
- coefficients **égaux** ($2x$ et $2x$) : on **soustrait**.

Si aucun des deux cas ne se présente, on multiplie d'abord une ligne — ou les deux — par un nombre bien choisi pour s'y ramener. Une multiplication porte alors sur **toute** la ligne, second membre compris.

COMBINER

$L_1 + L_2$ ou $L_1 - L_2$

MULTIPLIER UNE LIGNE

$k \times L_1$: tous les termes, second membre inclus

EXEMPLE TRAITÉ

Résoudre $\begin{cases} 3x + 2y = 16 \\ 5x - 2y = 16 \end{cases}$.

Repérer — Les coefficients de y sont opposés : $+2$ et -2. On additionne.

$(3x + 2y) + (5x - 2y) = 16 + 16$

y disparaît —

$8x = 32 \iff x = 4$

Remonter —

$3 \times 4 + 2y = 16 \iff 2y = 4 \iff y = 2$

Vérification — On contrôle avec la seconde équation.

$5 \times 4 - 2 \times 2 = 16$ ✓

$(x\,;y) = (4\,;2)$

À ne pas faire : En multipliant L_1 par 2, on oublie le second membre — On multiplie **tous** les termes, y compris après le signe égal. Une équation est une balance : ce qu'on fait à gauche, on le fait à droite.

6. THÉORÈME

Lecture graphique

CE QU'IL DIT

Koll équation fi le système tmathel une droite. T7oll le système ma3neha tlawwej 3ala les points communs bin les deux droites. Trois 7alat, w trois berk : droites sécantes, no9ta une, solution une ; droites strictement parallèles, 7atta no9ta, ma thammech solution ; droites confondues, 3adad la neha2i mte3 solutions.

كلّ équation في le système تمثّل une droite. تحلّ le système معناها تلوّج على les points communs بين les deux droites. trois حالات، w trois برك : droites sécantes، نقطة وحدة، une solution ؛ droites strictement parallèles، حتّى نقطة، ما ثمّاش solution ؛ droites confondues، عدد لا نهائي متاع solutions.

Chaque équation du système représente une droite. Résoudre le système, c'est chercher les points communs à ces deux droites. Trois situations, et trois seulement : droites sécantes, un point commun, une solution ; droites strictement parallèles, aucun point, aucune solution ; droites confondues, une infinité de solutions.

Chaque équation du système représente **une droite**. Résoudre le système, c'est chercher les points communs à ces deux droites. Trois situations, et trois seulement :

- les droites sont **sécantes** — coefficients directeurs différents — : un point commun, **une** solution ;
- les droites sont **strictement parallèles** — même coefficient directeur, ordonnées à l'origine différentes — : **aucune** solution ;
- les droites sont **confondues** — même coefficient directeur et même ordonnée à l'origine — : une **infinité** de solutions.

Pour trancher sans tracer : mets les deux équations sous la forme $y = ax + b$ et compare d'abord les a, puis les b.

SÉCANTES

$$a_1 \neq a_2 \;\Rightarrow\; \text{sécantes, une solution}$$

PARALLÈLES

$$a_1 = a_2 \text{ et } b_1 \neq b_2 \;\Rightarrow\; \text{parallèles, aucune solution}$$

CONFONDUES

$$a_1 = a_2 \text{ et } b_1 = b_2 \;\Rightarrow\; \text{confondues}$$

DÉMONSTRATION

Supposons les deux droites d'équations $y = ax + b$ et $y = ax + b'$, avec $b \neq b'$.

Un point commun aurait la même abscisse x et la même ordonnée sur les deux droites, donc vérifierait

$$ax + b = ax + b'$$

> En retranchant ax aux deux membres, on obtient $b = b'$, ce qui contredit l'hypothèse.
>
> Il n'existe donc aucun point commun : le système n'a pas de solution.

EXEMPLE TRAITÉ

Le système $\begin{cases} 2x - y = 3 \\ -4x + 2y = 1 \end{cases}$ **a-t-il des solutions ?**

Première droite —

$2x - y = 3 \iff y = 2x - 3$

Seconde droite —

$-4x + 2y = 1 \iff 2y = 4x + 1 \iff y = 2x + \frac{1}{2}$

Comparer — Même coefficient directeur, ordonnées à l'origine différentes.

$a_1 = a_2 = 2 \quad ; \quad -3 \neq \frac{1}{2}$

Droites strictement parallèles : aucune solution

À ne pas faire : Les équations sont différentes, donc les droites sont sécantes — On compare les coefficients directeurs après mise sous la forme $y = ax + b$. $2x - y = 3$ et $4x - 2y = 6$ s'écrivent différemment mais représentent la même droite.

---

7. MÉTHODE

Mettre un problème en système

CE QU'IL DIT

Hedha houwa el iste3mel erra2isi mte3 el chapitre. El 3alema basita : deux grandeurs inconnues w deux ma3loumet fi l'énoncé — hedha système. El 5otwet : tsammi les deux inconnues b l'unité mte3hom ; tetarjem koll ma3louma b équation ; t7oll ; w fel e5er terja3 lel énoncé w tchouf ken ennatija ma39oula.

هاذا هو الاستعمال الرئيسي متاع الشابيتر. العلامة بسيطة : deux grandeurs inconnues w deux معلومات في l'énoncé — هاذا système. الخطوات : تسمّي les deux inconnues بـ l'unité متاعهم ؛ تترجم كلّ معلومة بـ équation ؛ تحلّ ؛ w في الآخر ترجع للـ énoncé w تشوف كان النتيجة معقولة.

C'est l'usage principal du chapitre. Le repère est simple : deux grandeurs inconnues et deux informations dans l'énoncé, c'est un système. La démarche : nommer les deux inconnues avec leur unité ; traduire chaque information par une équation ; résoudre ; et à la fin, revenir à l'énoncé et vérifier que le résultat est plausible.

C'est l'usage principal du chapitre. Le repère est simple : **deux grandeurs inconnues et deux informations** dans l'énoncé, c'est un système.

La démarche reprend celle des équations, en double :

1. nommer les deux inconnues, avec leur unité ;

2. traduire chaque information par une équation ;
3. résoudre par la méthode qui va le plus vite au vu des coefficients ;
4. vérifier les **deux** équations, et répondre à la question posée.

Un contrôle de bon sens s'ajoute ici : un prix négatif ou un nombre d'objets non entier signale une erreur de traduction, pas de calcul.

LE REPÈRE

$2 \text{ inconnues} + 2 \text{ informations} \Rightarrow \text{un système}$

EXEMPLE TRAITÉ

Deux cahiers et trois stylos coûtent 13 dinars. Quatre cahiers et un stylo coûtent 11 dinars. Quel est le prix d'un cahier ?

Nommer — Soit c le prix d'un cahier et s celui d'un stylo, en dinars.

$$\begin{cases} 2c + 3s = 13 \\ 4c + s = 11 \end{cases}$$

Isoler s — Son coefficient vaut 1 dans la seconde équation.

$s = 11 - 4c$

Substituer —

$2c + 3(11 - 4c) = 13 \iff 2c + 33 - 12c = 13$

$-10c = -20 \iff c = 2$

Remonter et vérifier — $s = 11 - 8 = 3$, et $2 \times 2 + 3 \times 3 = 13$.

$c = 2$ D ; $s = 3$ D

À ne pas faire : On répond « $c = 2$ » — On répond « un cahier coûte 2 dinars ». La question porte sur un prix, avec son unité. Il faut revenir à ce qui était demandé.

À RETENIR

CE QU'IL DIT EN L'ÉCRIVANT

Hedha elli lezmek tetfakkrou :

هذا اللي لازمك تتفكّرو :

Voici ce qu'il faut retenir :

1. Une solution d'un système est un **couple** $(x\,;y)$ qui vérifie les deux équations.
   > La solution d'un système hiya un couple x y, w lezmou y7a99e9 les deux équations.
   > *Une solution d'un système est un couple x y qui vérifie les deux équations.*
2. Substitution : on isole une inconnue, on la remplace dans l'**autre** équation.
   > La substitution : t3azel une inconnue, w t7ottha fi l'autre équation.

> *Substitution : on isole une inconnue, et on la remplace dans l'autre équation.*

3. Combinaison : coefficients opposés on additionne, coefficients égaux on soustrait.
   > La combinaison : ken les coefficients opposés, tzid ; w ken égaux, tna99es.
   > *Combinaison : coefficients opposés, on additionne ; coefficients égaux, on soustrait.*
4. Multiplier une ligne, c'est multiplier **tous** ses termes, second membre compris.
   > Ki todhrob une ligne, todhrob les termes el koll, 7atta le second membre.
   > *Multiplier une ligne, c'est multiplier tous ses termes, second membre compris.*
5. Sécantes : une solution. Strictement parallèles : aucune. Confondues : une infinité.
   > Sécantes : une solution. Strictement parallèles : 7atta solution. Confondues : une infinité.
   > *Droites sécantes : une solution. Strictement parallèles : aucune. Confondues : une infinité.*
6. Dans un problème : deux inconnues nommées, deux équations, une vérification, une phrase de réponse.
   > Fi un problème : deux inconnues msammyin, deux équations, une vérification, w jomla t9oul fiha la réponse.
   > *Dans un problème : deux inconnues nommées, deux équations, une vérification, et une phrase de réponse.*
7. Une solution d'une équation à deux inconnues est un **couple** $(x\,;y)$, et il y en a une infinité.
   > Fi équation à deux inconnues, la solution hiya un couple x y, w thamma menhom une infinité.
   > *Une solution d'une équation à deux inconnues est un couple x y, et il y en a une infinité.*
8. La seconde méthode s'appelle **élimination** ; « combinaison linéaire » désigne la même.
   > La méthode de combinaison linéaire tetsamma zeda élimination : nafs el méthode b esmin.
   > *La seconde méthode s'appelle aussi élimination ; combinaison linéaire désigne la même.*

Questions fréquentes — ses réponses toutes prêtes

Quand un élève tape une de ces questions pendant le cours, cette réponse part aussitôt, avec sa voix, sans passer par le modèle. Les formulations sont celles qu'on reconnaît.

QUESTION 1 · DEUX ACHATS, DEUX INCONNUES

pourquoi essayer des prix ne marche pas | 3lech ma nal9awch el prix b el essai | je suppose que le cahier coûte 1 dinar ça marche ? | supposer un prix et vérifier c'est une méthode ? | njarreb prix el cahier 7atta yemchi | pourquoi les essais échouent

CE QU'IL ÉCRIT AU TABLEAU

$c = 1 : s = 7,\ 2 + 21 = 23 \neq 13$

$c = 3 : s = 11 - 12 = -1 < 0$

CE QU'IL RÉPOND

B cahier b 1 dinar, l'achat mte3 Leïla ya3ti stylo b 7, ama l'achat mte3 Sami ywalli 23 dinars mouch 13. B cahier b 3 dinars, le stylo yotla3 b -1 : prix négatif, mousta7il. W ken les prix mouch entiers, ma nal9awhomch abadan bel essai. Yelzemna méthode.

بـ cahier بـ 1 achat ، dinar متاع Leïla يعطي stylo بـ 7 ، أما achat متاع Sami يولّي 23 dinars موش 13 . بـ cahier بـ 3 le stylo ، dinars يطلع بـ prix négatif : 1 moins ، مستحيل . w كان les prix موش entiers ، ما نلقاوهمش أبدا بالتجريب . يلزمنا méthode .

Avec un cahier à 1 dinar, l'achat de Leïla donne un stylo à 7, mais celui de Sami coûte alors 23 dinars au lieu de 13. Avec un cahier à 3 dinars, le stylo coûterait moins 1 : un prix négatif, impossible. Et si les prix n'étaient pas entiers, on ne les trouverait jamais en essayant. Il faut une méthode.

QUESTION 2 · DEUX ACHATS, DEUX INCONNUES

un prix qui vérifie l'achat de Leïla suffit ? | pourquoi vérifier les deux achats | achat wa7ed ykaffi ? | l'achat de Sami aussi il faut le vérifier ? | zouz achats lezem nverifi el zouz ? | si ça marche pour un achat c'est bon ?

CE QU'IL ÉCRIT AU TABLEAU

$$(c\,;s) = (2\,;3)$$

CE QU'IL RÉPOND

Le, lezem el prix yemchiw fel achats el zouz. B cahier b 1 dinar, l'achat mte3 Leïla yti7 s7i7, ama mte3 Sami ghalet. Équation wa7da ma t9arrer chay. Ki le cahier b 2 w le stylo b 3, el zouz yemchiw : $2 \times 2 + 3 \times 3 = 13$.

Sami متاع ، أما صحيح يطيح Leïla متاع dinar ، achat بـ 1 cahier بـ . الزوز achats الـ في يمشيو prix الـ لازم ، لا غالط . équation وحدة ما تقرّر شي . كي le cahier بـ 2 w le stylo بـ 3 ، الزوز يمشيو : 2 fois 2 plus 3 fois 3 égale 13 .

Non, les prix doivent vérifier les deux achats. Avec un cahier à 1 dinar, l'achat de Leïla tombe juste mais celui de Sami est faux. Une seule équation ne décide de rien. Avec un cahier à 2 et un stylo à 3, les deux achats sont vérifiés : 2 fois 2 plus 3 fois 3 égale 13.

QUESTION 3 · UNE ÉQUATION À DEUX INCONNUES, AVANT LE SYSTÈME

combien de solutions a une équation à deux inconnues | équation à deux inconnues 9addech 3andha men solution | pourquoi une équation à deux inconnues a une infinité de solutions | une seule équation à deux inconnues ça suffit ? | équation b zouz inconnues barcha solutions 3lech | équation à deux inconnues une seule solution ?

CE QU'IL ÉCRIT AU TABLEAU

$$3 \times 2 + 2 \times (-1) = 4$$

CE QU'IL RÉPOND

3andha infinité de solutions : nekhtarou x kif ma n7ebbou, w l'équation tefredh y. Par exemple $3x + 2y = 4$: le couple $(2\,;-1)$ solution, w yesser o5rin. Hedheka 3lech équation wa7da ma tekfich bech nal9aw deux inconnues : yelzem système.

عندها infinité de solutions : نختارو x كيف ما نحبّو ، w l'équation تفرض : par exemple 3 x plus 2 y égale 4 . y
ياسر أخرين . هاذاكا علاش équation وحدة ما تكفيش باش نلقاو deux inconnues : يلزم système .

Elle en a une infinité : on choisit x librement, et l'équation impose alors y. Par exemple, pour 3 x plus 2 y égale 4, le couple 2, moins 1 est une solution, et il y en a bien d'autres. C'est pourquoi une seule équation ne suffit pas à déterminer deux inconnues : il faut un système.

QUESTION 4 · UNE ÉQUATION À DEUX INCONNUES, AVANT LE SYSTÈME

(2;-1) et (-1;2) c'est pareil ? | l'ordre du couple compte ? | dans un couple le premier nombre c'est x ? | el ordre fel couple mouhem ? | couple (x;y) quel nombre en premier | pourquoi l'ordre compte dans un couple

CE QU'IL ÉCRIT AU TABLEAU

$$3 \times (-1) + 2 \times 2 = 1 \neq 4$$

CE QU'IL RÉPOND

Ey, l'ordre yefre9 : le premier nombre dima x, w le deuxième y. $(2\,;-1)$ w $(-1\,;2)$ zouz couples mekhtalfin. Pour $3x + 2y = 4$: $(2\,;-1)$ solution, ama $3 \times (-1) + 2 \times 2 = 1$, mouch 4.

إيه ، يفرق l'ordre : couples زوج x ، w le deuxième y . 2 ، moins 1 w moins 1 ، 2 ديما le premier nombre
مختلفين . solution 1 moins ، 2 : 4 égale y plus 2 x 3 pour ، أما 2 ، moins 1 يعطي ، موش 4 .

Oui, l'ordre compte : le premier nombre est toujours x, le second y. 2, moins 1 et moins 1, 2 sont deux couples différents. Pour 3 x plus 2 y égale 4, le premier est solution, alors que moins 1, 2 donne 1 et non 4.

QUESTION 5 · UNE ÉQUATION À DEUX INCONNUES, AVANT LE SYSTÈME

comment trouver y pour que (3;y) soit solution | kifech nal9a y ki na3ref x | (3;y) solution de 3x + 2y = 4 comment trouver y | trouver y quand on connaît x | kifech na7seb y fel couple | déterminer y pour que le couple soit solution

CE QU'IL ÉCRIT AU TABLEAU

$$3 \times 3 + 2y = 4 \iff 2y = -5 \iff y = -\frac{5}{2}$$

CE QU'IL RÉPOND

Nbaddlou x bel valeur mte3ou, w n7elou l'équation elli to93od, fiha y bark. Pour $(3\,;y)$ w $3x + 2y = 4$: $3 \times 3 + 2y = 4$, ya3ni $2y = -5$, donc $y = -\frac{5}{2}$.

نبدّلو x بالـ valeur متاعو ، w نحلّو l'équation اللي تقعد ، فيها y برك . 3 fois 3 : 4 égale y plus 2 x 3 pour ، y w 3
. y égale moins 5 ، donc y égale moins 5 sur 2 2 يعني ،

On remplace x par sa valeur, et on résout l'équation qui reste, qui ne contient plus que y. Pour 3, y et 3 x plus 2 y égale 4 : 3 fois 3 plus 2 y égale 4, donc 2 y égale moins 5, et y égale moins 5 sur 2.

QUESTION 6 · SYSTÈME, SOLUTION, COUPLE

c'est quoi un système de deux équations | chnowa système | définition d'un système | système ya3ni chnowa | c'est quoi une solution d'un système | solution mta3 système chnowa

CE QU'IL ÉCRIT AU TABLEAU

$$\begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases}$$

CE QU'IL RÉPOND

Le système houwa zouz équations b deux inconnues x w y, n7elouhom m3a ba3dhom. La solution mte3ou couple $(x\,;y)$ yvérifier les deux équations fi nafs el wa9t. Couple yvérifier wa7da bark mouch solution.

le système هو زوج équations بـ deux inconnues x w y ، نحلّوهم مع بعضهم . la solution متاعو x ، y يـ couple vérifier les deux équations في نفس الوقت . couple يـ vérifier وحدة برك موش solution .

Un système, c'est deux équations à deux inconnues x et y, qu'on résout ensemble. Sa solution est un couple x, y qui vérifie les deux équations à la fois. Un couple qui n'en vérifie qu'une n'est pas solution.

QUESTION 7 · SYSTÈME, SOLUTION, COUPLE

comment vérifier qu'un couple est solution d'un système | kifech nverifi couple solution | vérifier la solution d'un système | kifech nt2akked elli el couple solution | le couple est-il solution comment savoir | vérification du système comment

CE QU'IL ÉCRIT AU TABLEAU

$2 + (-1) = 1$ ✓ ; $3 \times 2 - (-1) = 7$ ✓

CE QU'IL RÉPOND

Ma thammech ma n7elou : nbaddlou x w y fi les deux équations w nchoufou. Pour $(2\,;-1)$ w le système $x + y = 1$, $3x - y = 7$: $2 + (-1) = 1$ w $3 \times 2 - (-1) = 7$. El zouz s7a7, donc solution.

ما ثمّاش ما نحلّو : نبدّلو x w y في les deux équations w نشوفو pour 2 ، moins 1 w le système x plus y . égale 1 ، 3 x moins y égale 7 : 2 plus moins 1 égale 1 ، w 3 fois 2 moins moins 1 égale 7 الزوج صحاح ، . donc solution

Il n'y a rien à résoudre : on remplace x et y dans les deux équations et on regarde. Pour 2, moins 1 et le système x plus y égale 1, 3 x moins y égale 7 : 2 plus moins 1 égale 1, et 3 fois 2 moins moins 1 égale 7. Les deux sont vraies, donc c'est une solution.

QUESTION 8 · SYSTÈME, SOLUTION, COUPLE

le couple vérifie la première équation seulement | couple yverifi équation wa7da bark solution ? | si le couple vérifie une seule équation | une seule équation vérifiée ça suffit ? | el couple ymchi fel première w mouch fel deuxième | vérifie une seule des deux équations c'est solution ?

CE QU'IL RÉPOND

Le, mouch solution. Le système yefredh zouz conditions fi nafs el wa9t : el couple lezem yvérifier les deux équations. Wa7da bark ma tekfich abadan.

لا ، موش le système . solution يفرض زوز conditions في نفس الوقت : الـ couple لازم يـ vérifier les deux équations . وحدة برك ما تكفيش أبدا .

Non, ce n'est pas une solution. Un système impose deux conditions à la fois : le couple doit vérifier les deux équations. Une seule ne suffit jamais.

QUESTION 9 · SYSTÈME, SOLUTION, COUPLE

3 × 2 moins moins 1 ça fait 5 ou 7 | pourquoi moins moins 1 donne plus 1 | moins moins 1 chnowa ya3ti | double signe moins | retirer -1 c'est ajouter 1 ? | 3lech 6 moins moins 1 égale 7

CE QU'IL ÉCRIT AU TABLEAU

$$3 \times 2 - (-1) = 6 + 1 = 7$$

CE QU'IL RÉPOND

Retirer -1 houwa ajouter 1. Donc $3 \times 2 - (-1) = 6 + 1 = 7$, mouch 5. Rodd belek 3al double signe, houwa elli ygholet.

retirer moins 1 هو 1 égale 6 plus 1 ، moins 1 ، 2 moins 3 fois donc . ajouter 1 ، يعني 7 ، موش 5 . رد بالك على الـ double signe ، هو اللي يغلّط .

Retirer moins 1, c'est ajouter 1. Donc 3 fois 2 moins, moins 1, égale 6 plus 1, soit 7, et non 5. Attention au double signe : c'est lui qui piège.

QUESTION 10 · LA MÉTHODE DE SUBSTITUTION

c'est quoi la méthode de substitution | kifech na3mel substitution | méthode de substitution comment ça marche | substitution chnowa | comment résoudre un système par substitution | les étapes de la substitution

CE QU'IL ÉCRIT AU TABLEAU

$$x + (2x - 3) = 6 \iff 3x = 9 \iff x = 3$$

$$y = 2 \times 3 - 3 = 3$$

CE QU'IL RÉPOND

El fekra nerj3ou l inconnue wa7da. N3azlou y walla x fi équation, w nbaddlouh fi l'autre équation, w n7elou, men ba3d nerj3ou nal9aw el valeur lo5ra. Pour $y = 2x - 3$ w $x + y = 6$: $x + (2x - 3) = 6$,

donc $x = 3$ w $y = 3$.

الفكرة نرجعو لـ inconnue وحدة . نعزلو y ولّا x في w ، نبدّلوه في équation w ، نحلّو l'autre équation ، من بعد نرجعو نلقاو الـ valeur الأخرى . ، pour y égale 2 x moins 3 w x plus y égale 6 : x plus 2 x moins 3 égale 6 . donc x égale 3 w y égale 3

L'idée est de se ramener à une seule inconnue. On isole y ou x dans une équation, on remplace dans l'autre équation, on résout, puis on remonte pour obtenir la seconde valeur. Pour y égale 2 x moins 3 et x plus y égale 6 : x plus 2 x moins 3 égale 6, donc x égale 3 et y égale 3.

QUESTION 11 · LA MÉTHODE DE SUBSTITUTION

quelle inconnue isoler | anahi inconnue n3azelha | j'isole x ou y | comment choisir l'inconnue à isoler | isoler y wala x | dans quelle équation isoler

CE QU'IL ÉCRIT AU TABLEAU

$$4c + s = 11 \iff s = 11 - 4c$$

CE QU'IL RÉPOND

N3azlou l'inconnue elli le coefficient mte3ha 1 walla -1 : hakka ma thammech fractions. Par exemple $4c + s = 11$ ta3ti $s = 11 - 4c$ bla ma ndiviser.

نعزلو l'inconnue اللي le coefficient متاعها 1 ولّا moins 1 : هكّا ما ثمّاش fractions . par exemple 4 c plus s égale 11 تعطي 11 égale 4 c moins 1 s égale 11 moins 4 c بلا ما نـ diviser .

On isole l'inconnue dont le coefficient vaut 1 ou moins 1 : on évite ainsi les fractions. Par exemple, 4 c plus s égale 11 donne s égale 11 moins 4 c, sans division.

QUESTION 12 · LA MÉTHODE DE SUBSTITUTION

j'ai trouvé 0 = 0 qu'est-ce que ça veut dire | l9it 0 = 0 chnowa ghlett | pourquoi j'obtiens 0 = 0 | 0 égale 0 fel substitution | ça donne 0 = 0 c'est normal ? | zéro égale zéro 3lech

CE QU'IL RÉPOND

Ghaleban baddelt l'expression fi nafs l'équation elli 5arrajtha menha. Hakka tal9a $0 = 0$: s7i7, ama ma ya3tik 7atta information. Lezem tbaddel fi l'autre équation.

غالبا بدّلت l'expression في نفس l'équation اللي خرّجتها منها . هاكّا تلقى 0 égale 0 : صحيح ، أما ما يعطيك حتّى information . لازم تبدّل في l'autre équation .

Le plus souvent, on a remplacé l'expression dans l'équation même d'où on l'avait tirée. On obtient alors 0 égale 0 : c'est vrai, mais cela ne donne aucune information. Il faut remplacer dans l'autre équation.

QUESTION 13 · LA MÉTHODE DE SUBSTITUTION

j'ai trouvé x, comment trouver y | l9it x kifech nal9a y | après avoir trouvé x qu'est-ce qu'on fait

comment trouver la deuxième inconnue | ba3d x kifech nkammel | trouver la seconde valeur

CE QU'IL ÉCRIT AU TABLEAU

$y = 2 \times 3 - 3 = 3 \quad ; \quad 3 + 3 = 6$ ✓

CE QU'IL RÉPOND

Nbaddlou x bel valeur elli l9ineha fi wa7da men les équations, el as-hel, w nal9aw y. Pour $x = 3$ w $y = 2x - 3$: $y = 2 \times 3 - 3 = 3$. W nvérifier fel o5ra : $3 + 3 = 6$.

نبدّلو x بالـ valeur اللي لقيناها في وحدة من les équations ، الأسهل ، نلقاو x w y égale 2 fois 3 moins 3 : y égale 2 fois 3 moins 3 ، يعني 3 . w نـ vérifier في 6 égale 3 plus 3 : l'autre .

On remplace x par la valeur trouvée dans l'une des équations, la plus simple, et on obtient y. Pour x égale 3 et y égale 2 x moins 3 : y égale 2 fois 3 moins 3, soit 3. Puis on vérifie dans l'autre : 3 plus 3 égale 6.

QUESTION 14 · LA MÉTHODE D'ÉLIMINATION

c'est quoi la méthode d'élimination | méthode de combinaison linéaire | élimination kifech na3melha | comment résoudre un système par élimination | combinaison chnowa | élimination et combinaison c'est la même chose ?

CE QU'IL ÉCRIT AU TABLEAU

$(3x + 2y) + (5x - 2y) = 16 + 16 \iff 8x = 32$

CE QU'IL RÉPOND

La méthode d'élimination, w y9oulou-lha zeda combinaison linéaire, nafs el 7aja. Ntayrou inconnue b nejm3ou walla nna99sou les deux équations. Pour $3x + 2y = 16$ w $5x - 2y = 16$: nejm3ou, $8x = 32$, donc $x = 4$, w $y = 2$.

la méthode d'élimination ، w يقولولها زادة combinaison linéaire ، نفس الحاجة . نطيّرو inconnue بـ نجمعو ولّا ننقّصو les deux équations : نجمعو ، 8 ، x égale 32 . pour 3 x plus 2 y égale 16 w 5 x moins 2 y égale 16 . donc x égale 4 ، w y égale 2 .

La méthode d'élimination, qu'on appelle aussi combinaison linéaire, c'est la même chose. On fait disparaître une inconnue en additionnant ou en soustrayant les deux équations. Pour 3 x plus 2 y égale 16 et 5 x moins 2 y égale 16 : on additionne, 8 x égale 32, donc x égale 4, puis y égale 2.

QUESTION 15 · LA MÉTHODE D'ÉLIMINATION

quand additionner et quand soustraire les équations | nzid wala nna99es les lignes | coefficients opposés on additionne ? | coefficients égaux on soustrait ? | additionner ou soustraire comment choisir | 3lech nzidou les deux lignes

CE QU'IL ÉCRIT AU TABLEAU

$L_1 + L_2$ ou $L_1 - L_2$

CE QU'IL RÉPOND

Ken les coefficients mte3 inconnue opposés, kif $+2y$ w $-2y$, nejm3ou les deux lignes. Ken égaux, kif $2x$ w $2x$, nna99sou. W ken 7atta 7ala, nmultiplier ligne walla el zouz par un nombre bien choisi 9bal.

كان les coefficients متاع inconnue opposés ، كيف plus 2 y w moins 2 y ، نجمعو les deux lignes . كان égaux
كيف ، x w 2 x 2 ، ننقّصو . w كان حتّى حالة ، نـ multiplier ligne ولّا الزوز par un nombre bien choisi قبْلْ .

Si les coefficients d'une inconnue sont opposés, comme plus 2 y et moins 2 y, on additionne les deux lignes. S'ils sont égaux, comme 2 x et 2 x, on soustrait. Sinon, on multiplie d'abord une ligne, ou les deux, par un nombre bien choisi.

QUESTION 16 · LA MÉTHODE D'ÉLIMINATION

quand je multiplie une ligne je multiplie aussi le second membre ? | nmultipli el ligne kolha ? | multiplier une ligne par 2, tous les termes ? | le second membre aussi on le multiplie | multiplier L1 par un nombre comment | 3lech nmultipli el ligne

CE QU'IL ÉCRIT AU TABLEAU

$$k \times L_1 \ : \ \text{tous les termes, second membre inclus}$$

CE QU'IL RÉPOND

Ey, el multiplication tti7 3al ligne el koll : les termes el koll, 7atta elli ba3d le signe égal. L'équation kif el mizen : elli ta3mlou 3al chmel, ta3mlou 3al imin.

كيف le signe égal . l'équation بعد حتى اللي ، الكل les termes : الكل ligne الـ على تطيح multiplication الـ ، إيه
الميزان : اللي تعملو على الشمال ، تعملو على اليمين .

Oui, la multiplication porte sur toute la ligne : tous les termes, y compris le second membre, après le signe égal. Une équation est une balance : ce qu'on fait à gauche, on le fait à droite.

QUESTION 17 · LA MÉTHODE D'ÉLIMINATION

substitution ou élimination laquelle choisir | anahi méthode a7sen | quelle méthode pour résoudre un système | comment choisir la méthode | la méthode la plus rapide pour un système | nekhtar substitution wala élimination

CE QU'IL RÉPOND

Nchoufou les coefficients. Ken inconnue 3andha coefficient 1 walla -1, la substitution sahla. Ken inconnue 3andha coefficients opposés walla égaux, l'élimination asra3. El zouz ya3tiw nafs la solution.

نشوفو les coefficients . كان inconnue عندها coefficient 1 ولّا la substitution ، moins 1 ساهلة . كان
. la solution نفس يعطيو الزوز . أسرع égaux ، l'élimination ولّا coefficients opposés عندها inconnue

On regarde les coefficients. Si une inconnue a un coefficient 1 ou moins 1, la substitution est simple. Si une inconnue a des coefficients opposés ou égaux, l'élimination est plus rapide. Les deux méthodes donnent la même solution.

QUESTION 18 · LECTURE GRAPHIQUE

combien de solutions peut avoir un système | système 9addech 3andou men solution | un système a toujours une solution ? | système sans solution c'est possible ? | nombre de solutions d'un système | système barcha solutions possible ?

CE QU'IL ÉCRIT AU TABLEAU

$a_1 \neq a_2 \Rightarrow$ une solution

CE QU'IL RÉPOND

Koll équation droite. Ken les droites sécantes : solution wa7da. Ken strictement parallèles : 7atta solution. W ken confondues : infinité de solutions. Ma thammech 7ala o5ra.

كل équation droite . كان solution : les droites sécantes وحدة . كان strictement parallèles : حتّى w solution . كان infinité de solutions : confondues . ما ثمّاش حالة أخرى .

Chaque équation représente une droite. Si les droites sont sécantes : une solution. Si elles sont strictement parallèles : aucune solution. Si elles sont confondues : une infinité de solutions. Il n'y a pas d'autre cas.

QUESTION 19 · LECTURE GRAPHIQUE

pourquoi des droites parallèles donnent aucune solution | droites parallèles système 3lech ma fammech solution | comment savoir si les droites sont parallèles | parallèles ya3ni pas de solution ? | système droites parallèles | strictement parallèles c'est quoi

CE QU'IL ÉCRIT AU TABLEAU

$a_1 = a_2 = 2 \quad ; \quad -3 \neq \frac{1}{2}$

CE QU'IL RÉPOND

Droites strictement parallèles : nafs le coefficient directeur w ordonnées à l'origine mekhtalfin. Ma ytla9aw abadan, donc 7atta point commun w 7atta solution. Mathalan $y = 2x - 3$ w $y = 2x + \frac{1}{2}$.

droites strictement parallèles : نفس le coefficient directeur w ordonnées à l'origine مختلفين . ما يتلاقاوش donc ، أبدا point commun w حتّى solution . مثلا y égale 2 x moins 3 w y égale 2 x plus un demi .

Des droites strictement parallèles ont le même coefficient directeur et des ordonnées à l'origine différentes. Elles ne se coupent jamais : aucun point commun, donc aucune solution. Par exemple y égale 2 x moins 3 et y égale 2 x plus un demi.

QUESTION 20 · LECTURE GRAPHIQUE

droites confondues c'est quoi | pourquoi confondues donne une infinité de solutions | confondues ya3ni chnowa | 2x - y = 3 et 4x - 2y = 6 c'est la même droite ? | kifech na3ref les droites confondues | système droites confondues solutions

CE QU'IL ÉCRIT AU TABLEAU

$2x - y = 3 \iff y = 2x - 3$

$4x - 2y = 6 \iff y = 2x - 3$

CE QU'IL RÉPOND

Droites confondues : nafs le coefficient directeur w nafs l'ordonnée à l'origine, ya3ni nafs el droite. Koll point menha solution : infinité de solutions. $2x - y = 3$ w $4x - 2y = 6$ mektoubin mekhtalfin, ama el zouz $y = 2x - 3$.

droites confondues : نفس le coefficient directeur w نفس l'ordonnée à l'origine ، يعني نفس الـ droite . كل point منها 6 égale y moins 2 x 4 w 3 égale y moins 2 x solution : infinité de solutions . مكتوبين مختلفين ، أما الزوج 3 moins 2 x égale y .

Des droites confondues ont le même coefficient directeur et la même ordonnée à l'origine : c'est la même droite. Chacun de ses points est solution : une infinité de solutions. 2 x moins y égale 3 et 4 x moins 2 y égale 6 s'écrivent différemment, mais toutes deux donnent y égale 2 x moins 3.

QUESTION 21 · LECTURE GRAPHIQUE

droites sécantes combien de solutions | sécantes ya3ni chnowa | comment savoir si les droites sont sécantes | sécantes une seule solution ? | c'est quoi des droites sécantes | système droites sécantes

CE QU'IL ÉCRIT AU TABLEAU

$a_1 \neq a_2 \Rightarrow$ sécantes, une solution

CE QU'IL RÉPOND

Droites sécantes : les coefficients directeurs mekhtalfin. Ytla9aw fi point wa7ed, w el couple mte3ou houwa la solution el wa7ida mte3 le système.

droites sécantes : les coefficients directeurs مختلفين . يتلاقاو في point واحد ، w الـ couple متاعو هو la solution الوحيدة متاع le système .

Des droites sécantes ont des coefficients directeurs différents. Elles se coupent en un seul point, et son couple de coordonnées est l'unique solution du système.

QUESTION 22 · LECTURE GRAPHIQUE

comment savoir sans tracer | kifech na3ref bla ma nrasem | sans tracer les droites comment trancher | mettre sous la forme y = ax + b pourquoi | kifech nchouf les droites bla rasm | comparer les coefficients sans dessiner

CE QU'IL ÉCRIT AU TABLEAU

$y = ax + b$

CE QU'IL RÉPOND

Nektbou les deux équations 3la la forme $y = ax + b$, w nchoufou les a 9bal, men ba3d les b. A mekhtalfin : sécantes. Nafs a w b mekhtalfin : parallèles. Nafs a w nafs b : confondues.

نكتبو les deux équations على w ، نشوفو les a قبْلْ ، من بعد les b . a مختلفين : la forme y égale a x plus b
. b : confondues نفس a w نفس . parallèles : مختلفين a w b نفس . sécantes

On écrit les deux équations sous la forme y égale a x plus b, et on compare d'abord les a, puis les b. a différents : sécantes. Même a et b différents : parallèles. Même a et même b : confondues.

QUESTION 23 · LECTURE GRAPHIQUE

pourquoi chaque équation représente une droite | koll équation droite 3lech | équation du système c'est une droite ? | lien entre système et droites | résoudre un système c'est chercher le point commun des droites ? | chaque équation une droite

CE QU'IL RÉPOND

Koll équation mte3 le système, ki nektbouha $y = ax + b$, hiya droite. Les couples elli yvérifiw l'équation houma les points mte3 el droite. Donc n7elou le système, ya3ni nlawjou 3la les points communs mte3 el zouz droites.

كل équation متاع le système ، كي نكتبوها y égale a x plus b ، هي les couples . droite اللي يـ vérifier
متاع les points communs على نلوّجو يعني ، le système نحلّو droite . donc متاع الـ les points هوما l'équation
. droites الزوز

Chaque équation du système, une fois écrite y égale a x plus b, représente une droite. Les couples qui vérifient l'équation sont les points de cette droite. Résoudre le système, c'est donc chercher les points communs aux deux droites.

QUESTION 24 · METTRE UN PROBLÈME EN SYSTÈME

comment savoir qu'un problème se résout avec un système | problème kifech na3ref elli fih système | mettre un problème en système comment | problème à deux inconnues comment faire | quand utiliser un système dans un problème | kifech n7ott problème en système

CE QU'IL ÉCRIT AU TABLEAU

$$\begin{cases} 2c + 3s = 13 \\ 4c + s = 11 \end{cases}$$

CE QU'IL RÉPOND

Ken fi l'énoncé deux grandeurs inconnues w deux informations, houwa système. Nsammiw les deux inconnues bel unité mte3hom, nektbou koll information b équation, n7elou, w nvérifier les deux équations 9bal ma njewbou.

كان في l'énoncé deux grandeurs inconnues w deux informations ، هو système . نسمّيو les deux
قبْلْ vérifier les deux équations نـ w ، نحلّو ، équation بـ information كل نكتبو ، متاعهم unité بالـ inconnues

ما نجاوبو .

Deux grandeurs inconnues et deux informations dans l'énoncé : c'est un système. On nomme les deux inconnues avec leur unité, on traduit chaque information par une équation, on résout, et on vérifie les deux équations avant de répondre.

QUESTION 25 · METTRE UN PROBLÈME EN SYSTÈME

j'ai trouvé un prix négatif | l9it prix négatif chnowa ghlett | le nombre d'objets n'est pas entier c'est normal ? | résultat négatif dans un problème | prix négatif ya3ni ghalta ? | nombre de stylos à virgule

CE QU'IL RÉPOND

Prix négatif walla nombre d'objets mouch entier ya3ni ghalta fel traduction mte3 l'énoncé, mouch fel calcul. Erja3 l les équations w chouf koll information kifech ktebtha.

prix négatif ولّا nombre d'objets mouch entier يعني غلطة في الـ traduction متاع l'énoncé ، mouch في الـ calcul . أرجع لـ les équations w شوف كل information كيفاش كتبتها .

Un prix négatif ou un nombre d'objets non entier signale une erreur de traduction de l'énoncé, pas de calcul. Reviens aux équations et relis comment chaque information a été écrite.

QUESTION 26 · METTRE UN PROBLÈME EN SYSTÈME

j'ai trouvé c = 2 c'est la réponse ? | l9it c = 2 kammalt ? | comment répondre à la question du problème | la réponse avec l'unité ? | c = 2 w s = 3 chnowa nekteb | comment rédiger la réponse finale

CE QU'IL ÉCRIT AU TABLEAU

$c = 2\,\mathrm{D} \quad ; \quad s = 3\,\mathrm{D}$

CE QU'IL RÉPOND

El so2al 3la prix, bel unité mte3ou. Ma nektbouch $c = 2$ bark : nektbou un cahier coûte 2 dinars w un stylo 3 dinars. W 9bal, nvérifier : $2 \times 2 + 3 \times 3 = 13$.

السؤال على prix ، بالـ unité متاعو . ما نكتبوش c égale 2 برك : نكتبو un cahier coûte 2 dinars w un stylo 3 dinars . w قبْلْ ، نـ vérifier : 2 fois 2 plus 3 fois 3 égale 13 .

La question porte sur un prix, avec son unité. On n'écrit pas seulement c égale 2 : on écrit « un cahier coûte 2 dinars et un stylo 3 dinars ». Et avant, on vérifie : 2 fois 2 plus 3 fois 3 égale 13.

Les exercices — avec les corrigés

EXERCICE 1 · BASE **Vérifier un couple**

On veut savoir si $(2\,;-1)$ est solution du système $\begin{cases} x+y=1 \\ 3x-y=7 \end{cases}$.

Calculer $3x-y$ pour $x=2$ et $y=-1$.

Réponse attendue : 7

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Remplace x par 2 et y par -1, en gardant les parenthèses autour du -1.
2. Attention au double signe : soustraire -1 revient à ajouter 1.

CORRECTION

Remplacer — On met des parenthèses autour de la valeur négative.

$3x-y=3\times 2-(-1)$

Deux signes moins successifs donnent un plus.

$=6+1$

$=7$

Conclusion — La seconde équation est vérifiée. La première aussi : $2+(-1)=1$.

$(2\,;-1)$ est solution

Le couple vérifie les deux équations : c'est bien une solution du système.

PIÈGES ANTICIPÉS

5 → Tu as calculé $6-1$. Le terme est $-y$ avec $y=-1$: cela donne $-(-1)=+1$.

-7 → Vérifie le signe de $3x$: avec $x=2$, il vaut $+6$.

EXERCICE 2 · BASE **Substitution immédiate**

Résoudre $\begin{cases} y=2x-3 \\ x+y=6 \end{cases}$.

Donner la valeur de x.

Réponse attendue : 3

INDICES, DANS L'ORDRE

1. La première équation donne déjà y en fonction de x : tu peux substituer directement.
2. Remplace y par $2x-3$ dans la **seconde** équation.
3. Tu obtiens une équation du premier degré à une seule inconnue.

CORRECTION

Substituer — Dans la seconde équation, y devient $2x-3$.

$x+(2x-3)=6$

Réduire —

$3x-3=6$

Résoudre —

$3x = 9 \iff x = 3$

Remonter et vérifier —

$y = 2 \times 3 - 3 = 3 \quad ; \quad 3 + 3 = 6 \quad \checkmark$

$(x\,;y) = (3\,;3)$

Substituer ramène deux inconnues à une seule. Le reste est une équation du premier degré.

PIÈGES ANTICIPÉS

9 → Tu es arrivé à $3x = 9$ et tu t'es arrêté. Il reste à diviser par 3.

1 → Vérifie le passage de $3x - 3 = 6$ à $3x = 9$: le -3 change de signe en changeant de membre.

EXERCICE 3 · PRATIQUE

Combinaison par soustraction

Résoudre $\begin{cases} 2x + 3y = 8 \\ 2x - y = 0 \end{cases}$.

Donner la valeur de y.

Réponse attendue : 2

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Compare les coefficients de x dans les deux équations.
2. Ils sont **égaux** : en soustrayant les deux lignes, x disparaît.
3. Attention en soustrayant : $3y - (-y) = 4y$.

CORRECTION

Soustraire — Coefficients de x égaux : $L_1 - L_2$ élimine x.

$(2x + 3y) - (2x - y) = 8 - 0$

Attention au double signe sur y.

$3y + y = 8 \iff 4y = 8$

$y = 2$

Remonter et vérifier —

$2x - 2 = 0 \iff x = 1 \quad ; \quad 2 + 6 = 8 \quad \checkmark$

$(x\,;y) = (1\,;2)$

Coefficients égaux, on soustrait. Le double signe sur la seconde inconnue est le seul point délicat.

PIÈGES ANTICIPÉS

4 → Tu as écrit $3y - y = 2y$. La soustraction porte sur toute la ligne : $3y - (-y) = 4y$.

1 → 1 est la valeur de x. La question porte sur y.

EXERCICE 4 · PRATIQUE

Combinaison par addition

Résoudre $\begin{cases} 3x + 2y = 16 \\ 5x - 2y = 16 \end{cases}$.

Donner la valeur de x.

Réponse attendue : 4

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Regarde les coefficients de y : que se passe-t-il si tu additionnes les deux lignes ?
2. Ils sont opposés : $+2y$ et $-2y$ s'annulent.
3. N'oublie pas d'additionner aussi les seconds membres.

CORRECTION

Additionner —

$(3x + 2y) + (5x - 2y) = 16 + 16$

Les termes en y disparaissent.

$8x = 32$

$x = 4$

Remonter et vérifier —

$3 \times 4 + 2y = 16 \iff y = 2$; $5 \times 4 - 4 = 16$ ✓

$(x\,;y) = (4\,;2)$

Coefficients opposés, on additionne. C'est le cas le plus rapide de tout le chapitre.

PIÈGES ANTICIPÉS

32 → Tu es arrivé à $8x = 32$ et tu t'es arrêté. Il reste à diviser par 8.

2 → Attention : $16 + 16 = 32$, pas 16. Le second membre s'additionne aussi. (2 est la valeur de y.)

EXERCICE 5 · RAISONNEMENT

Cahiers et stylos

Deux cahiers et trois stylos coûtent 13 dinars. Quatre cahiers et un stylo coûtent 11 dinars.

Quel est le prix d'un cahier, en dinars ?

Réponse attendue : 2

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Nomme les deux inconnues : c le prix d'un cahier, s celui d'un stylo, en dinars.
2. Traduis chaque phrase par une équation, puis choisis ta méthode.
3. Dans la seconde équation, le coefficient de s vaut 1 : la substitution y sera la plus rapide.

CORRECTION

Le système —

$\begin{cases} 2c + 3s = 13 \\ 4c + s = 11 \end{cases}$

Isoler s —

$s = 11 - 4c$

Substituer — La parenthèse est indispensable : le 3 multiplie les deux termes.

$2c + 3(11 - 4c) = 13$

$2c + 33 - 12c = 13 \iff -10c = -20$

$c = 2$

Vérifier et répondre — $s = 11 - 8 = 3$, et $2 \times 2 + 3 \times 3 = 13$.

$c = 2$ dinars ; $s = 3$ dinars

Deux inconnues, deux informations : le système se pose tout seul une fois les inconnues nommées.

PIÈGES ANTICIPÉS

`3` → 3 dinars, c'est le prix d'un **stylo**. La question porte sur le cahier.

`20` → Tu es arrivé à $-10c = -20$ et tu t'es arrêté. Il reste à diviser par -10.

`10` → Tu as écrit $3 \times 11 - 4c$ au lieu de $3(11 - 4c)$. Le facteur 3 multiplie les deux termes.

EXERCICE 6 · DEFI

Un système sans solution

On considère $\begin{cases} 2x - y = 3 \\ -4x + 2y = 1 \end{cases}$. Les deux droites associées sont-elles sécantes, parallèles ou confondues ?

Répondre en un mot : sécantes, parallèles ou confondues.

Réponse attendue : `parallèles` — aussi acceptées : paralleles · strictement parallèles · parallèles distinctes

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Mets chaque équation sous la forme $y = ax + b$.
2. Compare d'abord les coefficients directeurs, puis les ordonnées à l'origine.
3. Même pente et hauteurs différentes : les droites ne se rencontrent jamais.

CORRECTION

Première droite —

$2x - y = 3 \iff y = 2x - 3$

Seconde droite — On isole y, puis on divise toute la ligne par 2.

$-4x + 2y = 1 \iff 2y = 4x + 1 \iff y = 2x + \frac{1}{2}$

Comparer — Mêmes coefficients directeurs, ordonnées à l'origine différentes.

$a_1 = a_2 = 2$; $-3 \neq \frac{1}{2}$

Les droites sont strictement parallèles : le système n'a aucune solution.

$S = \varnothing$

Deux droites de même pente et d'ordonnées à l'origine différentes ne se coupent jamais : le système est impossible.

PIÈGES ANTICIPÉS

`sécantes / secantes` → Les équations sont différentes, mais leurs coefficients directeurs sont **égaux** à 2. Deux droites de même pente ne se coupent pas.

`confondues` → Il faudrait aussi la même ordonnée à l'origine. Or $-3 \neq \frac{1}{2}$: les droites sont distinctes.

EXERCICE 7 · BASE

Compléter un couple solution

On considère l'équation $2x - 5y = 1$.

Déterminer y pour que le couple $(3\,;y)$ soit solution de cette équation.

Donner la valeur de y.

Réponse attendue : 1

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Dans un couple $(x\,;y)$, le premier nombre est la valeur de x. Remplace-le dans l'équation.
2. Tu obtiens $2 \times 3 - 5y = 1$, c'est-à-dire une équation du premier degré à une seule inconnue. Résous-la.

CORRECTION

On remplace x par 3 —

$2 \times 3 - 5y = 1$

$6 - 5y = 1 \iff -5y = -5$

$y = 1$

Vérification : $2 \times 3 - 5 \times 1 = 6 - 5 = 1$. Le couple $(3\,;1)$ est bien solution — et ce n'est qu'une solution parmi une infinité, puisqu'on aurait pu imposer n'importe quelle autre valeur de x.

PIÈGES ANTICIPÉS

`8` → Tu as pris 3 pour la valeur de y : c'est x que tu as calculé. Dans un couple, le premier nombre est toujours x.

`-1` → Attention aux signes : de $-5y = -5$, on divise -5 par -5. Le quotient de deux nombres négatifs, quel est son signe ?

`-7/5 / -1.4` → Attention au signe : en passant 6 à droite on obtient $-5y = 1 - 6 = -5$, et non $1 + 6$.

EXERCICE 8 · BASE

Faire une hypothèse sur un prix

Trois cahiers et deux stylos coûtent 12 dinars. On fait l'hypothèse qu'un stylo coûte $1{,}5$ dinar.

Calculer, dans cette hypothèse, le prix d'un cahier.

Donner le prix d'un cahier, en dinars.

Réponse attendue : 3

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Nomme c le prix d'un cahier. Traduis la phrase par une égalité où le prix du stylo est remplacé par $1{,}5$.
2. Les deux stylos coûtent ensemble $2 \times 1{,}5$ dinars : retire-les du total avant de diviser.

CORRECTION

Traduire l'hypothèse —

$$3c + 2 \times 1{,}5 = 12$$

Les deux stylos coûtent 3 dinars.

$$3c + 3 = 12 \iff 3c = 9$$

$$c = 3$$

Une hypothèse sur une inconnue ramène l'information à une seule inconnue. Il restera à vérifier l'hypothèse sur une autre information.

PIÈGES ANTICIPÉS

4 → Tu as divisé 12 par 3 comme si les trois cahiers coûtaient tout. Les deux stylos font aussi partie des 12 dinars.

9 → Tu es arrivé à $3c = 9$. Il reste à diviser par 3.

EXERCICE 9 · BASE **Déduire la seconde inconnue**

Deux kilogrammes de pommes et un kilogramme de bananes coûtent 7 dinars. Un kilogramme de pommes et trois kilogrammes de bananes coûtent 11 dinars.

On essaie : le kilogramme de pommes coûte 2 dinars. Calculer, avec la première information, le prix du kilogramme de bananes.

Donner le prix du kilogramme de bananes, en dinars.

Réponse attendue : 3

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Nomme p et b les prix au kilogramme. La première information s'écrit $2p + b = 7$.
2. Remplace p par la valeur de l'essai : deux kilogrammes de pommes, cela fait 2×2 dinars.

CORRECTION

Première information —

$$2p + b = 7$$

Remplacer p par 2 —

$$2 \times 2 + b = 7 \iff b = 7 - 4$$

$$b = 3$$

Contrôle sur la seconde information : $2 + 3 \times 3 = 11$. L'essai vérifie les deux informations : c'est la solution.

PIÈGES ANTICIPÉS

5 → Tu as retiré 2 au lieu de 2×2 : il y a **deux** kilogrammes de pommes à 2 dinars.

11 → Le prix des pommes se **retire** du total : $b = 7 - 4$, pas $7 + 4$.

EXERCICE 10 · BASE

Un essai qui échoue

On reprend la situation : $2p + b = 7$ et $p + 3b = 11$, où p et b sont les prix au kilogramme des pommes et des bananes, en dinars.

On essaie $p = 1$. La première égalité donne alors $b = 5$. Calculer $p + 3b$ avec ces valeurs.

Donner la valeur de $p + 3b$ pour $p = 1$ et $b = 5$.

Réponse attendue : 16

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Remplace p par 1 et b par 5 dans $p + 3b$.
2. La multiplication passe avant l'addition : commence par 3×5.

CORRECTION

Remplacer —

$$p + 3b = 1 + 3 \times 5$$

$$= 1 + 15$$

$$= 16$$

Conclure — On trouve 16 et non 11 : la seconde information n'est pas vérifiée.

$$16 \neq 11$$

Un essai qui ne vérifie qu'une des deux informations n'est pas une solution. Il faut une méthode, pas une suite d'essais au hasard.

PIÈGES ANTICIPÉS

20 → Tu as calculé $(1 + 3) \times 5$. La multiplication est prioritaire : $1 + 3 \times 5 = 1 + 15$.

EXERCICE 11 · PRATIQUE

Mesurer l'écart d'un essai

On cherche deux nombres x et y dont la somme vaut 20 et la différence $x - y$ vaut 6.

On essaie $x = 12$. Calculer y avec la somme, puis la différence $x - y$ obtenue.

Donner la valeur de $x - y$ obtenue avec cet essai.

Réponse attendue : 4

INDICES, DANS L'ORDRE

1. La somme impose $y = 20 - x$.
2. Avec $x = 12$, calcule y, puis $x - y$ dans cet ordre.

CORRECTION

Avec la somme —

$y = 20 - 12 = 8$

La différence —

$x - y = 12 - 8$

$= 4$

Comparer — On voulait 6 : l'essai donne une différence trop petite de 2.

$4 \neq 6$

Calculer l'écart d'un essai dit dans quel sens corriger : ici, il faut augmenter x.

PIÈGES ANTICIPÉS

`-4` → Tu as calculé $y - x$. La différence demandée est $x - y$, le premier nombre moins le second.

`8` → 8 est la valeur de y. La question porte sur la différence $x - y$.

EXERCICE 12 · PRATIQUE

Comment varie l'écart

On garde la somme $x + y = 20$. On augmente x de 1 ; pour que la somme reste 20, y diminue alors de 1.

Calculer de combien augmente la différence $x - y$.

Donner l'augmentation de $x - y$.

Réponse attendue : 2

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Écris la nouvelle différence avec $x + 1$ et $y - 1$.
2. Attention au moins devant la parenthèse : $-(y - 1) = -y + 1$.

CORRECTION

Nouvelle différence —

$(x + 1) - (y - 1)$

Supprimer les parenthèses — Le moins devant la seconde parenthèse change les deux signes.

$= x + 1 - y + 1$

$= (x - y) + 2$

Chaque fois que x gagne 1 à somme constante, la différence gagne 2. C'est ce qui permet de corriger un essai sans tâtonner.

PIÈGES ANTICIPÉS

`0` → Tu as écrit $-(y - 1) = -y - 1$. Le moins change **les deux** signes de la parenthèse : $-(y - 1) = -y + 1$.

`1` → Tu n'as compté que l'augmentation de x. Mais y diminue en même temps, ce qui augmente encore la différence.

EXERCICE 13 · RAISONNEMENT

Corriger un essai

On cherche toujours x et y avec $x + y = 20$ et $x - y = 6$.

L'essai $x = 12$ donne une différence de 4. On sait aussi que chaque augmentation de 1 de x, à somme constante, augmente la différence de 2.

Déterminer la valeur de x qui donne exactement la différence 6.

Donner la valeur de x.

Réponse attendue : 13

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Il manque $6 - 4$ à la différence obtenue.
2. Chaque unité ajoutée à x rapporte 2 à la différence : combien d'unités faut-il ajouter ?

CORRECTION

Ce qui manque —

$6 - 4 = 2$

Combien d'unités — Chaque unité ajoutée à x rapporte 2.

$2 \div 2 = 1$

Corriger l'essai —

$x = 12 + 1 = 13$

Vérifier — $y = 20 - 13 = 7$, et $13 - 7 = 6$.

$x = 13$

Mesurer l'écart d'un essai, puis savoir de combien il varie : c'est déjà raisonner sur deux inconnues liées. La méthode de substitution fera la même chose en une seule ligne.

PIÈGES ANTICIPÉS

14 → Tu as ajouté 2 à x. Mais une unité ajoutée à x fait déjà gagner 2 à la différence : il suffit d'ajouter 1.

7 → 7 est la valeur de y. La question porte sur x.

EXERCICE 14 · PRATIQUE

Motos et voitures : un essai

Un parking contient 10 véhicules, des motos (2 roues) et des voitures (4 roues). On compte 32 roues en tout.

On essaie : 5 voitures et donc 5 motos. Calculer le nombre de roues obtenu avec cet essai.

Donner le nombre de roues de cet essai.

Réponse attendue : 30

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Compte séparément les roues des voitures et celles des motos.
2. Une voiture a 4 roues, une moto 2 : additionne les deux totaux.

CORRECTION

Les voitures —

$5 \times 4 = 20$

Les motos —

$5 \times 2 = 10$

Le total —

$20 + 10 = 30$

Comparer — On veut 32 roues : l'essai en donne 2 de moins.

$30 \neq 32$

L'essai vérifie la première information (dix véhicules) mais pas la seconde. Il faudra le corriger.

PIÈGES ANTICIPÉS

`20` → Tu n'as compté que les roues des voitures. Les 5 motos ont aussi 2 roues chacune.

`40` → Tu as compté 4 roues pour chaque véhicule. Une moto n'en a que 2.

EXERCICE 15 · RAISONNEMENT

Motos et voitures : le bon essai

Un parking contient 10 véhicules, des motos (2 roues) et des voitures (4 roues), et 32 roues en tout.

L'essai « 5 voitures, 5 motos » donne 30 roues. Remplacer une moto par une voiture garde dix véhicules et ajoute 2 roues.

Déterminer le nombre de voitures.

Donner le nombre de voitures.

Réponse attendue : 6

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Il manque $32 - 30$ roues à l'essai.
2. Chaque moto remplacée par une voiture ajoute 2 roues : combien de remplacements faut-il ?

CORRECTION

Ce qui manque —

$32 - 30 = 2$

Remplacements — Un remplacement ajoute 2 roues.

$2 \div 2 = 1$

Corriger —

$v = 5 + 1 = 6$

Vérifier — 4 motos, et $6 \times 4 + 4 \times 2 = 24 + 8 = 32$.

$v = 6$

Corriger un essai, c'est mesurer son écart et savoir ce que rapporte chaque changement. Le système $v + m = 10, 4v + 2m = 32$ donne la même réponse directement.

PIÈGES ANTICIPÉS

4 → 4 est le nombre de motos. La question porte sur les voitures.

7 → Tu as fait deux remplacements. Un seul suffit : il ajoute déjà les 2 roues qui manquent.

EXERCICE 16 · PRATIQUE

Quand les essais entiers échouent

Trois cahiers et deux stylos coûtent 7 dinars ; un cahier et deux stylos coûtent 4 dinars. On note c et s les prix, en dinars.

On essaie $c = 2$. Calculer s avec la seconde information, puis la valeur de $3c + 2s$ obtenue.

Donner la valeur de $3c + 2s$ pour cet essai.

Réponse attendue : 8

INDICES, DANS L'ORDRE

1. La seconde information s'écrit $c + 2s = 4$. Avec $c = 2$, on obtient $2s = 2$.
2. Une fois s trouvé, remplace c et s dans $3c + 2s$.

CORRECTION

Seconde information —

$2 + 2s = 4 \iff 2s = 2 \iff s = 1$

Première information —

$3c + 2s = 3 \times 2 + 2 \times 1$

$= 8$

Comparer — On voulait 7. L'essai $c = 1$ donne 6 : la bonne valeur est entre les deux, elle n'est pas entière.

$8 \neq 7$

Un essai à 6, un essai à 8, et la cible à 7 : aucun prix entier ne convient. Seule une méthode de résolution trouvera $c = 1{,}5$.

PIÈGES ANTICIPÉS

10 → Tu as pris $s = 2$. De $2s = 2$, on divise par 2 : $s = 1$.

7 → 7 est le total qu'on voulait obtenir. La question demande ce que donne l'essai.

EXERCICE 17 · RAISONNEMENT

Le total en fonction de l'essai

Sami achète 2 cahiers et 3 stylos, Leïla 4 cahiers et 1 stylo et paie 11 dinars. On note c le prix d'un cahier et s celui d'un stylo.

Pour un essai c, l'achat de Leïla impose $s = 11 - 4c$. Exprimer en fonction de c le total $2c + 3s$ que paierait alors Sami.

Donner l'expression de $2c + 3s$ en fonction de c, développée et réduite.

Réponse attendue : `33-10c`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Remplace s par $11 - 4c$ dans $2c + 3s$, avec des parenthèses.
2. Développe $3(11 - 4c)$: le 3 multiplie les deux termes. Puis réduis les termes en c.

CORRECTION

Remplacer s —

$$2c + 3s = 2c + 3(11 - 4c)$$

Développer —

$$= 2c + 33 - 12c$$

Réduire —

$$= 33 - 10c$$

Le total de Sami vaut 13 quand $33 - 10c = 13$, c'est-à-dire $c = 2$: l'essai devient une équation à une inconnue. C'est exactement l'idée de la substitution.

PIÈGES ANTICIPÉS

`33-2c` → Tu as écrit $3 \times 11 - 4c$ au lieu de $3(11 - 4c)$. Le facteur 3 multiplie les deux termes : $3(11 - 4c) = 33 - 12c$.

`33+14c` → Attention au signe : $3 \times (-4c) = -12c$, et $2c - 12c = -10c$.

EXERCICE 18 · BASE

Un couple vérifie-t-il l'équation ?

On considère l'équation $4x - 3y = 10$. On veut savoir si le couple $(1\,;-2)$ en est une solution.

Calculer $4x - 3y$ pour $x = 1$ et $y = -2$.

Réponse attendue : `10`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Le premier nombre du couple est x, le second est y. Remplace-les, avec des parenthèses autour du négatif.
2. Attention : $-3 \times (-2)$ est un produit de deux négatifs.

CORRECTION

Remplacer —

$$4x - 3y = 4 \times 1 - 3 \times (-2)$$

Le produit de deux négatifs est positif.

$$= 4 + 6$$

$$= 10$$

Conclure — On retrouve le second membre.

$(1\,;-2)$ est solution

Pour savoir si un couple est solution, on ne résout rien : on remplace et on compare au second membre.

PIÈGES ANTICIPÉS

-2 → Tu as calculé $4-6$. Or $-3\times(-2)=+6$: le produit de deux négatifs est positif.

-11 → Tu as pris $x=-2$ et $y=1$. Dans un couple $(x\,;y)$, le premier nombre est x.

EXERCICE 19 · BASE

Trouver l'abscisse d'un couple solution

On considère l'équation $x-4y=3$.

Déterminer x pour que le couple $(x\,;2)$ soit solution de cette équation.

Donner la valeur de x.

Réponse attendue : 11

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Le second nombre du couple est y : remplace y par 2.
2. Tu obtiens une équation en x seul : isole x en faisant passer le terme connu de l'autre côté.

CORRECTION

Remplacer y par 2 —

$x-4\times2=3$

$x-8=3 \iff x=3+8$

$x=11$

Vérification : $11-8=3$. Imposer une inconnue détermine l'autre : c'est ainsi qu'on fabrique autant de solutions qu'on veut.

PIÈGES ANTICIPÉS

-5 → Tu as écrit $x=3-8$. En passant de l'autre côté, -8 devient $+8$.

7 → Tu as remplacé $4y$ par 4. Avec $y=2$, le terme vaut $4\times2=8$.

EXERCICE 20 · BASE

Exprimer y en fonction de x

On considère l'équation $2x+y=5$.

Exprimer y en fonction de x.

Donner l'expression de y en fonction de x.

Réponse attendue : 5-2x

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Le coefficient de y vaut 1 : il suffit de faire passer $2x$ de l'autre côté.
2. Un terme qui change de membre change de signe.

CORRECTION

Isoler y — On retranche $2x$ aux deux membres.

$$2x + y = 5 \iff y = 5 - 2x$$

$$y = 5 - 2x$$

Chaque valeur de x donne une valeur de y : $x = 0$ donne $(0\,;5)$, $x = 1$ donne $(1\,;3)$... L'équation a une infinité de solutions.

PIÈGES ANTICIPÉS

2x-5 → Tu as changé le signe des deux termes. Seul $2x$ change de membre : $y = 5 - 2x$.

5+2x → En passant de l'autre côté, $+2x$ devient $-2x$.

EXERCICE 21 · BASE **Le couple d'abscisse nulle**

On considère l'équation $3x + 4y = 12$.

Déterminer y pour que le couple $(0\,;y)$ soit solution.

Donner la valeur de y.

Réponse attendue : 3

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Remplace x par 0 : le terme $3x$ disparaît.
2. Il reste $4y = 12$.

CORRECTION

Remplacer x par 0 —

$$3 \times 0 + 4y = 12$$

$$4y = 12$$

$$y = 3$$

Le couple $(0\,;3)$ est solution. Avec $y = 0$ on trouverait de même $(4\,;0)$: deux solutions faciles à obtenir.

PIÈGES ANTICIPÉS

4 → 4, c'est la valeur de x quand $y = 0$. Ici on impose $x = 0$ et on cherche y.

12 → Tu es arrivé à $4y = 12$. Il reste à diviser par 4.

EXERCICE 22 · BASE **Le couple d'ordonnée nulle**

On considère l'équation $3x - 5y = 15$.

Déterminer x pour que le couple $(x\,;0)$ soit solution.

Donner la valeur de x.

Réponse attendue : 5

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Remplace y par 0 : le terme $-5y$ disparaît.
2. Il reste une équation en x seul.

CORRECTION

Remplacer y par 0 —

$3x - 5 \times 0 = 15$

$3x = 15$

$x = 5$

Le couple $(5\,;0)$ est solution. Fixer une inconnue à 0 est souvent le moyen le plus rapide d'obtenir une solution.

PIÈGES ANTICIPÉS

-3 → -3 est la valeur de y quand $x = 0$. Ici, c'est y qui vaut 0.

15 → Tu es arrivé à $3x = 15$. Il reste à diviser par 3.

EXERCICE 23 · PRATIQUE **Une équation à coefficients fractionnaires**

On considère l'équation $\dfrac{x}{2} + \dfrac{y}{3} = 1$.

Déterminer y pour que le couple $(4\,;y)$ soit solution.

Donner la valeur de y.

Réponse attendue : -3

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Avec $x = 4$, le premier terme vaut $\dfrac{4}{2}$.
2. Tu obtiens $\dfrac{y}{3} = 1 - 2$. Pour retrouver y, multiplie par 3.

CORRECTION

Remplacer x par 4 —

$\frac{4}{2} + \frac{y}{3} = 1$

$2 + \frac{y}{3} = 1 \iff \frac{y}{3} = -1$

On multiplie les deux membres par 3.

$y = -3$

Vérification : $\dfrac{4}{2} + \dfrac{-3}{3} = 2 - 1 = 1$. Une solution peut avoir une coordonnée négative.

PIÈGES ANTICIPÉS

3 → Tu as écrit $\frac{y}{3} = 1$. Or $1 - 2 = -1$: on retranche 2 aux deux membres.

-1/3 → De $\frac{y}{3} = -1$, on **multiplie** par 3 : $y = -3$. Diviser donnerait $-\frac{1}{3}$.

EXERCICE 24 · PRATIQUE

Exprimer x en fonction de y

On considère l'équation $3x - 6y = 9$.

Exprimer x en fonction de y, sous forme réduite.

Donner l'expression de x en fonction de y.

Réponse attendue : 3+2y

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Commence par faire passer $-6y$ de l'autre côté.
2. Tu obtiens $3x = 9 + 6y$: divise **chaque** terme par 3.

CORRECTION

Isoler 3x —

$3x - 6y = 9 \iff 3x = 9 + 6y$

Diviser par 3 — La division porte sur les deux termes du second membre.

$x = \frac{9}{3} + \frac{6y}{3}$

$x = 3 + 2y$

Diviser une somme par un nombre, c'est diviser **chacun** de ses termes. Le couple $(3 + 2y\,;y)$ est solution pour tout y.

PIÈGES ANTICIPÉS

3+6y → Tu n'as divisé que le 9 par 3. Le terme $6y$ doit l'être aussi : $\frac{6y}{3} = 2y$.

3-2y → En changeant de membre, $-6y$ devient $+6y$: $3x = 9 + 6y$.

9+6y → Tu as trouvé $3x$, pas x. Il reste à diviser par 3.

EXERCICE 25 · PRATIQUE

Deux dés, une somme de 5

On lance deux dés équilibrés, l'un rouge et l'autre vert, dont les faces sont numérotées de 1 à 6. On note x le nombre du dé rouge et y celui du dé vert.

Déterminer le nombre de couples $(x\,;y)$ tels que $x + y = 5$.

Donner le nombre de couples.

Réponse attendue : 4

INDICES, DANS L'ORDRE

1. x peut prendre les valeurs de 1 à 6 ; pour chacune, $y = 5 - x$ doit aussi être entre 1 et 6.
2. L'ordre compte : $(1\,;4)$ et $(4\,;1)$ sont deux couples différents, car les dés sont distincts.

CORRECTION

Valeurs possibles de x — Il faut $y = 5 - x \geqslant 1$, donc $x \leqslant 4$.

$x \in \{1\,;2\,;3\,;4\}$

Les couples —

$(1\,;4),\ (2\,;3),\ (3\,;2),\ (4\,;1)$

4 couples

Ici les inconnues sont limitées à des entiers de 1 à 6, donc les solutions se comptent. Sans cette contrainte, l'équation en aurait une infinité.

PIÈGES ANTICIPÉS

2 → Tu as compté $(1\,;4)$ et $(4\,;1)$ comme un seul couple. Dans un couple, l'ordre compte.

5 → $x = 5$ donnerait $y = 0$, et aucune face ne porte 0.

EXERCICE 26 · PRATIQUE

Deux dés, une somme de 8

Avec les mêmes dés, on note x le nombre du dé rouge et y celui du dé vert.

Déterminer le nombre de couples $(x\,;y)$ tels que $x + y = 8$.

Donner le nombre de couples.

Réponse attendue : 5

INDICES, DANS L'ORDRE

1. $y = 8 - x$ doit rester entre 1 et 6 : cela impose une valeur minimale à x.
2. N'oublie pas que l'ordre compte dans un couple.

CORRECTION

Contrainte — Il faut $y = 8 - x \leqslant 6$, donc $x \geqslant 2$.

$x \in \{2\,;3\,;4\,;5\,;6\}$

Les couples —

$(2\,;6),\ (3\,;5),\ (4\,;4),\ (5\,;3),\ (6\,;2)$

5 couples

Les contraintes de l'énoncé limitent les solutions : il faut les écrire avant de compter.

PIÈGES ANTICIPÉS

3 → Tu as confondu $(2\,;6)$ et $(6\,;2)$. Les dés sont distincts : ce sont deux couples.

7 → Tu as compté x de 1 à 7. Mais un dé ne dépasse pas 6, ni pour x ni pour y.

EXERCICE 27 · PRATIQUE

Le quart de la différence

On cherche deux nombres m et n tels que le quart de leur différence $m - n$ soit égal à leur somme.

Mettre le problème en équation, puis déterminer m lorsque $n = 3$.

Donner la valeur de m pour $n = 3$.

Réponse attendue : -5

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Le quart de la différence s'écrit $\dfrac{m-n}{4}$; la somme, $m+n$.
2. Multiplie les deux membres par 4 pour chasser le dénominateur, puis remplace n par 3.

CORRECTION

L'équation —

$\frac{m-n}{4} = m+n$

Chasser le 4 —

$m - n = 4m + 4n \iff -3m = 5n$

$m = -\frac{5n}{3}$

Pour n = 3 —

$m = -5$

Vérification : $\dfrac{-5-3}{4} = -2$ et $-5+3 = -2$. L'équation a une infinité de solutions, tous les couples $\left(-\dfrac{5n}{3}\,;n\right)$.

PIÈGES ANTICIPÉS

5 → En regroupant, $m - 4m = -3m$ et $4n + n = 5n$: on obtient $-3m = 5n$, donc $m = -\dfrac{5n}{3}$, négatif pour $n = 3$.

-2 → Tu as écrit $m - n = 4m + n$. En multipliant par 4, c'est **toute** la somme qui est multipliée : $4(m+n) = 4m + 4n$.

EXERCICE 28 · RAISONNEMENT

Combien de couples d'entiers ?

On cherche les couples $(x\,;y)$ d'**entiers naturels** solutions de l'équation $x + y = 10$.

Déterminer leur nombre.

Donner le nombre de couples.

Réponse attendue : 11

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Un entier naturel peut valoir 0. Quelle est la plus petite valeur possible de x ? La plus grande ?
2. Pour chaque valeur de x, $y = 10 - x$ est imposé : il suffit de compter les valeurs de x.

CORRECTION

Valeurs de x — Il faut $y = 10 - x \geqslant 0$.

$x \in \{0\,;1\,;\ldots\,;10\}$

Un y par x —

$y = 10 - x$

De 0 à 10, il y a onze entiers.

11 couples

Sur les réels, l'équation a une infinité de solutions ; sur les entiers naturels, on peut les compter. C'est la contrainte de l'énoncé qui décide.

PIÈGES ANTICIPÉS

`10` → Tu as commencé à 1. Mais 0 est un entier naturel : $(0\,;10)$ et $(10\,;0)$ sont solutions.

`9` → Tu as oublié les deux extrêmes $(0\,;10)$ et $(10\,;0)$.

EXERCICE 29 · RAISONNEMENT

Cahiers et livres

Sarra dépense 30 dinars en cahiers à $1{,}5$ dinar et en livres à 6 dinars. Elle achète au moins un cahier et au moins un livre.

Déterminer le nombre de possibilités d'achat.

Donner le nombre de possibilités.

Réponse attendue : 4

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Avec x cahiers et y livres : $1{,}5x + 6y = 30$. Exprime x en fonction de y.
2. Tu obtiens $x = 20 - 4y$. Il faut $y \geqslant 1$ et $x \geqslant 1$.

CORRECTION

L'équation —

$1{,}5x + 6y = 30$

Isoler x — On divise tout par $1{,}5$.

$x + 4y = 20 \iff x = 20 - 4y$

Contraintes — Il faut $y \geqslant 1$ et $20 - 4y \geqslant 1$, donc $y \leqslant 4$.

$y \in \{1\,;2\,;3\,;4\}$

4 possibilités

Une seule équation pour deux inconnues : on obtient une famille de solutions, et seules les contraintes de la situation (entiers, au moins un) les limitent.

PIÈGES ANTICIPÉS

`5` → Tu as compté un achat sans livre ($y = 0$) ou sans cahier ($y = 5$). L'énoncé impose au moins un cahier et au moins un livre.

EXERCICE 30 · RAISONNEMENT

Six fois plus de cahiers

Sarra dépense 30 dinars en cahiers à $1{,}5$ dinar et en livres à 6 dinars. Elle achète six fois plus de cahiers que de livres.

Déterminer le nombre de cahiers achetés.

Donner le nombre de cahiers.

Réponse attendue : 12

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Deux informations : la dépense $1{,}5x + 6y = 30$, et le rapport $x = 6y$.
2. Remplace x par $6y$ dans la première équation.

CORRECTION

Les deux informations —

$1{,}5x + 6y = 30 \quad ; \quad x = 6y$

Remplacer x —

$1{,}5 \times 6y + 6y = 30 \iff 15y = 30$

$y = 2$

Les cahiers — Vérification : $1{,}5 \times 12 + 6 \times 2 = 18 + 12 = 30$.

$x = 12$

Une seconde information transforme l'infinité de solutions en une seule : c'est la naissance du système.

PIÈGES ANTICIPÉS

2 → 2 est le nombre de livres. La question porte sur les cahiers.

4/5 → Tu as écrit $y = 6x$. « Six fois plus de cahiers » se traduit par $x = 6y$.

EXERCICE 31 · DEFI

Solutions entières d'une équation

On cherche les couples $(x\,;y)$ d'entiers naturels solutions de $3x + 5y = 60$.

Déterminer leur nombre.

Donner le nombre de couples.

Réponse attendue : 5

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Exprime x : $3x = 60 - 5y$. Pour que x soit entier, $60 - 5y$ doit être divisible par 3.
2. 60 est divisible par 3 : il faut donc que $5y$ le soit, c'est-à-dire que y soit un multiple de 3.
3. N'oublie pas la contrainte $x \geqslant 0$, qui limite y.

CORRECTION

Isoler x —

$x = \frac{60-5y}{3}$

x entier — Il faut 3 divise $5y$, donc y multiple de 3.

$y \in \{0\,;3\,;6\,;9\,;12\,;\ldots\}$

x positif — Il faut $5y \leqslant 60$, soit $y \leqslant 12$.

$y \in \{0\,;3\,;6\,;9\,;12\}$

Les couples —

$(20\,;0),\ (15\,;3),\ (10\,;6),\ (5\,;9),\ (0\,;12)$

5 couples

Pour compter des solutions entières : isoler une inconnue, écrire la condition de divisibilité, puis borner avec le signe.

PIÈGES ANTICIPÉS

13 → Tu as compté toutes les valeurs de y de 0 à 12. Mais x doit aussi être entier : seuls les multiples de 3 conviennent.

3 → $y = 0$ et $y = 12$ conviennent aussi : $(20\,;0)$ et $(0\,;12)$ sont des couples d'entiers naturels.

EXERCICE 32 · BASE

Tester la seconde équation

On veut savoir si le couple $(1\,;3)$ est solution du système $\begin{cases} 2x + y = 5 \\ x - y = -2 \end{cases}$.

La première équation est vérifiée : $2 + 3 = 5$. Il reste la seconde.

Calculer $x - y$ pour $x = 1$ et $y = 3$.

Réponse attendue : -2

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Le premier nombre du couple est x, le second est y.
2. Calcule $1 - 3$ en faisant attention au signe du résultat.

CORRECTION

Remplacer —

$x - y = 1 - 3$

$= -2$

Conclure — Les deux équations sont vérifiées.

$(1\,;3)$ est solution

Un couple est solution d'un système quand il vérifie **les deux** équations : on teste toujours la seconde, même si la première marche.

PIÈGES ANTICIPÉS

2 → Tu as calculé $y - x$. L'équation porte sur $x - y$, avec $x = 1$ et $y = 3$.

4 → Tu as additionné $1 + 3$. L'équation contient $x - y$: c'est une différence.

EXERCICE 33 · BASE

Un coefficient à ne pas oublier

On veut savoir si le couple $(3\,;-2)$ est solution du système $\begin{cases} x+2y=-1 \\ 2x-y=8 \end{cases}$.

Calculer $x+2y$ pour $x=3$ et $y=-2$.

Réponse attendue : -1

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Remplace y par -2 entre parenthèses : $2y$ devient $2\times(-2)$.
2. Fais ensuite la même chose pour la seconde équation, pour conclure.

CORRECTION

Première équation —

$x+2y=3+2\times(-2)=3-4$

$=-1$

Seconde équation —

$2x-y=6-(-2)=8$ ✓

Conclure —

$(3\,;-2)$ est solution

On remplace chaque inconnue par sa valeur entre parenthèses, puis on calcule chaque membre : deux équations vérifiées, le couple est solution.

PIÈGES ANTICIPÉS

1 → Tu as calculé $3+(-2)$. Le terme est $2y$: il vaut $2\times(-2)=-4$.

7 → Tu as calculé $3+4$. Avec $y=-2$, $2y=-4$: le produit d'un positif et d'un négatif est négatif.

EXERCICE 34 · BASE

Une équation sur deux

On considère le système $\begin{cases} x+y=3 \\ 3x-2y=5 \end{cases}$ et le couple $(2\,;1)$.

La première équation est vérifiée. Calculer $3x-2y$ pour ce couple.

Calculer $3x-2y$ pour $x=2$ et $y=1$.

Réponse attendue : 4

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Remplace x par 2 et y par 1.
2. Compare ensuite le résultat au second membre, 5.

CORRECTION

Remplacer —

$3x - 2y = 3 \times 2 - 2 \times 1$

$= 6 - 2 = 4$

Conclure — On trouve 4 et non 5 : la seconde équation n'est pas vérifiée.

$(2\,;1)$ n'est pas solution

Vérifier une seule équation ne suffit jamais. Le couple $(2\,;1)$ est solution de la première équation, pas du système.

PIÈGES ANTICIPÉS

8 → Tu as calculé $6 + 2$. Le terme est $-2y$: il se retranche.

5 → 5 est le second membre de l'équation. La question demande ce que vaut $3x - 2y$ pour le couple.

EXERCICE 35 · BASE **Lequel des deux couples ?**

Parmi les couples $(1\,;4)$ et $(4\,;1)$, un seul est solution du système $\begin{cases} x + y = 5 \\ 2x - y = 7 \end{cases}$.

Déterminer lequel, et donner la valeur de son x.

Donner la valeur de x du couple solution.

Réponse attendue : 4

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Les deux couples vérifient $x + y = 5$: c'est la seconde équation qui les départage.
2. Calcule $2x - y$ pour chacun des deux couples.

CORRECTION

Couple (1 ; 4) —

$2 \times 1 - 4 = -2 \neq 7$

Couple (4 ; 1) —

$2 \times 4 - 1 = 7$ ✓

$(x\,;y) = (4\,;1)$

$(1\,;4)$ et $(4\,;1)$ sont deux couples différents : dans un couple, l'ordre compte.

PIÈGES ANTICIPÉS

1 → Tu as pris le x du couple $(1\,;4)$. Or $2 \times 1 - 4 = -2$: ce couple n'est pas solution.

EXERCICE 36 · PRATIQUE **Un coefficient inconnu**

On considère le système $\begin{cases} ax + 3y = 5 \\ x - y = 3 \end{cases}$, où a est un réel.

Déterminer a pour que le couple $(2\,;-1)$ soit solution du système.

Donner la valeur de a.

Réponse attendue : 4

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Vérifie d'abord que $(2\,;-1)$ convient à la seconde équation : $2-(-1)=3$.
2. Remplace x et y dans la première équation : il reste une équation dont l'inconnue est a.

CORRECTION

Seconde équation —

$2-(-1)=3$ ✓

Première équation —

$a\times 2+3\times(-1)=5$

$2a-3=5 \iff 2a=8$

$a=4$

Imposer une solution à un système fixe ses coefficients : on remplace les inconnues, et c'est le coefficient qui devient l'inconnue.

PIÈGES ANTICIPÉS

1 → Tu as écrit $2a+3=5$. Avec $y=-1$, le terme $3y$ vaut -3.

8 → Tu es arrivé à $2a=8$. Il reste à diviser par 2.

EXERCICE 37 · PRATIQUE **Deux coefficients inconnus**

On considère le système $\begin{cases} ax+y=6 \\ 3x+by=1 \end{cases}$.

Déterminer a et b pour que le couple $(1\,;2)$ soit solution.

Donner la valeur de b.

Réponse attendue : -1

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Chaque équation ne contient qu'un des deux coefficients : traite-les séparément.
2. Dans la seconde, avec $x=1$ et $y=2$, tu obtiens $3+2b=1$.

CORRECTION

Première équation —

$a\times 1+2=6 \iff a=4$

Seconde équation —

$3\times 1+b\times 2=1$

$2b=1-3=-2$

$b=-1$

Chaque équation fournit son coefficient. Ici, a et b ne se mélangent pas : ce n'est pas encore un système à résoudre.

PIÈGES ANTICIPÉS

2 → Tu as écrit $2b = 1 + 3$. En passant de l'autre côté, $+3$ devient -3.

-2 → Tu es arrivé à $2b = -2$. Il reste à diviser par 2.

4 → 4 est la valeur de a. La question porte sur b.

EXERCICE 38 · PRATIQUE

Un couple à coordonnée fractionnaire

On veut savoir si le couple $\left(-\frac{1}{2}\,;2\right)$ est solution du système $\begin{cases} 4x + y = 0 \\ 2x + 3y = 5 \end{cases}$.

Calculer $4x + y$ pour ce couple.

Réponse attendue : `0`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Commence par $4 \times \left(-\frac{1}{2}\right)$: quatre demis, avec le signe moins.
2. Puis ajoute $y = 2$, et contrôle de même la seconde équation.

CORRECTION

Première équation —

$4 \times \left(-\frac{1}{2}\right) + 2 = -2 + 2$

$= 0$

Seconde équation —

$2 \times \left(-\frac{1}{2}\right) + 3 \times 2 = -1 + 6 = 5$ ✓

Conclure —

$\left(-\frac{1}{2}\,;2\right)$ est solution

Une fraction ou un négatif ne change rien à la méthode : on remplace entre parenthèses, et on calcule avec soin.

PIÈGES ANTICIPÉS

4 → Tu as calculé $2 + 2$. La valeur de x est **négative** : $4 \times \left(-\frac{1}{2}\right) = -2$.

EXERCICE 39 · PRATIQUE

Sans résoudre

Le couple $(x\,;y)$ est la solution du système $\begin{cases} x + y = 7 \\ x = y + 1 \end{cases}$.

Sans résoudre le système, calculer $2x + 2y$.

Maths à la carte
ELKADER HAMMAMI

Donner la valeur de $2x + 2y$.

Réponse attendue : 14

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Factorise : $2x + 2y = 2(\ldots)$.
2. La première équation donne directement la valeur de ce qui est entre parenthèses.

CORRECTION

Factoriser —

$2x + 2y = 2(x + y)$

Utiliser la première équation —

$= 2 \times 7$

$= 14$

Une solution vérifie chaque équation : on peut s'en servir telle quelle, sans connaître x et y. Ici, $(4\,;3)$ donnerait bien $8 + 6 = 14$.

PIÈGES ANTICIPÉS

$7 \to 7$ est la valeur de $x + y$. On demande $2x + 2y$, c'est-à-dire le double.

EXERCICE 40 · PRATIQUE

Compléter un système

Le couple $(2\,;3)$ est solution d'un système dont la première équation est $x + y = 5$ et la seconde s'écrit $3x - y = c$.

Déterminer c.

Donner la valeur de c.

Réponse attendue : 3

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Le couple est solution du système : il vérifie donc **aussi** la seconde équation.
2. Remplace x par 2 et y par 3 dans $3x - y$.

CORRECTION

Seconde équation — Le couple doit la vérifier.

$c = 3 \times 2 - 3$

$c = 6 - 3$

$c = 3$

Le système $\begin{cases} x + y = 5 \\ 3x - y = 3 \end{cases}$ admet bien $(2\,;3)$ pour solution : on fabrique ainsi des systèmes dont on connaît la réponse.

PIÈGES ANTICIPÉS

9 → Tu as calculé $6+3$. L'équation contient $-y$: on retranche 3.

7 → Tu as pris $x=3$ et $y=2$. Dans $(2\,;3)$, le premier nombre est x.

EXERCICE 41 · RAISONNEMENT

Combien de couples solutions ?

On considère le système $\begin{cases} 2x-y=0 \\ 4x-2y=0 \end{cases}$ et les quatre couples $(1\,;2)$, $(3\,;6)$, $(2\,;1)$ et $(-1\,;-2)$.

Déterminer combien de ces quatre couples sont solutions du système.

Donner le nombre de couples solutions parmi les quatre.

Réponse attendue : 3

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Teste chaque couple dans la première équation : il faut $y=2x$.
2. Remarque que la seconde équation est la première multipliée par 2 : un couple qui vérifie l'une vérifie l'autre.

CORRECTION

Première équation — Elle s'écrit $y=2x$.

$(1\,;2)$✓ $(3\,;6)$✓ $(2\,;1)$ non $(-1\,;-2)$✓

Seconde équation — Elle vaut deux fois la première : mêmes solutions.

$4x-2y=2(2x-y)$

3 couples solutions

Un système peut avoir plusieurs solutions : ici les deux équations disent la même chose, et tous les couples $(x\,;2x)$ conviennent.

PIÈGES ANTICIPÉS

1 → Un système n'a pas toujours une seule solution. Teste chacun des quatre couples.

4 → $(2\,;1)$ ne convient pas : $2\times 2-1=3\neq 0$. L'ordre compte dans un couple.

EXERCICE 42 · RAISONNEMENT

Une identité au service du système

Le couple $(a\,;b)$ est solution du système $\begin{cases} x+y=4 \\ x-y=2 \end{cases}$.

Sans calculer a ni b, déterminer la valeur de a^2-b^2.

Donner la valeur de a^2-b^2.

Réponse attendue : 8

INDICES, DANS L'ORDRE

1. $(a\,;b)$ vérifie les deux équations : que valent $a+b$ et $a-b$?
2. Pense à l'identité remarquable qui s'écrit avec une somme et une différence.

CORRECTION

Ce que dit le système —

$a+b=4 \quad ; \quad a-b=2$

Identité remarquable —

$a^2-b^2=(a+b)(a-b)$

$=4\times 2$

$=8$

Vérification : la solution est $(3\,;1)$, et $9-1=8$. Utiliser les équations telles quelles évite souvent de résoudre.

PIÈGES ANTICIPÉS

16 → Tu as calculé $(a+b)^2$. L'identité utile est $a^2-b^2=(a+b)(a-b)$.

6 → Tu as additionné $4+2$. L'identité donne un **produit** : $(a+b)(a-b)$.

EXERCICE 43 · DEFI

Un couple écrit avec un paramètre

Pour un réel m, on considère le couple $(m\,;m-1)$ et le système $\begin{cases} 3x+2y=13 \\ x-y=1 \end{cases}$.

Déterminer m pour que ce couple soit solution du système.

Donner la valeur de m.

Réponse attendue : 3

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Commence par la seconde équation : que vaut $m-(m-1)$, quel que soit m ?
2. La seconde équation est toujours vérifiée. Il reste à imposer la première, avec $y=m-1$ entre parenthèses.

CORRECTION

Seconde équation — Elle est vérifiée pour tout m.

$m-(m-1)=1 \quad \checkmark$

Première équation —

$3m+2(m-1)=13$

$5m-2=13 \iff 5m=15$

Vérification : $(3\,;2)$ donne $9+4=13$ et $3-2=1$.

$m=3$

Un couple qui dépend d'un paramètre : on remplace, on regarde quelles équations imposent une condition, et on résout celle-là.

PIÈGES ANTICIPÉS

11/5 → Tu as écrit $2(m-1) = 2m+2$. Le facteur 2 multiplie -1 aussi : $2(m-1) = 2m-2$.

15 → Tu es arrivé à $5m = 15$. Il reste à diviser par 5.

2 → 2 est la valeur de $y = m-1$. La question porte sur m.

EXERCICE 44 · BASE **y est déjà isolé**

Résoudre par substitution le système $\begin{cases} y = x+2 \\ 3x+y = 10 \end{cases}$.

Donner la valeur de y.

Réponse attendue : 4

INDICES, DANS L'ORDRE

1. La première équation donne y en fonction de x : remplace y par $x+2$ dans la seconde.
2. Résous l'équation en x obtenue, puis remonte à y avec la première équation.

CORRECTION

Substituer —

$3x + (x+2) = 10$

Résoudre —

$4x + 2 = 10 \iff 4x = 8 \iff x = 2$

Remonter —

$y = 2 + 2 = 4$

Vérifier — $3 \times 2 + 4 = 10$.

$(x\,;y) = (2\,;4)$

Quand une inconnue est déjà isolée, la substitution est immédiate. Penser à remonter : la question porte ici sur y.

PIÈGES ANTICIPÉS

2 → 2 est la valeur de x. Il reste à remonter : $y = x+2$.

8 → Tu as pris $4x = 8$ pour la réponse. Il faut diviser par 4, puis calculer y.

EXERCICE 45 · BASE **x est déjà isolé**

Résoudre par substitution le système $\begin{cases} x = 3y \\ x+y = 12 \end{cases}$.

Donner la valeur de x.

Réponse attendue : 9

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Remplace x par $3y$ dans la seconde équation.
2. Tu obtiens $3y + y = 12$: résous-la, puis calcule $x = 3y$.

CORRECTION

Substituer —

$3y + y = 12$

Résoudre —

$4y = 12 \iff y = 3$

Remonter —

$x = 3 \times 3 = 9$

Vérifier — $9 + 3 = 12$.

$(x\,;y) = (9\,;3)$

On remplace l'inconnue isolée dans l'**autre** équation : il ne reste qu'une inconnue.

PIÈGES ANTICIPÉS

3 → 3 est la valeur de y. On demande $x = 3y$.

EXERCICE 46 · BASE **Un double**

Résoudre par substitution le système $\begin{cases} y = 2x \\ 5x - y = 9 \end{cases}$.

Donner la valeur de y.

Réponse attendue : 6

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Remplace y par $2x$ dans la seconde équation.
2. Attention au signe : $5x - 2x$.

CORRECTION

Substituer —

$5x - 2x = 9$

Résoudre —

$3x = 9 \iff x = 3$

Remonter —

$y = 2 \times 3 = 6$

Vérifier — $15 - 6 = 9$.

$(x\,;y) = (3\,;6)$

Substituer, résoudre, remonter, vérifier : les quatre temps ne changent jamais.

PIÈGES ANTICIPÉS

3 → 3 est la valeur de x. On demande $y = 2x$.

18/7 → Tu as écrit $5x + 2x = 9$. L'équation contient $-y$, donc $-2x$.

EXERCICE 47 · PRATIQUE **Isoler, puis substituer avec soin**

Résoudre par substitution le système $\begin{cases} 4x + y = 7 \\ 3x - 2y = 8 \end{cases}$.

Donner la valeur de x.

Réponse attendue : 2

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Dans la première équation, le coefficient de y vaut 1 : c'est là qu'on isole y.
2. Remplace y par $7 - 4x$ **entre parenthèses** : $3x - 2(7 - 4x) = 8$.
3. Le -2 multiplie les deux termes de la parenthèse : $-2 \times (-4x) = +8x$.

CORRECTION

Isoler y —

$y = 7 - 4x$

Substituer —

$3x - 2(7 - 4x) = 8$

Développer —

$3x - 14 + 8x = 8 \iff 11x = 22$

$x = 2$

Remonter et vérifier — $y = 7 - 8 = -1$; $6 + 2 = 8$.

$(x\,;y) = (2\,;-1)$

La parenthèse est indispensable quand on substitue une expression : le coefficient multiplie **tous** ses termes, avec leur signe.

PIÈGES ANTICIPÉS

-22/5 → Tu as écrit $-2(7 - 4x) = -14 - 8x$. Or $-2 \times (-4x) = +8x$.

-1 → -1 est la valeur de y. La question porte sur x.

EXERCICE 48 · PRATIQUE **Isoler x**

Résoudre par substitution le système $\begin{cases} x - 2y = 1 \\ 3x + y = 10 \end{cases}$.

Donner la valeur de x.

Réponse attendue : 3

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Dans la première équation, x a pour coefficient 1 : isole x.
2. Remplace x par $1+2y$ dans la seconde, avec des parenthèses : $3(1+2y)+y=10$.

CORRECTION

Isoler x —

$x=1+2y$

Substituer —

$3(1+2y)+y=10$

Développer —

$3+6y+y=10 \iff 7y=7 \iff y=1$

Remonter —

$x=1+2\times 1=3$

Vérifier — $9+1=10$.

$(x\,;y)=(3\,;1)$

On isole l'inconnue qui a le coefficient 1 ou -1 : c'est elle qui évite les fractions.

PIÈGES ANTICIPÉS

17/3 → Tu as écrit $3\times 1+2y$ au lieu de $3(1+2y)$. Le 3 multiplie les deux termes.

1 → 1 est la valeur de y. Il reste à remonter : $x=1+2y$.

EXERCICE 49 · PRATIQUE

Une solution négative

Résoudre par substitution le système $\begin{cases} 2x+y=1 \\ 5x+3y=4 \end{cases}$.

Donner la valeur de x.

Réponse attendue : `-1`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Isole y dans la première équation.
2. Après substitution, tu obtiens $5x+3(1-2x)=4$. Développe et réduis.
3. De $-x=1$, on tire x en changeant les deux signes.

CORRECTION

Isoler y —

$y=1-2x$

Substituer —

$5x+3(1-2x)=4$

Développer —

$5x+3-6x=4 \iff -x=1$

$x=-1$

Remonter et vérifier — $y = 1 + 2 = 3$; $-5 + 9 = 4$.

$(x\,;y) = (-1\,;3)$

Une solution négative n'a rien de suspect dans un système de nombres. C'est la vérification qui confirme.

PIÈGES ANTICIPÉS

1 → De $-x = 1$, on obtient $x = -1$: le signe moins ne disparaît pas.

3 → 3 est la valeur de y. La question porte sur x.

EXERCICE 50 · PRATIQUE **Isoler x avec un coefficient 4 sur y**

Résoudre par substitution le système $\begin{cases} x + 4y = 2 \\ 2x - 3y = 15 \end{cases}$.

Donner la valeur de x.

Réponse attendue : 6

INDICES, DANS L'ORDRE

1. C'est x qui a le coefficient 1 : isole-le dans la première équation.
2. Après substitution : $2(2 - 4y) - 3y = 15$. Réduis les termes en y.

CORRECTION

Isoler x —

$x = 2 - 4y$

Substituer —

$2(2 - 4y) - 3y = 15$

Développer —

$4 - 8y - 3y = 15 \iff -11y = 11$

$y = -1$

Remonter — $x = 2 - 4 \times (-1) = 2 + 4$; vérification : $12 + 3 = 15$.

$x = 6$

Remonter avec une valeur négative demande des parenthèses : $-4 \times (-1) = +4$.

PIÈGES ANTICIPÉS

-2 → Tu as pris $y = 1$. Or $-11y = 11$ donne $y = -1$, et alors $x = 2 + 4 = 6$.

-1 → -1 est la valeur de y. Il reste à remonter : $x = 2 - 4y$.

EXERCICE 51 · PRATIQUE **Remonter jusqu'à y**

Résoudre par substitution le système $\begin{cases} 3x - y = 5 \\ x + 2y = 11 \end{cases}$.

Donner la valeur de y.

Réponse attendue : 4

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Dans la première équation, le coefficient de y vaut -1 : isole y, avec $y = 3x - 5$.
2. Substitue dans la seconde : $x + 2(3x - 5) = 11$.
3. Une fois x trouvé, remonte avec $y = 3x - 5$.

CORRECTION

Isoler y —

$3x - y = 5 \iff y = 3x - 5$

Substituer —

$x + 2(3x - 5) = 11$

Développer —

$7x - 10 = 11 \iff 7x = 21 \iff x = 3$

Remonter — Vérification : $9 - 4 = 5$ et $3 + 8 = 11$.

$y = 3 \times 3 - 5 = 4$

Isoler une inconnue de coefficient -1 demande de changer tous les signes : $3x - y = 5$ devient $y = 3x - 5$.

PIÈGES ANTICIPÉS

13/7 → Tu as écrit $2(3x - 5) = 6x - 5$. Le 2 multiplie aussi le -5 : $6x - 10$.

3 → 3 est la valeur de x. Il reste à remonter : $y = 3x - 5$.

EXERCICE 52 · PRATIQUE

Une solution fractionnaire

Résoudre par substitution le système $\begin{cases} 2x + y = 4 \\ 4x - 3y = 3 \end{cases}$.

Donner la valeur de x.

Réponse attendue : 3/2

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Isole y dans la première équation, où son coefficient vaut 1.
2. Après substitution : $4x - 3(4 - 2x) = 3$. Attention au double signe sur $-3 \times (-2x)$.
3. Tu obtiens $10x = 15$: on divise par le coefficient de x.

CORRECTION

Isoler y —

$y = 4 - 2x$

Substituer —

$4x - 3(4 - 2x) = 3$

Développer —

$4x - 12 + 6x = 3 \iff 10x = 15$

$x = \frac{15}{10} = \frac{3}{2}$

Remonter et vérifier — $y = 4 - 3 = 1$; $6 - 3 = 3$.

$(x\,;y) = \left(\frac{3}{2}\,;1\right)$

Une solution n'est pas toujours entière : $\dfrac{3}{2}$, ou $1{,}5$, est une réponse aussi juste qu'une autre.

PIÈGES ANTICIPÉS

2/3 → De $10x = 15$, on divise 15 par 10, pas l'inverse.

1 → 1 est la valeur de y. La question porte sur x.

EXERCICE 53 · RAISONNEMENT

Un système à mettre en forme

Résoudre le système $\begin{cases} 2(x+1) = y + 5 \\ x - y = 1 \end{cases}$.

Donner la valeur de x.

Réponse attendue : 2

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Dans la seconde équation, isole y : $y = x - 1$.
2. Remplace y dans la première, puis développe $2(x+1)$ sans oublier de multiplier le 1.

CORRECTION

Isoler y —

$y = x - 1$

Substituer —

$2(x+1) = (x-1) + 5$

Développer —

$2x + 2 = x + 4$

$x = 2$

Remonter et vérifier — $y = 1$; $2 \times 3 = 6 = 1 + 5$.

$(x\,;y) = (2\,;1)$

Un système n'arrive pas toujours sous la forme $ax + by = c$: on développe, on substitue, et la méthode reste la même.

PIÈGES ANTICIPÉS

3 → Tu as écrit $2(x+1) = 2x + 1$. Le 2 multiplie aussi le 1 : $2x + 2$.

1 → 1 est la valeur de y. La question porte sur x.

Maths à la carte · ABDELKADER HAMMAMI

EXERCICE 54 · RAISONNEMENT

Chasser les dénominateurs

Résoudre le système $\begin{cases} \dfrac{x}{2} + \dfrac{y}{3} = 4 \\ x - y = 3 \end{cases}$.

Donner la valeur de x.

Réponse attendue : 6

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Multiplie toute la première équation par 6 pour supprimer les fractions — second membre compris.
2. Tu obtiens $3x + 2y = 24$. Dans la seconde, isole $x = y + 3$ et substitue.

CORRECTION

Multiplier par 6 — Tous les termes, second membre inclus.

$3x + 2y = 24$

Isoler x —

$x = y + 3$

Substituer —

$3(y + 3) + 2y = 24 \iff 5y + 9 = 24$

$y = 3$

Remonter et vérifier — $\dfrac{6}{2} + \dfrac{3}{3} = 3 + 1 = 4$.

$x = 6$

Avec des fractions, on commence par multiplier l'équation par un multiple commun des dénominateurs : on retombe sur des coefficients entiers.

PIÈGES ANTICIPÉS

2 → Tu as écrit $3x + 2y = 4$. En multipliant par 6, le second membre devient 24.

3 → 3 est la valeur de y. La question porte sur $x = y + 3$.

EXERCICE 55 · RAISONNEMENT

Ajouter 12 à chacun

On cherche deux nombres m et n dont la somme vaut 60 et tels que, si l'on ajoute 12 à chacun, le premier devient le double du second.

Déterminer m.

Donner la valeur de m.

Réponse attendue : 44

INDICES, DANS L'ORDRE

1. La seconde information s'écrit $m + 12 = 2(n + 12)$: on ajoute 12 aux **deux** nombres.

2. Exprime m en fonction de n à partir de cette équation, puis remplace dans $m + n = 60$.

CORRECTION

Le système —

$$\begin{cases} m + n = 60 \\ m + 12 = 2(n + 12) \end{cases}$$

Isoler m —

$m = 2n + 24 - 12 = 2n + 12$

Substituer —

$2n + 12 + n = 60 \iff 3n = 48 \iff n = 16$

Remonter — Vérification : $44 + 16 = 60$ et $44 + 12 = 56 = 2 \times 28$.

$m = 44$

Dans une phrase comme « on ajoute 12 à chacun », l'ajout porte sur les **deux** nombres : la parenthèse $2(n + 12)$ le dit.

PIÈGES ANTICIPÉS

36 → Tu as écrit $m + 12 = 2n$. Le 12 s'ajoute aussi au second nombre : $2(n + 12)$.

16 → 16 est la valeur de n. La question porte sur m.

EXERCICE 56 · RAISONNEMENT

Substituer un bloc

Résoudre le système $\begin{cases} x + y = 7 \\ (x + y) + 2x = 13 \end{cases}$.

Donner la valeur de y.

Réponse attendue : 4

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Inutile d'isoler une inconnue : la seconde équation contient déjà le bloc $x + y$.
2. Remplace $x + y$ par sa valeur, puis résous en x et remonte.

CORRECTION

Substituer le bloc —

$7 + 2x = 13$

Résoudre —

$2x = 6 \iff x = 3$

Remonter — Vérification : $7 + 6 = 13$.

$y = 7 - 3 = 4$

Substituer, c'est remplacer une expression par ce qu'elle vaut — pas forcément une seule lettre. Repérer un bloc commun fait gagner du temps.

PIÈGES ANTICIPÉS

`3` → 3 est la valeur de x. Il reste à remonter : $y = 7 - x$.

`1` → Tu as pris $x = 6$, d'où $y = 1$. De $2x = 6$, on divise par 2.

EXERCICE 57 · DEFI

Une infinité de solutions

On considère le système $\begin{cases} 2x - y = 1 \\ 4x - 2y = 2 \end{cases}$.

En substituant $y = 2x - 1$ dans la seconde équation, on obtient $2 = 2$. Déterminer y pour que le couple $(5\,;y)$ soit solution du système.

Donner la valeur de y.

Réponse attendue : 9

INDICES, DANS L'ORDRE

1. $2 = 2$ est toujours vrai : toute solution de la première équation est solution du système.
2. Il suffit donc de remplacer x par 5 dans $y = 2x - 1$.

CORRECTION

Substituer —

$4x - 2(2x - 1) = 2 \iff 2 = 2$

Interpréter — L'égalité est toujours vraie : le système a une infinité de solutions, les couples $(x\,;2x-1)$.

$S = \{(x\,;2x-1)\}$

Pour x = 5 —

$y = 2 \times 5 - 1$

$y = 9$

Une substitution qui aboutit à une égalité toujours vraie signale deux équations équivalentes : infinité de solutions. Une égalité toujours fausse signalerait l'inverse : aucune.

PIÈGES ANTICIPÉS

`11` → Tu as calculé $2 \times 5 + 1$. La première équation donne $y = 2x - 1$.

`0` → $2 = 2$ ne veut pas dire qu'il n'y a rien à trouver : c'est vrai pour **tout** x, donc chaque x donne une solution.

EXERCICE 58 · DEFI

Un rectangle à aire constante

Un rectangle a pour périmètre 22 cm. Si on augmente sa largeur ℓ de 1 cm et qu'on diminue sa longueur L de 2 cm, son aire ne change pas.

Déterminer la largeur ℓ, en centimètres.

Donner la largeur, en cm.

Réponse attendue : 3

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Le périmètre donne $2(L+\ell)=22$, soit $L+\ell=11$.
2. L'aire inchangée s'écrit $(\ell+1)(L-2)=\ell L$. Développe : les termes ℓL s'éliminent.
3. Tu obtiens $L-2\ell=2$. Substitue $L=11-\ell$.

CORRECTION

Périmètre —

$$L+\ell=11$$

Aire inchangée — Le produit ℓL apparaît des deux côtés et s'élimine.

$$(\ell+1)(L-2)=\ell L \iff L-2\ell=2$$

Substituer —

$$(11-\ell)-2\ell=2 \iff 11-3\ell=2$$

$$3\ell=9$$

Vérification : $L=8$, et $3\times 8=4\times 6=24$.

$$\ell=3$$

Un problème qui paraît non linéaire peut se ramener à un système du premier degré : ici, le produit ℓL disparaît au développement.

PIÈGES ANTICIPÉS

`8` → 8 cm est la **longueur**. La question porte sur la largeur ℓ.

`20/3` → Tu as écrit $L+\ell=22$. Le périmètre vaut $2(L+\ell)$: on a donc $L+\ell=11$.

`9` → Tu es arrivé à $3\ell=9$. Il reste à diviser par 3.

EXERCICE 59 · BASE

Somme et différence

Résoudre par élimination le système $\begin{cases} x+y=10 \\ x-y=4 \end{cases}$.

Donner la valeur de x.

Réponse attendue : 7

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Les coefficients de y sont opposés : $+y$ et $-y$.
2. Additionne les deux équations membre à membre.

CORRECTION

Additionner —

$$(x+y)+(x-y)=10+4$$

Les termes en y disparaissent.

$$2x=14$$

$x = 7$

Remonter et vérifier — $y = 10 - 7 = 3$; $7 - 3 = 4$.

$(x\,;y) = (7\,;3)$

Coefficients opposés : on additionne, et l'une des inconnues disparaît d'un seul coup.

PIÈGES ANTICIPÉS

14 → Tu es arrivé à $2x = 14$. Il reste à diviser par 2.

3 → 3 est la valeur de y. La question porte sur x.

EXERCICE 60 · BASE

Des coefficients égaux

Résoudre par élimination le système $\begin{cases} 3x + y = 11 \\ x + y = 5 \end{cases}$.

Donner la valeur de y.

Réponse attendue : 2

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Les coefficients de y sont **égaux** : soustrais la seconde équation de la première.
2. Tu obtiens la valeur de x ; remonte ensuite avec $x + y = 5$.

CORRECTION

Soustraire —

$(3x + y) - (x + y) = 11 - 5$

$2x = 6 \iff x = 3$

Remonter — Vérification : $9 + 2 = 11$.

$y = 5 - 3 = 2$

Coefficients égaux : on soustrait. Et une fois une inconnue trouvée, on remonte dans l'équation la plus simple.

PIÈGES ANTICIPÉS

3 → 3 est la valeur de x. Il reste à remonter : $y = 5 - x$.

EXERCICE 61 · BASE

Additionner pour éliminer y

Résoudre par élimination le système $\begin{cases} 5x + 3y = 21 \\ 2x - 3y = 0 \end{cases}$.

Donner la valeur de x.

Réponse attendue : 3

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Compare les coefficients de y : $+3y$ et $-3y$.
2. Additionne les deux équations, sans oublier les seconds membres.

CORRECTION

Additionner —

$(5x + 3y) + (2x - 3y) = 21 + 0$

$7x = 21$

$x = 3$

Remonter et vérifier — $6 - 3y = 0$ donne $y = 2$; $15 + 6 = 21$.

$(x\,;y) = (3\,;2)$

Avant de calculer, on regarde les coefficients : ce sont eux qui disent s'il faut additionner ou soustraire.

PIÈGES ANTICIPÉS

21 → Tu es arrivé à $7x = 21$. Il reste à diviser par 7.

2 → 2 est la valeur de y. La question porte sur x.

EXERCICE 62 · PRATIQUE **Multiplier une ligne**

Résoudre par élimination le système $\begin{cases} 2x + 3y = 12 \\ x + y = 5 \end{cases}$.

Donner la valeur de y.

Réponse attendue : 2

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Multiplie la seconde équation par 2 : les coefficients de x deviennent égaux.
2. La multiplication porte sur **tous** les termes, y compris le second membre.
3. Soustrais ensuite la nouvelle ligne de la première.

CORRECTION

Multiplier L2 par 2 —

$2x + 2y = 10$

Soustraire —

$(2x + 3y) - (2x + 2y) = 12 - 10$

$y = 2$

Remonter et vérifier — $x = 5 - 2 = 3$; $6 + 6 = 12$.

$(x\,;y) = (3\,;2)$

Quand aucun coefficient ne convient, on en fabrique un en multipliant **toute** une ligne.

PIÈGES ANTICIPÉS

7 → Tu as écrit $2x + 2y = 5$. En multipliant la ligne par 2, le second membre devient 10.

3 → 3 est la valeur de x. La question porte sur y.

EXERCICE 63 · PRATIQUE

Rendre des coefficients opposés

Résoudre par élimination le système $\begin{cases} 3x + 2y = 7 \\ 5x - 4y = 19 \end{cases}$.

Donner la valeur de y.

Réponse attendue : -1

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Multiplie la première équation par 2 : $+4y$ et $-4y$ seront opposés.
2. Additionne : tu trouves x. Puis remonte dans la première équation.

CORRECTION

Multiplier L1 par 2 —

$6x + 4y = 14$

Additionner —

$(6x + 4y) + (5x - 4y) = 14 + 19$

$11x = 33 \iff x = 3$

Remonter — $9 + 2y = 7$, donc $2y = -2$; vérification : $15 + 4 = 19$.

$y = -1$

On choisit le multiplicateur qui rend deux coefficients **opposés** : une addition suffit alors.

PIÈGES ANTICIPÉS

1 → De $2y = 7 - 9$, on obtient $2y = -2$: le résultat est négatif.

3 → 3 est la valeur de x. La question porte sur y.

EXERCICE 64 · PRATIQUE

Multiplier les deux lignes

Résoudre par élimination le système $\begin{cases} 3x + 4y = 10 \\ 2x + 3y = 7 \end{cases}$.

Donner la valeur de x.

Réponse attendue : 2

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Pour éliminer y, il faut rendre égaux 4 et 3 : pense à 12.
2. Calcule $3L_1$ et $4L_2$, chacun avec son second membre, puis soustrais.

CORRECTION

3 L1 et 4 L2 —

$9x + 12y = 30 \quad ; \quad 8x + 12y = 28$

Soustraire —

$(9x + 12y) - (8x + 12y) = 30 - 28$

$x = 2$

Remonter et vérifier — $6 + 4y = 10$ donne $y = 1$; $4 + 3 = 7$.

$(x\,;y) = (2\,;1)$

Quand aucun coefficient n'est multiple de l'autre, on multiplie chaque ligne par le coefficient de l'autre.

PIÈGES ANTICIPÉS

`3` → Tu n'as pas multiplié les seconds membres : $10 - 7$ donne $x = 3$. Il faut $3 \times 10 = 30$ et $4 \times 7 = 28$.

`1` → 1 est la valeur de y. La question porte sur x.

EXERCICE 65 · PRATIQUE

Cahiers et stylos en millimes

Quatre cahiers et trois stylos coûtent 3150 millimes. Deux cahiers et cinq stylos coûtent 2450 millimes. On note x le prix d'un cahier et y celui d'un stylo, en millimes.

Résoudre le système par élimination et donner le prix d'un stylo.

Donner le prix d'un stylo, en millimes.

Réponse attendue : `250`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Le système : $4x + 3y = 3150$ et $2x + 5y = 2450$.
2. Multiplie la seconde ligne par 2 : les coefficients de x deviennent égaux. Soustrais.
3. Tu obtiens directement le prix d'un stylo ; remonte ensuite pour vérifier.

CORRECTION

Le système —

$$\begin{cases} 4x + 3y = 3150 \\ 2x + 5y = 2450 \end{cases}$$

2 L2 - L1 —

$(4x + 10y) - (4x + 3y) = 4900 - 3150$

$7y = 1750 \iff y = 250$

Remonter — $4x + 750 = 3150$, donc $x = 600$; vérification : $1200 + 1250 = 2450$.

$y = 250$

Un problème bien traduit se résout comme un système de nombres : ici un cahier coûte 600 millimes, un stylo 250.

PIÈGES ANTICIPÉS

`600` → 600 millimes, c'est le prix d'un **cahier**. La question porte sur le stylo.

`-100` → Tu n'as pas multiplié le second membre par 2 : $2 \times 2450 = 4900$.

`1750` → Tu es arrivé à $7y = 1750$. Il reste à diviser par 7.

EXERCICE 66 · PRATIQUE

Éliminer x

Résoudre par élimination le système $\begin{cases} 4x - 3y = 1 \\ 6x + 5y = 49 \end{cases}$.

Donner la valeur de y.

Réponse attendue : 5

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Pour éliminer x, rends égaux 4 et 6 : leur multiple commun est 12.
2. Calcule $3L_1 - 2L_2$, seconds membres compris.
3. Tu obtiens $-19y = -95$: attention au signe du quotient.

CORRECTION

3 L1 et 2 L2 —

$12x - 9y = 3 \quad ; \quad 12x + 10y = 98$

Soustraire —

$-9y - 10y = 3 - 98 \iff -19y = -95$

$y = 5$

Remonter et vérifier — $4x - 15 = 1$ donne $x = 4$; $24 + 25 = 49$.

$(x\,;y) = (4\,;5)$

On peut éliminer l'une ou l'autre inconnue : on choisit celle dont les coefficients se rendent égaux le plus simplement.

PIÈGES ANTICIPÉS

`-5` → De $-19y = -95$, on divise deux négatifs : le quotient est positif.

`4` → 4 est la valeur de x. La question porte sur y.

EXERCICE 67 · PRATIQUE

Des coefficients décimaux

Résoudre par élimination le système $\begin{cases} 0{,}5x + 0{,}2y = 3 \\ x - 0{,}4y = 2 \end{cases}$.

Donner la valeur de y.

Réponse attendue : 5

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Multiplie la première ligne par 2 : le coefficient de y devient $0{,}4$, opposé à celui de la seconde.

2. Additionne, trouve x, puis remonte dans la seconde équation.

CORRECTION

Multiplier L1 par 2 —

$x + 0{,}4y = 6$

Additionner —

$(x + 0{,}4y) + (x - 0{,}4y) = 6 + 2$

$2x = 8 \iff x = 4$

Remonter — $4 - 0{,}4y = 2$, donc $0{,}4y = 2$; vérification : $2 + 1 = 3$.

$y = 5$

Des coefficients décimaux ne changent pas la méthode : on cherche toujours deux coefficients opposés ou égaux.

PIÈGES ANTICIPÉS

5/4 → Tu as écrit $x + 0{,}4y = 3$. En multipliant la ligne par 2, le second membre devient 6.

4 → 4 est la valeur de x. La question porte sur y.

EXERCICE 68 · RAISONNEMENT

Choisir les multiplicateurs

Résoudre par élimination le système $\begin{cases} 7x + 3y = 1 \\ 5x + 2y = 0 \end{cases}$.

Donner la valeur de y.

Réponse attendue : 5

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Pour éliminer y, rends égaux 3 et 2 : calcule $2L_1$ et $3L_2$.
2. Tu obtiens $-x = 2$. Remonte ensuite dans la seconde équation, la plus simple.

CORRECTION

2 L1 et 3 L2 —

$14x + 6y = 2 \quad ; \quad 15x + 6y = 0$

Soustraire —

$14x - 15x = 2 - 0 \iff -x = 2 \iff x = -2$

Remonter — $5 \times (-2) + 2y = 0$, donc $2y = 10$; vérification : $-14 + 15 = 1$.

$y = 5$

Avec une inconnue négative, la remontée demande des parenthèses : $5 \times (-2) = -10$.

PIÈGES ANTICIPÉS

-2 → -2 est la valeur de x. La question porte sur y.

-5 → Tu as pris $x = 2$. De $-x = 2$, on tire $x = -2$, puis $-10 + 2y = 0$.

EXERCICE 69 · RAISONNEMENT

Remettre en ordre avant d'éliminer

Résoudre le système $\begin{cases} 2y = 3x - 4 \\ 3y + x = 5 \end{cases}$.

Donner la valeur de x.

Réponse attendue : 2

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Écris d'abord chaque équation sous la forme $ax + by = c$, les x sous les x et les y sous les y.
2. La première devient $-3x + 2y = -4$. Une multiplication de la seconde par 3 rend les coefficients de x opposés.

CORRECTION

Ordonner — Un terme qui change de membre change de signe.

$$\begin{cases} -3x + 2y = -4 \\ x + 3y = 5 \end{cases}$$

L1 + 3 L2 —

$(-3x + 2y) + (3x + 9y) = -4 + 15$

$11y = 11 \iff y = 1$

Remonter et vérifier — $x = 5 - 3 = 2$; $2 = 6 - 4$.

$x = 2$

Avant toute élimination, on aligne les inconnues dans le même ordre : c'est ce qui rend les coefficients comparables.

PIÈGES ANTICIPÉS

-22/7 → Tu as écrit $3x + 2y = -4$. En passant à gauche, $3x$ devient $-3x$.

1 → 1 est la valeur de y. La question porte sur x.

EXERCICE 70 · RAISONNEMENT

La somme sans les inconnues

On considère le système $\begin{cases} x + 2y = 7 \\ 2x + y = 8 \end{cases}$.

Sans calculer x ni y, déterminer $x + y$.

Donner la valeur de $x + y$.

Réponse attendue : 5

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Additionne les deux équations : que remarques-tu sur les coefficients obtenus ?
2. Tu obtiens $3x + 3y = 15$. Factorise par 3.

CORRECTION

Additionner —

$$(x+2y)+(2x+y)=7+8$$

$$3x+3y=15$$

Factoriser —

$$3(x+y)=15$$

$$x+y=5$$

Une combinaison bien choisie donne parfois directement ce qu'on cherche. Vérification : la solution est $(3\,;2)$.

PIÈGES ANTICIPÉS

15 → Tu es arrivé à $3(x+y)=15$. Il reste à diviser par 3.

EXERCICE 71 · RAISONNEMENT

Développer avant d'éliminer

Résoudre le système $\begin{cases} 3(x-1)+2y=8 \\ 2x-(y+1)=4 \end{cases}$.

Donner la valeur de y.

Réponse attendue : 1

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Développe chaque équation et ramène-la à la forme $ax+by=c$.
2. Attention : $-(y+1)=-y-1$.
3. Tu obtiens $3x+2y=11$ et $2x-y=5$. Multiplie la seconde par 2 et additionne.

CORRECTION

Développer —

$$\begin{cases} 3x+2y=11 \\ 2x-y=5 \end{cases}$$

L1 + 2 L2 —

$$(3x+2y)+(4x-2y)=11+10$$

$$7x=21 \iff x=3$$

Remonter — $6-y=5$; vérification : $3\times 2+2=8$ et $6-2=4$.

$$y=1$$

Un moins devant une parenthèse change **tous** les signes à l'intérieur. Une fois le système mis en forme, l'élimination est rapide.

PIÈGES ANTICIPÉS

13/7 → Tu as écrit $-(y+1)=-y+1$. Le moins change les deux signes : $-y-1$.

3 → 3 est la valeur de x. La question porte sur y.

EXERCICE 72 · DEFI

Une élimination qui élimine tout

Résoudre par élimination le système $\begin{cases} 2x + 3y = 5 \\ 4x + 6y = 11 \end{cases}$.

Répondre par l'ensemble des solutions, ou par « aucune solution ».

Réponse attendue : `vide` — aussi acceptées : ensemble vide · aucune solution · pas de solution · S = vide · aucune

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Calcule $L_2 - 2L_1$: que deviennent les termes en x ? et ceux en y ?
2. Les deux inconnues disparaissent en même temps. L'égalité qui reste est-elle vraie ?

CORRECTION

L2 - 2 L1 —

$(4x + 6y) - (4x + 6y) = 11 - 10$

Les deux inconnues ont disparu.

$0 = 1$

Conclure — Cette égalité est fausse, quels que soient x et y : aucun couple ne vérifie les deux équations.

$S = \varnothing$

Quand l'élimination fait disparaître les deux inconnues, l'égalité restante tranche : fausse, aucune solution ; toujours vraie, une infinité.

PIÈGES ANTICIPÉS

`une infinité / infinité / une infinité de solutions / infinité de solutions` → Une infinité, ce serait $0 = 0$. Ici on obtient $0 = 1$, qui est **faux** : aucun couple ne convient.

EXERCICE 73 · DEFI

Deux équations à fractions

Résoudre le système $\begin{cases} \dfrac{x}{3} - \dfrac{y}{2} = 1 \\ \dfrac{x}{2} + \dfrac{y}{4} = \dfrac{7}{2} \end{cases}$.

Donner la valeur de x.

Réponse attendue : 6

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Multiplie la première équation par 6 et la seconde par 4 : plus de fractions, et attention aux seconds membres.
2. Tu obtiens deux équations où le coefficient de x est le même. Soustrais.
3. Une fois y trouvé, remonte dans l'équation la plus simple.

CORRECTION

6 L1 et 4 L2 — Chaque terme est multiplié, second membre compris.

$$\begin{cases} 2x - 3y = 6 \\ 2x + y = 14 \end{cases}$$

Soustraire —

$(2x + y) - (2x - 3y) = 14 - 6 \iff 4y = 8$

$y = 2$

Remonter — $2x + 2 = 14$; vérification : $\frac{6}{3} - \frac{2}{2} = 1$ et $3 + \frac{1}{2} = \frac{7}{2}$.

$x = 6$

Chasser les dénominateurs, puis éliminer : deux étapes classiques, et c'est la multiplication du second membre qu'on oublie le plus souvent.

PIÈGES ANTICIPÉS

43/8 → Tu as écrit $2x - 3y = 1$. En multipliant la première équation par 6, le second membre devient 6.

2 → 2 est la valeur de y. La question porte sur x.

EXERCICE 74 · BASE **Lire le coefficient directeur**

La droite D a pour équation $3x + y = 4$.

Écrire cette équation sous la forme $y = ax + b$ et donner son coefficient directeur a.

Donner le coefficient directeur a.

Réponse attendue : -3

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Isole y : fais passer $3x$ dans l'autre membre.
2. Le coefficient directeur est le nombre qui multiplie x une fois y isolé.

CORRECTION

Isoler y —

$3x + y = 4 \iff y = -3x + 4$

Lire — Le coefficient de x est le coefficient directeur.

$a = -3$

Pour comparer deux droites, on les met toujours sous la forme $y = ax + b$: a est la pente, b l'ordonnée à l'origine.

PIÈGES ANTICIPÉS

3 → En passant de l'autre côté, $3x$ devient $-3x$: la pente est négative.

4 → 4 est l'ordonnée à l'origine b. Le coefficient directeur est celui de x.

EXERCICE 75 · BASE

Le point commun de deux droites

On considère les droites $D_1 : y = 2x + 1$ et $D_2 : y = -x + 4$.

Déterminer l'abscisse de leur point d'intersection.

Donner l'abscisse du point d'intersection.

Réponse attendue : 1

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Au point commun, les deux droites ont la même ordonnée : écris $2x + 1 = -x + 4$.
2. Regroupe les x d'un côté et les nombres de l'autre.

CORRECTION

Même ordonnée —

$2x + 1 = -x + 4$

$3x = 3$

$x = 1$

Le point — $y = 2 \times 1 + 1 = 3$, et $-1 + 4 = 3$.

$(x\,;y) = (1\,;3)$

Le point d'intersection de deux droites a pour coordonnées la solution du système formé par leurs deux équations.

PIÈGES ANTICIPÉS

5/3 → Tu as écrit $3x = 4 + 1$. En passant à droite, $+1$ devient -1 : $3x = 4 - 1$.

3 → 3 est l'ordonnée du point. La question porte sur son abscisse.

EXERCICE 76 · PRATIQUE

Deux écritures d'une même droite

On considère le système $\begin{cases} 6x - 3y = 9 \\ y = 2x - 3 \end{cases}$.

Les deux droites associées sont-elles sécantes, strictement parallèles ou confondues ?

Répondre en un mot : sécantes, parallèles ou confondues.

Réponse attendue : confondues — aussi acceptées : confondue · droites confondues

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Mets la première équation sous la forme $y = ax + b$: isole $-3y$, puis divise par -3.
2. Compare les coefficients directeurs, puis les ordonnées à l'origine.

CORRECTION

Première droite — On divise tous les termes par -3.

$6x - 3y = 9 \iff -3y = -6x + 9 \iff y = 2x - 3$

Comparer — Même coefficient directeur, même ordonnée à l'origine.

$a_1 = a_2 = 2 \quad ; \quad b_1 = b_2 = -3$

Conclure — C'est la même droite : le système a une infinité de solutions.

confondues

Deux équations différentes peuvent décrire la même droite : l'une est un multiple de l'autre. Le système a alors une infinité de solutions.

PIÈGES ANTICIPÉS

`parallèles / paralleles` → Les pentes sont égales, mais les ordonnées à l'origine **aussi** : -3 et -3. Les droites sont confondues.

`sécantes / secantes` → Les équations s'écrivent différemment, mais une fois y isolé elles sont identiques.

EXERCICE 77 · PRATIQUE

Coordonnées du point d'intersection

Les droites $D_1 : x + 2y = 4$ et $D_2 : 2x - y = 3$ sont sécantes en un point A.

Déterminer l'ordonnée de A.

Donner l'ordonnée de A.

Réponse attendue : 1

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Les coordonnées de A sont la solution du système formé par les deux équations.
2. Dans D_2, isole $y = 2x - 3$ et substitue dans D_1.

CORRECTION

Le système —

$$\begin{cases} x + 2y = 4 \\ 2x - y = 3 \end{cases}$$

Substituer y = 2x - 3 —

$x + 2(2x - 3) = 4 \iff 5x = 10 \iff x = 2$

Remonter — $y = 4 - 3$; vérification : $2 + 2 = 4$.

$y = 1$

Lire un point d'intersection sur un graphique donne une valeur approchée ; résoudre le système donne la valeur exacte.

PIÈGES ANTICIPÉS

`2` → 2 est l'abscisse de A. La question porte sur son ordonnée.

EXERCICE 78 · PRATIQUE

Deux droites de même pente

On considère les droites $D_1 : 2x - y = 1$ et $D_2 : -4x + 2y = 6$.

Écrire l'équation de D_2 sous la forme $y = ax + b$ et donner son ordonnée à l'origine b.

Donner l'ordonnée à l'origine de D_2.

Réponse attendue : 3

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Isole $2y$, puis divise **tous** les termes par 2.
2. L'ordonnée à l'origine est le terme constant, une fois y isolé.

CORRECTION

Isoler 2y —

$-4x + 2y = 6 \iff 2y = 4x + 6$

Diviser par 2 —

$y = 2x + 3$

$b = 3$

D_1 s'écrit $y = 2x - 1$: même coefficient directeur et ordonnées à l'origine différentes : droites strictement parallèles, système sans solution.

PIÈGES ANTICIPÉS

6 → Tu n'as pas divisé le second membre par 2 : $2y = 4x + 6$ donne $y = 2x + 3$.

2 → 2 est le coefficient directeur. L'ordonnée à l'origine est le terme constant.

EXERCICE 79 · PRATIQUE

Combien de solutions ?

On considère le système $\begin{cases} y = 3x - 1 \\ y = 3x + 2 \end{cases}$.

Déterminer le nombre de solutions de ce système.

Donner le nombre de solutions (un nombre, ou « aucune »).

Réponse attendue : `0` — aussi acceptées : zéro · aucune · aucune solution · pas de solution · 0 solution · S = vide

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Compare les coefficients directeurs des deux droites.
2. Même pente : les droites sont parallèles ou confondues. Les ordonnées à l'origine tranchent.

CORRECTION

Pentes —

$a_1 = a_2 = 3$

Ordonnées à l'origine —

$b_1 = -1 \neq b_2 = 2$

Conclure — Les droites sont strictement parallèles : elles n'ont aucun point commun.

0 solution

On n'a pas besoin de résoudre : la comparaison des pentes et des ordonnées à l'origine suffit à compter les solutions.

PIÈGES ANTICIPÉS

`1 / une / une solution / une seule` → Les équations sont différentes, mais elles ont la même pente : deux droites parallèles distinctes ne se coupent jamais.

`une infinité / infinité / infini / une infinité de solutions / infinité de solutions` → Une infinité, ce serait deux droites confondues. Ici les ordonnées à l'origine sont différentes : $-1 \neq 2$.

EXERCICE 80 · PRATIQUE

Deux droites données par deux points

La droite D_1 passe par $A(0\,;1)$ et $B(2\,;5)$. La droite D_2 passe par $C(0\,;7)$ et $E(2\,;3)$.

Déterminer l'ordonnée de leur point d'intersection.

Donner l'ordonnée du point d'intersection.

Réponse attendue : 4

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Chaque droite coupe l'axe des ordonnées en A ou en C : cela donne b. Le coefficient directeur se calcule avec les deux points.
2. Tu obtiens D_1 : $y = 2x + 1$ et D_2 : $y = -2x + 7$. Égale les deux expressions de y.

CORRECTION

Équation de D1 — $a = \dfrac{5-1}{2-0} = 2$ et $b = 1$.

$y = 2x + 1$

Équation de D2 — $a = \dfrac{3-7}{2-0} = -2$ et $b = 7$.

$y = -2x + 7$

Intersection —

$2x + 1 = -2x + 7 \iff 4x = 6 \iff x = \frac{3}{2}$

L'ordonnée —

$y = 2 \times \frac{3}{2} + 1 = 4$

Deux points donnent une droite, deux droites donnent un système : son unique solution est le point de rencontre.

PIÈGES ANTICIPÉS

`3/2` → $\dfrac{3}{2}$ est l'abscisse du point. La question porte sur son ordonnée.

`7` → Tu as pris $x = 3$. De $4x = 6$, on obtient $x = \dfrac{3}{2}$, puis $y = 4$.

EXERCICE 81 · RAISONNEMENT

Deux options à la salle de sport

Une salle de sport propose deux options. Option 1 : 6 dinars par séance. Option 2 : un abonnement de 30 dinars, puis 4 dinars par séance.

Déterminer le nombre de séances pour lequel les deux options coûtent le même prix.

Donner le nombre de séances.

Réponse attendue : 15

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Pour x séances, l'option 1 coûte $p(x) = 6x$ et l'option 2 coûte $p'(x) = 30 + 4x$.
2. Graphiquement, ce sont deux droites ; le prix est le même à leur point d'intersection.

CORRECTION

Les deux prix —

$p(x) = 6x \quad ; \quad p'(x) = 30 + 4x$

Prix égaux —

$6x = 30 + 4x \iff 2x = 30$

$x = 15$

Interpréter — Les deux options coûtent alors 90 dinars. Au-delà de 15 séances, l'abonnement devient plus avantageux.

$x = 15$

Comparer deux tarifs, c'est chercher l'intersection de deux droites : avant, l'une est en dessous ; après, c'est l'autre.

PIÈGES ANTICIPÉS

`90` → 90 dinars est le prix commun. La question porte sur le nombre de séances.

`3` → Tu as écrit $6x + 4x = 30$. Pour regrouper, $4x$ passe à gauche en changeant de signe : $6x - 4x = 30$.

EXERCICE 82 · RAISONNEMENT

Deux cyclistes qui se croisent

Deux villes A et B sont distantes de 72 km. À la même heure, un cycliste part de A vers B et fait le trajet en 3 heures ; un autre part de B vers A et le fait en 6 heures. Leurs vitesses sont constantes.

Déterminer à quelle distance de A ils se croisent, en kilomètres.

Donner la distance à A, en km.

Réponse attendue : 48

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Leurs vitesses : 24 km/h et 12 km/h. Après t heures, le premier est à $24t$ km de A, le second à $72 - 12t$ km de A.
2. Ils se croisent quand ces deux distances sont égales : c'est l'intersection de deux droites.
3. Une fois t trouvé, calcule la distance à A du premier cycliste.

CORRECTION

Positions —

$d_1(t) = 24t \quad ; \quad d_2(t) = 72 - 12t$

Ils se croisent —

$24t = 72 - 12t \iff 36t = 72$

$t = 2 \text{ h}$

La distance à A —

$d = 24 \times 2 = 48$

Deux mouvements à vitesse constante se représentent par deux droites : leur point commun donne l'instant et le lieu de la rencontre.

PIÈGES ANTICIPÉS

24 → 24 km, c'est la distance à B : le second cycliste a parcouru $12 \times 2 = 24$ km. On demande la distance à A.

2 → 2 est l'instant de la rencontre, en heures. La question porte sur la distance.

EXERCICE 83 · RAISONNEMENT

Rendre deux droites parallèles

On considère le système $\begin{cases} 2x - y = 3 \\ mx - 3y = 1 \end{cases}$, où m est un réel.

Déterminer m pour que les deux droites associées soient parallèles.

Donner la valeur de m.

Réponse attendue : 6

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Écris chaque équation sous la forme $y = ax + b$.
2. La seconde donne $y = \dfrac{m}{3}x - \dfrac{1}{3}$. Deux droites sont parallèles quand leurs coefficients directeurs sont égaux.

CORRECTION

Première droite —

$y = 2x - 3$

Seconde droite — On divise tous les termes par 3.

$3y = mx - 1 \iff y = \frac{m}{3}x - \frac{1}{3}$

Même pente —

$\frac{m}{3} = 2$

Les ordonnées -3 et $-\frac{1}{3}$ sont différentes : parallèles strictes, aucune solution.

$m = 6$

Pour fixer la position de deux droites avec un paramètre, on compare les coefficients directeurs une fois y isolé.

PIÈGES ANTICIPÉS

2 → Tu as égalé m à 2. Le coefficient de x dans la seconde droite est $\frac{m}{3}$, pas m.

-6 → Tu as obtenu une pente $-\frac{m}{3}$. En divisant $-3y = -mx + 1$ par -3, les deux signes changent : la pente est $\frac{m}{3}$.

EXERCICE 84 · RAISONNEMENT

Jetons au parc de jeux

Un parc de jeux vend le jeton $0{,}5$ dinar. Il propose aussi une carte mensuelle de 8 dinars qui donne une remise de $20\,\%$ sur chaque jeton.

Déterminer le nombre de jetons pour lequel les deux formules coûtent le même prix.

Donner le nombre de jetons.

Réponse attendue : `80`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Avec la remise, un jeton coûte $0{,}5 \times 0{,}8$ dinar.
2. Pour x jetons : $p(x) = 0{,}5x$ et $p'(x) = 8 + 0{,}4x$. Cherche quand ils sont égaux.

CORRECTION

Prix remisé —

$0{,}5 \times (1 - 0{,}2) = 0{,}4$

Les deux prix —

$p(x) = 0{,}5x \quad ; \quad p'(x) = 8 + 0{,}4x$

Prix égaux —

$0{,}5x = 8 + 0{,}4x \iff 0{,}1x = 8$

Au-delà de 80 jetons, la carte devient avantageuse.

$x = 80$

Une remise de $20\,\%$ laisse $80\,\%$ du prix. La comparaison des deux formules revient à l'intersection de deux droites.

PIÈGES ANTICIPÉS

16 → Tu as divisé 8 par $0{,}5$. Avec la carte, on paie quand même les jetons, au prix remisé de $0{,}4$ dinar.

20 → Tu as pris $0{,}5 \times 0{,}2 = 0{,}1$ pour le prix remisé. La remise **retire** $20\,\%$: il reste $0{,}5 \times 0{,}8 = 0{,}4$.

EXERCICE 85 · DEFI

Rendre deux droites confondues

On considère le système $\begin{cases} x - 2y = 3 \\ ax + 6y = b \end{cases}$, où a et b sont des réels.

Déterminer a et b pour que le système ait une infinité de solutions.

Donner la valeur de b.

Réponse attendue : -9

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Une infinité de solutions : les deux droites sont confondues, donc les deux équations sont proportionnelles.
2. Par quel nombre faut-il multiplier $-2y$ pour obtenir $6y$? Multiplie toute la première équation par ce nombre.

CORRECTION

Le multiplicateur —

$-2 \times (-3) = 6$

Multiplier L1 par -3 —

$-3x + 6y = -9$

Identifier —

$a = -3 \quad ; \quad b = -9$

Deux équations décrivent la même droite quand l'une est un multiple de l'autre — second membre compris.

PIÈGES ANTICIPÉS

9 → Le multiplicateur est -3 : il change aussi le signe du second membre, $3 \times (-3) = -9$.

-3 → -3 est la valeur de a. La question porte sur b.

EXERCICE 86 · DEFI

Trois droites concourantes

On considère les droites $D_1 : y = x + 1$, $D_2 : y = -2x + 7$ et $D_3 : y = mx - 1$, où m est un réel.

Déterminer m pour que les trois droites passent par un même point.

Donner la valeur de m.

Réponse attendue : 2

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Commence par le point commun de D_1 et D_2 : résous le système formé par leurs équations.
2. Ce point doit aussi appartenir à D_3 : remplace ses coordonnées dans $y = mx - 1$.

CORRECTION

D1 et D2 —

$x + 1 = -2x + 7 \iff x = 2\ ;\ y = 3$

Le point sur D3 —

$3 = m \times 2 - 1$

$2m = 4$

$m = 2$

Trois droites sont concourantes quand le point commun de deux d'entre elles appartient à la troisième.

PIÈGES ANTICIPÉS

1 → Tu as écrit $3 = 2m + 1$. L'équation de D_3 contient -1 : $2m = 3 + 1$.

4 → Tu es arrivé à $2m = 4$. Il reste à diviser par 2.

EXERCICE 87 · DEFI

Selon la valeur d'un paramètre

On considère le système $\begin{cases} mx + y = 2 \\ 4x + my = 4 \end{cases}$, où m est un réel non nul.

Déterminer la valeur de m pour laquelle le système n'a aucune solution.

Donner la valeur de m.

Réponse attendue : -2

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Écris les deux droites sous la forme $y = ax + b$: $y = -mx + 2$ et $y = -\dfrac{4}{m}x + \dfrac{4}{m}$.
2. Aucune solution : même pente et ordonnées différentes. L'égalité des pentes donne $m^2 = 4$.
3. Deux valeurs vérifient $m^2 = 4$: teste les ordonnées à l'origine pour chacune.

CORRECTION

Les droites —

$y = -mx + 2$; $y = -\frac{4}{m}x + \frac{4}{m}$

Même pente —

$-m = -\frac{4}{m} \iff m^2 = 4$

Pour m = 2 — Les deux droites sont $y = -2x + 2$: confondues, une infinité de solutions.

$b_1 = b_2 = 2$

Pour m = -2 — On obtient $y = 2x + 2$ et $y = 2x - 2$: strictement parallèles.

$b_1 = 2 \neq b_2 = -2$

$m = -2$

Même pente ne suffit pas : il faut encore comparer les ordonnées à l'origine, qui séparent « aucune solution » d'« une infinité ».

PIÈGES ANTICIPÉS

2 → Pour $m = 2$, les deux équations décrivent la **même** droite $y = -2x + 2$: une infinité de solutions, pas aucune.

4 → 4 est la valeur de m^2. Il reste à trouver m, et à choisir la bonne racine.

EXERCICE 88 · BASE

Somme et différence de deux nombres

La somme de deux nombres est 50 et leur différence est 14.

Déterminer le plus grand de ces deux nombres.

Donner le plus grand nombre.

Réponse attendue : 32

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Nomme a le plus grand et b le plus petit : $a + b = 50$ et $a - b = 14$.
2. Les coefficients de b sont opposés : additionne les deux équations.

CORRECTION

Le système —

$$\begin{cases} a + b = 50 \\ a - b = 14 \end{cases}$$

Additionner —

$2a = 64$

$a = 32$

Vérifier — $b = 50 - 32 = 18$, et $32 - 18 = 14$.

$a = 32$

Deux inconnues, deux informations : un système. Ici, l'élimination par addition est immédiate.

PIÈGES ANTICIPÉS

18 → 18 est le plus petit des deux nombres. La question porte sur le plus grand.

64 → Tu es arrivé à $2a = 64$. Il reste à diviser par 2.

EXERCICE 89 · BASE

Garçons et filles

Une classe compte 35 élèves. Le nombre de garçons représente $40\,\%$ du nombre de filles.

Déterminer le nombre de garçons.

Donner le nombre de garçons.

Réponse attendue : 10

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Nomme g et f les nombres de garçons et de filles : $g + f = 35$.

2. La seconde information porte sur les filles, pas sur la classe : $g = 0{,}4f$. Substitue.

CORRECTION

Le système —

$$\begin{cases} g + f = 35 \\ g = 0{,}4f \end{cases}$$

Substituer —

$0{,}4f + f = 35 \iff 1{,}4f = 35$

$f = 25$

Remonter — Vérification : $10 + 25 = 35$, et $40\,\%$ de 25 font 10.

$g = 10$

Un pourcentage se prend toujours **de quelque chose** : ici des filles, pas de la classe entière.

PIÈGES ANTICIPÉS

25 → 25 est le nombre de filles. La question porte sur les garçons.

14 → Tu as pris $40\,\%$ de toute la classe. L'énoncé dit $40\,\%$ du nombre de **filles**.

EXERCICE 90 · PRATIQUE

Boules rouges et noires

Une boîte contient R boules rouges et N boules noires. Le double de N est égal à R diminué de 3, et le quintuple de N est égal à R augmenté de 9.

Déterminer R.

Donner le nombre de boules rouges.

Réponse attendue : 11

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Traduis : $2N = R - 3$ et $5N = R + 9$.
2. Les coefficients de R sont égaux : soustrais la première équation de la seconde.

CORRECTION

Le système —

$$\begin{cases} 2N = R - 3 \\ 5N = R + 9 \end{cases}$$

Soustraire —

$5N - 2N = (R + 9) - (R - 3)$

$3N = 12 \iff N = 4$

Remonter — Vérification : $5 \times 4 = 20 = 11 + 9$.

$R = 2 \times 4 + 3 = 11$

« Diminué de », « augmenté de » se traduisent par $-$ et $+$; « le double de » par un coefficient 2.

PIÈGES ANTICIPÉS

4 → 4 est le nombre de boules noires. La question porte sur les rouges.

5 → Tu as écrit $R = 2N - 3$. De $2N = R - 3$, on tire $R = 2N + 3$.

EXERCICE 91 · PRATIQUE

Un partage proportionnel

Un grand-père partage 1000 dinars entre ses deux fils, proportionnellement au nombre de leurs enfants. L'aîné a trois enfants, le cadet en a cinq.

Déterminer la part de l'aîné, en dinars.

Donner la part de l'aîné, en dinars.

Réponse attendue : 375

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Nomme a et c les deux parts : $a + c = 1000$.
2. Proportionnellement à 3 et 5 : $\dfrac{a}{3} = \dfrac{c}{5}$, soit $5a = 3c$.
3. Isole c dans la première équation et substitue.

CORRECTION

Le système —

$$\begin{cases} a + c = 1000 \\ 5a = 3c \end{cases}$$

Substituer c = 1000 - a —

$5a = 3(1000 - a) \iff 8a = 3000$

$a = 375$

Vérifier — $c = 625$, et $\dfrac{375}{3} = \dfrac{625}{5} = 125$.

$a = 375$

Partager proportionnellement, c'est imposer le même quotient part / nombre d'enfants : 125 dinars par petit-enfant.

PIÈGES ANTICIPÉS

625 → 625 dinars est la part du cadet. La question porte sur l'aîné.

500 → Tu as partagé en deux parts égales. Le partage est proportionnel au nombre d'enfants : 3 contre 5.

EXERCICE 92 · PRATIQUE

Deux collections de timbres

Hédi a 90 timbres de plus que Rim. Lorsque Hédi aura ajouté 30 timbres à sa collection et que Rim aura doublé la sienne, ils auront le même nombre de timbres.

Déterminer le nombre de timbres de Hédi.

Donner le nombre de timbres de Hédi.

Réponse attendue : `210`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Nomme h et r les deux collections : $h = r + 90$.
2. La seconde information : $h + 30 = 2r$. Substitue h.

CORRECTION

Le système —

$$\begin{cases} h = r + 90 \\ h + 30 = 2r \end{cases}$$

Substituer —

$r + 90 + 30 = 2r \iff r = 120$

Remonter — Vérification : $210 + 30 = 240 = 2 \times 120$.

$h = 210$

Les deux informations portent sur des moments différents : on écrit chacune avec les **mêmes** inconnues, celles d'aujourd'hui.

PIÈGES ANTICIPÉS

`120` → 120 est le nombre de timbres de Rim. La question porte sur Hédi.

`180` → Tu as oublié les 30 timbres ajoutés par Hédi : la seconde équation est $h + 30 = 2r$.

EXERCICE 93 · PRATIQUE

Billets de spectacle

Trois billets adulte et deux billets enfant coûtent 34 dinars. Deux billets adulte et trois billets enfant coûtent 31 dinars.

Déterminer le prix d'un billet enfant.

Donner le prix d'un billet enfant, en dinars.

Réponse attendue : `5`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Nomme a et e les deux prix : $3a + 2e = 34$ et $2a + 3e = 31$.
2. Pour éliminer a, calcule $2L_1$ et $3L_2$, puis soustrais.

CORRECTION

Le système —

$$\begin{cases} 3a + 2e = 34 \\ 2a + 3e = 31 \end{cases}$$

3 L2 - 2 L1 —

$(6a + 9e) - (6a + 4e) = 93 - 68$

$5e = 25 \iff e = 5$

Vérifier — $3a + 10 = 34$ donne $a = 8$; $16 + 15 = 31$.

$e = 5$

Remarque utile : en additionnant les deux équations, $5a + 5e = 65$, donc un adulte et un enfant coûtent 13 dinars ensemble.

PIÈGES ANTICIPÉS

8 → 8 dinars est le prix d'un billet **adulte**. La question porte sur le billet enfant.

13 → 13 dinars, c'est un billet adulte **et** un billet enfant ensemble.

EXERCICE 94 · RAISONNEMENT

Le mélange du pharmacien

Un pharmacien dispose de deux solutions d'alcool iodé, l'une à $20\,\%$ et l'autre à $8\,\%$. Il veut obtenir un litre de mélange à $17\,\%$.

Déterminer le volume de solution à $20\,\%$ nécessaire, en litres.

Donner le volume de solution à 20 %, en litres.

Réponse attendue : 3/4

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Nomme x et y les volumes, en litres, des solutions à $20\,\%$ et à $8\,\%$. Le volume total donne $x + y = 1$.
2. L'alcool contenu se conserve : $0{,}20x + 0{,}08y = 0{,}17 \times 1$.
3. Substitue $y = 1 - x$ dans la seconde équation.

CORRECTION

Le système —

$$\begin{cases} x + y = 1 \\ 0{,}20x + 0{,}08y = 0{,}17 \end{cases}$$

Substituer y = 1 - x —

$0{,}20x + 0{,}08(1 - x) = 0{,}17$

$0{,}12x = 0{,}09$

Vérification : $0{,}20 \times 0{,}75 + 0{,}08 \times 0{,}25 = 0{,}15 + 0{,}02 = 0{,}17$.

$x = 0{,}75$

Dans un mélange, deux quantités se conservent : le volume total et la quantité de produit. Ce sont les deux équations du système.

PIÈGES ANTICIPÉS

1/4 → $0{,}25$ litre est le volume de la solution à $8\,\%$. La question porte sur celle à $20\,\%$.

17/28 → Tu as écrit $0{,}20x + 0{,}08x = 0{,}17$. La solution à $8\,\%$ a son propre volume $y = 1 - x$.

EXERCICE 95 · RAISONNEMENT

Un nombre de deux chiffres

Un nombre de deux chiffres a pour somme des chiffres 11. Si l'on permute ses deux chiffres, il diminue de 27.

Déterminer ce nombre.

Donner le nombre.

Réponse attendue : 74

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Nomme d le chiffre des dizaines et u celui des unités : le nombre vaut $10d + u$, et $d + u = 11$.
2. Le nombre permuté vaut $10u + d$. Il est plus petit de 27 : $(10d + u) - (10u + d) = 27$.
3. Simplifie la seconde équation : elle donne $d - u$.

CORRECTION

Le système —

$$\begin{cases} d + u = 11 \\ (10d + u) - (10u + d) = 27 \end{cases}$$

Simplifier —

$9d - 9u = 27 \iff d - u = 3$

Additionner —

$2d = 14 \iff d = 7\ ;\ u = 4$

Vérification : $74 - 47 = 27$.

74

Un nombre de deux chiffres s'écrit $10d + u$: c'est cette écriture qui permet de mettre un tel problème en système.

PIÈGES ANTICIPÉS

47 → 47 est le nombre **après** permutation. Le nombre de départ est le plus grand des deux.

11 → 11 est la somme des chiffres. La question demande le nombre lui-même.

EXERCICE 96 · RAISONNEMENT

La bouteille et son huile

Une bouteille d'un litre d'huile d'olive, pleine, revient à un commerçant $12{,}5$ dinars. La bouteille vide coûte 12 dinars de moins que l'huile qu'elle contient.

Déterminer le prix de la bouteille vide, en millimes.

Donner le prix de la bouteille vide, en millimes.

Réponse attendue : 250

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Nomme v et h les prix, en dinars, de la bouteille vide et de l'huile : $v + h = 12{,}5$.
2. La seconde information : $v = h - 12$. Ne la remplace pas par une simple soustraction $12{,}5 - 12$.
3. Le résultat est en dinars : convertis-le en millimes, sachant qu'un dinar en compte mille.

CORRECTION

Le système —

$$\begin{cases} v + h = 12{,}5 \\ v = h - 12 \end{cases}$$

Substituer —

$h - 12 + h = 12{,}5 \iff 2h = 24{,}5 \iff h = 12{,}25$

Remonter —

$v = 12{,}25 - 12 = 0{,}25$ D

En millimes — Vérification : $0{,}25 + 12{,}25 = 12{,}5$ et $12{,}25 - 0{,}25 = 12$.

$v = 250$ millimes

La réponse « intuitive » $12{,}5 - 12 = 0{,}5$ est fausse : avec 500 millimes de verre, l'huile coûterait 12 dinars, seulement $11{,}5$ dinars de plus. Le système ne se trompe pas.

PIÈGES ANTICIPÉS

`500` → Tu as calculé $12{,}5 - 12$. Mais alors l'huile vaudrait 12 dinars, et l'écart ne serait que de $11{,}5$ dinars. Pose le système.

`12250` → $12\,250$ millimes, c'est le prix de l'**huile**. La question porte sur la bouteille vide.

`0.25` → $0{,}25$ est le prix en **dinars**. La réponse est demandée en millimes.

EXERCICE 97 · RAISONNEMENT

Deux groupes en éducation physique

Un professeur forme deux groupes A et B. S'il fait passer quatre élèves de A dans B, les deux groupes ont le même effectif. S'il fait passer quatre élèves de B dans A, l'effectif de A devient le double de celui de B.

Déterminer l'effectif du groupe A.

Donner l'effectif du groupe A.

Réponse attendue : 28

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Nomme a et b les effectifs. Le premier échange donne $a - 4 = b + 4$.
2. Le second échange donne $a + 4 = 2(b - 4)$: le groupe B perd quatre élèves.
3. La première équation donne $a = b + 8$: substitue.

CORRECTION

Le système —

$$\begin{cases} a - 4 = b + 4 \\ a + 4 = 2(b - 4) \end{cases}$$

Isoler a —

$a = b + 8$

Substituer —

$b + 12 = 2b - 8 \iff b = 20$

Remonter — Vérification : $24 = 24$ et $32 = 2 \times 16$.

$a = 28$

Quand des élèves passent d'un groupe à l'autre, un groupe perd ce que l'autre gagne : les deux effectifs changent dans chaque équation.

PIÈGES ANTICIPÉS

`20` → 20 est l'effectif du groupe B. La question porte sur A.

EXERCICE 98 · DEFI

Deux messagers

Deux messagers partent l'un vers l'autre de deux villes distantes de 37 lieues. Le messager A parcourt 5 lieues en 2 heures ; le messager B parcourt 4 lieues en 3 heures, et part une heure après A.

Déterminer le nombre de lieues parcourues par A avant la rencontre.

Donner la distance parcourue par A, en lieues.

Réponse attendue : 25

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Les vitesses : $\dfrac{5}{2}$ lieues par heure pour A, $\dfrac{4}{3}$ pour B.
2. Si A marche t heures jusqu'à la rencontre, B marche $t - 1$ heures. Ensemble, ils couvrent les 37 lieues.
3. Multiplie l'équation par 6 pour chasser les dénominateurs.

CORRECTION

Les distances —

$d_A = \frac{5}{2}t \quad ; \quad d_B = \frac{4}{3}(t-1)$

Ils se rencontrent —

$\frac{5}{2}t + \frac{4}{3}(t-1) = 37$

Multiplier par 6 —

$15t + 8t - 8 = 222 \iff 23t = 230 \iff t = 10$

La distance de A — Vérification : B a fait $\dfrac{4}{3} \times 9 = 12$ lieues, et $25 + 12 = 37$.

$d_A = \frac{5}{2} \times 10 = 25$

Un départ décalé se traduit par une durée décalée, $t - 1$. Le reste est une équation du premier degré, puis une remontée.

PIÈGES ANTICIPÉS

Maths à la carte
ABDELKADER HAMMA

`12` → 12 lieues, c'est le trajet du messager B. La question porte sur A.

`10` → 10 est la durée de marche de A, en heures. On demande la distance parcourue.

EXERCICE 99 · DEFI

Le mulet et l'ânesse

Un mulet et une ânesse portent des sacs de blé. Le mulet dit : « Si tu me donnais deux de tes sacs, j'en porterais le double de toi. Si je t'en donnais deux des miens, nous en porterions autant l'un que l'autre. »

Déterminer le nombre de sacs du mulet.

Donner le nombre de sacs du mulet.

Réponse attendue : 14

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Nomme m et a les nombres de sacs. Premier cas : le mulet gagne deux sacs et l'ânesse en perd deux, $m+2=2(a-2)$.
2. Second cas : le mulet en perd deux, l'ânesse en gagne deux, $m-2=a+2$.
3. La seconde équation donne $m=a+4$: substitue.

CORRECTION

Le système —

$$\begin{cases} m+2=2(a-2) \\ m-2=a+2 \end{cases}$$

Isoler m —

$m=a+4$

Substituer —

$a+6=2a-4 \iff a=10$

Remonter — Vérification : $16=2\times 8$ et $12=12$.

$m=14$

Des sacs qui passent de l'un à l'autre modifient **les deux** quantités : $+2$ d'un côté, -2 de l'autre.

PIÈGES ANTICIPÉS

`10` → 10 est le nombre de sacs de l'ânesse. La question porte sur le mulet.

EXERCICE 100 · DEFI

Un problème d'âges

Un homme dit à un plus jeune : « J'ai deux fois l'âge que vous aviez quand j'avais l'âge que vous avez. Quand vous aurez l'âge que j'ai, nous aurons ensemble 63 ans. »

Déterminer l'âge de l'homme qui parle.

Donner l'âge de l'homme qui parle.

Réponse attendue : 28

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Nomme X son âge et Y celui du plus jeune. L'écart d'âge $X - Y$ ne change jamais.
2. Quand il avait l'âge Y, c'était il y a $X - Y$ ans : le plus jeune avait $Y - (X - Y) = 2Y - X$. D'où $X = 2(2Y - X)$.
3. Dans $X - Y$ ans, le plus jeune aura X et lui $2X - Y$: $X + 2X - Y = 63$.

CORRECTION

Première phrase —

$$X = 2(2Y - X) \iff 3X = 4Y$$

Seconde phrase —

$$X + (2X - Y) = 63 \iff 3X - Y = 63$$

Substituer Y = 3X/4 —

$$3X - \frac{3X}{4} = 63 \iff \frac{9X}{4} = 63$$

Vérification : $Y = 21$; il y a 7 ans il avait 21 ans et l'autre 14, et $28 = 2 \times 14$; dans 7 ans : $28 + 35 = 63$.

$$X = 28$$

Dans un problème d'âges, l'écart entre deux âges est constant : c'est lui qui relie le passé, le présent et l'avenir.

PIÈGES ANTICIPÉS

21 → 21 ans est l'âge du plus jeune. La question porte sur celui qui parle.

EXERCICE 101 · DEFI

Un rectangle impossible

On cherche un rectangle de périmètre 20 cm tel que, si on augmente sa largeur ℓ de 1 cm et sa longueur L de 2 cm, son aire ne change pas.

Mettre le problème en système, le résoudre et donner la valeur de ℓ trouvée par le calcul. Un tel rectangle existe-t-il ?

Donner la valeur de ℓ trouvée par le calcul.

Réponse attendue : -12

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Le périmètre donne $L + \ell = 10$. L'aire inchangée s'écrit $(\ell + 1)(L + 2) = \ell L$.
2. Développe : le produit ℓL s'élimine et il reste $2\ell + L + 2 = 0$.
3. Substitue $L = 10 - \ell$, puis regarde le signe du résultat.

CORRECTION

Le système —

$$\begin{cases} L + \ell = 10 \\ (\ell + 1)(L + 2) = \ell L \end{cases}$$

Développer —

$2\ell + L + 2 = 0$

Substituer L = 10 - ℓ —

$2\ell + 10 - \ell + 2 = 0 \iff \ell + 12 = 0$

Interpréter — Une largeur ne peut pas être négative : un tel rectangle n'existe pas.

$\ell = -12$

Le système a une solution, mais elle ne convient pas au problème. Interpréter le résultat fait partie de la résolution : ici, la réponse au problème est « impossible ».

PIÈGES ANTICIPÉS

12 → De $\ell + 12 = 0$, on obtient un nombre **négatif**. C'est justement ce signe qui montre que le rectangle n'existe pas.

22 → 22 est la valeur de L. La question porte sur ℓ.

EXERCICE 102 · DEFI

Le budget d'une sortie

Pour une sortie scolaire, si chaque élève verse 15 dinars, il manque 40 dinars ; s'il verse 18 dinars, il reste 20 dinars.

Déterminer le coût total de la sortie, en dinars.

Donner le coût de la sortie, en dinars.

Réponse attendue : `340`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Nomme n le nombre d'élèves et C le coût. « Il manque 40 dinars » : $15n = C - 40$.
2. « Il reste 20 dinars » : $18n = C + 20$.
3. Les coefficients de C sont égaux : soustrais.

CORRECTION

Le système —

$$\begin{cases} 15n = C - 40 \\ 18n = C + 20 \end{cases}$$

Soustraire —

$3n = 60 \iff n = 20$

Remonter —

$C = 15 \times 20 + 40$

Vérification : $18 \times 20 = 360 = 340 + 20$.

$C = 340$

« Il manque » et « il reste » se traduisent par des signes opposés : c'est la seule difficulté de la mise en équation.

PIÈGES ANTICIPÉS

`20` → 20 est le nombre d'élèves. La question porte sur le coût de la sortie.

`300` → Tu as calculé 15×20 seulement. Avec 15 dinars par élève, il **manque** encore 40 dinars : $C = 300 + 40$.

AH
Maths à la carte
ABDELKADER HAMMAMI