– Maths à la carte –

ABDELKADER HAMMAMI

Statistiques

2e année secondaire — sections Sciences et Technologie de l'informatique · Pr Abdelkader Hammami

Le cours

CE QU'IL DIT EN ACCUEILLANT

3aslema ! Lyoum bech nfassrou m3a b3adhna chapitre jdid : les statistiques. Bech net3allmou kifech nersmou série, w kifech nlakhssouha b chwaya nombres : le mode, la médiane, les quartiles, la moyenne. W mba3d n9isou 9addech hiya metfarr9a, b la variance w l'écart type. Yalla, nabdew.

عسلامة ! ليوم باش نفسّرو مع بعضنا chapitre جديد : les statistiques . باش نتعلّمو كيفاش نرسمو w série ، كيفاش نلخّصوها بشويّة . w nombres : le mode ، la médiane ، les quartiles ، la moyenne مبعّد نقيسو قدّاش هي متفرّقة ، بـ la variance w l'écart type . يالله ، نبداو .

Bonjour ! Aujourd'hui, on va expliquer ensemble un nouveau chapitre : les statistiques. Nous allons apprendre à représenter une série, et à la résumer par quelques nombres : le mode, la médiane, les quartiles, la moyenne. Ensuite, nous mesurerons sa dispersion, avec la variance et l'écart type. Allez, on commence.

Une enquête, un relevé de températures, la production d'une récolte année après année : la statistique **résume** une série de données par quelques nombres et quelques dessins.

Ce chapitre apprend à représenter une série, à la **situer** (mode, médiane, quartiles, moyenne) et à mesurer sa **dispersion** (étendue, écart interquartile, variance, écart type) — et à se méfier des résumés trop rapides.

OBJECTIFS ANNONCÉS

CE QU'IL DIT EN LES ANNONÇANT

Fi e5er el chapitre hedha, bech tkoun ta3ref :

في آخر الـ chapitre هذا ، باش تكون تعرف :

À la fin de ce chapitre, tu sauras :

- Décrire et représenter une série statistique

  > Décrire une série statistique, et la représenter par un diagramme ou un histogramme.
  > *Décrire une série statistique, et la représenter par un diagramme ou un histogramme.*

- Calculer effectifs cumulés, coefficients multiplicateurs et indices

  > Calculer des effectifs cumulés, des coefficients multiplicateurs et des indices.
  > *Calculer des effectifs cumulés, des coefficients multiplicateurs et des indices.*

- Déterminer mode, médiane et quartiles ; tracer un diagramme en boîte

  > Déterminer le mode, la médiane et les quartiles, et tracer un diagramme en boîte.
  > *Déterminer le mode, la médiane et les quartiles, et tracer un diagramme en boîte.*

- Calculer moyenne, variance et écart type, et utiliser leurs propriétés

  > Calculer une moyenne, une variance et un écart type, et utiliser leurs propriétés.
  > *Calculer une moyenne, une variance et un écart type, et utiliser leurs propriétés.*

- Interpréter un effet de structure et la fluctuation d'échantillonnage

  > Interpréter un effet de structure et la fluctuation d'échantillonnage.
  > *Interpréter un effet de structure et la fluctuation d'échantillonnage.*

1. ACTIVITÉ

Pour comprendre : deux lycées réunis

CE QU'IL DIT

3andna zouz lycéet. Le lycée A fih 450 élèves, menhom 52 % bnet, ya3ni 234 bent. Le lycée B fih 600 élèves, menhom 48 % bnet, ya3ni 288. Ki nlammouhom : 1050 élèves, w 522 bent, ama e-noss houwa 525. Idhan el bnet a9al mel dhkour. 3lech e-tilmidh ghlet ? 5aterou 3mel la moyenne mta3 52 w 48, kif ken e-zouz lycéet 3andhom nafs l'effectif. Bech ykounou b e-noss, yelzem 237 bent fel lycée A.

عندنا زوز ليسيات . الـ lycée A فيه quatre cent cinquante élèves ، منهم cinquante-deux pour cent بنات ، يعني deux cent trente-quatre بنت . الـ lycée B فيه six cents élèves ، منهم quarante-huit pour cent بنات ، أما mille cinquante élèves ، w cinq cent vingt-deux : كي نلمّوهم . deux cent quatre-vingt-huit يعني بنت ، النصّ هو cinq cent vingt-cinq . إذن البنات أقل مالذكور . علاش التلميذ غلط ؟ خاطرو عمل الـ moyenne متاع cinquante-deux w quarante-huit ، كيف كان الزوز ليسيات عندهم نفس الـ effectif . باش يكونو بالنصّ ، يلزم deux cent trente-sept بنت في الـ lycée A .

Nous avons deux lycées. Le lycée A compte quatre cent cinquante élèves, dont cinquante-deux pour cent de filles, soit deux cent trente-quatre filles. Le lycée B compte six cents élèves, dont quarante-huit pour cent de filles, soit deux cent quatre-vingt-huit. Réunis : mille cinquante élèves, et cinq cent vingt-deux filles, alors que la moitié est cinq cent vingt-cinq. Il y a donc moins de filles que de garçons. Pourquoi l'élève se trompe-t-il ? Parce qu'il fait la moyenne de cinquante-deux et de quarante-huit, comme si les deux lycées avaient le même effectif. Pour qu'il y ait autant de filles que de garçons, il faudrait deux cent trente-sept filles au lycée A.

Une enquête statistique portant sur deux lycées d'une même ville a révélé les données suivantes : le lycée A compte 450 élèves dont $52\,\%$ de filles ; le lycée B compte 600 élèves dont $48\,\%$ de filles.

1. À la lecture de ces données, un élève prétend que si l'on réunit les élèves des deux lycées, on trouvera autant de filles que de garçons. Explique pourquoi cette affirmation est fausse.

2. Quel doit être le nombre de filles du lycée A pour que, en réunissant les élèves des deux établissements, on trouve autant de filles que de garçons ?

EXEMPLE TRAITÉ

Le lycée A compte 450 élèves dont $52\,\%$ de filles, le lycée B 600 élèves dont $48\,\%$ de filles. Réunis, ont-ils autant de filles que de garçons ? Sinon, combien de filles faudrait-il au lycée A ?

Les filles de A —

$450 \times \frac{52}{100} = 234$

Les filles de B —

$600 \times \frac{48}{100} = 288$

Réunis — Les deux lycées comptent $450 + 600 = 1050$ élèves, dont $234 + 288 = 522$ filles. Or la moitié de 1050 est 525 : il y a donc moins de filles que de garçons.

$522 < 525$

Ce qu'il faudrait — Pour avoir 525 filles en tout, il en faut $525 - 288$ au lycée A.

$525 - 288 = 237$

Pourquoi l'élève se trompe — Il fait la moyenne de $52\,\%$ et de $48\,\%$, comme si les deux lycées avaient le même effectif. Le lycée B, plus grand, pèse davantage.

522 filles sur 1050 élèves ; il faudrait 237 filles au lycée A

À ne pas faire : $52\,\%$ et $48\,\%$ donnent $50\,\%$ de filles en tout — $\dfrac{234 + 288}{1050} = \dfrac{522}{1050} \approx 49{,}7\,\%$. On ne fait pas la moyenne de deux pourcentages calculés sur des effectifs différents : chaque pourcentage compte selon la taille de son groupe.

2. VOCABULAIRE

Population, échantillon, caractère

CE QU'IL DIT

Chwaya vocabulaire. La population hiya e-nes el koll elli n7ebbou na3rfou 3lihom 7aja : houni les élèves mta3 l'établissement. L'échantillon houwa el jez2 elli fe3lan sa2alnehom : les 100 élèves internes, w la taille de l'échantillon hiya 100. El 7aja elli nes2lou 3liha nsammiwha caractère. Ken tet9as b nombre, kif l'âge walla le poids, houwa quantitatif. Ken ma tet9asch, kif le groupe sanguin, houwa qualitatif. W le caractère quantitatif ykoun discret ki ye5ou valeurs ma3zoulin, kif l'âge bel snin, w continu ki ye5ou ayy valeur fi intervalle, kif la taille : sa3tha nlammou les valeurs fi des classes. W la fréquence hiya l'effectif sur l'effectif total.

شويّة vocabulaire . الـ population هي الناس الكل اللي نحبّو نعرفو عليهم حاجة : هنا les élèves متاع
l'établissement . l'échantillon هو الجزء اللي فعلا سألناهم : les cent élèves internes ، w la taille de
le ولّا l'âge كيف ، nombre بـ تتقاس كان . caractère نسمّيوها عليها نسألو اللي الحاجة . cent هي l'échantillon
caractère quantitatif الـ qualitatif . w هو ، le groupe sanguin كيف ، تتقاسش ما كان . quantitatif هو ، poids

يكون discret كي ياخذ valeurs معزولين ، كيف l'âge بالسنين ، كيف w continu كي ياخذ أيّ valeur في intervalle ، كيف
la taille : ساعتها نلمّو les valeurs في w la fréquence des classes هي l'effectif sur l'effectif total .

Un peu de vocabulaire. La population, c'est l'ensemble des personnes sur lesquelles on veut savoir quelque chose : ici, les élèves de l'établissement. L'échantillon, c'est la partie qu'on a réellement interrogée : les cent élèves internes, et la taille de l'échantillon est cent. Ce qu'on observe s'appelle un caractère. S'il se mesure par un nombre, comme l'âge ou le poids, il est quantitatif. S'il ne se mesure pas, comme le groupe sanguin, il est qualitatif. Un caractère quantitatif est discret quand il prend des valeurs isolées, comme l'âge en années, et continu quand il peut prendre n'importe quelle valeur d'un intervalle, comme la taille : on regroupe alors les valeurs en classes. Et la fréquence, c'est l'effectif sur l'effectif total.

Le service de la médecine scolaire a mené une enquête auprès des 100 élèves internes d'un établissement scolaire, portant sur l'âge, le poids, la taille et le groupe sanguin.

- La **population** est l'ensemble sur lequel porte l'étude : ici, les élèves de l'établissement.
- Un **échantillon** est la partie de la population effectivement observée : ici, les élèves internes. Sa **taille** est son effectif, 100.
- Un **caractère** est ce qu'on observe sur chaque individu. Il est **quantitatif** quand il se mesure par un nombre (l'âge, le poids, la taille), **qualitatif** sinon (le groupe sanguin).

Un caractère quantitatif est **discret** quand il ne prend que des valeurs isolées (l'âge en années : 16, 17, 18…) ; il est **continu** quand il peut prendre toutes les valeurs d'un intervalle (le poids, la taille) : on regroupe alors ses valeurs en **classes**, comme $[155\,;\,160[$.

La **fréquence** d'une valeur (ou d'une classe) est le quotient de son effectif par l'effectif total.

SOUVENT ÉCRITE EN POURCENTAGE

$$\text{fréquence} = \frac{\text{effectif de la valeur}}{\text{effectif total}}$$

EXEMPLE TRAITÉ

Dans l'enquête de la médecine scolaire, 35 des 100 élèves sont du groupe sanguin A+. Quelle est la nature de ce caractère, et quelle est la fréquence de la modalité A+ ?

La nature — Le groupe sanguin ne se mesure pas par un nombre : c'est un caractère qualitatif. Ses valeurs s'appellent des modalités.

La fréquence —

$$\frac{35}{100} = 0{,}35 = 35\,\%$$

$$\text{caractère qualitatif} \quad ; \quad \text{fréquence de A+ : } 35\,\%$$

À ne pas faire : Le numéro de téléphone est un caractère quantitatif, puisque c'est un nombre — Le numéro de téléphone est un caractère qualitatif. Un caractère est quantitatif quand le nombre MESURE quelque chose : additionner deux numéros de téléphone ou en faire la moyenne n'a aucun sens.

3. DÉFINITION

Série chronologique et indice

CE QU'IL DIT

Série chronologique, hiya valeurs mta3 nafs la variable, nchoufouha fi aw9at metba3din bel 9ad, kif koll 3amin. Mathalan la production mta3 le blé dur. Bech net-tab3ou kifech tetratwer, n5tarou année de base, houni 1990. Le coefficient multiplicateur mta3 3am houwa la valeur mte3ou sur la valeur mta3 l'année de base. Fi 1992 : 1323 sur 897, ta9rib 1,47. W l'indice houwa cent fois le coefficient : 147. Rodd belek : indice 49, ma3neha la production n9sset b 51 %, mouch 49. W la courbe d'évolution : les années 3la l'axe des abscisses, w les indices 3la l'axe des ordonnées.

série chronologique ، هي valeurs متاع نفس الـ variable ، نشوفوها في أوقات متباعدين بالقدا ، كيف كل عامين . مثلا la production متاع le blé dur . باش نتبّعو كيفاش تتطوّر ، نختارو année de base ، هنا mille neuf cent quatre-vingt-dix . le coefficient multiplicateur متاع عام هو la valeur متاعو la valeur sur l'année de متاع . base في mille neuf cent quatre-vingt-douze : mille trois cent vingt-trois sur huit cent quatre-vingt-dix- sept ، تقريب un virgule quarante-sept هو cent fois le coefficient : cent quarante-sept . w l'indice ردّ بالك . indice quarante-neuf : معناها la production نقصت بـ cinquante et un pour cent ، موش quarante-neuf . w la courbe d'évolution : les années على w les indices على l'axe des abscisses ، l'axe des ordonnées على .

Une série chronologique, ce sont les valeurs d'une même variable, observées à des instants régulièrement espacés, par exemple tous les deux ans. Prenons la production de blé dur. Pour suivre son évolution, on choisit une année de base, ici mille neuf cent quatre-vingt-dix. Le coefficient multiplicateur d'une année, c'est sa valeur sur la valeur de l'année de base. En mille neuf cent quatre-vingt-douze : mille trois cent vingt-trois sur huit cent quatre-vingt-dix-sept, environ un virgule quarante-sept. Et l'indice, c'est cent fois le coefficient : cent quarante-sept. Attention : un indice de quarante-neuf signifie que la production a baissé de cinquante et un pour cent, pas de quarante-neuf. Et la courbe d'évolution : les années sur l'axe des abscisses, les indices sur l'axe des ordonnées.

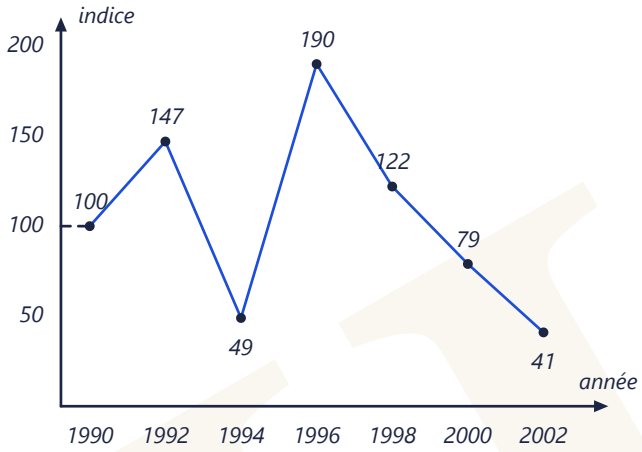
> Une **série chronologique** est une série de valeurs provenant d'une même variable observée à des instants régulièrement espacés dans le temps.

Exemple : la production annuelle de blé dur en Tunisie, en milliers de tonnes, observée tous les deux ans :

Année	1990	1992	1994	1996	1998	2000	2002
Production	897	1323	436	1706	1090	706	371

Pour suivre son évolution, on choisit une **année de base** (ici 1990) et on calcule, pour chaque année, le **coefficient multiplicateur** qui fait passer de la valeur de l'année de base à celle de l'année : c'est leur quotient. L'**indice** de l'année, base 100 en 1990, est ce coefficient multiplié par 100.

On représente la série par sa **courbe d'évolution** : les années en abscisse, les indices (ou les coefficients) en ordonnée, et les points joints par des segments.



Blé dur — indice de la production, base 100 en 1990.

La courbe d'évolution de la production de blé dur, en indices, base 100 en 1990. En abscisse, les années 1990, 1992, 1994, 1996, 1998, 2000 et 2002 ; en ordonnée, l'indice, gradué de 50 en 50 jusqu'à 200. Au palier 2, on place les points d'ordonnées 100, 147, 49, 190, 122, 79 et 41, et on les joint par des segments : la courbe monte en 1992, chute en 1994, atteint son maximum, 190, en 1996, puis redescend jusqu'à 41 en 2002.

ARRONDI AU CENTIÈME

$$\text{coefficient multiplicateur} = \frac{\text{valeur de l'année}}{\text{valeur de l'année de base}}$$

$$\text{indice} = 100 \times \text{coefficient multiplicateur}$$

EXEMPLE TRAITÉ

La production de blé dur est de 897 milliers de tonnes en 1990 et de 1323 en 1992. Calcule le coefficient multiplicateur de 1990 à 1992, arrondi au centième, et l'indice de 1992, base 100 en 1990. Fais de même pour 1994, où la production est de 436.

En 1992 —

$\frac{1323}{897} \approx 1{,}47$

L'indice de 1992 est donc 147 : la production a augmenté de $47\,\%$ depuis 1990.

En 1994 —

$\frac{436}{897} \approx 0{,}49$

L'indice de 1994 est 49 : la production a baissé de $51\,\%$ depuis 1990.

$$1992 : \text{coefficient } 1{,}47,\ \text{indice } 147 \quad ; \quad 1994 : \text{coefficient } 0{,}49,\ \text{indice } 49$$

À ne pas faire : L'indice 49 veut dire que la production a baissé de $49\,\%$ — Elle a baissé de $100 - 49 = 51\,\%$. L'indice compare à 100 : un indice de 49 signifie que la production ne vaut plus que $49\,\%$ de celle de l'année de base.

À ne pas faire : Calculer chaque coefficient par rapport à l'année précédente — Diviser toujours par la valeur de l'année de base, ici celle de 1990. L'indice base 100 compare chaque année à la même année de référence : c'est ce qui rend les années comparables entre elles.

4. APPLICATION

Exemple : un diagramme circulaire

CE QU'IL DIT

Fel diagramme circulaire, e-dawra el kemla, 360 degrés, hiya l'effectif total. W koll modalité te5ou secteur, l'angle mte3ou proportionnel à son effectif : l'effectif sur l'effectif total, fois 360. Fi 1990, le blé dur : 897 sur 1633, fois 360, ta9rib 198 degrés. L'orge ta9rib 105 degrés, le blé tendre 50, w le triticale 7. W dima net-thabtou : el majmou3 lezem ya3ti 360.

في الـ diagramme circulaire ، الدورة الكاملة ، trois cent soixante degrés ، هي w . كل l'effectif total proportionnel à son effectif : l'effectif sur l'effectif total ، fois trois متاعو angle الـ ، secteur تاخذ modalité mille neuf cent quatre-vingt-dix ، le blé dur : huit cent quatre-vingt-dix-sept sur mille في . cent soixante تقريب cent quatre-vingt-dix-huit degrés . l'orge تقريب ، six cent trente-trois ، fois trois cent soixante trois cent يعطي لازم المجموع : ديما نتثبّتو cent cinq degrés ، le blé tendre cinquante ، w le triticale sept . w . soixante

Dans un diagramme circulaire, le tour complet, trois cent soixante degrés, représente l'effectif total. Chaque modalité reçoit un secteur dont l'angle est proportionnel à son effectif : l'effectif sur l'effectif total, fois trois cent soixante. En mille neuf cent quatre-vingt-dix, le blé dur : huit cent quatre-vingt-dix-sept sur mille six cent trente-trois, fois trois cent soixante, environ cent quatre-vingt-dix-huit degrés. L'orge, environ cent cinq degrés, le blé tendre cinquante, et le triticale sept. Et on vérifie toujours : la somme doit faire trois cent soixante.

En 1990, la production de céréales en Tunisie, en milliers de tonnes, se répartit ainsi : blé dur 897, blé tendre 225, orge 477, triticale 34, soit 1633 en tout.

Dans un **diagramme circulaire**, chaque modalité reçoit un secteur dont l'**angle est proportionnel à son effectif** : le disque entier, 360°, représente l'effectif total.

$$\text{angle} = \frac{\text{effectif}}{\text{effectif total}} \times 360^\circ$$

EXEMPLE TRAITÉ

Calcule, arrondis au degré, les angles des quatre secteurs du diagramme circulaire de la production de 1990.

Blé dur —

$\frac{897}{1633} \times 360 \approx 198^\circ$

Blé tendre —

$\frac{225}{1633} \times 360 \approx 50^\circ$

Orge —

$\frac{477}{1633} \times 360 \approx 105^\circ$

Triticale —

$\frac{34}{1633} \times 360 \approx 7^\circ$

Vérification — La somme des angles fait bien 360° : $198 + 50 + 105 + 7 = 360$.

$198^\circ \quad ; \quad 50^\circ \quad ; \quad 105^\circ \quad ; \quad 7^\circ$

À ne pas faire : Angle du blé dur : 897°, ou $\frac{897}{1633} \approx 0{,}55^\circ$ — $\frac{897}{1633} \times 360 \approx 198^\circ$. La fréquence dit quelle part du disque revient au blé dur ; il faut encore la multiplier par 360 degrés.

---

5. ACTIVITÉ

Pour comprendre : bâtons et histogramme

CE QU'IL DIT

Nafs l'enquête, ama zouz anwe3 mel séries. L'âge bel snin ye5ou valeurs ma3zoulin : 16, 17, 18 : série discrète, nersmouha b diagramme en bâtons, bâton l koll valeur, e-toul mte3ou l'effectif. La taille, tnajjem te5ou ayy valeur : série continue, nlammouha fi classes, w nersmouha b histogramme : rectangles las9in fi b3adhhom. W ki norbtou les milieux mta3 el fou9 mta3 les rectangles, yetla3lna le polygone des effectifs. Mathalan, les élèves elli 3andhom 21 ans walla akthar : 3 plus 2, ya3ni 5 %. W elli toulhom 160 centimètres walla akthar : 28 %.

نفس الـ enquête ، أما زوز أنواع مالـ l'âge . séries بالسنين ياخذ valeurs معزولين : : seize ، dix-sept ، dix-huit
تنجّم ، l'effectif . la taille الطول متاعو لكل valeur ، diagramme en bâtons ، bâton نرسموها بـ ، série discrète
لاصقين في histogramme : rectangles نرسموها بـ classes ، w نلمّوها في ، valeur : série continue تاخذ أيّ
les ، مثلا . le polygone des effectifs يطلعلنا ، les rectangles متاع الفوق متاع les milieux كي نربطو w . بعضهم
cent اللي طولهم cinq pour cent . w يعني ، trois plus deux : ولّا أكثر vingt et un ans عندهم اللي élèves
. vingt-huit pour cent : ولّا أكثر soixante centimètres

Même enquête, mais deux sortes de séries. L'âge en années prend des valeurs isolées : seize, dix-sept, dix-huit : c'est une série discrète, qu'on représente par un diagramme en bâtons, un bâton par valeur, de hauteur égale à l'effectif. La taille peut prendre n'importe quelle valeur : c'est une série continue, regroupée en classes, et représentée par un histogramme : des rectangles accolés. En joignant les milieux des côtés supérieurs des rectangles, on obtient le polygone des effectifs. Par exemple, les élèves de vingt et un ans ou plus : trois plus deux, soit cinq pour cent. Et ceux qui mesurent cent soixante centimètres ou plus : vingt-huit pour cent.

Les résultats de l'enquête de la médecine scolaire sur les 100 élèves sont résumés ainsi.

Selon l'âge (série discrète) :

Âge (ans)	16	17	18	19	20	21	22
Effectif	20	45	25	4	1	3	2

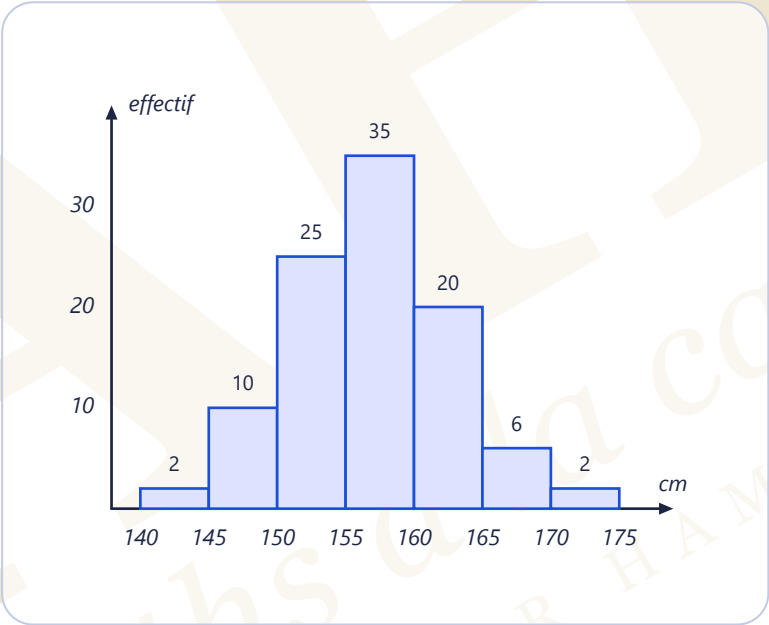
Selon la taille (série continue, en cm) :

Taille t	$[140;145[$	$[145;150[$	$[150;155[$	$[155;160[$	$[160;165[$	$[165;170[$	$[170;175[$
Effectif	2	10	25	35	20	6	2

Une série **discrète** se représente par un **diagramme en bâtons** : un bâton par valeur, de hauteur égale à son effectif. Une série **continue** se représente par un **histogramme** : sur chaque classe, un rectangle accolé à ses voisins ; quand les classes ont toutes la même amplitude, sa hauteur est l'effectif de la classe.

En joignant les milieux des côtés supérieurs des rectangles, on obtient le **polygone des effectifs**.

1. Quel est le pourcentage des élèves âgés de 21 ans ou plus ?
2. Pour la série des tailles, quelle classe a le plus grand effectif ?



Répartition de 100 élèves par tranche de taille (en cm).

L'histogramme des tailles de 100 élèves. En abscisse, la taille en centimètres, de 140 à 175, découpée en sept classes de même amplitude 5 cm ; en ordonnée, l'effectif. Au palier 2, sur chaque classe on dresse un rectangle dont la hauteur est l'effectif : 2 pour la classe de 140 à 145, 10 de 145 à 150, 25 de 150 à 155, 35 de 155 à 160, 20 de 160 à 165, 6 de 165 à 170 et 2 de 170 à 175. Le rectangle le plus haut est celui de la classe de 155 à 160.

EXEMPLE TRAITÉ

À partir des deux tableaux, calcule le pourcentage des élèves âgés de 21 ans ou plus, puis le pourcentage des élèves mesurant au moins 160 centimètres.

21 ans ou plus — On additionne les effectifs des âges 21 et 22, sur un total de 100.

$\frac{3+2}{100} = 5\,\%$

Au moins 160 centimètres — Ce sont les trois dernières classes de l'histogramme.

$\frac{20+6+2}{100} = 28\,\%$

$5\,\%$; $28\,\%$

À ne pas faire : Tracer l'histogramme avec des rectangles séparés, comme des bâtons — Les rectangles de l'histogramme sont accolés. Une série continue couvre tout l'intervalle : la classe $[150; 155[$ s'arrête exactement où commence $[155; 160[$.

---

6. DÉFINITION

Effectifs cumulés croissants

CE QU'IL DIT

L'effectif cumulé croissant, y9ollek 9addech men individu 3andou valeur a9al walla kifha. Nrattbou les classes, w nzidou les effectifs wa7ed wra le5er : 2, 12, 37, 72, 92, 98, 100. Mathalan 37, ma3neha 37 élève toulhom a9al men 155 centimètres. W la fréquence cumulée hiya l'effectif cumulé sur l'effectif total. Rodd belek : fi la courbe des fréquences cumulées, e-nou9ta mta3 classe n7ottouha fi la borne supérieure mte3ha, mouch fel wost.

l'effectif cumulé croissant ، يقلّك قدّاش من individu عندو valeur أقل ولّا كيفها . نرتّبو les classes ، w نزيدو les effectifs واحد ورا الآخر : quatre-vingt- ، quatre-vingt-douze ، soixante-douze ، trente-sept ، douze ، deux cent ، dix-huit . مثلا trente-sept ، معناها trente-sept élève طولهم أقل من centimètres cent cinquante-cinq . l'effectif cumulé sur l'effectif total هي . w la fréquence cumulée la courbe des fréquences في : ردّ بالك . النقطة متاع classe نحطّوها في la borne supérieure متاعها ، موش في الوسط . cumulées

L'effectif cumulé croissant te dit combien d'individus ont une valeur inférieure ou égale. On range les classes, et on additionne les effectifs les uns après les autres : deux, douze, trente-sept, soixante-douze, quatre-vingt-douze, quatre-vingt-dix-huit, cent. Par exemple, trente-sept signifie que trente-sept élèves mesurent moins de cent cinquante-cinq centimètres. La fréquence cumulée, c'est l'effectif cumulé sur l'effectif total. Attention : sur la courbe des fréquences cumulées, le point d'une classe se place à sa borne supérieure, pas en son milieu.

On range les valeurs (ou les classes) dans l'ordre croissant.

- L'**effectif cumulé croissant** d'une valeur est la somme des effectifs de toutes les valeurs **inférieures ou égales** à elle. Pour une classe $[a; b[$, c'est le nombre d'individus dont la valeur est **inférieure à** b.
- La **fréquence cumulée croissante** est l'effectif cumulé croissant divisé par l'effectif total.

Pour les tailles des 100 élèves :

Taille	$[140; 145[$	$[145; 150[$	$[150; 155[$	$[155; 160[$	$[160; 165[$	$[165; 170[$	$[170; 175[$
Effectif	2	10	25	35	20	6	2
Effectifs cumulés croissants	2	12	37	72	92	98	100

Pour une série continue, la **courbe des fréquences cumulées croissantes** joint les points qui ont pour abscisse la **borne supérieure** de chaque classe et pour ordonnée la fréquence cumulée correspondante ; elle part du point d'abscisse 140 et d'ordonnée 0.

EXEMPLE TRAITÉ

Combien d'élèves mesurent moins de 155 centimètres ? Quel pourcentage des élèves mesure moins de 165 centimètres ?

Moins de 155 centimètres — C'est l'effectif cumulé de la classe $[150;155[$, dont 155 est la borne supérieure.

$2+10+25=37$

Moins de 165 centimètres — L'effectif cumulé de la classe $[160;165[$ est 92, sur 100 élèves.

$\frac{92}{100}=92\,\%$

37 élèves ; $92\,\%$

À ne pas faire : Placer le point de la classe $[150;155[$ à l'abscisse 150, ou au centre $152{,}5$ — Le placer à l'abscisse 155, avec l'ordonnée 37 (ou $0{,}37$). 37 élèves mesurent moins de 155 centimètres : ce n'est vrai qu'une fois la classe entièrement parcourue, donc à sa borne supérieure.

7. DÉFINITION

Étendue, mode et classe modale

CE QU'IL DIT

Zouz 7ajet bsitin. L'étendue hiya akber valeur moins asghar valeur : fi les âges, 22 moins 16, 6 ans. W le mode houwa la valeur elli 3andha akber effectif : 17 ans, 5ater 3andha 45 élève. M3a les classes, n7kiw 3la la classe modale : fi les tailles, hiya [155 ; 160[. W ken le caractère qualitatif, n9oulou la modalité el akthar fréquente : A plus. Rodd belek : le mode houwa valeur, mouch effectif.

les âges ، vingt-deux moins seize ، في : valeur أصغر valeur moins أكبر هي l'étendue . زوز حاجات بسيطين . quarante-cinq élève خاطر عندها ، effectif : dix-sept ans أكبر اللي عندها valeur الـ هو six ans . w le mode cent لـ cent cinquante-cinq من la classe هي ، les tailles في : la classe modale نحكيو على ، les classes مع le mode : ردّ بالك . fréquente : A plus الأكثر la modalité نقولو ، caractère qualitatif الـ كان soixante . w . effectif موش ، valeur هو

Deux notions simples. L'étendue, c'est la plus grande valeur moins la plus petite : pour les âges, vingt-deux moins seize, six ans. Le mode, c'est la valeur qui a le plus grand effectif : dix-sept ans, avec quarante-cinq élèves. Avec des classes, on parle de classe modale : pour les tailles, c'est la classe de cent cinquante-cinq à cent soixante. Et pour un caractère qualitatif, on parle de la modalité la plus fréquente : A plus. Attention : le mode est une valeur, pas un effectif.

- L'**étendue** d'une série est la différence entre sa plus grande et sa plus petite valeur.

- Le **mode** d'une série discrète est la valeur qui a le **plus grand effectif** ; une série peut avoir plusieurs modes.
- Pour une série continue dont les classes ont la même amplitude, la **classe modale** est la classe de plus grand effectif.
- Pour un caractère qualitatif, on parle de la **modalité** la plus fréquente.

Pour l'enquête de la médecine scolaire : l'âge a pour étendue $22 - 16 = 6$ ans et pour mode 17 ans (effectif 45) ; la classe modale des tailles est $[155; 160[$ (effectif 35) ; pour le groupe sanguin, la modalité la plus fréquente est A+ (35 élèves).

$$\text{étendue} = \text{plus grande valeur} - \text{plus petite valeur}$$

EXEMPLE TRAITÉ

Voici une série de notes : 5 (effectif 2), 6 (1), 8 (7), 10 (12), 11 (15), 14 (11), 15 (1). Donne son étendue et son mode.

L'étendue —

$15 - 5 = 10$

Le mode — Le plus grand effectif est 15 : il revient à la note 11.

étendue 10 ; mode 11

À ne pas faire : Le mode de la série est 15 — Le mode est 11, la valeur dont l'effectif est 15. Le mode est une VALEUR du caractère, pas un effectif : on lit le plus grand effectif, puis on donne la valeur qui lui correspond.

8. DÉFINITION

La médiane

CE QU'IL DIT

La médiane, hiya la valeur elli t9oss la population 3la zouz bel 9ad : e-noss 3andhom valeur a9al menha walla kifha, w e-noss le5er akthar menha walla kifha. Awwel 7aja nrattbou les valeurs. Ken n impair, la médiane hiya la valeur de rang (n + 1)/2. Ken n pair, nekhdhou la moyenne mta3 e-zouz valeurs elli fel rang n/2 w fel rang n/2 + 1. Fi les âges, n égale 100 : les rangs 50 et 51. Les effectifs cumulés : 20, 65... idhan men rang 21 l 65 3andhom 17 ans. La médiane 17 ans. Rodd belek : koll valeur tet7seb 9add ma l'effectif mte3ha.

النصّ : على زوز بالقدا population الـ تقصّ اللي valeur الـ هي ، la médiane w ، كيفها ولّا منها أقل valeur عندهم النصّ لخر أكثر منها ولّا كيفها . أوّل حاجة نرتّبو les valeurs . كان la médiane ، n impair هي الـ valeur de rang n le rang n sur deux ، w في اللي valeurs متاع الزوز la moyenne ناخذو ، n pair كان . plus un ، le tout sur deux les âges ، n égale cent : les rangs cinquante et cinquante et un . les في . le rang n sur deux ، plus un في

dix-sept ans . la عندهم soixante-cinq لـ rang vingt et un إذن من ... effectifs cumulés : vingt ، soixante-cinq
. médiane dix-sept ans ردّ بالك : كل valeur تتحسب قدّ ما l'effectif متاعها .

La médiane est la valeur qui partage la population en deux parts égales : la moitié a une valeur inférieure ou égale, l'autre moitié une valeur supérieure ou égale. D'abord, on range les valeurs. Si n est impair, la médiane est la valeur de rang n plus un, le tout sur deux. Si n est pair, on prend la moyenne des valeurs de rangs n sur deux et n sur deux plus un. Pour les âges, n égale cent : les rangs cinquante et cinquante et un. Les effectifs cumulés : vingt, soixante-cinq... donc les rangs vingt et un à soixante-cinq ont dix-sept ans. La médiane est dix-sept ans. Attention : chaque valeur compte autant de fois que son effectif.

La **médiane** m d'une série partage la population en deux parties de même effectif : la moitié des individus ont une valeur inférieure ou égale à m, l'autre moitié une valeur supérieure ou égale à m.

Pour une série discrète d'effectif total n, on range les valeurs dans l'ordre croissant : - si n est **impair**, la médiane est la valeur du milieu, de rang $\frac{n+1}{2}$; - si n est **pair**, la médiane est la moyenne des deux valeurs de rangs $\frac{n}{2}$ et $\frac{n}{2}+1$.

On s'aide des **effectifs cumulés croissants** pour trouver ces rangs sans tout réécrire.

EXEMPLE TRAITÉ

Détermine l'âge médian des 100 élèves internes : 16 ans (effectif 20), 17 (45), 18 (25), 19 (4), 20 (1), 21 (3), 22 (2).

Les rangs — L'effectif $n = 100$ est pair : la médiane est la moyenne des valeurs de rangs 50 et 51.

Les effectifs cumulés —

$20 \quad ; \quad 65 \quad ; \quad 90 \quad ; \quad 94 \quad ; \quad 95 \quad ; \quad 98 \quad ; \quad 100$

Lecture — Les élèves de rangs 21 à 65 ont 17 ans : ceux de rangs 50 et 51 aussi.

$$m = 17 \text{ ans}$$

À ne pas faire : La médiane des âges est 19, la valeur du milieu de la liste 16 ; 17 ; … ; 22 — La médiane est 17 ans. La médiane partage les INDIVIDUS en deux, pas la liste des valeurs : chaque valeur compte autant de fois que son effectif.

À ne pas faire : Chercher la médiane sans ranger les valeurs — Ranger d'abord les valeurs dans l'ordre croissant. Le rang du milieu n'a de sens que dans une liste ordonnée.

9. MÉTHODE

La médiane d'une série continue

CE QU'IL DIT

Trois cents ouvriers, la médiane hiya el wa9t m elli 150 ouvrier ye5dhou a9al menou, w 150 akthar. Les effectifs cumulés : 21, 74, 157. 74 a9al men 150, w 157 akthar : idhan m fi la classe [60 ; 80[. Nefrdhou

elli les effectifs mfarr9in bel 9ad fel classe : sa3tha m bin 60 w 80, fi nafs el blasa mta3 150 bin 74 w 157. Hedhi l'interpolation linéaire : m moins 60, sur 20, égale 76 sur 83. Nal9aw m ta9rib 78,3 minutes. Rodd belek : mouch dima le centre de la classe.

trois cents ouvriers ، الـ médiane هي الوقت m اللي cent cinquante ouvrier ياخذو أقل منو ، w cent cinquante . soixante-sept ، cent cinquante ، soixante-quatorze ، un et vingt : les effectifs cumulés . أكثر cinquante أقل من quatorze w cent cinquante-sept ، cent cinquante أكثر : إذن m في la classe من soixante لـ quatre-vingts ساعتها : classe الـ في بالقدا مفرّقين les effectifs نفرضو اللي . vingts ، في m bin soixante w cent cinquante-sept متاع نفس البلاصة . cent cinquante bin soixante-quatorze w l'interpolation هذي . linéaire : m moins soixante ، sur vingt ، égale soixante-seize sur quatre-vingt-trois تقريب m نلقاو . le centre de la classe موش ديما : ردّ بالك . soixante-dix-huit virgule trois minutes

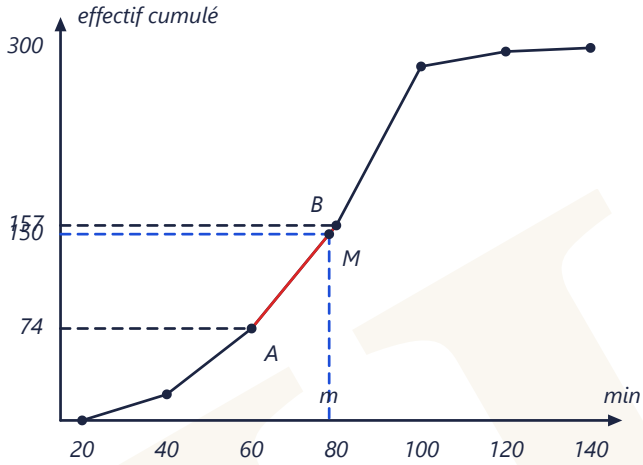
Trois cents ouvriers : la médiane est le temps m tel que cent cinquante ouvriers mettent moins, et cent cinquante mettent plus. Les effectifs cumulés : vingt et un, soixante-quatorze, cent cinquante-sept. Soixante-quatorze est inférieur à cent cinquante, et cent cinquante-sept supérieur : m est donc dans la classe de soixante à quatre-vingts. On suppose les effectifs répartis régulièrement dans la classe : alors m est placé entre soixante et quatre-vingts comme cent cinquante entre soixante-quatorze et cent cinquante-sept. C'est l'interpolation linéaire : m moins soixante, sur vingt, égale soixante-seize sur quatre-vingt-trois. On trouve m environ soixante-dix-huit virgule trois minutes. Attention : ce n'est pas forcément le centre de la classe.

Une enquête étudie le temps consacré chaque jour au transport par les 300 ouvriers d'une entreprise.

Temps (min)	$[20;40[$	$[40;60[$	$[60;80[$	$[80;100[$	$[100;120[$	$[120;140[$
Effectif	21	53	83	128	12	3
Effectifs cumulés	21	74	157	285	297	300

On suppose que, dans chaque classe, les effectifs sont répartis de manière régulière. La médiane m est la valeur telle que 150 ouvriers mettent un temps inférieur à m et 150 un temps supérieur à m. Comme $74 < 150 \leq 157$, elle appartient à la classe $[60;80[$.

Méthode d'interpolation linéaire. Sur la classe $[60;80[$, l'effectif cumulé passe de 74 à 157 de façon régulière : la position de m entre 60 et 80 est la même que celle de 150 entre 74 et 157. C'est aussi ce qu'on lit sur le **polygone des effectifs cumulés croissants**, en partant de l'ordonnée 150.



Temps de transport — effectifs cumulés croissants des 300 ouvriers.

Le polygone des effectifs cumulés croissants du temps de transport de 300 ouvriers. En abscisse, le temps en minutes, de 20 à 140, gradué de 20 en 20 ; en ordonnée, l'effectif cumulé. La ligne brisée joint les points d'abscisses 20, 40, 60, 80, 100, 120 et 140 et d'ordonnées 0, 21, 74, 157, 285, 297 et 300. Au palier 2, on repasse en rouge le segment [AB], où A a pour abscisse 60 et pour ordonnée 74, et B pour abscisse 80 et pour ordonnée 157 : c'est sur ce segment que l'effectif cumulé atteint 150. Au palier 3, on part de 150 sur l'axe des ordonnées, on rejoint le segment [AB] au point M, puis on descend sur l'axe des abscisses : on lit la médiane m, environ 78 minutes.

INTERPOLATION LINÉAIRE

$$\frac{m-60}{80-60} = \frac{150-74}{157-74}$$

EXEMPLE TRAITÉ

Calcule, par interpolation linéaire, la médiane m du temps de transport des 300 ouvriers, arrondie au dixième.

La classe médiane — La moitié de l'effectif est 150 ; les effectifs cumulés passent de 74 à 157 sur la classe $[60;80[$.

L'égalité —

$$\frac{m-60}{20} = \frac{76}{83}$$

On isole m —

$$m = 60 + 20 \times \frac{76}{83} \approx 78{,}3$$

$$m \approx 78{,}3 \text{ minutes}$$

À ne pas faire : La médiane est le centre de la classe médiane : $m = 70$ — $m = 60 + 20 \times \dfrac{76}{83} \approx 78{,}3$. 150 est bien plus près de 157 que de 74 : la médiane est donc près de la borne 80, pas au milieu de la classe.

À ne pas faire : Écrire $\dfrac{m-60}{80-60} = \dfrac{150}{157} - \dfrac{m-60}{80-60} = \dfrac{150-74}{157-74}$. On compare des positions dans la classe : on retranche, en haut comme en bas, ce qui est déjà atteint au début de la classe.

10. DÉFINITION

Les quartiles

CE QU'IL DIT

Les quartiles y9oussou la série 3la arb3a. Le premier quartile Q1, houwa asghar valeur, b 7aythou 3al a9al 25 % men l'effectif 3andhom valeur a9al menha walla kifha. W le troisième quartile Q3, nafs el 7aja m3a 75 %. W le deuxième quartile houwa la médiane. Fi le premier groupe, 20 notes : nrattbouhom. 25 % de 20, 5 : Q1 hiya la note de rang 5, ya3ni 7. 75 % de 20, 15 : Q3 hiya la note de rang 15, ya3ni 11. W la médiane 9. Rodd belek : 5 houwa le rang, mouch Q1.

vingt- بحيث على الأقل ، valeur هو أصغر ، le premier quartile Q un . على أربعة la série يقصّو les quartiles نفس الحاجة ، w le troisième quartile Q trois . أقل منها ولّا كيفها valeur عندهم l'effectif من cinq pour cent le premier groupe ، vingt في . la médiane هو soixante-quinze pour cent . w le deuxième quartile مع sept . يعني ، la note de rang cinq هي vingt-cinq pour cent de vingt ، cinq : Q un . نرتّبوهم : notes onze . w la يعني ، la note de rang quinze هي soixante-quinze pour cent de vingt ، quinze : Q trois . Q un ، موش le rang هو cinq : ردّ بالك . médiane neuf

Les quartiles partagent la série en quatre. Le premier quartile Q un est la plus petite valeur telle qu'au moins vingt-cinq pour cent de l'effectif ont une valeur inférieure ou égale. Le troisième quartile Q trois, c'est la même chose avec soixante-quinze pour cent. Et le deuxième quartile est la médiane. Pour le premier groupe, vingt notes : on les range. Vingt-cinq pour cent de vingt, cinq : Q un est la note de rang cinq, c'est-à-dire sept. Soixante-quinze pour cent de vingt, quinze : Q trois est la note de rang quinze, c'est-à-dire onze. Et la médiane est neuf. Attention : cinq est le rang, pas Q un.

Les quartiles Q_1, Q_2 et Q_3 d'une série la partagent en quatre parties. On convient que le deuxième quartile Q_2 est la médiane.

Cas d'une série discrète. Soit $(x_i ; n_i)$ une série statistique dont les valeurs x_i sont ordonnées par ordre croissant. - Le **premier quartile** est le nombre noté Q_1 égal à la plus petite valeur x_i telle qu'au moins $25\,\%$ de l'effectif de la série prennent des valeurs inférieures ou égales à Q_1. - Le **troisième quartile** est le nombre noté Q_3 égal à la plus petite valeur x_i telle qu'au moins $75\,\%$ de l'effectif de la série prennent des valeurs inférieures ou égales à Q_3.

Voici les notes obtenues dans un même devoir par deux groupes de 20 élèves.

Premier groupe : $7\,;\,7\,;\,8\,;\,11\,;\,10\,;\,7\,;\,12\,;\,14\,;\,6\,;\,8\,;\,9\,;\,9\,;\,11\,;\,7\,;\,9\,;\,13\,;\,11\,;\,10\,;\,13\,;\,8$.

Deuxième groupe : $6\,;\,7\,;\,11\,;\,11\,;\,17\,;\,4\,;\,10\,;\,5\,;\,2\,;\,7\,;\,4\,;\,17\,;\,8\,;\,19\,;\,5\,;\,15\,;\,5\,;\,17\,;\,6\,;\,14$.

EXEMPLE TRAITÉ

Détermine la médiane m_1 et les quartiles Q_1 et Q_3 des notes du premier groupe.

Ranger —

$6\,;\,7\,;\,7\,;\,7\,;\,7\,;\,8\,;\,8\,;\,8\,;\,9\,;\,9\,;\,9\,;\,10\,;\,10\,;\,11\,;\,11\,;\,11\,;\,12\,;\,13\,;\,13\,;\,14$

La médiane — 20 est pair : on prend la moyenne des notes de rangs 10 et 11, qui valent toutes deux 9.

Le premier quartile — $25\,\%$ de 20 font 5 : Q_1 est la note de rang 5, soit 7.

Le troisième quartile — $75\,\%$ de 20 font 15 : Q_3 est la note de rang 15, soit 11.

Lecture — Les notes comprises entre 7 et 11 sont au nombre de 15 sur 20, soit $75\,\%$: elles se serrent autour de la médiane.

$$m_1 = 9 \quad ; \quad Q_1 = 7 \quad ; \quad Q_3 = 11$$

À ne pas faire : $25\,\%$ de 20 font 5, donc $Q_1 = 5$ — Q_1 est la note de rang 5 : $Q_1 = 7$. Le calcul $25\,\%$ de n donne un rang ; le quartile est la valeur qui occupe ce rang dans la série rangée.

À ne pas faire : Q_1 est la moyenne des notes de rangs 5 et 6 — Q_1 est la plus petite note qui atteint $25\,\%$ de l'effectif : celle de rang 5. Contrairement à la médiane, pour une série discrète, les quartiles sont des valeurs de la série : on ne fait pas de moyenne.

---

11. MÉTHODE

Quartiles d'une série continue

CE QU'IL DIT

M3a série continue, les quartiles nal9awhom kif la médiane : walla b l'interpolation linéaire, walla na9rawhom 3la la courbe des fréquences cumulées croissantes : Q1 houwa l'abscisse mta3 e-nou9ta elli l'ordonnée mte3ha 0,25, w Q3 elli l'ordonnée mte3ha 0,75. Houni l'effectif total 1375. E-roba3 mte3ou 343,75 : hedha fi la classe [10 ; 20[. Na3mlou l'interpolation : Q1 égale 16,875. W nafs el 7aja l la médiane, ta9rib 24,69, w l Q3, ta9rib 35,83.

la médiane كيف نلقاوهم série continue ، les quartiles مع l'interpolation linéaire بـ ولّا : ولّا نقراوهم على la courbe des fréquences cumulées croissantes : Q un هو l'abscisse متاع النقطة اللي l'ordonnée متاعها zéro virgule soixante-quinze متاعها l'ordonnée اللي virgule vingt-cinq ، w Q trois l'effectif total mille هنا . trois cent quarante-trois virgule soixante-quinze متاعو الربع . trois cent soixante-quinze la في هذا : نفس l'interpolation : Q un égale seize virgule huit cent soixante-quinze . w نعملو . vingt لـ dix من classe الحاجة لـ la médiane ، w تقريب ، Q trois لـ vingt-quatre virgule soixante-neuf ، تقريب trente-cinq virgule . quatre-vingt-trois

Avec une série continue, on trouve les quartiles comme la médiane : soit par interpolation linéaire, soit en les lisant sur la courbe des fréquences cumulées croissantes : Q un est l'abscisse du point d'ordonnée zéro virgule vingt-cinq, et Q trois celle du point d'ordonnée zéro virgule soixante-quinze. Ici, l'effectif total est mille trois cent soixante-quinze. Son quart, trois cent quarante-trois virgule soixante-quinze, tombe dans la classe de dix à vingt. Par interpolation, Q un égale seize virgule huit cent soixante-quinze. De même, la médiane vaut environ vingt-quatre virgule soixante-neuf, et Q trois environ trente-cinq virgule quatre-vingt-trois.

Pour une série continue, comme la médiane, les quartiles peuvent être obtenus de deux façons : - **au moyen d'une interpolation linéaire**, en utilisant le tableau des effectifs cumulés ; - **en exploitant la**

courbe des fréquences cumulées croissantes : Q_1 et Q_3 sont les abscisses des points de cette courbe dont les ordonnées sont $0{,}25$ et $0{,}75$ (et la médiane, celle du point d'ordonnée $0{,}5$).

On considère la série suivante, où la répartition est supposée uniforme à l'intérieur de chaque classe :

Classe	$[10;20[$	$[20;30[$	$[30;40[$	$[40;50[$	$[50;60[$
Effectif	500	400	225	150	100
Effectifs cumulés	500	900	1125	1275	1375

EXEMPLE TRAITÉ

L'effectif total est 1375. Détermine les classes qui contiennent m, Q_1 et Q_3, puis leurs valeurs approchées par interpolation linéaire.

Les seuils —
$\frac{1375}{4} = 343{,}75$; $\frac{1375}{2} = 687{,}5$; $\frac{3\times1375}{4} = 1031{,}25$

Les classes — $343{,}75 \leq 500$: Q_1 est dans $[10;20[$. $500 < 687{,}5 \leq 900$: m est dans $[20;30[$. $900 < 1031{,}25 \leq 1125$: Q_3 est dans $[30;40[$.

Premier quartile —
$Q_1 = 10 + 10 \times \frac{343{,}75-0}{500} = 16{,}875$

Médiane —
$m = 20 + 10 \times \frac{687{,}5-500}{400} \approx 24{,}69$

Troisième quartile —
$Q_3 = 30 + 10 \times \frac{1031{,}25-900}{225} \approx 35{,}83$

$$Q_1 = 16{,}875 \quad ; \quad m \approx 24{,}69 \quad ; \quad Q_3 \approx 35{,}83$$

À ne pas faire : Q_1 est dans la classe où l'effectif cumulé dépasse 25 — Q_1 est dans la classe où l'effectif cumulé atteint $25\,\%$ de l'effectif total, ici $343{,}75$. Le seuil est un QUART de l'effectif total ; on ne le confond avec 25 que lorsque l'effectif total est 100.

12. VOCABULAIRE

Diagramme en boîte

CE QU'IL DIT

L'intervalle interquartile houwa men Q1 l Q3, w l'écart interquartile houwa Q3 moins Q1. Le diagramme en boîte : 3la axe gradué, n7ottou asghar valeur w akber valeur, Q1 w Q3, w la médiane. Nersmou rectangle men Q1 l Q3, w fi wostou trait fi la médiane. W nkammlou b 5att 7atta lel valeurs extrêmes. Fi le premier groupe : 6, 7, 9, 11, 14. Fi le deuxième groupe : 2, 5, 7,5, 14, 19. La boîte mta3 le deuxième groupe atwal barcha : l'écart interquartile 9, w le premier 4. Ya3ni les notes mta3 le deuxième groupe metfarr9in akthar, 7atta ken la moyenne nafsha.

Q trois moins Q un . le هو Q trois ، w l'écart interquartile لـ Q un من هو l'intervalle interquartile
. valeur ، Q un w Q trois ، w la médiane أكبر valeur w نحطّو أصغر ، axe gradué على : diagramme en boîte
valeurs للـ حتّى بخطّ نكمّلو la médiane . w في trait وسطو في Q trois ، w لـ Q un من rectangle نرسمو
le deuxième groupe : deux ، في . le premier groupe : six ، sept ، neuf ، onze ، quatorze في . extrêmes
l'écart : أطول برشا le deuxième groupe متاع boîte الـ . cinq ، sept virgule cinq ، quatorze ، dix-neuf
متفرّقين أكثر ، حتّى كان le deuxième groupe متاع les notes يعني . interquartile neuf ، w le premier quatre
الـ moyenne نفسها .

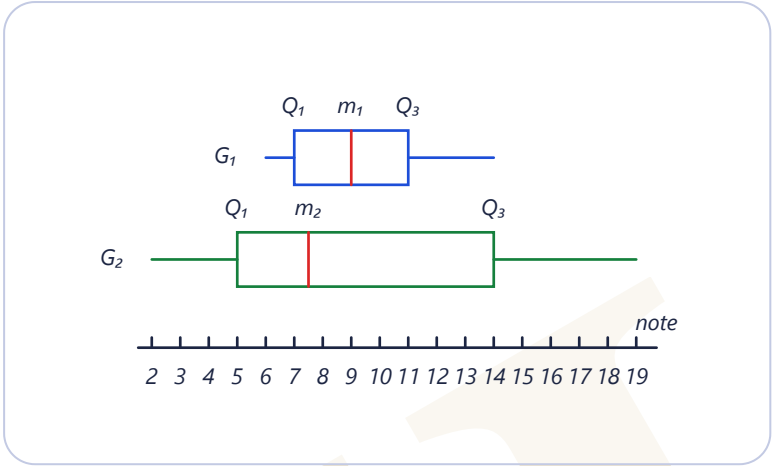
L'intervalle interquartile va de Q un à Q trois, et l'écart interquartile, c'est Q trois moins Q un. Le diagramme en boîte : sur un axe gradué, on place la plus petite et la plus grande valeur, Q un et Q trois, et la médiane. On dessine un rectangle de Q un à Q trois, avec un trait à la médiane. Puis on prolonge par un trait jusqu'aux valeurs extrêmes. Pour le premier groupe : six, sept, neuf, onze, quatorze. Pour le second : deux, cinq, sept virgule cinq, quatorze, dix-neuf. La boîte du second groupe est bien plus longue : écart interquartile neuf, contre quatre pour le premier. Les notes du second groupe sont donc plus dispersées, même si la moyenne est la même.

Vocabulaire. - L'intervalle $[Q_1 ; Q_3]$ est appelé l'**intervalle interquartile**. - Le réel $Q_3 - Q_1$ est appelé l'**écart interquartile**.

Construction d'un diagramme en boîte. Un diagramme en boîte permet de positionner les quartiles Q_1 et Q_3 et la médiane m au moyen d'un rectangle de largeur arbitraire et de longueur $Q_3 - Q_1$. On représente une série par un diagramme en boîte de la manière suivante : - sur un segment gradué, on place les valeurs extrêmes x_1 et x_n de la série, les quartiles Q_1 et Q_3 et la médiane m ; - on construit un rectangle dont la longueur est l'écart interquartile $Q_3 - Q_1$, et de largeur arbitraire ; - un trait vertical, à l'intérieur de ce rectangle, correspond à la médiane.

Pour les deux groupes d'élèves : premier groupe, notes de 6 à 14, $Q_1 = 7$, $m_1 = 9$, $Q_3 = 11$; deuxième groupe, notes de 2 à 19, $Q_1 = 5$, $m_2 = 7{,}5$, $Q_3 = 14$.

Maths à la carte ABDELKADER HAMMAMI



Notes du premier et du deuxième groupe : valeurs extrêmes, quartiles et médiane.

Deux diagrammes en boîte tracés au-dessus d'un même axe gradué de 2 à 19, celui des notes. Au palier 2, le diagramme du premier groupe G_1 : un trait part de la note minimale 6 jusqu'à $Q_1 = 7$, une boîte va de $Q_1 = 7$ à $Q_3 = 11$ avec un trait rouge à la médiane $m_1 = 9$, puis un trait va de 11 jusqu'à la note maximale 14. Au palier 3, en dessous, le diagramme du deuxième groupe G_2 : un trait de 2 à $Q_1 = 5$, une boîte de 5 à $Q_3 = 14$ avec un trait rouge à la médiane $m_2 = 7{,}5$, puis un trait de 14 à 19. La boîte du deuxième groupe est bien plus longue : ses notes sont plus dispersées.

EXEMPLE TRAITÉ

Les notes du deuxième groupe, rangées, sont : $2\,;\,4\,;\,4\,;\,5\,;\,5\,;\,5\,;\,6\,;\,6\,;\,7\,;\,7\,;\,8\,;\,10\,;\,11\,;\,11\,;\,14\,;\,15\,;\,17\,;\,17\,;\,17\,;\,19$. Retrouve les cinq nombres de son diagramme en boîte et compare les écarts interquartiles des deux groupes.

Valeurs extrêmes — La plus petite note est 2, la plus grande 19.

Médiane — Les notes de rangs 10 et 11 sont 7 et 8 : leur moyenne est $7{,}5$.

Quartiles — Les notes de rangs 5 et 15 donnent $Q_1 = 5$ et $Q_3 = 14$.

Écarts interquartiles —

$14 - 5 = 9 \quad ; \quad 11 - 7 = 4$

Lecture — La boîte du deuxième groupe est plus de deux fois plus longue : ses notes sont beaucoup plus dispersées autour de la médiane.

$2\,;\,5\,;\,7{,}5\,;\,14\,;\,19 \quad ; \quad$ écarts interquartiles : 9 et 4

À ne pas faire : Les deux groupes ont la même moyenne, donc des résultats semblables — Les deux moyennes valent $9{,}5$, mais les écarts interquartiles valent 4 et 9. Un résumé de position ne dit rien de la dispersion : c'est la longueur de la boîte qui montre si les notes sont serrées ou étalées.

13. APPLICATION

Exemple : comparer deux villes

CE QU'IL DIT

Zouz mdon, les précipitations fi 9 mois. Nrattbou koll série. 9 valeurs : la médiane hiya la valeur de rang 5. 25 % de 9, 2,25 : Q1 hiya la valeur de rang 3. 75 % de 9, 6,75 : Q3 hiya la valeur de rang 7. Lel ville A : 7, 47, 51, 63, 89. Lel ville B : 10, 28, 33, 34, 41. Ki nchoufou e-zouz boîtes : A fiha mtar akthar, ama mouch mriglla : la boîte mte3ha twila. B la boîte mte3ha 9sira : el mtar fiha montadham akthar.

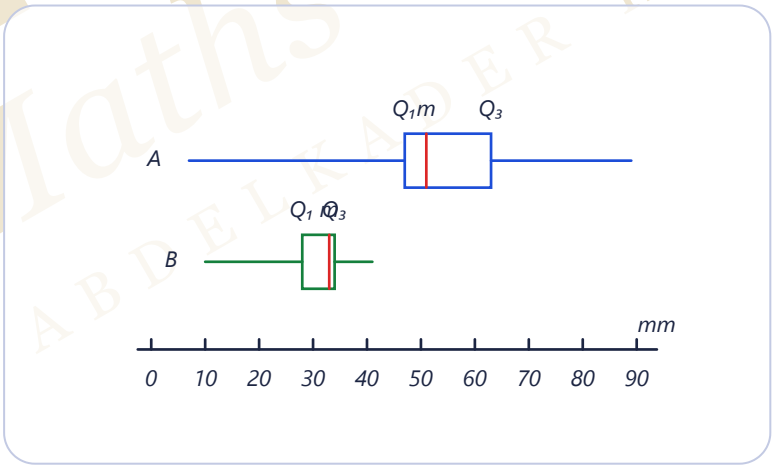
la valeur de rang هي série . neuf valeurs : la médiane كل نرتّبو . neuf mois في les précipitations ، زوز مدن la valeur de rang trois . soixante- هي cinq . vingt-cinq pour cent de neuf ، deux virgule vingt-cinq : Q un ville A : للـ . la valeur de rang sept هي quinze pour cent de neuf ، six virgule soixante-quinze : Q trois ville B : dix ، vingt-huit ، للـ . sept ، quarante-sept ، cinquante et un ، soixante-trois ، quatre-vingt-neuf boîtes : A كي نشوفو الزوز . trente-trois ، trente-quatre ، quarante et un الـ : أما موش مريقلة فيها مطر أكثر ، متاعها طويلة boîte . B الـ boîte متاعها قصيرة : المطر فيها منتظم أكثر .

Deux villes, les précipitations sur neuf mois. On range chaque série. Neuf valeurs : la médiane est la valeur de rang cinq. Vingt-cinq pour cent de neuf, deux virgule vingt-cinq : Q un est la valeur de rang trois. Soixante-quinze pour cent de neuf, six virgule soixante-quinze : Q trois est la valeur de rang sept. Pour la ville A : sept, quarante-sept, cinquante et un, soixante-trois, quatre-vingt-neuf. Pour la ville B : dix, vingt-huit, trente-trois, trente-quatre, quarante et un. En regardant les deux boîtes : A reçoit plus de pluie, mais de façon irrégulière : sa boîte est longue. La boîte de B est courte : la pluie y est plus régulière.

Les séries suivantes donnent les précipitations moyennes mensuelles, en millimètres, dans deux villes A et B pendant 9 mois :

Mois	Sep	Oct	Nov	Déc	Jan	Fév	Mars	Avril	Mai
Ville A	47	63	51	50	63	89	72	9	7
Ville B	33	28	41	34	33	37	34	20	10

On construit le diagramme en boîte de chaque série, puis on compare les deux séries à l'aide de leurs diagrammes.



Précipitations mensuelles des villes A et B, en millimètres.

Deux diagrammes en boîte au-dessus d'un même axe gradué de 0 à 90 millimètres. Au palier 2, celui de la ville A : un trait de 7 à $Q_1 = 47$, une boîte de 47 à $Q_3 = 63$ avec la médiane 51 en rouge, puis un trait de 63 à 89. Au palier 3, celui de la ville B : un trait de 10 à $Q_1 = 28$, une boîte de 28 à $Q_3 = 34$ avec la médiane 33 en rouge, puis un trait de 34 à 41. La boîte de B est plus à gauche et beaucoup plus courte que celle de A.

EXEMPLE TRAITÉ

Détermine les valeurs extrêmes, la médiane et les quartiles de chaque série, puis compare les deux villes.

Ville A rangée —
$7\,;\,9\,;\,47\,;\,50\,;\,51\,;\,63\,;\,63\,;\,72\,;\,89$

Les rangs — $n = 9$: la médiane est la valeur de rang 5 ; $25\,\%$ de 9 font $2{,}25$, donc Q_1 est la valeur de rang 3 ; $75\,\%$ de 9 font $6{,}75$, donc Q_3 est celle de rang 7.

Ville A — On lit $m = 51$, $Q_1 = 47$ et $Q_3 = 63$, avec des valeurs extrêmes 7 et 89.

Ville B rangée —
$10\,;\,20\,;\,28\,;\,33\,;\,33\,;\,34\,;\,34\,;\,37\,;\,41$

Ville B — On lit $m = 33$, $Q_1 = 28$ et $Q_3 = 34$, avec des valeurs extrêmes 10 et 41.

Comparaison — La ville A est plus pluvieuse (médiane 51 contre 33) mais beaucoup plus irrégulière : écart interquartile 16 contre 6, étendue 82 contre 31.

$A : 7\,;\,47\,;\,51\,;\,63\,;\,89 \qquad B : 10\,;\,28\,;\,33\,;\,34\,;\,41$

14. DÉFINITION

La moyenne

CE QU'IL DIT

La moyenne x barre : nadhrbou koll valeur fi l'effectif mte3ha, nzidou el koll, w ndivisiw 3la l'effectif total. Nektbou : x barre égale n1 x1 plus n2 x2, et ainsi de suite, le tout sur n. W m3a série continue, koll classe n3awdhouha b le centre mte3ha, ya3ni la moyenne mta3 les bornes. Les voitures : les centres 8,5, 9,5... nadhrbou w nzidou : 1583. Sur 150 : ta9rib 10,6 litres. Rodd belek : ndivisiw 3la l'effectif total, mouch 3la 3adad les classes.

la moyenne x barre : نضربو كل valeur في l'effectif متاعها ، نزيدو الكل w ، ندّيفيزيو على l'effectif total . نكتبو x barre égale n un x un plus n deux x deux ، et ainsi de suite ، le tout sur n . w : كل ، série continue مع نعوّضوها بـ classe متاعها le centre ، يعني la moyenne متاع les centres huit virgule cinq ، neuf virgule cinq ... نضربو w نزيدو : sur cent cinquante . mille cinq cent quatre-vingt-trois : تقريب dix virgule six litres . ردّ بالك : ندّيفيزيو على l'effectif total ، موش على عدد les classes .

La moyenne x barre : on multiplie chaque valeur par son effectif, on additionne tout, et on divise par l'effectif total. On écrit : x barre égale n un x un plus n deux x deux, et ainsi de suite, le tout sur n. Avec une série continue, on remplace chaque classe par son centre, c'est-à-dire la moyenne de ses bornes. Pour les voitures : les centres huit virgule cinq, neuf virgule cinq... On multiplie et on additionne : mille cinq cent quatre-vingt-trois. Sur cent cinquante : environ dix virgule six litres. Attention : on divise par l'effectif total, pas par le nombre de classes.

Soit $(x_i ; n_i)$ une série de valeurs x_1, x_2, ..., x_p d'effectifs n_1, n_2, ..., n_p, et d'effectif total $n = n_1 + n_2 + \ldots + n_p$. Sa **moyenne** est le nombre noté $\overline{x}$:

$$\overline{x} = \frac{n_1x_1 + n_2x_2 + \ldots + n_px_p}{n}$$

Pour une série **continue**, on remplace chaque classe par son **centre** (la moyenne de ses deux bornes) : on suppose ainsi les valeurs uniformément réparties dans chaque classe. La moyenne obtenue est une valeur approchée.

Exemple : en testant 150 voitures pour étudier leur consommation d'essence, en litres aux 100 km, on a obtenu :

Consommation	$[8;9[$	$[9;10[$	$[10;11[$	$[11;12[$	$[12;13[$
Effectif	32	27	20	43	28

$\overline{x} = \frac{n_1x_1+n_2x_2+\ldots+n_px_p}{n}$

EXEMPLE TRAITÉ

Calcule la consommation moyenne d'une voiture, arrondie à 10^{-1} près.

Les centres —

$8{,}5 \quad ; \quad 9{,}5 \quad ; \quad 10{,}5 \quad ; \quad 11{,}5 \quad ; \quad 12{,}5$

La somme des produits —

$32 \times 8{,}5 + 27 \times 9{,}5 + 20 \times 10{,}5 + 43 \times 11{,}5 + 28 \times 12{,}5 = 1583$

La moyenne —

$\overline{x} = \frac{1583}{150} \approx 10{,}6$

$\overline{x} \approx 10{,}6$ litres aux 100 km

À ne pas faire : $\overline{x} = \frac{8{,}5 + 9{,}5 + 10{,}5 + 11{,}5 + 12{,}5}{5} = 10{,}5$ — $\overline{x} = \frac{1583}{150} \approx 10{,}6$. Chaque centre compte autant de fois que l'effectif de sa classe : la moyenne est pondérée par les effectifs.

À ne pas faire : Diviser la somme 1583 par le nombre de classes, 5 — Diviser par l'effectif total, 150. On partage le total entre les 150 voitures, pas entre les 5 classes.

15. REMARQUE

Une moyenne qui ne dit pas tout

CE QU'IL DIT

La moyenne tet2aththar barcha b les valeurs extrêmes. Zouz groupes, koll wa7ed 14 personne. Le groupe l, l'âge moyen 19 ans, ama ma fammech 7atta 7add 3andou 19 ans : sghar men 2 l 11 ans, w kbar men 34 l 58. La moyenne houni ma te7kich 3la 7atta 7add. W les précipitations : nhar wa7ed fih 150 millimètres, ytalla3 la moyenne l 23,8, ama 9 ayyem men 10 jew 20 walla a9al. Ken nna77iw les valeurs extrêmes, 0 w 150, w na7sbou 3la 7 jours elli b9aw, nal9aw la moyenne élaguée : ta9rib 12,57.

تتأثّر برشا بـ la moyenne . les valeurs extrêmes زوز groupes ، كل واحد quatorze personne . الـ ، groupe I
كبار من onze ans ، w لـ deux من صغار : dix-neuf ans عندو حدّ حتّى ، أما ما فمّا حتّى ، l'âge moyen dix-neuf ans
نهار واحد : w les précipitations . هنا ما تحكيش على حتّى حدّ moyenne الـ . cinquante-huit لـ trente-quatre
فيه cent cinquante millimètres ، يطلّع la moyenne لـ vingt-trois virgule huit ، أما neuf أيّام من dix جاو vingt
ولّا أقل . كان ننحّيو w ، zéro w cent cinquante ، les valeurs extrêmes نحسبو على sept jours اللي بقاو ، نلقاو la
. douze virgule cinquante-sept تقريب : moyenne élaguée

La moyenne est très sensible aux valeurs extrêmes. Deux groupes de quatorze personnes. Pour le groupe I, l'âge moyen est dix-neuf ans, mais personne n'a dix-neuf ans : des enfants de deux à onze ans, et des adultes de trente-quatre à cinquante-huit ans. La moyenne ne décrit ici personne. Et pour les précipitations : un seul jour à cent cinquante millimètres fait monter la moyenne à vingt-trois virgule huit, alors que neuf jours sur dix ont reçu vingt millimètres ou moins. Si l'on retire les valeurs extrêmes, zéro et cent cinquante, et qu'on calcule sur les sept jours restants, on obtient la moyenne élaguée : environ douze virgule cinquante-sept.

La moyenne est sensible aux **valeurs extrêmes**.

Deux groupes de 14 personnes ont pour âges (en années) :

Groupe I	2	4	5	7	10	11	34	35	50	58
Effectif	3	1	1	1	1	2	1	2	1	1

Groupe II	18	19	20	45	46	47	48	50
Effectif	1	5	2	2	1	1	1	1

L'âge moyen du groupe I est $\dfrac{266}{14} = 19$ ans, celui du groupe II est $\dfrac{434}{14} = 31$ ans. Ces moyennes sont peu **significatives** : aucune personne du groupe I n'a 19 ans (des enfants et des adultes), aucune du groupe II n'a 31 ans.

Quand une valeur isolée fausse la moyenne, on peut calculer une **moyenne élaguée** : on supprime les valeurs extrêmes, puis on calcule la moyenne des valeurs restantes.

EXEMPLE TRAITÉ

Les précipitations, en millimètres, enregistrées dans une région pendant 10 jours sont : 0 millimètre (2 jours), 10 millimètres (2 jours), 11 millimètres (3 jours), 15 millimètres (1 jour), 20 millimètres (1 jour), 150 millimètres (1 jour). Calcule la précipitation moyenne, puis la moyenne élaguée des sept jours qui restent quand on supprime les deux valeurs extrêmes, 0 et 150.

La moyenne —
$\frac{2\times0+2\times10+3\times11+15+20+150}{10} = \frac{238}{10} = 23{,}8$

Les sept jours restants —
$\frac{2\times10+3\times11+15+20}{7} = \frac{88}{7} \approx 12{,}57$

Lecture — Un seul jour d'orage, à 150 millimètres, tirait la moyenne vers le haut : $23{,}8$ millimètres, alors que neuf jours sur dix ont reçu 20 millimètres ou moins.

$\overline{x} = 23{,}8$ mm ; moyenne élaguée $\approx 12{,}57$ mm

À ne pas faire : La moyenne des âges du groupe I est 19 ans : c'est un groupe de jeunes de 19 ans — Le groupe I mêle des enfants de 2 à 11 ans et des adultes de 34 à 58 ans. Une moyenne seule ne décrit pas une série : il faut regarder aussi la répartition des valeurs autour d'elle.

---

16. PROPRIÉTÉ

Moyennes partielles

CE QU'IL DIT

Ki série tet9ass 3la zouz : p valeur b moyenne x barre, w q valeur b moyenne y barre, la moyenne el koll hiya p x barre plus q y barre, le tout sur (p plus q). 3lech ? 5ater p fois x barre houwa el majmou3 mta3 la première série. Fel 9ism : 20 filles b moyenne 9,55, w 15 garçons b moyenne ta9rib 11,07. Mouch na3mlou la moyenne mta3 e-zouz ! Narj3ou lel majemi3 : 191 plus 166, 357, sur 35 : 10,2.

كي série تتقصّ على زوز : p valeur بـ moyenne x barre ، w q valeur بـ moyenne y barre ، la moyenne الكل هي p x barre plus q y barre ، le tout sur p plus q . علاش ؟ خاطر p fois x barre هو المجموع متاع la première série . في القسم : vingt filles بـ moyenne neuf virgule cinquante-cinq ، w quinze garçons بـ moyenne تقريب onze virgule zéro sept . موش نعملو la moyenne متاع الزوز ! نرجعو للمجاميع : cent quatre-vingt-onze plus cent soixante-six ، trois cent cinquante-sept ، sur trente-cinq : dix virgule deux .

Quand une série est partagée en deux : p valeurs de moyenne x barre, et q valeurs de moyenne y barre, la moyenne totale est p x barre plus q y barre, le tout sur p plus q. Pourquoi ? Parce que p fois x barre est la somme de la première série. Dans la classe : vingt filles de moyenne neuf virgule cinquante-cinq, et quinze garçons de moyenne environ onze virgule zéro sept. On ne fait pas la moyenne des deux ! On revient aux sommes : cent quatre-vingt-onze plus cent soixante-six, trois cent cinquante-sept, sur trente-cinq : dix virgule deux.

Si une série est partagée en deux séries d'effectifs p et q et de moyennes $\overline{x}$ et $\overline{y}$, alors la moyenne de la série totale est :

$$\overline{z} = \frac{p\,\overline{x} + q\,\overline{y}}{p+q}$$

En effet, $p\,\overline{x}$ est la somme des valeurs de la première série, $q\,\overline{y}$ celle de la seconde, et la série totale compte $p+q$ valeurs.

Voici les notes obtenues dans un devoir par les 35 élèves d'une classe de 2e sciences (20 filles et 15 garçons) : - filles : 12 ; 10 ; 10 ; 6 ; 8 ; 13 ; 11 ; 8 ; 6 ; 8 ; 10 ; 10 ; 10 ; 4 ; 7 ; 15 ; 14 ; 9 ; 12 ; 8 ; - garçons : 8 ; 11 ; 11 ; 9 ; 15 ; 14 ; 13 ; 10 ; 10 ; 9 ; 7 ; 6 ; 15 ; 14 ; 14.

$\overline{z} = \frac{p\,\overline{x}+q\,\overline{y}}{p+q}$

EXEMPLE TRAITÉ

Ici, comme dans l'activité, $\overline{x}$ désigne la moyenne de la classe, $\overline{y}$ celle des filles et $\overline{z}$ celle des garçons : la formule devient $\overline{x} = \dfrac{20\,\overline{y} + 15\,\overline{z}}{35}$. Calcule la moyenne $\overline{y}$ des filles, la moyenne $\overline{z}$ des garçons, puis retrouve la moyenne $\overline{x}$ de la classe à partir de $\overline{y}$ et $\overline{z}$.

Les filles — La somme des 20 notes des filles est 191.
$\overline{y} = \frac{191}{20} = 9{,}55$

Les garçons — La somme des 15 notes des garçons est 166.
$\overline{z} = \frac{166}{15} \approx 11{,}07$

La classe — On recombine les deux sommes, sans arrondir : $20 \times 9{,}55 = 191$ et $15 \times \dfrac{166}{15} = 166$.
$\overline{x} = \frac{191+166}{35} = \frac{357}{35} = 10{,}2$

$$\overline{y} = 9{,}55 \quad ; \quad \overline{z} \approx 11{,}07 \quad ; \quad \overline{x} = 10{,}2$$

À ne pas faire : $\overline{x} = \dfrac{9{,}55 + 11{,}07}{2} \approx 10{,}31$ — $\overline{x} = \dfrac{20 \times 9{,}55 + 15 \times \dfrac{166}{15}}{35} = 10{,}2$. Les deux groupes n'ont pas le même effectif : chaque moyenne partielle compte selon le nombre d'élèves qu'elle résume.

17. PROPRIÉTÉ

Moyenne et application affine

CE QU'IL DIT

Ken nzidou b l les valeurs el koll, la moyenne tzid b. Ken nadhrbou les valeurs el koll fi a, la moyenne tetdhreb fi a. W fel 3am : la moyenne mta3 a x plus b, hiya a fois x barre plus b. Mathalan, ken nzidou 2 points l koll tilmidh, la moyenne tzid 2, ma kthorch. W ken la moyenne 14 sur 20, sur 40 twalli 28, sur 10 7, w sur 100 70. W hedhi 7ila bech na7sbou bel 5iffa : 8, 13, 12, 9, 14, 10 : non9sou 10, nal9aw des écarts sghar, la moyenne mte3hom 1, w nraj3ou 10 : la moyenne 11.

تتضرب a ، la moyenne الكل في les valeurs كان نضربو . b تزيد la moyenne ، الكل les valeurs لـ b كان نزيدو
لكل deux points كان نزيدو . مثلا ، a fois x barre plus b هي ، a x plus b متاع la moyenne : العام في a . w في
vingt- تولّي la moyenne quatorze sur vingt ، sur quarante كان w . ماكثرش ، deux تزيد la moyenne ، تلميذ
huit ، treize ، douze ، neuf ، : هذي حيلة باش نحسبو بالخفّة huit ، sur dix sept ، w sur cent soixante-dix . w
dix : la moyenne onze نرجعو un ، w متاعهم la moyenne ، صغار des écarts نلقاو ، dix ننقصو : quatorze ، dix
.

Si on ajoute b à toutes les valeurs, la moyenne augmente de b. Si on multiplie toutes les valeurs par a, la moyenne est multipliée par a. Et en général : la moyenne de a x plus b, c'est a fois x barre plus b. Par exemple, si on ajoute deux points à chaque élève, la moyenne augmente de deux, pas plus. Et si la moyenne est quatorze sur vingt, elle devient vingt-huit sur quarante, sept sur dix, et soixante-dix sur cent. C'est aussi une astuce de calcul : huit, treize, douze, neuf, quatorze, dix : on retranche dix, on obtient de petits écarts, de moyenne un, et on rajoute dix : la moyenne est onze.

Soit $(x_i ; n_i)$ une série et soit $\overline{x}$ sa moyenne. - Si on ajoute un nombre réel b à toutes les valeurs de cette série, alors la moyenne de la nouvelle série $(x_i + b ; n_i)$ est $\overline{x} + b$. - Si on multiplie toutes les valeurs de cette série par un même nombre réel non nul a, alors la moyenne de la nouvelle série $(a\,x_i ; n_i)$ est $a\,\overline{x}$. - Plus généralement, soit a et b deux nombres réels : si $\overline{x}$ est la moyenne de la série $(x_i ; n_i)$, alors $a\,\overline{x} + b$ est la moyenne de la série $(a\,x_i + b ; n_i)$.

C'est utile pour **simplifier un calcul** : on retranche un nombre commode à toutes les valeurs, on calcule la moyenne des écarts, puis on rajoute ce nombre.

$$\overline{a\,x + b} = a\,\overline{x} + b$$

EXEMPLE TRAITÉ

Les notes d'un élève dans six devoirs sont 8 ; 13 ; 12 ; 9 ; 14 et 10. Calcule sa moyenne en retranchant d'abord 10 à chaque note. Puis : dans un devoir noté sur 20, la moyenne d'une classe est 14 ; quelle serait-elle si le devoir était noté sur 40, sur 10, sur 100 ?

Les écarts à 10 —

$-2 \quad ; \quad 3 \quad ; \quad 2 \quad ; \quad -1 \quad ; \quad 4 \quad ; \quad 0$

Leur moyenne —

$\frac{-2+3+2-1+4+0}{6} = \frac{6}{6} = 1$

On rajoute 10 —

$\overline{x} = 1 + 10 = 11$

Changer de barème — Noter sur 40, c'est multiplier chaque note par 2 ; sur 10, par $\frac{1}{2}$; sur 100, par 5.

$2 \times 14 = 28 \quad ; \quad \frac{14}{2} = 7 \quad ; \quad 5 \times 14 = 70$

$\overline{x} = 11 \quad ; \quad 28$ sur $40,\ 7$ sur $10,\ 70$ sur 100

À ne pas faire : Si on ajoute 2 points à chaque élève, la moyenne augmente de 2 multiplié par le nombre d'élèves — La moyenne augmente de 2 points, exactement. La somme augmente de 2 fois n, mais on la divise par n : la moyenne augmente de 2.

18. ACTIVITÉ

Pour comprendre : la dispersion

CE QU'IL DIT

Zouz mdon, nafs la moyenne, 11 degrés. Ama fi A, les températures 6, 5, 17, 16 : b3ad barcha 3la 11. W fi B : 10, 11, 11, 12 : las9in fiha. Kifech n9isou hedha b nombre wa7ed ? Ma najjmouch nekhdhou la moyenne mta3 les écarts, 5ater les positifs w les négatifs yetna77aw b3adhhom, w ta3ti dima 0. Nekhdhou la moyenne mta3 les carrés des écarts : fi A, 30,5, w fi B, 0,5. W el 7aja e-zina : ki na7sbou la

moyenne des carrés des écarts à n'importe quel x, asghar valeur tji bedhabt fi x égale la moyenne. Hedha le minimum houwa elli bech nsammiwh la variance.

بعاد : A ، les températures six ، cinq ، dix-sept ، seize أما في . moyenne ، onze degrés الـ زوز مدن ، نفس برشا على w . onze في douze ، onze ، onze : B : لاصقين فيها . كيفاش نقيسو هذا بـ nombre واحد ؟ ما ننجّموش ناخذو la moyenne متاع les écarts ، خاطر les négatifs w les positifs يتنحّاو بعضهم ، w تعطي ديما ناخذو . la moyenne متاع les carrés des écarts : في w ، trente virgule cinq في A ، zéro virgule cinq في B الحاجة الزينة : كي نحسبو x quel n'importe à carrés des écarts des moyenne la ، أصغر valeur تجي بالضبط في x égale la moyenne . هذا الـ minimum هو اللي باش نسمّيوه la variance .

Deux villes, même moyenne, onze degrés. Mais à A, les températures six, cinq, dix-sept, seize s'éloignent beaucoup de onze. À B : dix, onze, onze, douze : elles en sont tout près. Comment mesurer cela par un seul nombre ? On ne peut pas prendre la moyenne des écarts, car les écarts positifs et négatifs se compensent : elle vaut toujours zéro. On prend la moyenne des carrés des écarts : trente virgule cinq pour A, et zéro virgule cinq pour B. Et le plus beau : si l'on calcule la moyenne des carrés des écarts à un nombre x quelconque, la plus petite valeur est atteinte exactement quand x égale la moyenne. Ce minimum, c'est ce qu'on va appeler la variance.

Les températures, en degrés Celsius, prises à la même heure pendant quatre jours dans deux villes A et B sont :

Jour	J1	J2	J3	J4
Ville A	6	5	17	16
Ville B	10	11	11	12

Les deux villes ont la même température moyenne, 11°. Mais si l'on remplace la température de chaque jour par la moyenne, on commet pour la ville A des erreurs de 5, 6, 6 et 5 degrés, et pour la ville B des erreurs de 1, 0, 0 et 1 degré.

Pour mesurer ces erreurs d'un seul nombre, on considère, pour tout réel x, la moyenne des carrés des écarts à x :

$$f(x) = \frac{(x-6)^2 + (x-5)^2 + (x-17)^2 + (x-16)^2}{4}$$

En développant, $f(x) = x^2 - 22x + 151{,}5 = (x-11)^2 + 30{,}5$: f est minimale pour $x = 11$, la moyenne, et son minimum vaut $30{,}5$. Pour la ville B, la fonction g analogue s'écrit $g(x) = (x-11)^2 + 0{,}5$: minimum $0{,}5$, atteint encore en $x = 11$.

Plus généralement, pour une série de moyenne $\overline{x}$, la moyenne des carrés des écarts à x s'écrit $(x-\overline{x})^2 + V$: elle est minimale en $x = \overline{x}$, et son minimum V mesure la **dispersion** de la série autour de sa moyenne.

EXEMPLE TRAITÉ

Calcule, pour chaque ville, la moyenne des carrés des écarts à la moyenne 11.

Ville A —

$\frac{(6-11)^2+(5-11)^2+(17-11)^2+(16-11)^2}{4} = \frac{25+36+36+25}{4} = 30{,}5$

Ville B —

$\frac{(10-11)^2+(11-11)^2+(11-11)^2+(12-11)^2}{4} = \frac{2}{4} = 0{,}5$

Lecture — Même moyenne, mais les températures de A s'éloignent bien plus de cette moyenne : $30{,}5$ contre $0{,}5$.

$30{,}5$ pour A ; $0{,}5$ pour B

À ne pas faire : Mesurer la dispersion par la moyenne des écarts $x_i - \overline{x}$ — Prendre la moyenne des CARRÉS des écarts. Les écarts positifs et négatifs se compensent : leur moyenne vaut toujours 0. Le carré les rend tous positifs.

---

19. DÉFINITION

Variance et écart type

CE QU'IL DIT

La variance V : na7sbou la moyenne mta3 les carrés, ya3ni n1 fois x1 au carré, plus n2 fois x2 au carré, et ainsi de suite, le tout sur n, w non9sou menha x barre au carré. W l'écart type sigma houwa la racine carrée de V. M3a série continue, nafs la formule, ama x i houma les centres des classes. Mathal : la ville A, la moyenne 1 degré. La moyenne des carrés : 34 sur 10, 3,4. Non9sou 1 au carré : V égale 2,4. W sigma ta9rib 1,55 degré. Rodd belek : moins 1 au carré ya3ti 1, mouch moins 1. W koll ma sigma kbir, la série metfarr9a akthar.

n un fois x un au carré ، plus n deux fois x deux يعني ، les carrés متاع la moyenne نحسبو : la variance V la هو x barre au carré . w l'écart type sigma ننقصو منها au carré ، et ainsi de suite ، le tout sur n ، w la ville : مثال . les centres des classes هوما x i أما ، formule الـ نفس ، série continue مع . racine carrée de V un ننقصو . A ، la moyenne un degré . la moyenne des carrés : trente-quatre sur dix ، trois virgule quatre moins : ردّ بالك . un virgule cinquante-cinq degré تقريب au carré : V égale deux virgule quatre . w sigma la série ، كبير sigma كل ما moins un . w موش ، un يعطي un au carré متفرّقة أكثر .

La variance V : on calcule la moyenne des carrés, c'est-à-dire n un fois x un au carré, plus n deux fois x deux au carré, et ainsi de suite, le tout sur n, et on en retranche x barre au carré. L'écart type sigma est la racine carrée de V. Pour une série continue, même formule, mais les x i sont les centres des classes. Exemple : la ville A, de moyenne un degré. La moyenne des carrés : trente-quatre sur dix, trois virgule quatre. On retranche un au carré : V égale deux virgule quatre. Et sigma vaut environ un virgule cinquante-cinq degré. Attention : moins un au carré donne un, pas moins un. Et plus sigma est grand, plus la série est dispersée.

Soit $(x_i ; n_i)$ une série discrète définie par ses valeurs x_1, x_2, ..., x_p et par les effectifs correspondants n_1, n_2, ..., n_p. - La **variance** de la série est le nombre noté V et défini par

$V = \dfrac{n_1(x_1)^2 + n_2(x_2)^2 + \ldots + n_p(x_p)^2}{n} - (\overline{x})^2$, où n est l'effectif total ($n = n_1 + n_2 + \ldots + n_p$). - L'**écart type** de la série est le nombre noté σ et défini par $\sigma = \sqrt{V}$.

Remarque. La variance et l'écart type d'une série continue sont définis par les mêmes formules, où x_1, x_2, ..., x_p sont les centres des classes et n_1, n_2, ..., n_p les effectifs respectifs de ces classes.

La variance est la moyenne des carrés des écarts à la moyenne ; elle est donc **positive**, et nulle seulement quand toutes les valeurs sont égales. L'écart type s'exprime dans la **même unité** que les valeurs : plus il est grand, plus la série est dispersée autour de sa moyenne.

Exemple : les températures relevées pendant dix jours dans une ville A.

Température	-1	0	1	2	5
Nombre de jours	1	3	4	1	1

$$V = \frac{n_1(x_1)^2+n_2(x_2)^2+\ldots+n_p(x_p)^2}{n} - (\overline{x})^2$$

L'ÉCART TYPE

$$\sigma = \sqrt{V}$$

EXEMPLE TRAITÉ

Calcule la température moyenne de la ville A, la variance V et l'écart type de la série, arrondi au centième.

La moyenne —

$\overline{x} = \frac{1\times(-1)+3\times0+4\times1+1\times2+1\times5}{10} = \frac{10}{10} = 1$

Les carrés —

$\frac{1\times1+3\times0+4\times1+1\times4+1\times25}{10} = \frac{34}{10} = 3{,}4$

La variance —

$V = 3{,}4 - 1^2 = 2{,}4$

L'écart type — L'écart type est la racine carrée de la variance : l'écart type $\sigma = \sqrt{2{,}4} \approx 1{,}55$ degré.

$$\overline{x} = 1 \quad ; \quad V = 2{,}4 \quad ; \quad \text{écart type } \sigma \approx 1{,}55$$

À ne pas faire : $V = 3{,}4$, en oubliant de retrancher $(\overline{x})^2$ — $V = 3{,}4 - 1^2 = 2{,}4$. 3,4 est la moyenne des carrés ; la variance retranche encore le carré de la moyenne.

À ne pas faire : Écrire $(-1)^2 = -1$ dans la somme des carrés — $(-1)^2 = 1$. Un carré est toujours positif : c'est même pour cela que la variance ne peut pas être négative.

À ne pas faire : Donner la variance comme écart type — L'écart type est la racine carrée de la variance. La variance est dans l'unité au carré (des degrés au carré) ; l'écart type revient à l'unité des valeurs.

20. PROPRIÉTÉ

Écart type et application affine

CE QU'IL DIT

Ken nzidou b l les valeurs el koll, la moyenne tzid b, ama l'écart type ma yetbaddelch : la série tet7arrek, ama ma tetfarr9ch akthar. W ken nadhrbou fi a, l'écart type yetdhreb fi la valeur absolue de a, w la variance fi a au carré. La ville B hiya A plus 1 : la moyenne 2, w la variance nafsha, 2,4. La ville C hiya 2 fois A : la moyenne 2, w la variance 4 fois 2,4, 9,6, w sigma yetdhreb fi 2.

كان نزيدو b لـ les valeurs الكل ، la moyenne تزيد b ، أما l'écart type ما يتبدّلش : الـ série تتحرّك ، أما ما تتفرّقش أكثر . w كان نضربو في l'écart type ، a يتضرب في la variance ، w la valeur absolue de a في la . a au carré deux هي deux virgule quatre . la ville C ، نفسها A plus un : la moyenne deux ، w la variance هي ville B fois A : la moyenne deux ، w la variance quatre fois deux virgule quatre ، neuf virgule six ، w sigma يتضرب في deux .

Si on ajoute b à toutes les valeurs, la moyenne augmente de b, mais l'écart type ne change pas : la série se déplace sans s'étaler davantage. Si on multiplie par a, l'écart type est multiplié par la valeur absolue de a, et la variance par a au carré. La ville B, c'est A plus un : moyenne deux, et la même variance, deux virgule quatre. La ville C, c'est deux fois A : moyenne deux, variance quatre fois deux virgule quatre, soit neuf virgule six, et sigma est multiplié par deux.

Soit $(x_i ; n_i)$ une série et σ son écart type. Soit a et b deux nombres réels. - L'écart type de la série $(a\,x_i ; n_i)$ est $|a|\,\sigma$. - L'écart type de la série $(x_i + b ; n_i)$ est σ.

Ajouter un même nombre à toutes les valeurs **déplace** la série sans changer sa dispersion ; multiplier toutes les valeurs par a multiplie les écarts à la moyenne par a, donc la variance par a^2 et l'écart type par $|a|$.

Les températures de trois villes pendant les mêmes dix jours :

Ville A	-1	0	1	2	5
Ville B	0	1	2	3	6
Ville C	-2	0	2	4	10
Nombre de jours	1	3	4	1	1

$$\sigma_{(a\,x_i+b)} = |a| \times \sigma_{(x_i)}$$

EXEMPLE TRAITÉ

La ville A a pour moyenne 1 et pour variance $2{,}4$. Déduis-en la moyenne, la variance et l'écart type des villes B et C.

Ville B — Chaque température de B est celle de A augmentée de 1 : la moyenne augmente de 1, la dispersion ne change pas.

$\overline{x}_B = 1 + 1 = 2 \quad ; \quad V_B = 2{,}4$

Ville C — Chaque température de C est le double de celle de A : la moyenne double, la variance est multipliée par $2^2 = 4$.

$\overline{x}_C = 2 \times 1 = 2 \quad ; \quad V_C = 4 \times 2{,}4 = 9{,}6$

Les écarts types — L'écart type de B vaut celui de A, environ $1{,}55$; celui de C est le double, $2\sqrt{2{,}4} \approx 3{,}10$.

$$B : \overline{x} = 2,\ V = 2{,}4 \qquad C : \overline{x} = 2,\ V = 9{,}6,\ \text{écart type } \sigma \approx 3{,}10$$

À ne pas faire : Ajouter 1 à chaque valeur augmente l'écart type de 1 — L'écart type ne change pas. Toutes les valeurs ET la moyenne augmentent de 1 : les écarts à la moyenne restent les mêmes.

À ne pas faire : Doubler les valeurs double la variance — Doubler les valeurs multiplie la variance par 4, et l'écart type par 2. La variance est une moyenne de CARRÉS d'écarts : un écart doublé donne un carré multiplié par 4.

---

21. APPLICATION

Exemple : une série continue

CE QU'IL DIT

M3a série continue, nekhdmou b les centres des classes. Na3mlou tableau : n i x i, w n i x i au carré. Les sommes : 622,5, w 12 818,75, w l'effectif total 35. La moyenne ta9rib 17,79. La variance : 12 818,75 sur 35, moins la moyenne au carré : ta9rib 49,92, w sigma ta9rib 7,07. W les tailles ? Koll valeur zedet 140 : la moyenne tzid 140, w l'écart type yo93ed kif ma houwa. Rodd belek : ma t9arrebch la moyenne 9bal ma te7seb la variance.

tableau : n i x i ، w n i x i au carré . les sommes نعملو . les centres des classes نخدمو بـ ، série continue مع : six cent vingt-deux virgule cinq ، w douze mille huit cent dix-huit virgule soixante-quinze ، w l'effectif dix-sept virgule soixante-dix-neuf . la variance : douze mille huit تقريب total trente-cinq . la moyenne quarante-neuf تقريب : cent dix-huit virgule soixante-quinze sur trente-cinq ، moins la moyenne au carré cent زادت valeur كل ؟ sept virgule zéro sept . w les tailles تقريب virgule quatre-vingt-douze ، w sigma la moyenne ما تقرّبش : ردّ بالك . يقعد كيف ما هو cent quarante ، w l'écart type تزيد quarante : la moyenne . la variance تحسب ما قُبْلْ

Avec une série continue, on travaille avec les centres des classes. On dresse le tableau : n i x i, et n i x i au carré. Les sommes : six cent vingt-deux virgule cinq, et douze mille huit cent dix-huit virgule soixante-quinze, pour un effectif total de trente-cinq. La moyenne vaut environ dix-sept virgule soixante-dix-neuf. La variance : douze mille huit cent dix-huit virgule soixante-quinze sur trente-cinq, moins la moyenne au carré : environ quarante-neuf virgule quatre-vingt-douze, et sigma vaut environ sept virgule zéro sept. Et les tailles ? Chaque valeur a augmenté de cent quarante : la moyenne augmente de cent quarante, et l'écart type reste le même. Attention : n'arrondis pas la moyenne avant de calculer la variance.

On considère la série continue suivante :

Classe	$[0;5[$	$[5;10[$	$[10;15[$	$[15;20[$	$[20;25[$	$[25;30[$	$[30;35[$

Effectif n_i	1	4	7	10	8	3	2
Centre x_i	2,5	7,5	12,5	17,5	22,5	27,5	32,5

On dresse le tableau des produits $n_i\,x_i$ et $n_i\,(x_i)^2$: leurs sommes sont $622{,}5$ et $12\,818{,}75$, pour un effectif total de 35.

Les tailles, en cm, des 35 élèves d'une classe de deuxième année se répartissent avec les **mêmes effectifs** dans les classes $[140;145[$, ..., $[170;175[$: chaque centre est augmenté de 140.

EXEMPLE TRAITÉ

Calcule la moyenne, la variance et l'écart type de la série, arrondis au centième, puis déduis-en ceux de la série des tailles.

La moyenne —
$\overline{x} = \frac{622{,}5}{35} \approx 17{,}79$

La variance —
$V = \frac{12\,818{,}75}{35} - \left(\frac{622{,}5}{35}\right)^2 \approx 49{,}92$

L'écart type — On prend la racine carrée de la variance : l'écart type $\sigma \approx 7{,}07$.

Les tailles — Chaque valeur est augmentée de 140 : la moyenne aussi, mais la variance et l'écart type ne changent pas.
$\overline{y} \approx 17{,}79 + 140 = 157{,}79$

$\overline{x} \approx 17{,}79\ ;\ V \approx 49{,}92\ ;\ \text{écart type } \sigma \approx 7{,}07 \qquad \overline{y} \approx 157{,}79\ ;\ \text{même écart type}$

À ne pas faire : Arrondir la moyenne à $17{,}8$, puis calculer $V = 366{,}25 - 17{,}8^2$ — Garder la valeur exacte $\frac{622{,}5}{35}$ jusqu'au bout. On retranche deux grands nombres voisins : un arrondi trop tôt fausse nettement la variance.

22. APPLICATION

Exemple : autour de la moyenne

CE QU'IL DIT

Vingt simulations, koll we7da 100 lancers, w n3addou 9addech men marra ta7et pile. La moyenne 50,85, w l'écart type ta9rib 5,53. Tawa nchoufou 9addech men valeur 9riba mel moyenne : bin x barre moins sigma w x barre plus sigma, ya3ni men ta9rib 45,32 l 56,38 : 13 valeur men 20, 65 %. W bin x barre moins 2 sigma w x barre plus 2 sigma : 19 valeur, 95 %, ken 62 barka elli 5arjet.

pile . la moyenne cinquante virgule طاحت نعدّو قدّاش من مرّة cent lancers ، w كل وحدة ، vingt simulations قريبة valeur من قدّاش نشوفو توّة . cinq virgule cinquante-trois تقريب quatre-vingt-cinq ، w l'écart type quarante-cinq virgule تقريب من يعني ، x barre moins sigma w x barre plus sigma بين : moyenne مالـ x بين vingt ، soixante-cinq pour cent . w من cinquante-six virgule trente-huit : treize valeur لـ trente-deux

، barre moins deux sigma w x barre plus deux sigma : dix-neuf valeur ، quatre-vingt-quinze pour cent
كان soixante-deux بركا اللي خرجت .

Vingt simulations de cent lancers chacune, et on compte combien de fois pile est sorti. La moyenne est cinquante virgule quatre-vingt-cinq, et l'écart type vaut environ cinq virgule cinquante-trois. Voyons combien de valeurs sont proches de la moyenne : entre x barre moins sigma et x barre plus sigma, c'est-à-dire d'environ quarante-cinq virgule trente-deux à cinquante-six virgule trente-huit : treize valeurs sur vingt, soixante-cinq pour cent. Et entre x barre moins deux sigma et x barre plus deux sigma : dix-neuf valeurs, quatre-vingt-quinze pour cent ; seule soixante-deux en sort.

Le tableau suivant fournit les nombres d'apparitions de pile après 20 simulations de 100 lancers d'une pièce de monnaie :

46 ; 48 ; 51 ; 62 ; 45 ; 47 ; 57 ; 59 ; 49 ; 53 ; 56 ; 44 ; 49 ; 50 ; 41 ; 58 ; 47 ; 56 ; 53 ; 46.

La moyenne et l'écart type permettent de délimiter une zone « autour de la moyenne » : on compte les valeurs de l'intervalle d'extrémités $\overline{x} - \sigma$ et $\overline{x} + \sigma$, puis celles de l'intervalle d'extrémités $\overline{x} - 2\sigma$ et $\overline{x} + 2\sigma$.

$$[\overline{x} - \sigma ; \overline{x} + \sigma] \qquad [\overline{x} - 2\sigma ; \overline{x} + 2\sigma]$$

EXEMPLE TRAITÉ

Calcule la moyenne et l'écart type de la série, puis compte les simulations dans chacun des deux intervalles.

La moyenne — La somme des 20 valeurs est 1017.
$\overline{x} = \frac{1017}{20} = 50{,}85$

La variance — La somme des carrés des 20 valeurs est $52\,327$.
$V = \frac{52\,327}{20} - 50{,}85^2 = 30{,}6275$

L'écart type — L'écart type $\sigma = \sqrt{30{,}6275} \approx 5{,}53$.

À un écart type — L'intervalle va d'environ $45{,}32$ à $56{,}38$: il contient 13 des 20 valeurs, soit $65\,\%$.

À deux écarts types — L'intervalle va d'environ $39{,}78$ à $61{,}92$: seule la valeur 62 en sort ; il contient 19 valeurs, soit $95\,\%$.

$$\overline{x} = 50{,}85 \ ; \ \text{écart type } \sigma \approx 5{,}53 \quad ; \quad 13 \text{ simulations, puis } 19$$

À ne pas faire : Compter 46 dans l'intervalle à un écart type parce que 46 est proche de 45,32 — $46 > 45{,}32$: 46 est bien dans l'intervalle ; mais 45 et 44 n'y sont pas. On compare chaque valeur aux bornes exactes de l'intervalle, sans « à peu près ».

23. ACTIVITÉ

Pour comprendre : l'effet de structure

CE QU'IL DIT

Hedhi 7aja ghriba fi les statistiques. Fi 2005, le taux de réussite el koll tla3 : men 60 % l 68. Ama ki nchoufou koll catégorie wa7edha : les non redoublants hbtou chwaya, w les redoublants hbtou men 100 % l 90. Kifech el koll yetla3 w koll jez2 yahbet ? 5ater fi 2005, les redoublants, elli yenaj7ou akthar, walleou 100 sur 250, mouch 30. Hedha esmou effet de structure. W chkoun 3andou el 7a9 ? El koll : le directeur ye7ki 3la 3adad les admis, le professeur 3la le taux, w l'élève w le redoublant 3la koll catégorie.

هذي حاجة غريبة في les statistiques . في le taux de réussite ، deux mille cinq الكل طلع : من soixante pour cent لـ soixante-huit . أما كي نشوفو كل catégorie وحدها : les non redoublants هبطو شويّة ، w les redoublants هبطو من cent pour cent لـ quatre-vingt-dix . كيفاش الكل يطلع w كل جزء يهبط ؟ خاطر في les redoublants ، deux mille cinq ، اللي ينجحو أكثر ، ولّاو cent sur deux cent cinquante ، موش trente . هذا اسمو w effet de structure شكون عندو الحقّ ؟ الكل : le directeur يحكي على عدد les admis ، le professeur على le redoublant w le élève w ، le taux على كل catégorie .

Voici une chose étonnante en statistiques. En deux mille cinq, le taux de réussite global monte : de soixante pour cent à soixante-huit. Mais si l'on regarde chaque catégorie séparément : les non-redoublants baissent un peu, et les redoublants passent de cent pour cent à quatre-vingt-dix. Comment le tout peut-il monter quand chaque partie baisse ? Parce qu'en deux mille cinq, les redoublants, qui réussissent mieux, sont cent sur deux cent cinquante, et non plus trente. C'est ce qu'on appelle un effet de structure. Et qui a raison ? Tout le monde : le directeur parle du nombre d'admis, le professeur du taux, l'élève et le redoublant de chaque catégorie.

Voici les résultats au baccalauréat d'un lycée en 2004 puis en 2005 :

	Présentés 2004	Admis 2004	Présentés 2005	Admis 2005
Non redoublants	220	120	150	80
Redoublants	30	30	100	90
Total	250	150	250	170

- Le directeur : « L'année 2005 marque une progression de $13\,\%$ dans la réussite au bac. »
- Un professeur : « Le taux de réussite n'a progressé que de $8\,\%$. »
- Un élève : « Qu'on soit redoublant ou pas, les résultats de 2004 sont meilleurs que ceux de 2005. »
- Un redoublant : « Dans ce lycée, en redoublant, les chances de réussir ont diminué de $10\,\%$. »

Qui a raison ? Tous, chacun à sa façon. Le taux global monte alors que **chaque** catégorie recule : c'est un **effet de structure**. En 2005, les redoublants, qui réussissent beaucoup mieux, forment une part bien plus grande des candidats (100 sur 250 au lieu de 30 sur 250).

EXEMPLE TRAITÉ

Calcule le taux de réussite global, celui des non redoublants et celui des redoublants, en 2004 puis en 2005, et vérifie chacune des quatre affirmations.

Maths à la carte
ABDELKADER HAMMAMI

Global —
$\frac{150}{250} = 60\,\%$; $\frac{170}{250} = 68\,\%$

Non redoublants —
$\frac{120}{220} \approx 54{,}5\,\%$; $\frac{80}{150} \approx 53{,}3\,\%$

Redoublants —
$\frac{30}{30} = 100\,\%$; $\frac{90}{100} = 90\,\%$

Le directeur — Le nombre d'admis passe de 150 à 170 : $\frac{170}{150} \approx 1{,}13$, soit environ $13\,\%$ d'admis en plus.

Le professeur — Le taux passe de $60\,\%$ à $68\,\%$: il gagne 8 points.

L'élève et le redoublant — Les deux catégories reculent ; pour les redoublants, le taux passe de $100\,\%$ à $90\,\%$: 10 points de moins.

> $60\,\% \to 68\,\%$ au total, alors que chaque catégorie recule

À ne pas faire : Le taux global a augmenté, donc les candidats ont mieux réussi dans chaque catégorie — Les deux catégories ont reculé ; c'est la composition des candidats qui a changé. Un taux global est une moyenne des taux de chaque catégorie, pondérée par leurs effectifs : il bouge aussi quand ces effectifs changent.

---

24. APPLICATION

Un problème pour aller plus loin : le médicament

CE QU'IL DIT

Nafs el 7aja m3a médicament. Fi la zone rurale, les hommes yebraw akthar men les femmes. W fi la zone urbaine zeda, les hommes yebraw akthar. Ama ki nlammou e-zouz zones : les hommes ta9rib 53,85 %, w les femmes 57,14. En9lbet ! 3lech ? 5ater les femmes aghlebhom tdewew fi la zone urbaine, w ghadi e-nes tebra akthar barcha. Ma najjmouch na7kmou 3la el far9 bin les hommes w les femmes, ken ma na7sbouch 7sab la zone.

نفس الحاجة مع médicament . في les hommes ، la zone rurale يبراو أكثر من les femmes في la zone . w زادة urbaine ، les hommes يبراو أكثر . أما كي نلمّو الزوز zones : les hommes تقريب cinquante-trois virgule quatre-vingt-cinq pour cent ، w les femmes cinquante-sept virgule quatorze انقلبت ! علاش ؟ خاطر les femmes أغلبهم تداواو في la zone urbaine ، w غادي الناس تبرا أكثر برشا . ما ننجّموش نحكمو على الفرق بين les hommes w les femmes ، كان ما نحسبوش حساب la zone .

Même phénomène avec un médicament. En zone rurale, les hommes guérissent mieux que les femmes. En zone urbaine aussi, les hommes guérissent mieux. Mais quand on réunit les deux zones : les hommes, environ cinquante-trois virgule quatre-vingt-cinq pour cent, et les femmes, cinquante-sept virgule quatorze. Le résultat s'inverse ! Pourquoi ? Parce que les femmes ont surtout été soignées en zone urbaine, où l'on guérit beaucoup mieux. On ne peut pas juger la différence entre hommes et femmes sans tenir compte de la zone.

Pour tester l'efficacité d'un médicament et comparer les taux de guérison chez l'homme et chez la femme, on a procédé à deux expérimentations, en zone rurale et en zone urbaine :

Zone rurale	Hommes	Femmes	Total
Effectif	3500	1500	5000
Guérisons	1500	500	2000
% de guérisons	42,86 %	33,33 %	40 %

Zone urbaine	Hommes	Femmes	Total
Effectif	3000	5500	8500
Guérisons	2000	3500	5500
% de guérisons	66,67 %	63,64 %	64,71 %

1. L'affirmation « le médicament est légèrement plus efficace chez les hommes que chez les femmes » ne paraît-elle pas légitime ?
2. Regroupe toutes les données dans un seul tableau. Quelle est ta conclusion ?

EXEMPLE TRAITÉ

Regroupe les deux zones et calcule, arrondis au centième, les pourcentages de guérison des hommes, des femmes et de l'ensemble.

Hommes —
$\frac{1500+2000}{3500+3000} = \frac{3500}{6500} \approx 53{,}85\,\%$

Femmes —
$\frac{500+3500}{1500+5500} = \frac{4000}{7000} \approx 57{,}14\,\%$

Ensemble —
$\frac{7500}{13\,500} \approx 55{,}56\,\%$

Conclusion — Dans chaque zone, les hommes guérissent un peu mieux ; mais, toutes zones réunies, ce sont les femmes. Les femmes ont été soignées surtout en zone urbaine, où l'on guérit beaucoup mieux : on ne peut pas conclure à une différence entre hommes et femmes sans tenir compte de la zone.

$$\text{hommes} \approx 53{,}85\,\% \ ; \ \text{femmes} \approx 57{,}14\,\% \ ; \ \text{ensemble} \approx 55{,}56\,\%$$

25. REMARQUE

Fluctuation d'échantillonnage

CE QU'IL DIT

Bel calculatrice, la touche Random ta3tina nombre bel sodfa, w menou ntalla3ou pile ou face, walla wejh mta3 dé. Ki n3awdou simulation, les fréquences tetbaddel : marra 40 % pile, marra 60. Hedha esmou la fluctuation d'échantillonnage. Ama koll ma nzidou fi 3adad les lancers, les fréquences

tet9arreb akthar : m3a 1000 lancers mta3 dé, koll wejh yetla3 ta9rib marra 3la 6. W 7aja ghriba : fi barcha données s7a7, le premier chiffre houwa 1 ta9rib 30 % mel marrat : hedhi la loi de Benford.

بالـ calculatrice ، الـ touche Random تعطينا nombre بالصدفة ، w منو نطلّعو pile ou face ، ولّا وجه متاع dé .
كي نعاودو les fréquences ، simulation تتبدّل : مرّة quarante pour cent pile ، مرّة soixante . هذا اسمو la
أما كل ما نزيدو في عدد les fréquences ، les lancers تتقارب أكثر : مع mille . fluctuation d'échantillonnage
متاع dé ، كل وجه يطلع تقريب مرّة على six . w حاجة غريبة : في برشا données صحاح ، le premier lancers
هو un تقريب trente pour cent مالمرّات : هذي la loi de Benford .

Avec la calculatrice, la touche Random donne un nombre au hasard, d'où l'on tire pile ou face, ou une face de dé. Quand on refait une simulation, les fréquences changent : une fois quarante pour cent de pile, une autre fois soixante. C'est la fluctuation d'échantillonnage. Mais plus on augmente le nombre de lancers, moins les fréquences fluctuent : avec mille lancers de dé, chaque face sort environ une fois sur six. Et une curiosité : dans beaucoup de données réelles, le premier chiffre est un environ trente pour cent des fois : c'est la loi de Benford.

La touche **Random** (ou Ran#) de la calculatrice donne un nombre « au hasard » de l'intervalle $[0;1[$. On en tire un entier au hasard : par exemple, la partie entière de $2 \times \text{Ran\#}$ donne 0 ou 1 (pile ou face), et la partie entière de $6 \times \text{Ran\#}$, augmentée de 1, donne un entier de 1 à 6 (un dé cubique équilibré).

On peut ainsi **simuler** 100 jets d'une pièce de monnaie, ou 1000 jets d'un dé, et résumer les résultats dans un tableau des fréquences.

- D'une simulation à l'autre, les fréquences obtenues **changent** : c'est la **fluctuation d'échantillonnage**. Deux séries de 20 lancers d'une pièce peuvent donner $40\,\%$ de pile, puis $60\,\%$.
- Plus l'échantillon est **grand**, plus les fréquences fluctuent **peu** : avec 1000 jets d'un dé équilibré, chaque face sort avec une fréquence proche de $\frac{1}{6} \approx 0{,}167$.

Une observation surprenante, la **loi de Benford** : dans beaucoup de données réelles, le premier chiffre significatif n'est pas équiréparti. Le chiffre 1 apparaît avec une fréquence voisine de $0{,}301$, le chiffre 2 de $0{,}176$, …, et le chiffre 9 seulement de $0{,}045$; un tirage au hasard d'un chiffre de 1 à 9, lui, donne des fréquences proches de $\frac{1}{9} \approx 0{,}111$.

EXEMPLE TRAITÉ

Quatre simulations de 20 lancers d'une pièce ont donné 9, 12, 8 et 11 fois pile. Calcule les quatre fréquences de pile et l'étendue de cette série de fréquences.

Les fréquences —

$\frac{9}{20} = 0{,}45 \quad ; \quad \frac{12}{20} = 0{,}6 \quad ; \quad \frac{8}{20} = 0{,}4 \quad ; \quad \frac{11}{20} = 0{,}55$

L'étendue —

$0{,}6 - 0{,}4 = 0{,}2$

Lecture — Sur 20 lancers seulement, la fréquence de pile varie nettement autour de $0{,}5$: elle fluctue d'un échantillon à l'autre.

$0{,}45$; $0{,}6$; $0{,}4$; $0{,}55$; étendue $0{,}2$

À ne pas faire : La pièce est truquée, puisqu'on a obtenu 12 pile sur 20 lancers — Sur 20 lancers, 12 pile est tout à fait possible avec une pièce équilibrée. Sur un petit échantillon, la fréquence fluctue beaucoup ; c'est sur un grand nombre de lancers qu'elle se rapproche de 0,5.

---

26. REMARQUE

Pour la culture : les pièges de la moyenne

CE QU'IL DIT

Chwaya culture : la moyenne tnajjem tghallthek. Bayya3 3andou mizen dhra3atou mouch kif kif. Youzen marra yal9a 900 grammes, w marra 961, w ya3tik la moyenne : 930,5. Ghalet ! El 7seb e-s7i7 ya3ti la racine carrée de 900 fois 961, ya3ni 30 fois 31 : 930 grammes. W el 7keya mta3 les deux chasseurs : wa7ed dhrab 3 mètres 3al limin, w le5er 3 mètres 3al lisar. En moyenne, el cerf madhroub ! Ma yekfich na7sbou moyenne : lezem nefhmou chnowa te7ki.

شويّة culture : la moyenne تنجّم تغلّطك . بيّاع عندو ميزان ذراعاتو موش كيف كيف . يوزن مرّة يلقى neuf cents grammes ، w مرّة w ، يعطيك neuf cent soixante et un ، la moyenne : neuf cent trente virgule cinq ! غالط . الحساب الصحيح يعطي la racine carrée de neuf cents fois neuf cent soixante et un ، يعني trente fois . w les deux chasseurs : واحد ضرب trois mètres على الحكاية متاع trente et un : neuf cent trente grammes . w لاخر trois mètres على اليسار . en moyenne ، الـ cerf مضروب ! ما يكفيش نحسبو moyenne : لازم w ، اليمين نفهمو شنوّة تحكي .

Un peu de culture : la moyenne peut tromper. Un marchand a une balance aux bras inégaux. Une pesée donne neuf cents grammes, l'autre neuf cent soixante et un, et il annonce la moyenne : neuf cent trente virgule cinq. Faux ! Le bon calcul donne la racine carrée de neuf cents fois neuf cent soixante et un, c'est-à-dire trente fois trente et un : neuf cent trente grammes. Et l'histoire des deux chasseurs : l'un tire trois mètres à droite, l'autre trois mètres à gauche. En moyenne, le cerf est touché ! Il ne suffit pas de calculer une moyenne : il faut comprendre ce qu'elle dit.

La balance truquée. Un marchand dispose d'une balance dont les deux bras n'ont pas tout à fait la même longueur. Pour une pesée, il fait deux mesures : en plaçant les masses marquées à gauche, il trouve 900 grammes ; en les plaçant à droite, il trouve 961 grammes. Il annonce alors la masse exacte $930{,}5$ grammes, la moyenne des deux résultats. Vrai ou faux ?

Faux. Si les bras ont pour longueurs ℓ_1 et ℓ_2 et si M est la vraie masse, l'équilibre du levier donne $M\,\ell_1 = 900\,\ell_2$ et $M\,\ell_2 = 961\,\ell_1$. En multipliant membre à membre, $M^2 = 900 \times 961$, donc $M = 30 \times 31 = 930$ grammes : la bonne moyenne n'est pas la moyenne arithmétique, mais la **moyenne géométrique** $\sqrt{900 \times 961}$.

La langue de bois. Cent bûcherons partirent un jour vers la forêt, accompagnés de deux femmes chargées de l'intendance. Avant la fin de l'hiver, deux des hommes épousèrent les deux femmes. Un statisticien résuma : « $2\,\%$ des hommes ont épousé $100\,\%$ des femmes. » Exact… et trompeur.

La cible. Deux chasseurs tirent sur un cerf : la flèche du premier passe trois mètres à droite, celle du second trois mètres à gauche. « En moyenne », l'animal est touché !

EXEMPLE TRAITÉ

Avec la balance truquée, les deux pesées donnent 900 grammes et 961 grammes. Quelle est la vraie masse ?

Les deux équilibres —

$$M \times \ell_1 = 900 \times \ell_2 \quad ; \quad M \times \ell_2 = 961 \times \ell_1$$

Membre à membre — On multiplie les deux égalités et on simplifie par le produit des longueurs, qui n'est pas nul.

$$M^2 = 900 \times 961$$

La vraie masse —

$$M = \sqrt{900 \times 961} = 30 \times 31 = 930$$

$$M = 930 \text{ grammes, et non } 930{,}5 \text{ grammes}$$

À RETENIR

CE QU'IL DIT EN L'ÉCRIVANT

Hedha elli lezmek tetfakkrou :

هذا اللي لازمك تتفكّرو :

Voici ce qu'il faut retenir :

1. Une série chronologique est une série de valeurs d'une même variable observée à des instants régulièrement espacés ; indice $= 100 \times$ coefficient multiplicateur.
   > Série chronologique : valeurs mta3 nafs la variable fi aw9at metba3din bel 9ad. L'indice égale cent fois le coefficient multiplicateur.
   > *Une série chronologique : les valeurs d'une même variable à des instants régulièrement espacés. L'indice égale cent fois le coefficient multiplicateur.*
2. Le mode est la valeur de plus grand effectif ; l'étendue est la plus grande valeur moins la plus petite.
   > Le mode houwa la valeur elli 3andha akber effectif, w l'étendue hiya akber valeur moins asghar valeur.
   > *Le mode est la valeur de plus grand effectif, et l'étendue est la plus grande valeur moins la plus petite.*

3. La médiane partage la population en deux parties de même effectif ; pour une série continue, on l'obtient par interpolation linéaire.

   > La médiane t9oss la population 3la zouz bel 9ad ; m3a série continue, nal9awha b l'interpolation linéaire.
   > *La médiane partage la population en deux parts égales ; pour une série continue, on l'obtient par interpolation linéaire.*

4. Q_1 (resp. Q_3) est la plus petite valeur telle qu'au moins $25\,\%$ (resp. $75\,\%$) de l'effectif ait une valeur inférieure ou égale ; $Q_3 - Q_1$ est l'écart interquartile.

   > Q1 houwa asghar valeur b 7aythou 3al a9al 25 % a9al menha walla kifha, w Q3 m3a 75 %. Q3 moins Q1 houwa l'écart interquartile.
   > *Q un est la plus petite valeur telle qu'au moins vingt-cinq pour cent soient inférieures ou égales, et Q trois avec soixante-quinze pour cent. Q trois moins Q un est l'écart interquartile.*

5. Le diagramme en boîte place les valeurs extrêmes, Q_1, la médiane et Q_3.

   > Le diagramme en boîte fih les valeurs extrêmes, Q1, la médiane w Q3.
   > *Le diagramme en boîte place les valeurs extrêmes, Q un, la médiane et Q trois.*

6. $\overline{x} = \dfrac{n_1 x_1 + \ldots + n_p x_p}{n}$; moyennes partielles : $\overline{z} = \dfrac{p\,\overline{x} + q\,\overline{y}}{p+q}$.

   > x barre égale n1 x1 plus et ainsi de suite, le tout sur n. W les moyennes partielles : p x barre plus q y barre, le tout sur (p plus q).
   > *x barre égale n un x un plus et ainsi de suite, le tout sur n. Et les moyennes partielles : p x barre plus q y barre, le tout sur p plus q.*

7. $V = \dfrac{n_1 (x_1)^2 + \ldots + n_p (x_p)^2}{n} - (\overline{x})^2$ et l'écart type $\sigma = \sqrt{V}$.

   > La variance : la moyenne des carrés moins x barre au carré, w l'écart type sigma houwa la racine carrée de V.
   > *La variance : la moyenne des carrés moins x barre au carré, et l'écart type sigma est la racine carrée de V.*

8. La série $(a\,x_i + b)$ a pour moyenne $a\,\overline{x} + b$; la série $(a\,x_i)$ a pour écart type $|a|\,\sigma$ et la série $(x_i + b)$ garde l'écart type σ.

   > La moyenne mta3 a x plus b hiya a x barre plus b. Ki nadhrbou fi a, l'écart type yetdhreb fi la valeur absolue de a, w ki nzidou b, ma yetbaddelch.
   > *La moyenne de a x plus b est a x barre plus b. En multipliant par a, l'écart type est multiplié par la valeur absolue de a ; en ajoutant b, il ne change pas.*

CE QU'IL DIT EN REFERMANT

Hakka kammelna les statistiques. Tfakker : 9bal ma te7seb la médiane walla les quartiles, rattab les valeurs ; la moyenne tet7seb b les effectifs, w tet2aththar b les valeurs extrêmes ; w l'écart type y9is la dispersion. W rodd belek men effet de structure. Yalla lel exercices.

هكّا كمّلنا les statistiques . تفكّر : قُبَيْل ما تحسب la médiane ولّا les quartiles ، رتّب les valeurs ؛ la moyenne تتحسب بـ les effectifs ، w تتأثّر بـ les valeurs extrêmes ؛ w l'écart type يقيس الـ w . dispersion ردّ بالك من effet de structure . يالله للـ exercices .

Voilà, nous avons terminé les statistiques. Retiens : avant de calculer la médiane ou les quartiles, range les valeurs ; la moyenne se calcule avec les effectifs, et les valeurs extrêmes la déplacent ; et l'écart type mesure la dispersion. Et méfie-toi de l'effet de structure. Allons aux exercices.

Questions fréquentes — ses réponses toutes prêtes

Quand un élève tape une de ces questions pendant le cours, cette réponse part aussitôt, avec sa voix, sans passer par le modèle. Les formulations sont celles qu'on reconnaît.

QUESTION 1 · POPULATION, ÉCHANTILLON, CARACTÈRE

c'est quoi un échantillon | echantillon chnowa | la taille de l'échantillon ma3neha | différence entre population et échantillon

CE QU'IL RÉPOND

La population hiya e-nes el koll elli n7ebbou na3rfou 3lihom, w l'échantillon houwa el jez2 menhom elli fe3lan sa2alnehom. La taille de l'échantillon hiya 3adad e-nes elli fih. Mathalan, les élèves mta3 l'établissement houma la population, w les 100 internes houma l'échantillon.

la population هي الناس الكل اللي نحبّو نعرفو عليهم ، w l'échantillon هو الجزء منهم اللي فعلا سألناهم . la taille de l'échantillon هي عدد الناس اللي فيه . مثلا ، les élèves متاع l'établissement هوما w ، la population les cent internes هوما l'échantillon .

La population, c'est l'ensemble des personnes qu'on veut étudier, et l'échantillon, c'est la partie qu'on a réellement interrogée. La taille de l'échantillon, c'est son effectif. Par exemple, les élèves de l'établissement forment la population, et les cent internes l'échantillon.

QUESTION 2 · POPULATION, ÉCHANTILLON, CARACTÈRE

quantitatif ou qualitatif comment savoir | c'est quoi un caractère qualitatif | caractere quantitatif ma3neha chnowa | qualitatif w quantitatif chnowa el far9

CE QU'IL RÉPOND

Le caractère quantitatif yet9as b nombre, kif l'âge, le poids walla la taille. Le caractère qualitatif ma yet9asch b nombre, kif le groupe sanguin walla la couleur. W 7atta ken nektbouh b chiffres, kif numéro de téléphone, yo93ed qualitatif : ma 3andou 7atta ma3na na3mlou 3lih moyenne.

الـ caractère quantitatif يتقاس بـ nombre ، كيف le poids ، la taille ولّا l'âge . الـ caractère qualitatif ما يتقاسش بـ nombre ، كيف le groupe sanguin ولّا w la couleur . حتّى كان نكتبوه بـ chiffres ، كيف numéro de ، يقعد téléphone ، qualitatif : ما عندو حتّى معنى نعملو عليه moyenne .

Un caractère quantitatif se mesure par un nombre, comme l'âge, le poids ou la taille. Un caractère qualitatif ne se mesure pas par un nombre, comme le groupe sanguin ou la couleur. Même écrit avec des chiffres, comme un numéro de téléphone, il reste qualitatif : en faire la moyenne n'aurait aucun sens.

QUESTION 3 · POUR COMPRENDRE : BÂTONS ET HISTOGRAMME

série discrète ou continue | c'est quoi une série continue | serie discrete chnowa | discret w continu chnowa el far9

CE QU'IL RÉPOND

Série discrète, les valeurs ma3zoulin, kif l'âge bel snin : 16, 17, 18. Série continue, le caractère ynajjem ye5ou ayy valeur fi intervalle, kif la taille walla le poids : nlammou les valeurs fi des classes. La série discrète nersmouha b diagramme en bâtons, w la série continue b histogramme.

série discrète ، les valeurs معزولين ، كيف l'âge بالسنين : série continue . dix-huit ، dix-sept ، seize ، الـ ينجّم ياخذ أيّ caractère في valeur intervalle ، كيف la taille وﻷّا le poids : نلمّو les valeurs في la des classes . نرسموها بـ série discrète ، w la série continue بـ diagramme en bâtons . histogramme

Dans une série discrète, les valeurs sont isolées, comme l'âge en années : seize, dix-sept, dix-huit. Dans une série continue, le caractère peut prendre n'importe quelle valeur d'un intervalle, comme la taille ou le poids : on regroupe les valeurs en classes. La première se représente par un diagramme en bâtons, la seconde par un histogramme.

QUESTION 4 · SÉRIE CHRONOLOGIQUE ET INDICE

c'est quoi une série chronologique | serie chronologique chnowa | chronologique ma3neha | exemple de série chronologique

CE QU'IL RÉPOND

Série chronologique hiya valeurs mta3 nafs la variable, nchoufouha fi aw9at metba3din bel 9ad, kif koll 3am walla koll chhar. Mathalan la production mta3 le blé dur 3am ba3d 3am. Nersmouha b courbe d'évolution : les années 3la l'axe des abscisses.

série chronologique هي valeurs متاع نفس الـ variable ، نشوفوها في أوقات متباعدين بالقدا ، كيف كل عام وﻷّا كل شهر . مثلا la production متاع le blé dur عام بعد عام . نرسموها بـ courbe d'évolution : les années على . l'axe des abscisses

Une série chronologique, ce sont les valeurs d'une même variable observées à des instants régulièrement espacés, par exemple chaque année ou chaque mois. Par exemple, la production de blé dur année après année. On la représente par une courbe d'évolution, avec les années en abscisse.

QUESTION 5 · SÉRIE CHRONOLOGIQUE ET INDICE

c'est quoi l'indice base 100 | indice kifech na7sbou | comment calculer l'indice d'une année

---

indice 49 ma3neha chnowa

CE QU'IL ÉCRIT AU TABLEAU

$$\text{indice} = 100 \times \frac{\text{valeur de l'année}}{\text{valeur de l'année de base}}$$

CE QU'IL RÉPOND

L'indice base 100 y9ayyes koll 3am b l'année de base. Na7sbou le coefficient multiplicateur, la valeur mta3 el 3am sur la valeur mta3 l'année de base, w nadhrbouh fi 100. Indice 147, ma3neha zedet 47 %. W indice 49, ma3neha n9sset 51 %.

l'indice base cent يقارن كل عام بـ l'année de base . نحسبو la valeur ، le coefficient multiplicateur متاع العام sur la valeur متاع w ، l'année de base نضربوه في indice cent quarante-sept . cent ، معناها زادت quarante-neuf . w indice sept pour cent ، معناها نقصت cinquante et un pour cent .

L'indice base cent situe chaque année par rapport à l'année de base. On calcule le coefficient multiplicateur, la valeur de l'année sur la valeur de l'année de base, et on le multiplie par cent. Un indice de cent quarante-sept signifie une hausse de quarante-sept pour cent, et un indice de quarante-neuf une baisse de cinquante et un pour cent.

QUESTION 6 · SÉRIE CHRONOLOGIQUE ET INDICE

c'est quoi le coefficient multiplicateur

coefficient multiplicateur kifech nal9ah

comment trouver le coefficient multiplicateur

CE QU'IL RÉPOND

Le coefficient multiplicateur houwa le nombre elli nadhrbou fih la valeur mta3 l'année de base bech nousslou l la valeur mta3 el 3am. Na7sbouh b quotient : la valeur mta3 el 3am sur la valeur de base. Ken akber men 1, zedet, w ken asghar men 1, n9sset.

le coefficient multiplicateur هو الـ nombre اللي نضربو فيه la valeur متاع l'année de base باش نوصلو لـ la valeur متاع العام . نحسبوه بـ quotient : la valeur متاع العام sur la valeur de base . كان أكبر من un ، زادت ، w كان أصغر من un ، نقصت .

Le coefficient multiplicateur est le nombre par lequel on multiplie la valeur de l'année de base pour obtenir celle de l'année. On le calcule par un quotient : la valeur de l'année sur la valeur de base. S'il est plus grand que un, il y a eu hausse ; plus petit que un, baisse.

QUESTION 7 · EXEMPLE : UN DIAGRAMME CIRCULAIRE

diagramme circulaire comment calculer les angles

l'angle d'un secteur kifech na7sbou

comment faire un diagramme circulaire

CE QU'IL ÉCRIT AU TABLEAU

$$\text{angle} = \frac{\text{effectif}}{\text{effectif total}} \times 360^\circ$$

CE QU'IL RÉPOND

Fel diagramme circulaire, 360 degrés hiya l'effectif total. L'angle mta3 koll secteur : l'effectif mte3ou sur l'effectif total, fois 360. W fel le5er net-thabtou elli el majmou3 ya3ti 360.

في الـ diagramme circulaire ، trois cent soixante degrés هي الـ l'effectif total . الـ angle متاع كل secteur : l'effectif متاعو w . trois cent soixante ، fois trois cent soixante sur l'effectif total ، في الآخر نتثبّتو اللي المجموع يعطي trois cent soixante .

Dans un diagramme circulaire, trois cent soixante degrés représentent l'effectif total. L'angle de chaque secteur est son effectif sur l'effectif total, fois trois cent soixante. À la fin, on vérifie que la somme des angles fait bien trois cent soixante.

QUESTION 8 · POUR COMPRENDRE : BÂTONS ET HISTOGRAMME

c'est quoi un histogramme | histogramme ou diagramme en bâtons | histogramme kifech nersmouh

CE QU'IL RÉPOND

L'histogramme ymaththel série continue : 3la koll classe nersmou rectangle, w les rectangles las9in fi b3adhhom. Ki les classes 3andhom nafs l'amplitude, e-toul mta3 le rectangle houwa l'effectif. Ama série discrète nersmouha b diagramme en bâtons, bâton l koll valeur.

الـ histogramme يمثّل série continue : على كل classe نرسمو les rectangles ، w rectangle لاصقين في بعضهم . كي les classes عندهم نفس l'amplitude ، الطول متاع الـ rectangle هو l'effectif . أما série discrète نرسموها بـ diagramme en bâtons ، bâton لكل valeur .

Un histogramme représente une série continue : sur chaque classe, on dessine un rectangle, et les rectangles sont accolés. Quand les classes ont la même amplitude, la hauteur du rectangle est l'effectif. Une série discrète, elle, se représente par un diagramme en bâtons, un bâton par valeur.

QUESTION 9 · EFFECTIFS CUMULÉS CROISSANTS

effectifs cumulés croissants kifech | c'est quoi l'effectif cumulé | comment calculer les effectifs cumulés | courbe des fréquences cumulées croissantes

CE QU'IL RÉPOND

L'effectif cumulé croissant y9ollek 9addech men individu 3andou valeur a9al walla kifha. Nrattbou les valeurs, w nzidou les effectifs wa7ed wra le5er. La fréquence cumulée hiya l'effectif cumulé sur l'effectif total. W fi la courbe, e-nou9ta mta3 koll classe n7ottouha fi la borne supérieure mte3ha.

l'effectif cumulé croissant يقلّك قدّاش من individu عندو valeur أقل ولّا كيفها . نرتّبو w les valeurs نزيدو les effectifs واحد ورا الآخر . la fréquence cumulée هي w l'effectif cumulé sur l'effectif total في la courbe ، النقطة متاع كل classe نحطّوها في la borne supérieure متاعها .

L'effectif cumulé croissant te dit combien d'individus ont une valeur inférieure ou égale. On range les valeurs et on additionne les effectifs les uns après les autres. La fréquence cumulée, c'est l'effectif cumulé sur l'effectif total. Et sur la courbe, le point de chaque classe se place à sa borne supérieure.

QUESTION 10 · POPULATION, ÉCHANTILLON, CARACTÈRE

c'est quoi la fréquence d'une valeur | frequence kifech na7sbouha | comment calculer une fréquence

CE QU'IL RÉPOND

La fréquence mta3 valeur hiya l'effectif mte3ha sur l'effectif total. Dima bin 0 w 1, w najjmou nektbouha pour cent. Mathalan 35 élève 3la 100 : 0,35, ya3ni 35 %. W majmou3 les fréquences el koll ya3ti 1.

la fréquence متاع valeur هي l'effectif متاعها sur l'effectif total . ديما بين 0 w un ، w نجّمو نكتبوها pour zéro virgule trente-cinq على trente-cinq élève مثلا . cent : zéro virgule trente-cinq ، يعني w . pour cent trente-cinq مجموع les fréquences الكل يعطي un .

La fréquence d'une valeur, c'est son effectif sur l'effectif total. Elle est toujours entre zéro et un, et on peut l'écrire en pourcentage. Par exemple trente-cinq élèves sur cent : zéro virgule trente-cinq, soit trente-cinq pour cent. Et la somme de toutes les fréquences vaut un.

QUESTION 11 · ÉTENDUE, MODE ET CLASSE MODALE

c'est quoi le mode d'une série | mode chnowa | classe modale kifech nal9aha | une série peut avoir deux modes

CE QU'IL RÉPOND

Le mode houwa la valeur elli 3andha akber effectif. Rodd belek : houwa valeur, mouch effectif. Série tnajjem ykoun 3andha zouz modes, ken zouz valeurs 3andhom nafs akber effectif. W m3a les classes, n7kiw 3la la classe modale, la classe elli 3andha akber effectif.

le mode هو الـ valeur اللي عندها أكبر effectif . ردّ بالك : هو valeur ، موش série . effectif تنجّم يكون عندها زوز modes ، كان زوز valeurs عندهم نفس أكبر w . les classes مع effectif ، نحكيو على la classe modale ، الـ classe اللي عندها أكبر effectif .

Le mode est la valeur qui a le plus grand effectif. Attention : c'est une valeur, pas un effectif. Une série peut avoir deux modes, si deux valeurs ont le même plus grand effectif. Avec des classes, on parle de classe modale : la classe de plus grand effectif.

QUESTION 12 · ÉTENDUE, MODE ET CLASSE MODALE

c'est quoi l'étendue | etendue kifech na7sbouha | l'étendue d'une série statistique

CE QU'IL RÉPOND

L'étendue hiya akber valeur moins asghar valeur. Mathalan les âges men 16 l 22 : l'étendue 6 ans. Ta3tik fekra 3la 9addech la série metfarr9a, ama valeur we7da chadhdha tnajjem tkabbarha barcha.

l'étendue هي أكبر valeur moins valeur أصغر . مثلا les âges من seize لـ six ans : l'étendue vingt-deux .
تعطيك فكرة على قدّاش la série متفرّقة ، أما valeur وحدة شاذّة تنجّم تكبّرها برشا .

L'étendue, c'est la plus grande valeur moins la plus petite. Par exemple, des âges de seize à vingt-deux ans : l'étendue est six ans. Elle donne une idée de la dispersion, mais une seule valeur isolée peut la gonfler beaucoup.

QUESTION 13 · LA MÉDIANE

c'est quoi la médiane | mediane chnowa | comment trouver la médiane | la médiane kifech nal9aha

CE QU'IL RÉPOND

La médiane hiya la valeur elli t9oss la population 3la zouz bel 9ad : e-noss 3andhom valeur a9al menha walla kifha, w e-noss le5er akthar. Bech nal9awha, awwel 7aja nrattbou les valeurs, w nesta3mlou les effectifs cumulés bech nal9aw le rang mta3 el wost.

la médiane هي الـ valeur اللي تقصّ الـ population على زوز بالقدا : النصّ عندهم valeur أقل منها ولّا كيفها ، w les valeurs نستعملو les effectifs cumulés باش نلقاو الـ rang النصّ لخر أكثر . باش نلقاوها ، أوّل حاجة نرتّبو ، w متاع الوسط .

La médiane est la valeur qui partage la population en deux parts égales : la moitié a une valeur inférieure ou égale, l'autre moitié une valeur supérieure ou égale. Pour la trouver, on range d'abord les valeurs, et on utilise les effectifs cumulés pour repérer le rang du milieu.

QUESTION 14 · LA MÉDIANE

médiane quand l effectif est pair | mediane ken n pair kifech | effectif impair rang de la médiane

CE QU'IL RÉPOND

Ken n impair, la médiane hiya la valeur de rang (n + 1)/2. Ken n pair, nekhdhou la moyenne mta3 les valeurs de rang n/2 et n/2 + 1. Mathalan 20 notes : les rangs 10 et 11.

كان la médiane ، n impair هي الـ le tout sur deux ، valeur de rang n plus un . كان n pair ، ناخذو la moyenne متاع les valeurs de rang n sur deux et n sur deux plus un . مثلا vingt notes : les rangs dix et onze .

Si n est impair, la médiane est la valeur de rang n plus un, le tout sur deux. Si n est pair, on prend la moyenne des valeurs de rangs n sur deux et n sur deux plus un. Par exemple, pour vingt notes : les rangs dix et onze.

QUESTION 15 · LA MÉDIANE D'UNE SÉRIE CONTINUE

c'est quoi l'interpolation linéaire | interpolation lineaire kifech | comment faire une interpolation

CE QU'IL ÉCRIT AU TABLEAU

$$\frac{m-60}{80-60}=\frac{150-74}{157-74}$$

CE QU'IL RÉPOND

M3a série continue, nefrdhou elli les valeurs mfarr9in bel 9ad fi koll classe. Nal9aw la classe elli fiha la médiane, w nektbou : m moins la borne inférieure, sur l'amplitude, égale l'effectif elli yelzemna moins l'effectif cumulé fi awwel la classe, sur l'effectif mta3 la classe. Mathalan : (m − 60)/20 = 76/83.

مع série continue ، نفرضو اللي les valeurs مفرّقين بالقدا في كل classe . نلقاو la classe اللي فيها la médiane ، w نكتبو : égale ، sur l'amplitude ، la borne inférieure m moins الـ effectif اللي يلزمنا moins l'effectif cumulé في أوّل الـ effectif ، sur l'effectif متاع الـ classe ، sur vingt ، égale soixante-seize sur : مثلا . m moins soixante quatre-vingt-trois .

Avec une série continue, on suppose les valeurs réparties régulièrement dans chaque classe. On repère la classe qui contient la médiane, et on écrit : m moins la borne inférieure, sur l'amplitude, égale l'effectif visé moins l'effectif cumulé au début de la classe, sur l'effectif de la classe. Par exemple : m moins soixante, sur vingt, égale soixante-seize sur quatre-vingt-trois.

QUESTION 16 · LES QUARTILES

c'est quoi un quartile | quartile kifech nal9ah | comment calculer Q1 et Q3 | premier quartile chnowa

CE QU'IL RÉPOND

Q1 houwa asghar valeur, b 7aythou 3al a9al 25 % men l'effectif 3andhom valeur a9al menha walla kifha. W Q3 nafs el 7aja m3a 75 %. Na7sbou 25 % de n, hedha rang, w nekhdhou la valeur elli fel rang hedheka. Ken mouch entier, nekhdhou le rang entier elli fou9ou toul : 2,25 ya3ti le rang 3. W le deuxième quartile houwa la médiane.

Q un هو أصغر valeur ، بحيث على الأقل vingt-cinq pour cent من l'effectif عندهم valeur أقل منها ولّا كيفها . w Q trois نفس الحاجة مع soixante-quinze pour cent . نحسبو vingt-cinq pour cent de n ، هذا w ، ناخذو rang la valeur اللي في الـ rang هذاكا . كان موش entier ، ناخذو le rang entier اللي فوقو طول : deux virgule vingt-cinq يعطي le deuxième quartile w . le rang trois هو la médiane .

Q un est la plus petite valeur telle qu'au moins vingt-cinq pour cent de l'effectif ont une valeur inférieure ou égale. Q trois, c'est la même chose avec soixante-quinze pour cent. On calcule vingt-cinq pour cent de n, ce qui donne un rang, et on prend la valeur qui occupe ce rang. Si ce n'est pas un entier, on prend le rang entier juste au-dessus : deux virgule vingt-cinq donne le rang trois. Le deuxième quartile, c'est la médiane.

QUESTION 17 · DIAGRAMME EN BOÎTE

c'est quoi l'écart interquartile | intervalle interquartile chnowa | interquartile kifech na7sbou

CE QU'IL ÉCRIT AU TABLEAU

$$Q_3 - Q_1$$

CE QU'IL RÉPOND

L'intervalle interquartile houwa men Q1 l Q3, w l'écart interquartile houwa Q3 moins Q1. Fih ta9rib e-noss elli fel wost mel série. Koll ma ykoun sghir, les valeurs mlammin 7dhe la médiane.

l'intervalle interquartile هو من Q un لـ Q trois ، w l'écart interquartile هو Q trois moins Q un . فيه تقريب النصّ اللي في الوسط مالـ série . كل ما يكون صغير ، les valeurs ملمومين حذا la médiane .

L'intervalle interquartile va de Q un à Q trois, et l'écart interquartile, c'est Q trois moins Q un. Il contient à peu près la moitié centrale de la série. Plus il est petit, plus les valeurs sont serrées autour de la médiane.

QUESTION 18 · DIAGRAMME EN BOÎTE

comment construire un diagramme en boîte | diagramme en boite kifech nersmouh | la boîte à moustaches

CE QU'IL RÉPOND

3la axe gradué n7ottou 5amsa nombres : asghar valeur, Q1, la médiane, Q3, w akber valeur. Nersmou rectangle men Q1 l Q3, w trait fi la médiane. W men koll jiha, 5att 7atta lel valeur extrême. La boîte e-twila ma3neha série metfarr9a.

على axe gradué نحطّو خمسة nombres : أصغر w ، Q trois ، la médiane ، Q un ، valeur أكبر valeur . نرسمو rectangle من Q un لـ w trait ، w في Q trois . la médiane من كل جيهة ، خطّ حتّى للـ valeur extrême . الـ boîte الطويلة معناها série متفرّقة .

Sur un axe gradué, on place cinq nombres : la plus petite valeur, Q un, la médiane, Q trois et la plus grande valeur. On dessine un rectangle de Q un à Q trois, avec un trait à la médiane, puis de chaque côté un trait jusqu'à la valeur extrême. Une boîte longue signale une série dispersée.

QUESTION 19 · LA MOYENNE

comment calculer la moyenne | moyenne kifech na7sbouha | formule de la moyenne

CE QU'IL ÉCRIT AU TABLEAU

$$\overline{x} = \frac{n_1 x_1 + n_2 x_2 + \ldots + n_p x_p}{n}$$

CE QU'IL RÉPOND

Nadhrbou koll valeur fi l'effectif mte3ha, nzidou el koll, w ndivisiw 3la l'effectif total. x barre égale n1 x1 plus n2 x2, et ainsi de suite, le tout sur n. M3a série continue, nekhdhou le centre mta3 koll classe.

نضربو كل valeur في l'effectif متاعها ، نزيدو الكل ، w ندفيزيو على l'effectif total . x barre égale n un x un . classe كل متاع le centre ناخذو ، série continue مع . plus n deux x deux ، et ainsi de suite ، le tout sur n

On multiplie chaque valeur par son effectif, on additionne tout, et on divise par l'effectif total. x barre égale n un x un plus n deux x deux, et ainsi de suite, le tout sur n. Avec une série continue, on prend le centre de chaque classe.

QUESTION 20 · LA MOYENNE

centre de la classe kifech | c'est quoi le centre d'une classe | pourquoi on prend le centre des classes

CE QU'IL RÉPOND

Le centre mta3 classe houwa la moyenne mta3 e-zouz bornes : la classe [8 ; 9[, le centre mte3ha 8,5. Nekhdhouh fi blaset les valeurs mta3 la classe, 5ater nefrdhou elli houma mfarr9in bel 9ad fiha. Hakka la moyenne elli nal9awha ta9ribiya.

le centre متاع classe هو la moyenne متاع الزوج la classe : bornes من huit لـ le centre ، neuf متاعها huit
ناخذوه في بلاصة les valeurs متاع الـ classe ، خاطر نفرضو اللي هوما مفرّقين بالقدا فيها . هكّا la virgule cinq . moyenne اللي نلقاوها تقريبية .

Le centre d'une classe est la moyenne de ses deux bornes : la classe de huit à neuf a pour centre huit virgule cinq. On le prend à la place des valeurs de la classe, en les supposant réparties régulièrement. La moyenne obtenue est donc une valeur approchée.

QUESTION 21 · UNE MOYENNE QUI NE DIT PAS TOUT

c'est quoi une moyenne élaguée | moyenne elaguee chnowa | pourquoi élaguer une série

CE QU'IL RÉPOND

La moyenne tet2aththar barcha b valeur extrême. Ken famma valeur chadhdha, kif nhar fih 150 millimètres mtar, nna77iw les valeurs extrêmes w na7sbou la moyenne mta3 elli b9aw : hedhi la moyenne élaguée. Ta3ti soura asa77 3la la série.

la moyenne تتأثّر برشا بـ valeur extrême . كان فمّا valeur شاذّة ، كيف نهار فيه cent cinquante millimètres
مطر ، ننحّيو les valeurs extrêmes w نحسبو la moyenne متاع اللي بقاو : هذي la moyenne élaguée . تعطي صورة أصحّ على الـ série .

La moyenne est très sensible aux valeurs extrêmes. Quand une valeur est isolée, comme un jour à cent cinquante millimètres de pluie, on retire les valeurs extrêmes et on calcule la moyenne de celles qui restent : c'est la moyenne élaguée. Elle donne une image plus fidèle de la série.

QUESTION 22 · MOYENNES PARTIELLES

moyennes partielles kifech | moyenne de deux groupes réunis | filles et garçons moyenne de la classe

CE QU'IL ÉCRIT AU TABLEAU

$$\overline{z} = \frac{p\,\overline{x} + q\,\overline{y}}{p + q}$$

CE QU'IL RÉPOND

Ma na3mlouch la moyenne mta3 e-zouz moyennes ! Narj3ou lel majemi3 : p fois x barre, plus q fois y barre, le tout sur (p plus q). 5ater koll groupe lezem yet7seb 9add ma 3andou men e-nes.

ما نعملوش la moyenne متاع الزوج moyennes ! نرجعو للمجاميع : p fois x barre ، plus q fois y barre ، le tout
خاطر كل groupe لازم يتحسب قدّ ما عندو مالناس . sur p plus q .

On ne fait pas la moyenne des deux moyennes ! On revient aux sommes : p fois x barre, plus q fois y barre, le tout sur p plus q. Car chaque groupe doit compter selon son effectif.

QUESTION 23 · MOYENNE ET APPLICATION AFFINE

si on ajoute 2 points à chaque note la moyenne | application affine moyenne et écart type | nzidou nafs el nombre l koll valeur

CE QU'IL ÉCRIT AU TABLEAU

$$\overline{a\,x+b} = a\,\overline{x} + b$$

CE QU'IL RÉPOND

Ken nzidou b l les valeurs el koll, la moyenne tzid b, w l'écart type ma yetbaddelch. Ken nadhrbou les valeurs el koll fi a, la moyenne tetdhreb fi a, w l'écart type fi la valeur absolue de a. Mathalan 2 points l koll tilmidh : la moyenne tzid 2.

كان نزيدو b لـ les valeurs الكل ، la moyenne تزيد l'écart type w ، b ما يتبدّلش . كان نضربو les valeurs الكل في a ، la moyenne تتضرب في a ، w l'écart type في a ، la valeur absolue de a . مثلا deux points لكل تلميذ : la moyenne تزيد deux .

Si on ajoute b à toutes les valeurs, la moyenne augmente de b, et l'écart type ne change pas. Si on multiplie toutes les valeurs par a, la moyenne est multipliée par a, et l'écart type par la valeur absolue de a. Par exemple, deux points de plus pour chaque élève : la moyenne augmente de deux.

QUESTION 24 · VARIANCE ET ÉCART TYPE

c'est quoi la variance | variance kifech na7sbouha | formule de la variance

CE QU'IL ÉCRIT AU TABLEAU

$$V = \frac{n_1(x_1)^2 + \ldots + n_p(x_p)^2}{n} - (\overline{x})^2$$

CE QU'IL RÉPOND

La variance V hiya la moyenne mta3 les carrés des écarts à la moyenne. Bech na7sbouha : la moyenne des carrés, ya3ni n1 x1 au carré plus... le tout sur n, w non9sou x barre au carré. Dima positive walla nulle.

la moyenne des : باش نحسبوها . les carrés des écarts à la moyenne متاع la moyenne هي la variance V . nulle ولّا positive ديما . x barre au carré ننقصو n un x un au carré plus ... le tout sur n ، w يعني ، carrés

La variance V est la moyenne des carrés des écarts à la moyenne. Pour la calculer : on prend la moyenne des carrés, c'est-à-dire n un x un au carré plus... le tout sur n, et on retranche x barre au carré. Elle est toujours positive ou nulle.

QUESTION 25 · VARIANCE ET ÉCART TYPE

c'est quoi l'écart type | ecart type chnowa | sigma ma3neha chnowa | à quoi sert l'écart type

CE QU'IL RÉPOND

L'écart type sigma houwa la racine carrée de la variance. Y9is 9addech les valeurs b3ad 3la la moyenne, w 3andou nafs l'unité mta3 les valeurs. Koll ma sigma kbir, la série metfarr9a. Koll ma sghir, les valeurs mlammin 7dhe la moyenne.

l'écart type sigma هو la racine carrée de la variance . يقيس قدّاش les valeurs بعاد على la moyenne ، w عندو نفس الـ unité متاع les valeurs . كل ما sigma كبير ، الـ série متفرّقة . كل ما صغير ، les valeurs ملمومين حذا la moyenne .

L'écart type sigma est la racine carrée de la variance. Il mesure à quel point les valeurs s'écartent de la moyenne, dans la même unité que les valeurs. Plus sigma est grand, plus la série est dispersée ; plus il est petit, plus les valeurs sont serrées autour de la moyenne.

QUESTION 26 · VARIANCE ET ÉCART TYPE

variance négative c est possible | j'ai trouvé une variance negative | el variance tla3et négative

CE QU'IL RÉPOND

La, la variance ma tnajjemch tkoun négative : hiya moyenne mta3 des carrés. Ken l9itha négative, famma ghalta : walla nsit trabba3 valeur négative, walla n9asst x barre blech carré, walla 9arrabt la moyenne bekri barcha.

la variance ، لا ما تنجّمش تكون négative : هي moyenne متاع des carrés . كان لقيتها négative ، فمّا غلطة : ولّا نسيت تربّع valeur négative ، ولّا نقصت x barre بلاش carré ، ولّا قرّبت la moyenne بكري برشا .

Non, une variance ne peut pas être négative : c'est une moyenne de carrés. Si tu en trouves une négative, il y a une erreur : un carré de nombre négatif mal calculé, la moyenne retranchée sans être élevée au carré, ou une moyenne arrondie trop tôt.

QUESTION 27 · UNE MOYENNE QUI NE DIT PAS TOUT

moyenne ou médiane laquelle choisir | el far9 bin la moyenne w la médiane | différence entre moyenne et médiane

CE QU'IL RÉPOND

La moyenne ta7seb les valeurs el koll, w tet2aththar barcha b valeur extrême. La médiane t9oss la population 3la zouz, w les valeurs extrêmes ma yba3douhech ken chwaya. Ken famma valeurs chadhdha, la médiane ta3ti soura asa77.

la moyenne تحسب الـ valeurs الكل ، w تتأثّر برشا بـ la médiane . valeur extrême تقصّ الـ population على زوز les valeurs extrêmes ، w ما يبعّدوهاش كان شويّة . كان فمّا valeurs شاذّة ، la médiane تعطي صورة أصحّ .

La moyenne tient compte de toutes les valeurs, et une valeur extrême la déplace beaucoup. La médiane partage la population en deux, et les valeurs extrêmes la déplacent très peu. Quand une série a des valeurs isolées, la médiane la résume plus fidèlement.

QUESTION 28 · POUR COMPRENDRE : L'EFFET DE STRUCTURE

c'est quoi l'effet de structure | effet de structure ma3neha | le taux global monte mais chaque groupe baisse

CE QU'IL RÉPOND

Effet de structure, ki le taux el koll yetla3, w koll catégorie wa7edha tahbet. 3lech ? 5ater la composition tbaddlet : la catégorie elli tenja7 akthar wallet akber. Le taux global houwa moyenne mta3 les taux, pondérée b les effectifs.

effet de structure ، كي le taux الكل يطلع ، w كل catégorie وحدها تهبط . علاش ؟ خاطر la composition تبدّلت : الـ catégorie اللي تنجح أكثر ولّات أكبر . le taux global هو moyenne متاع pondérée ، les taux بـ les effectifs .

On parle d'effet de structure quand le taux global monte alors que chaque catégorie, prise seule, baisse. Pourquoi ? Parce que la composition a changé : la catégorie qui réussit le mieux est devenue plus nombreuse. Le taux global est une moyenne des taux, pondérée par les effectifs.

QUESTION 29 · FLUCTUATION D'ÉCHANTILLONNAGE

c'est quoi la fluctuation d'échantillonnage | pourquoi la simulation change a chaque fois | fluctuation chnowa

CE QU'IL RÉPOND

Ki n3awdou nafs la simulation, les fréquences ma yjiwch kif kif : hedhi la fluctuation d'échantillonnage. 3adi. Ama koll ma nkabbrou l'échantillon, les fréquences tet9arreb akthar, w t9arreb men la valeur e-nadhariya, kif 0,5 l pile.

كي نعاودو نفس الـ simulation ، les fréquences ما يجيوش كيف كيف : هذي la fluctuation d'échantillonnage . عادي . أما كل ما نكبّرو الـ échantillon ، les fréquences تتقارب أكثر ، w تقرب من la valeur النظرية ، كيف zéro virgule cinq لـ pile .

Quand on refait la même simulation, les fréquences ne sont pas les mêmes : c'est la fluctuation d'échantillonnage. C'est normal. Mais plus l'échantillon est grand, moins les fréquences varient, et plus elles se rapprochent de la valeur théorique, comme zéro virgule cinq pour pile.

QUESTION 30 · FLUCTUATION D'ÉCHANTILLONNAGE

avec la calculatrice comment tirer un nombre au hasard | calculatrice random kifech | la touche random de la calculatrice

CE QU'IL RÉPOND

La touche Random, walla Ran, ta3tik nombre bel sodfa bin 0 w 1. Bech te5ou entier men 1 l 6 kif le dé : la partie entière de 6 fois Random, plus 1. W l pile ou face : la partie entière de 2 fois Random, ta3ti 0 walla 1.

الـ touche Random ، ولّا Ran ، تعطيك nombre بالصدفة بين zéro w un . باش تاخذ entier من un لـ six كيف الـ pile ou face : la partie entière de deux fois لـ dé : la partie entière de six fois Random ، plus un . w Random ، تعطي zéro ولّا un .

La touche Random, ou Ran, donne un nombre au hasard entre zéro et un. Pour un entier de un à six, comme un dé : la partie entière de six fois Random, plus un. Et pour pile ou face : la partie entière de deux fois Random, qui donne zéro ou un.

Les exercices — avec les corrigés

EXERCICE 1 · BASE

Les filles des deux lycées

Le lycée A compte 450 élèves dont $52\,\%$ de filles ; le lycée B compte 600 élèves dont $48\,\%$ de filles. On réunit les élèves des deux lycées. Combien de filles y a-t-il en tout ?

Donne le nombre total de filles : écris le nombre seul.

Réponse attendue : 522

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Calcule séparément le nombre de filles de chaque lycée : $52\,\%$ de 450, puis $48\,\%$ de 600.
2. Additionne ensuite les deux nombres de filles.

CORRECTION

Lycée A —

$450 \times 0{,}52 = 234$

Lycée B —

$600 \times 0{,}48 = 288$

En tout —

$234 + 288 = 522$

Il y a 522 filles, sur 1050 élèves : un peu moins de la moitié, qui serait 525.

PIÈGES ANTICIPÉS

525 → 525 est la moitié des 1050 élèves : c'est ce qu'on obtiendrait avec $50\,\%$ de filles partout. Calcule les filles de chaque lycée avec son propre pourcentage.

EXERCICE 2 · PRATIQUE

Autant de filles que de garçons

Le lycée A compte 450 élèves, le lycée B 600 élèves dont $48\,\%$ de filles. Combien de filles faudrait-il au lycée A pour que, en réunissant les deux lycées, il y ait autant de filles que de garçons ?

Donne le nombre de filles du lycée A.

Réponse attendue : 237

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Les deux lycées réunis comptent 1050 élèves : combien de filles faut-il en tout pour en avoir la moitié ?

2. Le lycée B a déjà $600 \times 0{,}48$ filles.

CORRECTION

La moitié —

$\frac{450+600}{2} = 525$

Les filles de B —

$600 \times 0{,}48 = 288$

Il en faut à A —

$525 - 288 = 237$

Il faudrait 237 filles au lycée A, soit environ $52{,}7\,\%$ de ses élèves.

PIÈGES ANTICIPÉS

`234` → 234, ce sont les filles actuelles du lycée A : avec elles, on n'a que 522 filles sur 1050 élèves. Il en manque.

`225` → 225 est la moitié des élèves de A ; mais le lycée B n'a pas moitié de filles : il faut compenser son manque.

EXERCICE 3 · BASE

Un coefficient multiplicateur

La production de blé dur est de 897 milliers de tonnes en 1990 et de 1706 milliers de tonnes en 1996. Calcule le coefficient multiplicateur qui fait passer de 1990 à 1996, arrondi au centième.

Donne le coefficient arrondi au centième, par exemple 1,25.

Réponse attendue : `1.9` — aussi acceptées : 1.90

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Le coefficient multiplicateur est le quotient de la valeur de 1996 par celle de l'année de base.
2. Calcule $1706 \div 897$, puis arrondis au centième.

CORRECTION

Le quotient —

$\frac{1706}{897} \approx 1{,}9019$

Le coefficient multiplicateur est environ $1{,}90$: l'indice de 1996, base 100 en 1990, est 190.

PIÈGES ANTICIPÉS

`0.53` → Tu as divisé dans l'autre sens : on divise la valeur de 1996 par celle de 1990, l'année de base.

`190` → 190 est l'indice ; le coefficient est cent fois plus petit.

EXERCICE 4 · BASE

L'indice de l'an 2000

La production de blé dur est de 897 milliers de tonnes en 1990 et de 706 milliers de tonnes en 2000. Quel est l'indice de l'année 2000, base 100 en 1990 ? On arrondira le coefficient multiplicateur au centième.

Donne l'indice, un nombre entier.

Réponse attendue : 79

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Calcule d'abord le coefficient multiplicateur $\dfrac{706}{897}$, arrondi au centième.
2. L'indice est ce coefficient multiplié par 100.

CORRECTION

Le coefficient —

$\frac{706}{897} \approx 0{,}79$

L'indice —

$100 \times 0{,}79 = 79$

L'indice de 2000 est 79 : la production a baissé d'environ $21\,\%$ depuis 1990.

PIÈGES ANTICIPÉS

`21` → 21 est le pourcentage de baisse ; l'indice compare à 100 : c'est $100 - 21$.

`0.79` → C'est le coefficient multiplicateur ; l'indice est cent fois plus grand.

EXERCICE 5 · BASE

Le secteur de l'orge

En 1990, la production de céréales était de 1633 milliers de tonnes, dont 477 milliers de tonnes d'orge. Dans un diagramme circulaire de cette production, quel est l'angle du secteur de l'orge, arrondi au degré ?

Donne l'angle en degrés, arrondi à l'unité.

Réponse attendue : 105

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Le disque entier, 360°, représente la production totale.
2. L'angle est proportionnel à l'effectif : $\dfrac{477}{1633} \times 360$.

CORRECTION

L'angle —

$\frac{477}{1633} \times 360 \approx 105{,}2$

Le secteur de l'orge mesure environ 105°.

PIÈGES ANTICIPÉS

`29` → 29 est (environ) le pourcentage de l'orge ; un angle se calcule sur 360°, pas sur 100.

EXERCICE 6 · BASE

Quantitatif ou qualitatif ?

Dans l'enquête de la médecine scolaire, on étudie l'âge, le poids, la taille et le groupe sanguin des élèves. Le caractère « groupe sanguin » est-il quantitatif ou qualitatif ?

Réponds par « quantitatif » ou « qualitatif ».

Réponse attendue : `qualitatif`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Un caractère est quantitatif quand on le mesure par un nombre.
2. Peut-on additionner deux groupes sanguins, ou en faire la moyenne ?

CORRECTION

Le groupe sanguin (A+, O-…) ne se mesure pas par un nombre : ses valeurs sont des modalités.

Le groupe sanguin est un caractère qualitatif.

PIÈGES ANTICIPÉS

`quantitatif` → L'âge, le poids et la taille sont quantitatifs ; le groupe sanguin ne se mesure pas par un nombre.

EXERCICE 7 · BASE Rhésus plus

Sur 100 élèves, la répartition selon le groupe sanguin est : A+ : 35 ; A- : 10 ; B+ : 10 ; B- : 5 ; AB+ : 5 ; AB- : 0 ; O+ : 30 ; O- : 5. Quel est le pourcentage des élèves ayant un rhésus plus ?

Donne le pourcentage, sans le signe $\%$.

Réponse attendue : `80`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Les groupes de rhésus plus sont ceux marqués du signe $+$.
2. Additionne leurs effectifs, sur un total de 100 élèves.

CORRECTION

Rhésus plus —

$35 + 10 + 5 + 30 = 80$

80 élèves sur 100, soit $80\,\%$, ont un rhésus plus.

PIÈGES ANTICIPÉS

`20` → $20\,\%$, ce sont les élèves de rhésus moins.

EXERCICE 8 · BASE L'âge médian

Les âges des 100 élèves internes sont : 16 ans (20 élèves), 17 ans (45), 18 ans (25), 19 ans (4), 20 ans (1), 21 ans (3), 22 ans (2). Détermine l'âge médian.

Donne l'âge médian, en années : écris le nombre seul.

Réponse attendue : 17

INDICES, DANS L'ORDRE

1. L'effectif est pair : la médiane est la moyenne des âges de rangs 50 et 51.
2. Calcule les effectifs cumulés croissants pour situer ces rangs.

CORRECTION

Les effectifs cumulés —

20 ; 65 ; 90 ; 94 ; 95 ; 98 ; 100

Les rangs 50 et 51 — Les élèves de rangs 21 à 65 ont tous le même âge.

L'âge médian est 17 ans.

PIÈGES ANTICIPÉS

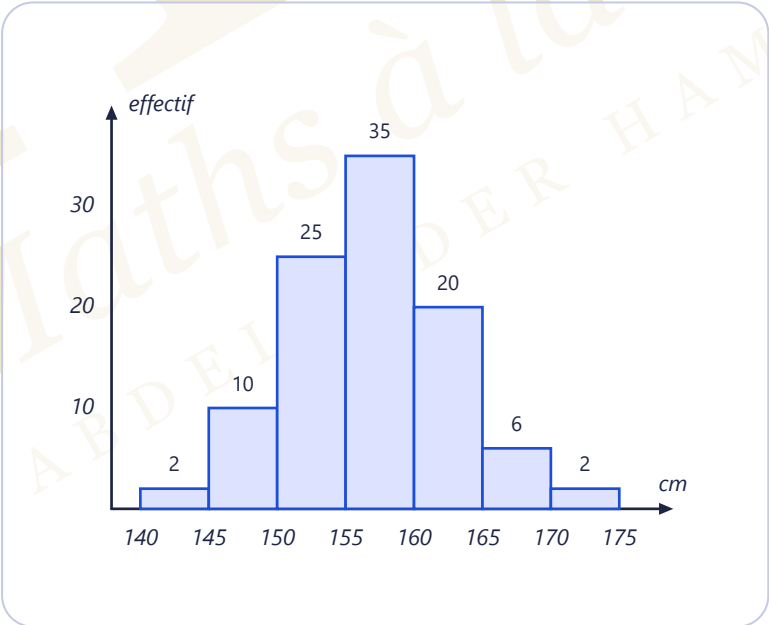
`19` → 19 est au milieu de la liste des âges 16 à 22 ; mais la médiane partage les ÉLÈVES en deux : chaque âge compte autant de fois que son effectif.

`17.38` → Tu as calculé (environ) la moyenne ; la médiane se lit sur la série rangée.

EXERCICE 9 · PRATIQUE

La taille médiane

Les tailles de 100 élèves sont réparties ainsi : $[140;145[$: 2 ; $[145;150[$: 10 ; $[150;155[$: 25 ; $[155;160[$: 35 ; $[160;165[$: 20 ; $[165;170[$: 6 ; $[170;175[$: 2. En supposant la répartition uniforme dans chaque classe, calcule par interpolation linéaire la taille médiane, en centimètres, arrondie au dixième.



Répartition de 100 élèves par tranche de taille (en cm).

L'histogramme des tailles de 100 élèves. En abscisse, la taille en centimètres, de 140 à 175, découpée en sept classes de même amplitude 5 cm ; en ordonnée, l'effectif. Au palier 2, sur chaque classe on dresse un rectangle dont la hauteur est l'effectif : 2 pour la classe de 140 à 145, 10 de 145 à 150, 25 de 150 à 155, 35 de 155 à 160, 20 de 160 à 165, 6 de 165 à 170 et 2 de 170 à 175. Le rectangle le plus haut est celui de la classe de 155 à 160.

Donne la taille médiane en centimètres, arrondie au dixième.

Réponse attendue : `156.9`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Les effectifs cumulés sont 2 ; 12 ; 37 ; 72 ; … : dans quelle classe l'effectif cumulé atteint-il 50 ?
2. Sur la classe $[155;160[$, l'effectif cumulé passe de 37 à 72 : écris $\dfrac{m-155}{160-155}=\dfrac{50-37}{72-37}$.

CORRECTION

La classe médiane — $37<50\leq 72$: la médiane est dans $[155;160[$.

Interpolation —

$\frac{m-155}{5}=\frac{13}{35}$

On isole m —

$m=155+5\times\frac{13}{35}\approx 156{,}86$

La taille médiane est environ $156{,}9$ centimètres.

PIÈGES ANTICIPÉS

`157.5` → $157{,}5$ est le centre de la classe médiane ; l'interpolation tient compte de la position de 50 entre 37 et 72.

`156.86` / `156.857` → Ton calcul est juste, mais arrondis au dixième : $156{,}86\approx 156{,}9$.

`155+5*13/35` → C'est la bonne valeur, écrite exactement ; il reste à l'arrondir au dixième : $155+5\times\dfrac{13}{35}\approx 156{,}9$.

EXERCICE 10 · PRATIQUE

Le temps de transport médian

Le temps de transport quotidien de 300 ouvriers se répartit ainsi (en minutes) : $[20;40[$: 21 ; $[40;60[$: 53 ; $[60;80[$: 83 ; $[80;100[$: 128 ; $[100;120[$: 12 ; $[120;140[$: 3. Calcule la médiane par interpolation linéaire, arrondie au dixième.

Donne la médiane en minutes, arrondie au dixième.

Réponse attendue : `78.3`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. La moitié de l'effectif est 150. Les effectifs cumulés valent 21 ; 74 ; 157 ; …
2. Utilise la relation $\dfrac{m-60}{80-60}=\dfrac{150-74}{157-74}$.

CORRECTION

La classe — $74<150\leq 157$: la médiane est dans $[60;80[$.

Interpolation —

$m=60+20\times\frac{76}{83}\approx 78{,}31$

La médiane du temps de transport est environ $78{,}3$ minutes.

PIÈGES ANTICIPÉS

`70` → 70 est le centre de la classe ; or 150 est bien plus proche de 157 que de 74 : la médiane est près de 80.

`79.1` → Tu as écrit $\frac{150}{157}$; il faut retrancher ce qui est déjà atteint au début de la classe : $\frac{150-74}{157-74}$.

`78.31 / 78.313` → Ton calcul est juste, mais arrondis au dixième : $78{,}31 \approx 78{,}3$.

`60+20*76/83` → C'est la bonne valeur, écrite exactement ; il reste à l'arrondir au dixième : $60 + 20 \times \frac{76}{83} \approx 78{,}3$.

EXERCICE 11 · BASE

Médiane du premier groupe

Les notes d'un groupe de 20 élèves sont : 7 ; 7 ; 8 ; 11 ; 10 ; 7 ; 12 ; 14 ; 6 ; 8 ; 9 ; 9 ; 11 ; 7 ; 9 ; 13 ; 11 ; 10 ; 13 ; 8. Calcule la médiane de cette série.

Donne la note médiane.

Réponse attendue : 9

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Range d'abord les notes dans l'ordre croissant.
2. 20 est pair : prends la moyenne des notes de rangs 10 et 11.

CORRECTION

Ranger —

6 ; 7 ; 7 ; 7 ; 7 ; 8 ; 8 ; 8 ; 9 ; 9 ; 9 ; 10 ; ...

Rangs 10 et 11 — Les notes de rangs 10 et 11 sont égales.

La médiane est $m_1 = 9$.

PIÈGES ANTICIPÉS

`9.5` → $9{,}5$ est la moyenne de la série ; la médiane est la note du milieu de la série rangée.

EXERCICE 12 · BASE

Écart interquartile du deuxième groupe

Les notes d'un groupe de 20 élèves, rangées, sont : 2 ; 4 ; 4 ; 5 ; 5 ; 5 ; 6 ; 6 ; 7 ; 7 ; 8 ; 10 ; 11 ; 11 ; 14 ; 15 ; 17 ; 17 ; 17 ; 19. Calcule l'écart interquartile de cette série.

Donne l'écart interquartile.

Réponse attendue : 9

INDICES, DANS L'ORDRE

1. $25\,\%$ de 20 font 5 : Q_1 est la note de rang 5. $75\,\%$ de 20 font 15.
2. L'écart interquartile est $Q_3 - Q_1$.

CORRECTION

Premier quartile — La note de rang 5 : $Q_1 = 5$.

Troisième quartile — La note de rang 15 : $Q_3 = 14$.

L'écart —

$14 - 5 = 9$

L'écart interquartile est 9.

PIÈGES ANTICIPÉS

`17` → 17 est l'étendue, $19 - 2$; l'écart interquartile n'utilise que Q_1 et Q_3.

`10` → $15 - 5 = 10$ est l'écart entre les RANGS ; prends les notes qui occupent ces rangs.

EXERCICE 13 · PRATIQUE

Entre 7 et 11

Les notes d'un groupe de 20 élèves, rangées, sont : 6 ; 7 ; 7 ; 7 ; 7 ; 8 ; 8 ; 8 ; 9 ; 9 ; 9 ; 10 ; 10 ; 11 ; 11 ; 11 ; 12 ; 13 ; 13 ; 14. Quel est le pourcentage des élèves dont la note est comprise entre 7 et 11, bornes comprises ?

Donne le pourcentage, sans le signe $\%$.

Réponse attendue : 75

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Compte les notes supérieures ou égales à 7 et inférieures ou égales à 11.
2. Il y a 20 élèves en tout.

CORRECTION

Le compte — Seules les notes 6, 12, 13, 13 et 14 sont en dehors : il en reste 15.

Le pourcentage —

$\frac{15}{20} = 75\,\%$

$75\,\%$ des notes sont entre $Q_1 = 7$ et $Q_3 = 11$.

PIÈGES ANTICIPÉS

`40` → Tu as exclu les notes 7 et 11 ; l'énoncé dit « bornes comprises ».

EXERCICE 14 · PRATIQUE

Premier quartile par interpolation

Une série continue a pour effectifs : $[10;20[: 500$; $[20;30[: 400$; $[30;40[: 225$; $[40;50[: 150$; $[50;60[: 100$. On suppose la répartition uniforme dans chaque classe. Calcule le premier quartile Q_1 par interpolation linéaire.

Donne la valeur exacte de Q_1.

Réponse attendue : `16.875`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. L'effectif total est 1375 ; son quart est $343{,}75$.
2. $343{,}75 \leq 500$: Q_1 est dans la classe $[10;20[$, où l'effectif cumulé passe de 0 à 500.

CORRECTION

Le seuil —

$\frac{1375}{4} = 343{,}75$

Interpolation —

$\frac{Q_1 - 10}{20-10} = \frac{343{,}75-0}{500-0}$

On isole —

$Q_1 = 10 + 10 \times 0{,}6875 = 16{,}875$

$Q_1 = 16{,}875.$

PIÈGES ANTICIPÉS

`10.5` → Tu as pris le seuil 25 : il faut le quart de l'effectif total, $343{,}75$.

`16.88 / 16.9` → C'est une valeur arrondie ; on demande la valeur exacte : $Q_1 = 16{,}875$.

EXERCICE 15 · BASE

Médiane des pluies de la ville A

Les précipitations moyennes mensuelles d'une ville A, en millimètres, pendant 9 mois, sont : 47 ; 63 ; 51 ; 50 ; 63 ; 89 ; 72 ; 9 ; 7. Détermine la médiane de cette série.

Donne la médiane, en millimètres : écris le nombre seul.

Réponse attendue : `51`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Range les neuf valeurs dans l'ordre croissant.
2. 9 est impair : la médiane est la valeur de rang $\frac{9+1}{2}$.

CORRECTION

Ranger —

7 ; 9 ; 47 ; 50 ; 51 ; 63 ; 63 ; 72 ; 89

Rang 5 — La médiane est la cinquième valeur.

La médiane est 51 millimètres.

PIÈGES ANTICIPÉS

`63` → Tu as pris la valeur du milieu sans ranger la série : 63 est la cinquième valeur dans l'ordre des mois, pas dans l'ordre croissant.

EXERCICE 16 · PRATIQUE

La boîte de la ville B

Les précipitations moyennes mensuelles d'une ville B, en millimètres, pendant 9 mois, sont : 33 ; 28 ; 41 ; 34 ; 33 ; 37 ; 34 ; 20 ; 10. Calcule l'écart interquartile, c'est-à-dire la longueur de la boîte de

son diagramme en boîte.

Donne l'écart interquartile, en millimètres : écris le nombre seul.

Réponse attendue : 6

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Range la série. $25\,\%$ de 9 font $2{,}25$: Q_1 est la valeur de rang 3.
2. $75\,\%$ de 9 font $6{,}75$: Q_3 est la valeur de rang 7.

CORRECTION

Ranger —

$10\,;\ 20\,;\ 28\,;\ 33\,;\ 33\,;\ 34\,;\ 34\,;\ 37\,;\ 41$

Les quartiles — $Q_1 = 28$ (rang 3) et $Q_3 = 34$ (rang 7).

L'écart interquartile est $34 - 28 = 6$ millimètres.

PIÈGES ANTICIPÉS

`31` → 31 est l'étendue, $41 - 10$; la boîte va de Q_1 à Q_3.

`14` → Tu as pris Q_1 au rang 2 ; le rang doit atteindre au moins $2{,}25$, donc c'est le rang 3.

EXERCICE 17 · BASE

La consommation moyenne

On a testé 150 voitures. Leur consommation, en litres aux 100 kilomètres, se répartit ainsi : $[8;9[$: 32 ; $[9;10[$: 27 ; $[10;11[$: 20 ; $[11;12[$: 43 ; $[12;13[$: 28. Calcule la consommation moyenne, arrondie à 10^{-1} près.

Donne la moyenne arrondie au dixième.

Réponse attendue : `10.6`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Remplace chaque classe par son centre : $8{,}5$; $9{,}5$; …
2. Multiplie chaque centre par l'effectif de sa classe, additionne, puis divise par l'effectif total.

CORRECTION

La somme —

$32 \times 8{,}5 + 27 \times 9{,}5 + 20 \times 10{,}5 + 43 \times 11{,}5 + 28 \times 12{,}5 = 1583$

La moyenne —

$\frac{1583}{150} \approx 10{,}55$

La consommation moyenne est environ $10{,}6$ litres aux 100 kilomètres.

PIÈGES ANTICIPÉS

`10.5` → Tu as fait la moyenne des cinq centres sans tenir compte des effectifs.

EXERCICE 18 · BASE

Kilomètres par mois

Une voiture a parcouru, mois par mois pendant douze mois, les distances suivantes (en kilomètres) : 1400 ; 2600 ; 1800 ; 2300 ; 2400 ; 1600 ; 2800 ; 2900 ; 2100 ; 1500 ; 2000 ; 1200. Quel est le nombre moyen de kilomètres parcourus en un mois ?

Donne la distance moyenne en kilomètres : écris le nombre seul.

Réponse attendue : `2050`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Additionne les douze distances.
2. Divise la somme par le nombre de mois.

CORRECTION

La somme — La somme des douze distances est $24\,600$ kilomètres.

La moyenne —

$$\frac{24\,600}{12} = 2050$$

La voiture parcourt en moyenne 2050 kilomètres par mois.

EXERCICE 19 · PRATIQUE

La moyenne élaguée

Les précipitations d'une région pendant 10 jours sont : 0 millimètre (2 jours), 10 millimètres (2 jours), 11 millimètres (3 jours), 15 millimètres (1 jour), 20 millimètres (1 jour), 150 millimètres (1 jour). On supprime les deux valeurs extrêmes, 0 et 150. Calcule la précipitation moyenne des sept jours restants, arrondie au centième.

Donne la moyenne élaguée, arrondie au centième.

Réponse attendue : `12.57`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Il reste $2 + 3 + 1 + 1 = 7$ jours.
2. La somme des précipitations de ces jours est $2 \times 10 + 3 \times 11 + 15 + 20$.

CORRECTION

La somme —

$$2 \times 10 + 3 \times 11 + 15 + 20 = 88$$

La moyenne élaguée —

$$\frac{88}{7} \approx 12{,}571$$

La moyenne élaguée est environ $12{,}57$ millimètres, contre $23{,}8$ millimètres pour la moyenne des dix jours.

PIÈGES ANTICIPÉS

`23.8` → $23{,}8$ est la moyenne des dix jours ; on demande celle des sept jours qui restent.

`11` → En retirant les deux jours sans pluie et le jour à 150 millimètres, il reste sept jours, pas huit.

`12.571` / `12.5714` → Ton calcul est juste, mais arrondis au centième : $12{,}571 \approx 12{,}57$.

`88/7` → C'est la bonne valeur, écrite exactement ; il reste à l'arrondir au centième : $\frac{88}{7} \approx 12{,}57$.

EXERCICE 20 · BASE

La moyenne des filles

Les notes des 20 filles d'une classe sont : 12 ; 10 ; 10 ; 6 ; 8 ; 13 ; 11 ; 8 ; 6 ; 8 ; 10 ; 10 ; 10 ; 4 ; 7 ; 15 ; 14 ; 9 ; 12 ; 8. Calcule leur moyenne.

Donne la moyenne exacte.

Réponse attendue : `9.55`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Additionne les vingt notes.
2. Divise la somme par 20.

CORRECTION

La somme — La somme des 20 notes est 191.

La moyenne —

$\frac{191}{20} = 9{,}55$

La moyenne des filles est $9{,}55$.

EXERCICE 21 · PRATIQUE

Moyenne de la classe

Dans une classe, les 20 filles ont une moyenne de $9{,}55$ et les 15 garçons ont obtenu en tout 166 points. Calcule la moyenne de la classe.

Donne la moyenne exacte de la classe.

Réponse attendue : `10.2`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. La somme des notes des filles est $20 \times 9{,}55$.
2. La classe compte $20 + 15 = 35$ élèves.

CORRECTION

Les filles —

$20 \times 9{,}55 = 191$

La classe —

$\frac{191+166}{35} = \frac{357}{35} = 10{,}2$

La moyenne de la classe est $10{,}2$.

PIÈGES ANTICIPÉS

`10.31` → Tu as fait la moyenne des deux moyennes ; les deux groupes n'ont pas le même effectif.

EXERCICE 22 · BASE

Changer de barème

Dans un devoir noté sur 20, la moyenne d'une classe est de 14. Quelle serait la moyenne de cette classe si l'on avait noté sur 40 ?

Donne la moyenne sur 40.

Réponse attendue : 28

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Noter sur 40 au lieu de 20, c'est multiplier chaque note par le même nombre.
2. Si toutes les valeurs sont multipliées par a, la moyenne est multipliée par a.

CORRECTION

Le coefficient — Chaque note est multipliée par 2, donc la moyenne aussi.

$$2 \times 14 = 28$$

La moyenne serait 28 sur 40.

PIÈGES ANTICIPÉS

`34` → Changer de barème multiplie les notes, il ne leur ajoute pas 20.

`28/40` → On demande la moyenne sur 40 : écris seulement 28.

EXERCICE 23 · PRATIQUE

L'âge moyen du groupe

Dans un groupe de 60 personnes, la moyenne d'âge est de 22 ans pour les femmes et de 28 ans pour les hommes. Sachant qu'il y a $60\,\%$ d'hommes dans ce groupe, quelle est la moyenne d'âge du groupe ?

Donne l'âge moyen en années : écris le nombre seul.

Réponse attendue : `25.6`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Le groupe compte $60 \times 0{,}6 = 36$ hommes et 24 femmes.
2. Utilise la formule des moyennes partielles : $\dfrac{p\,\overline{x} + q\,\overline{y}}{p+q}$.

CORRECTION

Les effectifs —

$$36 \text{ hommes} \quad ; \quad 24 \text{ femmes}$$

La moyenne —

$$\frac{24\times 22 + 36\times 28}{60} = \frac{528+1008}{60} = \frac{1536}{60} = 25{,}6$$

La moyenne d'âge du groupe est $25{,}6$ ans.

PIÈGES ANTICIPÉS

25 → 25 est la moyenne de 22 et 28 ; mais il y a plus d'hommes que de femmes : leur âge pèse davantage.

EXERCICE 24 · RAISONNEMENT

Combien de filles ?

Une classe de 2e sciences compte 35 élèves. L'âge moyen des filles est 17 ans 2 mois, celui des garçons 17 ans 7 mois, et la moyenne d'âge de la classe est 17 ans 4 mois. Combien y a-t-il de filles dans cette classe ?

Donne le nombre de filles : écris le nombre seul.

Réponse attendue : `21`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Compte les âges en mois : 17 ans 2 mois font 206 mois, 17 ans 7 mois 211 mois, 17 ans 4 mois 208 mois.
2. Avec f filles et $35 - f$ garçons : $206\,f + 211\,(35 - f) = 208 \times 35$.

CORRECTION

L'équation —

$$206\,f + 211\,(35 - f) = 208 \times 35$$

On développe —

$$7385 - 5f = 7280$$

On résout —

$$5f = 105 \iff f = 21$$

La classe compte 21 filles et 14 garçons.

PIÈGES ANTICIPÉS

14 → 14 est le nombre de garçons ; on demande les filles.

EXERCICE 25 · BASE

Les températures de la ville A

Les températures prises à la même heure pendant quatre jours dans une ville sont 6°, 5°, 17° et 16°. Leur moyenne est 11°. Calcule la variance V de cette série.

Donne la variance exacte.

Réponse attendue : `30.5`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. La variance est la moyenne des carrés des écarts à la moyenne.
2. Les écarts à 11 sont -5, -6, 6 et 5.

CORRECTION

Les carrés des écarts —

$25\ ;\ 36\ ;\ 36\ ;\ 25$

Leur moyenne —

$V = \frac{122}{4} = 30{,}5$

Par la formule — La moyenne des carrés des valeurs :

$\frac{36+25+289+256}{4} = \frac{606}{4} = 151{,}5$

Moins le carré de la moyenne —

$151{,}5 - 11^2 = 151{,}5 - 121 = 30{,}5$

La variance est $V = 30{,}5$.

PIÈGES ANTICIPÉS

`0` → La moyenne des écarts vaut toujours 0 : il faut prendre les CARRÉS des écarts.

`151.5` → $151{,}5$ est la moyenne des carrés ; il faut encore retrancher le carré de la moyenne, 11^2.

EXERCICE 26 · PRATIQUE

Variance des températures

Pendant dix jours, les températures d'une ville ont été : -1 degré (1 jour), 0 degré (3 jours), 1 degré (4 jours), 2 degrés (1 jour), 5 degrés (1 jour). Calcule la variance V de cette série.

Donne la variance exacte.

Réponse attendue : `2.4`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Calcule d'abord la moyenne : la somme des températures est 10.
2. La moyenne des carrés est $\frac{1+0+4+4+25}{10}$.

CORRECTION

La moyenne —

$\overline{x} = \frac{10}{10} = 1$

La moyenne des carrés —

$\frac{34}{10} = 3{,}4$

La variance —

$V = 3{,}4 - 1 = 2{,}4$

La variance est $V = 2{,}4$.

PIÈGES ANTICIPÉS

`3.4` → $3{,}4$ est la moyenne des carrés : retranche le carré de la moyenne.

`2.2` → Attention au carré de -1 : $(-1)^2 = 1$, et non -1.

EXERCICE 27 · PRATIQUE

Des températures doublées

Une série de températures a pour variance $2{,}4$. Une autre ville a, chaque jour, une température double de celle de la première. Calcule l'écart type des températures de cette seconde ville, arrondi au centième.

Donne l'écart type arrondi au centième.

Réponse attendue : `3.1` — aussi acceptées : 3.10

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Si on multiplie toutes les valeurs par a, l'écart type est multiplié par $|a|$.
2. L'écart type de la première série est la racine carrée de $2{,}4$.

CORRECTION

Première ville — L'écart type est la racine carrée de la variance : environ $1{,}549$.

Seconde ville —

$2 \times \sqrt{2{,}4} \approx 3{,}098$

L'écart type des températures doublées est environ $3{,}10$.

PIÈGES ANTICIPÉS

`4.8` → $4{,}8$ est le double de la variance ; or on demande un écart type, et doubler les valeurs multiplie la variance par 4.

`2.19` → Tu as pris la racine de $2 \times 2{,}4$; la variance est multipliée par $2^2 = 4$, pas par 2.

`3.098` / `3.0984` → Ton calcul est juste, mais arrondis au centième : $3{,}098 \approx 3{,}10$.

`2*sqrt(2.4) / sqrt(9.6)` → C'est la bonne valeur, écrite exactement ; il reste à l'arrondir au centième : $2\sqrt{2{,}4} \approx 3{,}10$.

EXERCICE 28 · PRATIQUE

Les loyers augmentent

Les loyers mensuels des appartements d'un ensemble d'immeubles sont : 5 studios à 100 dinars, 10 appartements « 1 + S » à 120 dinars, 30 « 2 + S » à 150 dinars et 10 « 3 + S » à 200 dinars. Quel serait le loyer moyen si tous les loyers augmentaient de $5\,\%$? Arrondis au centième.

Donne le loyer moyen en dinars, arrondi au centième.

Réponse attendue : `156.55`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Le loyer moyen actuel est $\dfrac{5 \times 100 + 10 \times 120 + 30 \times 150 + 10 \times 200}{55}$.
2. Augmenter tous les loyers de $5\,\%$, c'est les multiplier par $1{,}05$: la moyenne est multipliée par $1{,}05$.

CORRECTION

Loyer moyen actuel —

$\frac{500+1200+4500+2000}{55} = \frac{8200}{55} \approx 149{,}09$

Après hausse —

$1{,}05 \times \frac{8200}{55} \approx 156{,}545$

Le loyer moyen serait environ $156{,}55$ dinars.

PIÈGES ANTICIPÉS

`149.09` → C'est le loyer moyen actuel ; applique encore la hausse de $5\,\%$.

`154.09` → Tu as ajouté 5 dinars ; une hausse de $5\,\%$ multiplie par $1{,}05$.

`156.545 / 156.5454` → Ton calcul est juste, mais arrondis au centième : $156{,}545 \approx 156{,}55$.

`1.05*8200/55` → C'est la bonne valeur, écrite exactement ; il reste à l'arrondir au centième : $1{,}05 \times \dfrac{8200}{55} \approx 156{,}55$.

EXERCICE 29 · RAISONNEMENT

À un écart type de la moyenne

Vingt simulations de 100 lancers d'une pièce ont donné les nombres de pile suivants : 46 ; 48 ; 51 ; 62 ; 45 ; 47 ; 57 ; 59 ; 49 ; 53 ; 56 ; 44 ; 49 ; 50 ; 41 ; 58 ; 47 ; 56 ; 53 ; 46. Leur moyenne est $50{,}85$ et leur écart type environ $5{,}53$. Combien de simulations donnent un nombre de pile compris entre la moyenne moins l'écart type et la moyenne plus l'écart type ?

Donne le nombre de simulations : écris le nombre seul.

Réponse attendue : 13

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Calcule les bornes de l'intervalle : la moyenne moins l'écart type, et la moyenne plus l'écart type.
2. L'intervalle va d'environ $45{,}32$ à $56{,}38$: compte les valeurs de 46 à 56.

CORRECTION

Les bornes —

$50{,}85 - 5{,}53 = 45{,}32 \quad ; \quad 50{,}85 + 5{,}53 = 56{,}38$

Hors de l'intervalle — Sont en dehors : 41, 44, 45 (trop petites) et 57, 58, 59, 62 (trop grandes), soit 7 valeurs.

$20 - 7 = 13$ simulations sont dans l'intervalle, soit $65\,\%$.

PIÈGES ANTICIPÉS

`19` → 19 valeurs sont à moins de deux écarts types de la moyenne ; on demande à un écart type.

EXERCICE 30 · BASE

Le taux de réussite de 2005

En 2005, 250 élèves d'un lycée se sont présentés au baccalauréat et 170 ont été admis. Quel est le taux de réussite, en pourcentage ?

Donne le taux de réussite en pourcentage, sans le signe $\%$.

Réponse attendue : 68

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Le taux de réussite est le nombre d'admis sur le nombre de présentés.
2. Exprime ce quotient en pourcentage.

CORRECTION

Le taux —

$\frac{170}{250} = 0{,}68 = 68\,\%$

Le taux de réussite de 2005 est $68\,\%$.

EXERCICE 31 · RAISONNEMENT

Le médicament et les femmes

Un médicament a été testé sur 1500 femmes en zone rurale (500 guérisons) et sur 5500 femmes en zone urbaine (3500 guérisons). Quel est le pourcentage de guérison des femmes, toutes zones réunies, arrondi au centième ?

Donne le pourcentage arrondi au centième, sans le signe $\%$.

Réponse attendue : `57.14`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Additionne les guérisons des deux zones, puis les effectifs des deux zones.
2. On ne fait pas la moyenne des deux pourcentages : les deux effectifs sont très différents.

CORRECTION

Les totaux —

$500 + 3500 = 4000 \quad ; \quad 1500 + 5500 = 7000$

Le pourcentage —

$\frac{4000}{7000} \approx 0{,}5714$

Toutes zones réunies, environ $57{,}14\,\%$ des femmes guérissent — plus que les hommes ($53{,}85\,\%$), alors que les hommes guérissent mieux dans chaque zone.

PIÈGES ANTICIPÉS

`48.48` → Tu as fait la moyenne des deux pourcentages ; chaque zone compte selon son effectif.

EXERCICE 32 · DEFI

La balance truquée

Un marchand pèse un objet sur une balance dont les bras n'ont pas la même longueur. Avec les masses marquées à gauche, il trouve 900 grammes ; avec les masses marquées à droite, 961 grammes. L'équilibre donne $M^2 = 900 \times 961$, où M est la vraie masse. Quelle est la vraie masse, en grammes ?

Donne la masse en grammes : écris le nombre seul.

Réponse attendue : `930`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. $900 = 30^2$ et $961 = 31^2$.
2. La masse est positive : $M = \sqrt{900 \times 961}$.

CORRECTION

La racine —

$M = \sqrt{30^2 \times 31^2} = 30 \times 31 = 930$

La vraie masse est 930 grammes : la moyenne géométrique des deux pesées, et non leur moyenne arithmétique $930{,}5$ grammes.

PIÈGES ANTICIPÉS

`930.5` → C'est la moyenne arithmétique, celle du marchand ; l'équilibre de la balance donne un produit, pas une somme.

EXERCICE 33 · BASE

Le nombre d'enfants médian

Dans une classe de 36 élèves, la répartition du nombre d'enfants par famille est : 2 enfants (12 familles), 3 (15), 4 (5), 5 (2), 6 (2). Détermine la médiane de cette série.

Donne le nombre d'enfants médian.

Réponse attendue : 3

INDICES, DANS L'ORDRE

1. 36 est pair : la médiane est la moyenne des valeurs de rangs 18 et 19.
2. Les effectifs cumulés sont 12 ; 27 ; 32 ; 34 ; 36.

CORRECTION

Rangs 18 et 19 — Les familles de rangs 13 à 27 ont 3 enfants : celles de rangs 18 et 19 aussi.

La médiane est 3 enfants, et le mode aussi.

PIÈGES ANTICIPÉS

`4` → 4 est au milieu de la liste 2 à 6 ; mais chaque valeur compte autant de fois que son effectif.

EXERCICE 34 · PRATIQUE

Le salaire moyen

Les salaires mensuels, en dinars, des 110 employés d'une entreprise se répartissent ainsi : $[350; 400[$: 6 ; $[400; 450[$: 22 ; $[450; 500[$: 36 ; $[500; 550[$: 24 ; $[550; 600[$: 12 ; $[600; 650[$: 10. Calcule le salaire moyen.

Donne le salaire moyen en dinars.

Réponse attendue : 495

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Remplace chaque classe par son centre : 375 ; 425 ; ...
2. Multiplie chaque centre par l'effectif de sa classe, additionne et divise par 110.

CORRECTION

La somme —

$6 \times 375 + 22 \times 425 + 36 \times 475 + 24 \times 525 + 12 \times 575 + 10 \times 625 = 54\,450$

La moyenne —

$\frac{54\,450}{110} = 495$

Le salaire moyen est 495 dinars.

PIÈGES ANTICIPÉS

`500` → Tu as fait la moyenne des centres sans tenir compte des effectifs.

EXERCICE 35 · PRATIQUE

Le régime A

Cent personnes suivent un régime A. Leur perte de poids, en kilogrammes, se répartit ainsi : $[0;2[$: 11 ; $[2;4[$: 18 ; $[4;6[$: 30 ; $[6;8[$: 29 ; $[8;10[$: 10 ; $[10;12[$: 2. Calcule la perte de poids moyenne.

Donne la moyenne en kilogrammes : écris le nombre seul.

Réponse attendue : `5.3`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Les centres des classes sont 1 ; 3 ; 5 ; 7 ; 9 ; 11.
2. Calcule la somme des produits effectif fois centre, puis divise par 100.

CORRECTION

La somme —

$11 \times 1 + 18 \times 3 + 30 \times 5 + 29 \times 7 + 10 \times 9 + 2 \times 11 = 530$

La moyenne —

$\frac{530}{100} = 5{,}3$

La perte de poids moyenne avec le régime A est $5{,}3$ kilogrammes.

PIÈGES ANTICIPÉS

`4.3` → Tu as pris les bornes inférieures des classes ; on prend leurs centres.

EXERCICE 36 · RAISONNEMENT

L'écart interquartile d'une classe

Dans une classe de 30 élèves, les notes d'un devoir se répartissent ainsi : 4 (1 élève), 7 (1), 8 (3), 9 (4), 10 (6), 11 (2), 12 (5), 13 (3), 14 (2), 16 (2), 18 (1). Calcule l'écart interquartile.

Donne l'écart interquartile.

Réponse attendue : `4`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. $25\,\%$ de 30 font $7{,}5$: Q_1 est la plus petite note dont l'effectif cumulé atteint $7{,}5$. De même avec $75\,\%$ de 30, $22{,}5$.
2. Les effectifs cumulés sont 1 ; 2 ; 5 ; 9 ; 15 ; 17 ; 22 ; 25 ; 27 ; 29 ; 30.

CORRECTION

Premier quartile — L'effectif cumulé atteint $7{,}5$ à la note 9 (cumul 9) : $Q_1 = 9$.

Troisième quartile — Il atteint $22{,}5$ à la note 13 (cumul 25) : $Q_3 = 13$.

L'écart —

$$13 - 9 = 4$$

L'écart interquartile est 4.

PIÈGES ANTICIPÉS

3 → À la note 12, l'effectif cumulé n'est que 22 : il n'atteint pas $22{,}5$. Q_3 est la note suivante.

14 → 14 est l'étendue, $18 - 4$.

EXERCICE 37 · RAISONNEMENT

Harmoniser les notes d'un jury

Pour harmoniser les notes de plusieurs jurys, on transforme les notes x_i d'un jury en $y_i = a\,x_i + b$, avec $a > 0$. Les notes de ce jury ont une moyenne de 9 et un écart type de $4{,}5$. On veut que les nouvelles notes aient une moyenne de 10 et un écart type de 3. Calcule a, puis b.

Donne la valeur de b.

Réponse attendue : 4

INDICES, DANS L'ORDRE

1. L'écart type est multiplié par a (car $a > 0$) : $4{,}5 \times a = 3$.
2. La moyenne devient $a \times 9 + b$: elle doit valoir 10.

CORRECTION

L'écart type — L'écart type des y_i est a fois celui des x_i.

$$4{,}5\,a = 3 \quad \text{donc} \quad a = \tfrac{3}{4{,}5} = \tfrac{2}{3}$$

La moyenne — La moyenne des y_i est a fois celle des x_i, plus b.

$$\tfrac{2}{3} \times 9 + b = 10 \quad \text{donc} \quad b = 10 - 6 = 4$$

On prend $a = \dfrac{2}{3}$ et $b = 4$: par exemple, une note de 15 devient $\dfrac{2}{3} \times 15 + 4 = 14$.

PIÈGES ANTICIPÉS

1 → Tu as seulement décalé la moyenne de 9 à 10 ; il faut d'abord trouver a avec l'écart type, puis $b = 10 - 9a$.

-3.5 → Tu as pris $a = \dfrac{4{,}5}{3}$; or l'écart type est multiplié par a : $4{,}5\,a = 3$, donc $a = \dfrac{2}{3}$.

EXERCICE 38 · PRATIQUE

Deux sections d'un club

Un club sportif a deux sections. La section A compte 40 membres dont $35\,\%$ de filles ; la section B compte 60 membres dont $55\,\%$ de filles. Calculer le pourcentage de filles dans l'ensemble du club.

Donne le pourcentage, sans le signe $\%$.

Réponse attendue : 47

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Calcule d'abord le nombre de filles de chaque section, avec son propre pourcentage.
2. Divise ensuite le nombre total de filles par le nombre total de membres.

CORRECTION

Section A —

$40 \times 0{,}35 = 14$

Section B —

$60 \times 0{,}55 = 33$

Dans le club —

$\frac{14+33}{40+60} = \frac{47}{100} = 47\,\%$

Un pourcentage global se calcule avec les effectifs : on revient aux nombres de filles, puis on divise par l'effectif total.

PIÈGES ANTICIPÉS

$45 \to 45\,\%$ est la moyenne de $35\,\%$ et $55\,\%$: elle traite les deux sections comme si elles avaient le même effectif. La section B, plus nombreuse, pèse davantage.

EXERCICE 39 · RAISONNEMENT

Les internes du second lycée

Le lycée A compte 300 élèves, dont $40\,\%$ d'internes ; le lycée B compte 200 élèves. Dans l'ensemble des deux lycées, $46\,\%$ des élèves sont internes. Calculer le pourcentage d'internes du lycée B.

Donne le pourcentage, sans le signe $\%$.

Réponse attendue : 55

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Combien y a-t-il d'internes en tout dans les deux lycées ? Et combien dans le lycée A ?
2. Le reste des internes est dans le lycée B : rapporte-le à l'effectif de B.

CORRECTION

En tout —

$500 \times 0{,}46 = 230$

Lycée A —

$300 \times 0{,}40 = 120$

Lycée B —

$\frac{230-120}{200} = \frac{110}{200} = 55\,\%$

On ne raisonne pas sur les pourcentages directement : on revient aux effectifs, qui s'additionnent.

PIÈGES ANTICIPÉS

`52` → $52\,\%$ suppose que $46\,\%$ est la moyenne simple de $40\,\%$ et du pourcentage de B. Or les deux lycées n'ont pas le même effectif : reviens aux nombres d'internes.

`110` → 110 est le nombre d'internes du lycée B. On demande un pourcentage : rapporte-le aux 200 élèves de B.

EXERCICE 40 · BASE

La fréquence d'une modalité

Une enquête est menée auprès de 250 foyers d'une ville : 85 d'entre eux possèdent un ordinateur portable. Calculer la fréquence des foyers possédant un ordinateur portable, sous forme décimale.

Donne la fréquence sous forme décimale, par exemple 0,25.

Réponse attendue : `0.34`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. La fréquence d'une modalité est son effectif divisé par l'effectif total.
2. Ici l'effectif total est la taille de l'échantillon : le nombre de foyers interrogés.

CORRECTION

La formule —

$$\text{fréquence} = \frac{\text{effectif de la modalité}}{\text{effectif total}}$$

Ici —

$\frac{85}{250} = 0{,}34$

Une fréquence est un nombre entre 0 et 1 ; multipliée par 100, elle donne le pourcentage, ici $34\,\%$.

PIÈGES ANTICIPÉS

`34` → 34 est le pourcentage. La fréquence s'écrit sous forme décimale : divise par 100.

`250/85 / 2.94` → Tu as divisé l'effectif total par l'effectif de la modalité : c'est l'inverse. La fréquence est toujours inférieure ou égale à 1.

EXERCICE 41 · PRATIQUE

Retrouver un prix avec l'indice

Le prix moyen d'un kilogramme de tomates était de $0{,}800$ dinar en 2015. L'indice de ce prix en 2020, base 100 en 2015, est 135. Calculer le prix moyen d'un kilogramme de tomates en 2020, en dinars.

Donne le prix en dinars, par exemple 1,25.

Réponse attendue : `1.08`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Un indice 135 correspond à un coefficient multiplicateur de $\dfrac{135}{100}$.
2. Multiplie le prix de l'année de base par ce coefficient.

CORRECTION

Le coefficient —

$\frac{135}{100} = 1{,}35$

Le prix en 2020 —

$0{,}800 \times 1{,}35 = 1{,}080$

Valeur d'une année = valeur de l'année de base $\times \dfrac{\text{indice}}{100}$. Le prix a augmenté de $35\,\%$, et non de $0{,}35$ dinar.

PIÈGES ANTICIPÉS

`1.15` → Tu as ajouté $0{,}35$ dinar au prix. L'indice 135 signifie une hausse de $35\,\%$: on multiplie par $1{,}35$.

`1.35` → $1{,}35$ est le coefficient multiplicateur : multiplie-le par le prix de 2015.

EXERCICE 42 · RAISONNEMENT

D'un indice à l'autre

Le chiffre d'affaires d'une entreprise a pour indice 120 en 2018 et 150 en 2022, base 100 en 2015. Calculer le pourcentage d'augmentation du chiffre d'affaires entre 2018 et 2022.

Donne le pourcentage, sans le signe $\%$.

Réponse attendue : `25`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Les indices sont proportionnels aux valeurs : le coefficient multiplicateur de 2018 à 2022 est le quotient des deux indices.
2. Un coefficient multiplicateur k correspond à une évolution de $(k - 1) \times 100\,\%$.

CORRECTION

Le coefficient —

$\frac{150}{120} = 1{,}25$

Le pourcentage —

$(1{,}25 - 1) \times 100 = 25$

La différence de deux indices n'est un pourcentage que si l'on part de l'année de base. Entre deux autres années, on fait le quotient des indices.

PIÈGES ANTICIPÉS

`30` → $150 - 120 = 30$ points d'indice : c'est un pourcentage de la valeur de 2015, pas de celle de 2018. Fais le quotient des indices.

`50` → $50\,\%$ est la hausse depuis 2015, l'année de base. On demande la hausse depuis 2018.

EXERCICE 43 · RAISONNEMENT

Deux indices enchaînés

Une coopérative a produit 2400 tonnes d'olives en 2019. L'indice de sa production en 2021, base 100 en 2019, est 115 ; l'indice de 2023, base 100 en 2021, est 110. Calculer la production de 2023, en tonnes.

Donne la production en tonnes : écris le nombre seul.

Réponse attendue : `3036`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Commence par la production de 2021 : c'est 2400 multiplié par le coefficient qui correspond à l'indice 115.
2. Le second indice a pour base 2021 : il s'applique à la production de 2021, pas à celle de 2019.

CORRECTION

Production 2021 —

$$2400 \times 1{,}15 = 2760$$

Production 2023 —

$$2760 \times 1{,}10 = 3036$$

Quand les bases changent, les coefficients multiplicateurs se multiplient : $1{,}15 \times 1{,}10 = 1{,}265$, soit une hausse de $26{,}5\,\%$ en quatre ans.

PIÈGES ANTICIPÉS

`3000` → Tu as ajouté $15\,\%$ et $10\,\%$ de 2400. Mais la seconde hausse porte sur la production de 2021, déjà augmentée : les coefficients se multiplient.

`2760` → 2760 tonnes, c'est la production de 2021. Il reste à appliquer l'indice 110 de 2023.

EXERCICE 44 · BASE

Le secteur des marcheurs

Dans une classe de 40 élèves, 13 élèves viennent au lycée à pied. On représente les modes de transport de la classe par un diagramme circulaire. Calculer l'angle du secteur des élèves qui viennent à pied, en degrés.

Donne l'angle en degrés : écris le nombre seul.

Réponse attendue : `117`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Le disque entier, 360°, représente les 40 élèves.
2. L'angle d'un secteur est proportionnel à son effectif.

CORRECTION

La formule —

$\text{angle} = \frac{\text{effectif}}{\text{effectif total}} \times 360^\circ$

Ici —

$\frac{13}{40} \times 360 = 117^\circ$

Chaque élève occupe $\frac{360}{40} = 9^\circ$ du disque : 13 élèves en occupent 117°.

PIÈGES ANTICIPÉS

32.5 → $32{,}5\,\%$ est la part des élèves à pied. Pour l'angle, multiplie la fréquence par 360, pas par 100.

EXERCICE 45 · PRATIQUE

De l'angle à l'effectif

Dans un diagramme circulaire représentant les 450 adhérents d'une association selon leur activité préférée, le secteur « théâtre » a un angle de 72°. Calculer le nombre d'adhérents qui préfèrent le théâtre.

Donne le nombre d'adhérents : écris le nombre seul.

Réponse attendue : 90

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Quelle fraction du disque représente un angle de 72° ?
2. Cette fraction est aussi la fréquence de la modalité : applique-la à l'effectif total.

CORRECTION

La fréquence —

$\frac{72}{360} = \frac{1}{5} = 0{,}2$

L'effectif —

$0{,}2 \times 450 = 90$

On remonte de l'angle à l'effectif par la même proportionnalité : effectif $= \frac{\text{angle}}{360} \times$ effectif total.

PIÈGES ANTICIPÉS

324 → Tu as pris 72° pour $72\,\%$. Le disque complet fait 360°, pas 100 : divise l'angle par 360.

EXERCICE 46 · RAISONNEMENT

Le secteur manquant

Les élèves d'un lycée ont choisi un sport : football, handball ou volley-ball. Dans le diagramme circulaire de cette répartition, le secteur du football mesure 150° et celui du handball 90° ; 60 élèves ont choisi le volley-ball. Calculer le nombre d'élèves qui ont choisi le football.

Donne le nombre d'élèves : écris le nombre seul.

Réponse attendue : 75

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Commence par l'angle du secteur du volley-ball : les trois angles font 360° en tout.
2. Les 60 élèves du volley-ball correspondent à cet angle : déduis-en l'effectif total, puis celui du football.

CORRECTION

Angle du volley-ball —

$360 - 150 - 90 = 120^\circ$

Effectif total —

$60 \times \frac{360}{120} = 180$

Football —

$\frac{150}{360} \times 180 = 75$

Les effectifs sont proportionnels aux angles : on pouvait aussi écrire directement $60 \times \dfrac{150}{120} = 75$.

PIÈGES ANTICIPÉS

`180` → 180 est l'effectif total du lycée. Il reste à calculer la part du football, $\dfrac{150}{360}$ de ce total.

`120` → 120° est l'angle du secteur du volley-ball, pas un effectif.

EXERCICE 47 · PRATIQUE

Lire un histogramme

Un histogramme représente la durée du trajet quotidien de 80 élèves, en minutes. Ses rectangles ont pour hauteurs les effectifs : $[0;10[: 12$; $[10;20[: 26$; $[20;30[: 22$; $[30;40[: 14$; $[40;50[: 6$. Calculer le pourcentage des élèves dont le trajet dure au moins 30 minutes.

Donne le pourcentage, sans le signe $\%$.

Réponse attendue : 25

INDICES, DANS L'ORDRE

1. « Au moins 30 minutes » : quelles classes cela concerne-t-il ?
2. Additionne les effectifs de ces classes, puis rapporte la somme à l'effectif total.

CORRECTION

Les classes —

$[30;40[\quad \text{et} \quad [40;50[$

L'effectif —

$14 + 6 = 20$

Le pourcentage —

$\frac{20}{80} = 25\,\%$

Sur un histogramme à classes de même amplitude, on lit les effectifs des classes, puis on les additionne sur la partie demandée.

PIÈGES ANTICIPÉS

`75` → $75\,\%$ est la part des élèves dont le trajet dure moins de 30 minutes : c'est le contraire de ce qu'on demande.

20 → 20 est le nombre d'élèves concernés. On demande un pourcentage : rapporte-le aux 80 élèves.

EXERCICE 48 · BASE

Un effectif cumulé croissant

Les pointures de 50 élèves se répartissent ainsi : 38 (5 élèves), 39 (9), 40 (14), 41 (11), 42 (7), 43 (4). Calculer l'effectif cumulé croissant de la pointure 41.

Donne l'effectif cumulé : écris le nombre seul.

Réponse attendue : 39

INDICES, DANS L'ORDRE

1. L'effectif cumulé croissant d'une valeur compte les individus dont la valeur est inférieure ou égale à elle.
2. Additionne les effectifs des pointures 38, 39, 40 et 41.

CORRECTION

Les pointures concernées —

38 ; 39 ; 40 ; 41

La somme —

$5 + 9 + 14 + 11 = 39$

39 élèves ont une pointure inférieure ou égale à 41. L'effectif cumulé de la dernière valeur est toujours l'effectif total, ici 50.

PIÈGES ANTICIPÉS

11 → 11 est l'effectif de la seule pointure 41. L'effectif cumulé ajoute aussi les pointures plus petites.

22 → 22 compte les élèves de pointure 41 ou plus : c'est un cumul décroissant. On demande le cumul croissant.

28 → 28 compte les pointures strictement inférieures à 41. L'effectif cumulé de 41 inclut la pointure 41 elle-même.

EXERCICE 49 · PRATIQUE

La fréquence cumulée des oranges

On a pesé 200 oranges. Leurs masses, en grammes, se répartissent ainsi : $[100; 120[$: 18 ; $[120; 140[$: 46 ; $[140; 160[$: 70 ; $[160; 180[$: 44 ; $[180; 200[$: 22. Calculer la fréquence cumulée croissante de la classe $[140; 160[$, en pourcentage.

Donne le pourcentage, sans le signe $\%$.

Réponse attendue : 67

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Pour une classe $[a; b[$, l'effectif cumulé croissant compte les individus dont la valeur est inférieure à b.
2. Divise l'effectif cumulé par l'effectif total.

CORRECTION

Effectif cumulé —

$18 + 46 + 70 = 134$

Fréquence cumulée —

$\frac{134}{200} = 0{,}67 = 67\,\%$

$67\,\%$ des oranges pèsent moins de 160 grammes : c'est le sens d'une fréquence cumulée croissante.

PIÈGES ANTICIPÉS

35 → $35\,\%$ est la fréquence de la seule classe $[140; 160[$. La fréquence cumulée ajoute les classes précédentes.

89 → $89\,\%$ est la fréquence cumulée de la classe $[160; 180[$: tu as ajouté une classe de trop.

EXERCICE 50 · RAISONNEMENT

Lire les effectifs cumulés

Les âges des 125 participants à un marathon, regroupés en classes, ont pour effectifs cumulés croissants : $[20; 30[$: 15 ; $[30; 40[$: 42 ; $[40; 50[$: 90 ; $[50; 60[$: 118 ; $[60; 70[$: 125. Calculer le nombre de participants âgés d'au moins 40 ans.

Donne le nombre de participants : écris le nombre seul.

Réponse attendue : 83

INDICES, DANS L'ORDRE

1. L'effectif cumulé 42 de la classe $[30; 40[$ compte les participants de moins de 40 ans.
2. Les autres ont au moins 40 ans : retire-les de l'effectif total.

CORRECTION

Moins de 40 ans —

42

Au moins 40 ans —

$125 - 42 = 83$

Avec les effectifs cumulés croissants, « au moins b » s'obtient par différence : effectif total moins l'effectif cumulé jusqu'à b.

PIÈGES ANTICIPÉS

90 → 90 est l'effectif cumulé de $[40; 50[$: il compte les moins de 50 ans, y compris ceux de moins de 40 ans.

35 → $125 - 90 = 35$ compte les participants d'au moins 50 ans. La limite demandée est 40 ans.

48 → 48 est l'effectif de la seule classe $[40; 50[$. Il faut aussi compter les participants de 50 ans et plus.

EXERCICE 51 · BASE

L'étendue des températures

Les températures maximales, en degrés Celsius, relevées pendant une semaine dans une ville sont : 23 ; 27 ; 19 ; 31 ; 25 ; 18 ; 29. Calculer l'étendue de cette série, en degrés.

Donne l'étendue en degrés : écris le nombre seul.

Réponse attendue : 13

INDICES, DANS L'ORDRE

1. L'étendue est la différence entre la plus grande et la plus petite valeur.
2. Les valeurs ne sont pas rangées : cherche d'abord le maximum et le minimum.

CORRECTION

Les extrêmes —

$\max = 31 \quad ; \quad \min = 18$

L'étendue —

$31 - 18 = 13$

L'étendue mesure la largeur de la série ; elle ne dépend que des deux valeurs extrêmes.

PIÈGES ANTICIPÉS

6 → $29 - 23$: tu as pris la dernière et la première valeur de la liste. L'étendue utilise la plus grande et la plus petite.

EXERCICE 52 · BASE

Le nombre de frères et sœurs

On a demandé à 38 élèves leur nombre de frères et sœurs : 0 (6 élèves), 1 (14), 2 (11), 3 (5), 4 (2). Déterminer le mode de cette série.

Donne le mode : écris le nombre seul.

Réponse attendue : 1

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Le mode est une valeur de la série, pas un effectif.
2. Cherche la valeur qui a le plus grand effectif.

CORRECTION

Le plus grand effectif —

14

Le mode —

$\text{mode} = 1$

Le mode est la valeur la plus fréquente : ici, le plus souvent, un élève a un frère ou une sœur.

PIÈGES ANTICIPÉS

14 → 14 est le plus grand effectif. Le mode est la valeur qui lui correspond.

2 → 2 est la valeur du milieu de la liste $0, 1, 2, 3, 4$. Le mode est la valeur de plus grand effectif.

EXERCICE 53 · PRATIQUE

La classe modale des vitesses

Un radar a mesuré la vitesse de 125 véhicules, en kilomètres par heure : $[50;60[$: 14 ; $[60;70[$: 31 ; $[70;80[$: 45 ; $[80;90[$: 27 ; $[90;100[$: 8. Déterminer la classe modale, puis calculer son centre.

Donne le centre de la classe modale : écris le nombre seul.

Réponse attendue : 75

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Les classes ont toutes la même amplitude : la classe modale est celle du plus grand effectif.
2. Le centre d'une classe $[a;b[$ est $\dfrac{a+b}{2}$.

CORRECTION

La classe modale —

45 véhicules dans $[70;80[$

Son centre —

$\frac{70+80}{2} = 75$

Pour une série continue à classes de même amplitude, on parle de classe modale ; son centre la représente dans les calculs.

PIÈGES ANTICIPÉS

`45` → 45 est l'effectif de la classe modale. On demande son centre.

`70` → 70 est la borne inférieure de la classe modale. Le centre est au milieu des deux bornes.

EXERCICE 54 · RAISONNEMENT

Une note retrouvée

Les notes de cinq élèves sont 6 ; 9 ; 12 ; 15 et x, où x est un nombre entier. On sait que la série a pour étendue 11 et pour médiane 12. Déterminer x.

Donne la valeur de x.

Réponse attendue : 17

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Si x n'est pas une valeur extrême, l'étendue vaut $15-6$: est-ce possible ?
2. Il reste deux cas : x est la plus grande note, ou la plus petite. Calcule la médiane dans chacun.

CORRECTION

x est extrême — $15-6=9\neq 11$: x est la plus grande ou la plus petite note.

$x=6+11=17 \quad \text{ou} \quad x=15-11=4$

Si x = 4 — Les notes rangées sont 4 ; 6 ; 9 ; 12 ; 15 : la médiane est 9.

$m=9\neq 12$

Si x = 17 — Les notes rangées sont 6 ; 9 ; 12 ; 15 ; 17 : la médiane est 12.

$x=17$

Deux renseignements, deux filtres : l'étendue laisse deux possibilités, la médiane en élimine une.

PIÈGES ANTICIPÉS

`4` → Avec $x = 4$, l'étendue vaut bien 11, mais les notes rangées 4 ; 6 ; 9 ; 12 ; 15 ont pour médiane 9, pas 12.

EXERCICE 55 · PRATIQUE

La masse médiane des colis

Les masses, en kilogrammes, de 10 colis expédiés par un bureau de poste sont : $4{,}2$; $3{,}8$; $5{,}1$; $2{,}9$; $6{,}4$; $4{,}7$; $3{,}3$; $5{,}6$; $4{,}0$; $7{,}2$. Déterminer la masse médiane, en kilogrammes.

Donne la médiane en kg : écris le nombre seul.

Réponse attendue : `4.45`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Commence par ranger les masses dans l'ordre croissant.
2. L'effectif 10 est pair : la médiane est la moyenne des valeurs de rangs 5 et 6.

CORRECTION

Les masses rangées —

$2{,}9\,;\ 3{,}3\,;\ 3{,}8\,;\ 4{,}0\,;\ 4{,}2\,;\ 4{,}7\,;\ 5{,}1\,;\ 5{,}6\,;\ 6{,}4\,;\ 7{,}2$

Rangs 5 et 6 —

$4{,}2 \quad \text{et} \quad 4{,}7$

La médiane —

$m = \frac{4{,}2+4{,}7}{2} = 4{,}45$

Pour un effectif pair, on range, puis on prend la moyenne des deux valeurs du milieu, de rangs $\frac{n}{2}$ et $\frac{n}{2}+1$.

PIÈGES ANTICIPÉS

`5.55` → Tu as pris les cinquième et sixième valeurs de la liste telle qu'elle est donnée. Il faut d'abord ranger les masses.

`4.2 / 4.7` → L'effectif est pair : la médiane est la moyenne des deux valeurs de rangs 5 et 6, pas l'une d'elles.

EXERCICE 56 · PRATIQUE

Les buts d'un championnat

Pendant une saison, une équipe a joué 30 matchs. Le nombre de buts qu'elle a marqués par match se répartit ainsi : 0 but (7 matchs), 1 but (8), 2 buts (9), 3 buts (4), 4 buts (2). Déterminer la médiane de cette série.

Donne la médiane.

Réponse attendue : `1.5`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. L'effectif 30 est pair : il te faut les valeurs de rangs 15 et 16.

---

2. Calcule les effectifs cumulés croissants pour situer ces deux rangs.

CORRECTION

Effectifs cumulés —

$7 \quad ; \quad 15 \quad ; \quad 24 \quad ; \quad 28 \quad ; \quad 30$

Les deux rangs — Les matchs de rangs 8 à 15 ont 1 but ; ceux de rangs 16 à 24 en ont 2.

$\text{rang } 15 : 1 \quad ; \quad \text{rang } 16 : 2$

La médiane —

$m = \frac{1+2}{2} = 1{,}5$

Les deux rangs du milieu peuvent tomber sur deux valeurs différentes : la médiane est alors leur moyenne, même si elle n'est pas une valeur de la série.

PIÈGES ANTICIPÉS

2 → 2 est la valeur de rang 16 (et le mode). Avec 30 matchs, la médiane est la moyenne des valeurs de rangs 15 et 16.

1 → 1 est la valeur de rang 15 seulement : celle de rang 16 vaut 2. Fais la moyenne des deux.

EXERCICE 57 · DEFI

Faire bouger la médiane

Les notes d'un groupe de 18 élèves se répartissent ainsi : 8 (5 élèves), 10 (6), 12 (4), 14 (3). Des élèves ayant tous obtenu 14 rejoignent le groupe. Calculer le nombre d'élèves qui doivent le rejoindre pour que la médiane du nouveau groupe soit égale à 11.

Donne le nombre d'élèves à ajouter : écris le nombre seul.

Réponse attendue : 4

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Une médiane égale à 11, alors qu'aucune note ne vaut 11 : l'effectif doit être pair, et les deux valeurs du milieu doivent être 10 et 12.
2. Les notes 8 et 10 occupent les rangs 1 à 11 : quels doivent être les deux rangs du milieu ?

CORRECTION

Médiane actuelle — $n = 18$: les rangs 9 et 10 ont la note 10.

$m = 10$

Ce qu'il faut — La médiane 11 doit être la moyenne de 10 (rang 11, la dernière note 10) et de 12 (rang 12) : les rangs du milieu sont 11 et 12.

$\frac{n}{2} = 11 \iff n = 22$

Le nombre d'élèves —

$22 - 18 = 4$

On vérifie : avec 22 élèves, les rangs 11 et 12 ont les notes 10 et 12, de moyenne 11. Avec 3 ou 5 élèves ajoutés, l'effectif est impair et la médiane est une note de la série.

PIÈGES ANTICIPÉS

`3 / 5` → Avec un effectif impair, la médiane est une note de la série : 10 ou 12, jamais 11. Il faut un effectif pair, avec 10 et 12 au milieu.

EXERCICE 58 · PRATIQUE

La durée médiane des appels

Les durées, en minutes, de 200 appels reçus par un standard téléphonique se répartissent ainsi : $[0;4[: 30$; $[4;8[: 52$; $[8;12[: 64$; $[12;16[: 36$; $[16;20[: 18$. En supposant la répartition uniforme dans chaque classe, calculer la durée médiane par interpolation linéaire, en valeur exacte.

Donne la valeur exacte de la médiane.

Réponse attendue : `9.125`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. La moitié de l'effectif est 100 : dans quelle classe les effectifs cumulés franchissent-ils 100 ?
2. Dans cette classe, écris l'égalité des rapports entre les bornes et les effectifs cumulés.

CORRECTION

Effectifs cumulés —

$30 \quad ; \quad 82 \quad ; \quad 146 \quad ; \quad 182 \quad ; \quad 200$

La classe — $82 < 100 \leq 146$: la médiane est dans $[8;12[$.

$\frac{m-8}{12-8} = \frac{100-82}{146-82}$

La médiane —

$m = 8 + 4 \times \frac{18}{64} = 9{,}125$

Interpolation linéaire : on situe la moitié de l'effectif entre deux effectifs cumulés, et la médiane au même endroit entre les bornes de la classe.

PIÈGES ANTICIPÉS

`9.13 / 9.12 / 9.1` → C'est une valeur approchée. Le calcul tombe juste : donne la valeur exacte.

`10` → 10 est le centre de la classe $[8;12[$. L'interpolation situe la médiane plus précisément dans la classe.

`8+4*100/64 / 14.25` → Tu as utilisé 100 au lieu de $100 - 82$: il faut retrancher les 82 appels des classes précédentes.

EXERCICE 59 · RAISONNEMENT

Combien de visites de moins de 36 minutes ?

Les durées de visite, en minutes, des 250 visiteurs d'un musée se répartissent ainsi : $[0;15[: 40$; $[15;30[: 85$; $[30;45[: 75$; $[45;60[: 50$. En supposant la répartition uniforme dans chaque classe, estimer par interpolation linéaire le nombre de visiteurs restés moins de 36 minutes.

Donne le nombre de visiteurs : écris le nombre seul.

Réponse attendue : `155`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Les visiteurs des deux premières classes sont tous restés moins de 30 minutes.
2. Dans la classe $[30;45[$, la durée 36 est aux $\dfrac{6}{15}$ de la classe : quelle part de ses 75 visiteurs cela représente-t-il ?

CORRECTION

Moins de 30 minutes —

$40 + 85 = 125$

Entre 30 et 36 minutes —

$75 \times \frac{36-30}{45-30} = 75 \times \frac{6}{15} = 30$

Moins de 36 minutes —

$125 + 30 = 155$

L'interpolation linéaire marche dans les deux sens : d'un effectif cumulé vers une valeur (la médiane), ou d'une valeur vers un effectif cumulé.

PIÈGES ANTICIPÉS

`125` → 125 visiteurs sont restés moins de 30 minutes. Il faut ajouter ceux de la classe $[30;45[$ restés moins de 36 minutes.

`200` → 200 compte toute la classe $[30;45[$, jusqu'à 45 minutes. Seule une partie de ses visiteurs est restée moins de 36 minutes.

EXERCICE 60 · DEFI

Un effectif à retrouver

Une série continue a pour effectifs : $[0;20[: 30$; $[20;40[: x$; $[40;60[: 20$, où x est un entier non nul. On suppose la répartition uniforme dans chaque classe, et la médiane obtenue par interpolation linéaire est égale à 25. Déterminer x.

Donne la valeur de x.

Réponse attendue : `20`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. La médiane 25 est dans la classe $[20;40[$: la moitié de l'effectif total, $\dfrac{50+x}{2}$, est entre 30 et $30+x$.
2. Écris l'égalité de l'interpolation linéaire dans la classe $[20;40[$, puis résous l'équation d'inconnue x.

CORRECTION

La moitié de l'effectif —

$\frac{n}{2} = \frac{50+x}{2}$

L'interpolation —

$\frac{25-20}{40-20} = \frac{\frac{50+x}{2}-30}{x}$

L'équation —

$\frac{1}{4} = \frac{x-10}{2x} \iff 2x = 4x - 40$

La solution —

$x = 20$

On vérifie : $n = 70$, la moitié est 35, et $20 + 20 \times \dfrac{35 - 30}{20} = 25$. Une équation du premier degré suffit à remonter de la médiane à l'effectif.

EXERCICE 61 · PRATIQUE

Une médiane à partir des pourcentages

Une enquête sur le temps quotidien passé devant les écrans, en heures, donne la répartition suivante en pourcentages : $[0;2[$: $10\,\%$; $[2;4[$: $25\,\%$; $[4;6[$: $35\,\%$; $[6;8[$: $20\,\%$; $[8;10[$: $10\,\%$. En supposant la répartition uniforme dans chaque classe, calculer la médiane par interpolation linéaire, en heures, arrondie au centième.

Donne la médiane en heures, arrondie au centième.

Réponse attendue : `4.86`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Avec des fréquences, la moitié de la population correspond à $50\,\%$: utilise les fréquences cumulées croissantes.
2. Dans quelle classe les fréquences cumulées franchissent-elles $50\,\%$?

CORRECTION

Fréquences cumulées —

$10 \quad ; \quad 35 \quad ; \quad 70 \quad ; \quad 90 \quad ; \quad 100$

La classe — $35 < 50 \leq 70$: la médiane est dans $[4;6[$.

$\frac{m-4}{6-4} = \frac{50-35}{70-35}$

La médiane —

$m = 4 + 2 \times \frac{15}{35} \approx 4{,}86$

L'interpolation se fait aussi bien avec les fréquences cumulées qu'avec les effectifs cumulés : on vise $50\,\%$ au lieu de $\dfrac{n}{2}$.

PIÈGES ANTICIPÉS

`4.85` → $4{,}857\ldots$ arrondi au centième donne $4{,}86$: le chiffre suivant est 7, on arrondit au-dessus.

`4.857` / `4.8571` → On demande un arrondi au centième : deux chiffres après la virgule.

`5` → 5 est le centre de la classe $[4;6[$. L'interpolation situe la médiane plus précisément dans la classe.

EXERCICE 62 · BASE

Un premier quartile

Les nombres de livres empruntés en un mois par 12 lecteurs d'une bibliothèque sont : 5 ; 8 ; 3 ; 9 ; 12 ; 7 ; 6 ; 10 ; 4 ; 11 ; 8 ; 7. Déterminer le premier quartile Q_1 de cette série.

Donne la valeur de Q_1.

Réponse attendue : `5`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Range les valeurs dans l'ordre croissant.
2. Q_1 est la plus petite valeur telle qu'au moins $25\,\%$ des valeurs lui sont inférieures ou égales : calcule $25\,\%$ de 12.

CORRECTION

Les valeurs rangées —

$3\,;\,4\,;\,5\,;\,6\,;\,7\,;\,7\,;\,8\,;\,8\,;\,9\,;\,10\,;\,11\,;\,12$

Le rang —

$25\,\% \times 12 = 3$

Le quartile —

$Q_1 = 5$

Q_1 est la valeur dont le rang est le premier entier supérieur ou égal à $\dfrac{n}{4}$; on ne fait pas de moyenne de deux valeurs comme pour la médiane.

PIÈGES ANTICIPÉS

5.5 → Pour un quartile, on ne fait pas la moyenne des valeurs de rangs 3 et 4 : Q_1 est la valeur de rang 3, car $25\,\%$ de 12 font exactement 3.

3 → Tu as pris la troisième valeur de la liste donnée. Il faut d'abord ranger les valeurs.

EXERCICE 63 · PRATIQUE

Le troisième quartile des lectures

On a demandé à 40 élèves combien de romans ils ont lus pendant les vacances : 0 (4 élèves), 1 (9), 2 (10), 3 (7), 4 (6), 5 (4). Déterminer le troisième quartile Q_3 de cette série.

Donne la valeur de Q_3.

Réponse attendue : 3

INDICES, DANS L'ORDRE

1. $75\,\%$ de 40 font 30 : Q_3 est la valeur de rang 30.
2. Calcule les effectifs cumulés croissants pour trouver la valeur de rang 30.

CORRECTION

Le rang —

$75\,\% \times 40 = 30$

Effectifs cumulés —

$4 \quad ; \quad 13 \quad ; \quad 23 \quad ; \quad 30 \quad ; \quad 36 \quad ; \quad 40$

Le quartile — Les élèves de rangs 24 à 30 ont lu 3 romans.

$Q_3 = 3$

Au moins $75\,\%$ des élèves (30 sur 40) ont lu 3 romans ou moins, et 3 est la plus petite valeur qui le permet.

PIÈGES ANTICIPÉS

3.5 → Pour un quartile, on ne fait pas la moyenne des valeurs de rangs 30 et 31 : Q_3 est la plus petite valeur dont l'effectif cumulé atteint $75\,\%$, soit 30.

4 → 4 est la valeur de rang 31. L'effectif cumulé de 3 atteint déjà 30, c'est-à-dire $75\,\%$ de l'effectif.

EXERCICE 64 · PRATIQUE

Un quartile quand n/4 n'est pas entier

Les temps, en minutes, de 23 coureurs sur une course de 3 kilomètres sont : 12 (2 coureurs), 13 (3), 14 (5), 15 (6), 16 (4), 17 (3). Déterminer le premier quartile Q_1 de cette série.

Donne la valeur de Q_1, en minutes : écris le nombre seul.

Réponse attendue : 14

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Calcule $25\,\%$ de 23 : le résultat n'est pas entier.
2. Il faut au moins $25\,\%$ de l'effectif : prends le premier rang entier qui dépasse ce nombre.

CORRECTION

Le seuil —

$25\,\% \times 23 = 5{,}75$

Le rang — Le rang 5 ne suffit pas : $5 < 5{,}75$. On prend le rang 6.

$\text{rang } 6$

Effectifs cumulés —

$2 \quad ; \quad 5 \quad ; \quad 10 \quad ; \quad 16 \quad ; \quad 20 \quad ; \quad 23$

Le quartile —

$Q_1 = 14$

Quand $\dfrac{n}{4}$ n'est pas entier, on prend le rang entier immédiatement supérieur : c'est la plus petite valeur qui atteint $25\,\%$.

PIÈGES ANTICIPÉS

13 → 13 est la valeur de rang 5. Or 5 coureurs sur 23 ne font que $21{,}7\,\%$: il faut aller au rang 6.

15 → 15 est la médiane, la valeur de rang 12. Q_1 est la valeur de rang 6.

EXERCICE 65 · DEFI

Dans l'intervalle interquartile

Les temps de trajet, en minutes, de 40 élèves sont : 10 (3 élèves), 12 (6), 15 (9), 18 (8), 20 (7), 25 (5), 30 (2). Calculer le pourcentage des élèves dont le temps de trajet appartient à l'intervalle interquartile $[Q_1 ; Q_3]$.

Donne le pourcentage, sans le signe $\%$.

Réponse attendue : 60

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Commence par Q_1 et Q_3 : ce sont les valeurs de rangs 10 et 30, à lire sur les effectifs cumulés.

2. Compte ensuite les élèves dont le temps est compris entre Q_1 et Q_3, bornes comprises.

CORRECTION

Effectifs cumulés —

$3 \quad ; \quad 9 \quad ; \quad 18 \quad ; \quad 26 \quad ; \quad 33 \quad ; \quad 38 \quad ; \quad 40$

Les quartiles —

$Q_1 = 15 \quad (\text{rang } 10) \quad ; \quad Q_3 = 20 \quad (\text{rang } 30)$

Dans [Q1 ; Q3] —

$9 + 8 + 7 = 24$

Le pourcentage —

$\frac{24}{40} = 60\,\%$

L'intervalle interquartile contient au moins la moitié des valeurs, souvent plus quand des valeurs se répètent aux bornes : ici $60\,\%$.

PIÈGES ANTICIPÉS

`50` → $50\,\%$ serait la part d'une série sans valeurs répétées. Ici, plusieurs élèves ont exactement 15 ou 20 minutes : compte-les.

`20` → Tu as exclu les bornes Q_1 et Q_3. L'intervalle $[Q_1 ; Q_3]$ est fermé : les élèves de 15 et de 20 minutes y sont.

EXERCICE 66 · PRATIQUE

Le premier quartile des spectateurs

Les âges des 400 spectateurs d'un concert se répartissent ainsi : $[10; 20[$: 60 ; $[20; 30[$: 110 ; $[30; 40[$: 130 ; $[40; 50[$: 70 ; $[50; 60[$: 30. En supposant la répartition uniforme dans chaque classe, calculer le premier quartile Q_1 par interpolation linéaire, arrondi au dixième.

Donne Q_1 arrondi au dixième.

Réponse attendue : `23.6`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Le quart de l'effectif est $\frac{400}{4}$: dans quelle classe les effectifs cumulés franchissent-ils ce nombre ?
2. Interpole dans cette classe, comme pour la médiane.

CORRECTION

Le quart —

$\frac{400}{4} = 100$

Effectifs cumulés —

$60 \quad ; \quad 170 \quad ; \quad 300 \quad ; \quad 370 \quad ; \quad 400$

La classe — $60 < 100 \leq 170$: Q_1 est dans $[20; 30[$.

$\frac{Q_1 - 20}{10} = \frac{100 - 60}{110}$

Le quartile —

$Q_1 = 20 + \frac{400}{110} \approx 23{,}6$

Pour une série continue, Q_1 s'obtient comme la médiane, en visant le quart de l'effectif au lieu de la moitié.

PIÈGES ANTICIPÉS

`23.64 / 23.636` → On demande un arrondi au dixième : un seul chiffre après la virgule.

`25` → 25 est le centre de la classe $[20;30[$. L'interpolation situe Q_1 plus précisément.

`29.1 / 20+10*100/110` → Tu as utilisé 100 au lieu de $100-60$: retranche les 60 spectateurs de la première classe.

EXERCICE 67 · RAISONNEMENT

Un quartile sur une borne

Les âges des 400 spectateurs d'un concert se répartissent ainsi : $[10;20[$: 60 ; $[20;30[$: 110 ; $[30;40[$: 130 ; $[40;50[$: 70 ; $[50;60[$: 30. En supposant la répartition uniforme dans chaque classe, calculer le troisième quartile Q_3 par interpolation linéaire.

Donne la valeur de Q_3.

Réponse attendue : `40`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Calcule les trois quarts de l'effectif, puis les effectifs cumulés.
2. Regarde bien l'effectif cumulé de la classe $[30;40[$: que remarques-tu ?

CORRECTION

Les trois quarts —

$\frac{3\times400}{4}=300$

Effectifs cumulés —

$60 \quad ; \quad 170 \quad ; \quad 300 \quad ; \quad 370 \quad ; \quad 400$

L'interpolation — $170<300\leq300$: Q_3 est dans $[30;40[$, et l'effectif cumulé atteint 300 exactement à la borne 40.

$Q_3=30+10\times\frac{130}{130}=40$

Quand un effectif cumulé tombe exactement sur le seuil, le quartile est la borne supérieure de la classe : $75\,\%$ des spectateurs ont moins de 40 ans.

PIÈGES ANTICIPÉS

`35` → 35 est le centre de la classe $[30;40[$. L'interpolation donne la valeur exacte du quartile : ici, la borne 40.

`32.3 / 32.31` → Tu as interpolé la médiane, avec la moitié de l'effectif. Pour Q_3, vise les trois quarts : 300.

EXERCICE 68 · DEFI

L'écart interquartile des retards

Les retards, en minutes, de 160 trains se répartissent ainsi : $[0;5[$: 16 ; $[5;10[$: 40 ; $[10;15[$: 56 ; $[15;20[$: 32 ; $[20;25[$: 16. En supposant la répartition uniforme dans chaque classe, calculer l'écart

interquartile $Q_3 - Q_1$, les quartiles étant obtenus par interpolation linéaire.

Donne l'écart interquartile, en valeur exacte.

Réponse attendue : `8.25`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Le quart de l'effectif est 40 et les trois quarts 120 : situe-les dans les effectifs cumulés.
2. Fais deux interpolations, une dans chaque classe trouvée, puis la différence.

CORRECTION

Effectifs cumulés —

$16 \quad ; \quad 56 \quad ; \quad 112 \quad ; \quad 144 \quad ; \quad 160$

Premier quartile —

$16 < 40 \leq 56 : \quad Q_1 = 5 + 5 \times \frac{40-16}{40} = 8$

Troisième quartile —

$112 < 120 \leq 144 : \quad Q_3 = 15 + 5 \times \frac{120-112}{32} = 16{,}25$

L'écart —

$Q_3 - Q_1 = 8{,}25$

La moitié centrale des retards tient dans un intervalle de $8{,}25$ minutes, alors que l'étendue de la série est de 25 minutes.

PIÈGES ANTICIPÉS

`10` → $17{,}5 - 7{,}5 = 10$: tu as pris les centres des classes. Les quartiles s'obtiennent par interpolation dans chaque classe.

`8.3 / 8.2` → C'est une valeur approchée. Le calcul tombe juste : donne la valeur exacte.

EXERCICE 69 · RAISONNEMENT

Ce que dit une boîte

Le diagramme en boîte des notes de 120 élèves à un concours a pour valeurs extrêmes 4 et 19, pour quartiles $Q_1 = 8$ et $Q_3 = 15$, et pour médiane 11. Déterminer le nombre minimal d'élèves dont la note est inférieure ou égale à 15.

Donne le nombre d'élèves : écris le nombre seul.

Réponse attendue : `90`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. 15 est le troisième quartile : que dit sa définition sur la part des élèves dont la note est inférieure ou égale à Q_3 ?
2. Applique ce pourcentage à l'effectif total.

CORRECTION

La définition — Q_3 est la plus petite note telle qu'au moins $75\,\%$ des élèves ont une note inférieure ou égale à elle.

$75\,\%$

Le nombre d'élèves —

$$0{,}75 \times 120 = 90$$

Un diagramme en boîte ne donne pas les effectifs exacts, mais des garanties : au moins $25\,\%$, $50\,\%$, $75\,\%$ de l'effectif jusqu'à Q_1, m, Q_3.

PIÈGES ANTICIPÉS

`30` → 30, c'est un quart des élèves : la part au-dessus de Q_3, pas en dessous.

`60` → 60 est la moitié des élèves : c'est ce que garantit la médiane, 11. Ici, la note 15 est le troisième quartile.

EXERCICE 70 · PRATIQUE

La moustache de droite

Le nombre de messages envoyés en une journée par 15 élèves est : 31 ; 24 ; 45 ; 38 ; 27 ; 52 ; 33 ; 40 ; 29 ; 36 ; 48 ; 22 ; 35 ; 41 ; 30. Dans le diagramme en boîte de cette série, la moustache de droite va de Q_3 à la plus grande valeur. Calculer sa longueur.

Donne la longueur de la moustache : écris le nombre seul.

Réponse attendue : 11

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Range les valeurs, puis calcule $75\,\%$ de 15 pour trouver le rang de Q_3.
2. $75\,\%$ de 15 n'est pas un entier : prends le premier rang entier supérieur.

CORRECTION

Les valeurs rangées —

$$22\,;\ 24\,;\ 27\,;\ 29\,;\ 30\,;\ 31\,;\ 33\,;\ 35\,;\ 36\,;\ 38\,;\ 40\,;\ 41\,;\ 45\,;\ 48\,;\ 52$$

Le rang de Q3 —

$$75\,\% \times 15 = 11{,}25 \ \Rightarrow\ \text{rang } 12 : Q_3 = 41$$

La moustache —

$$52 - 41 = 11$$

Dans un diagramme en boîte, la boîte va de Q_1 à Q_3 ; les moustaches la prolongent jusqu'aux valeurs extrêmes.

PIÈGES ANTICIPÉS

`17` → $52 - 35$ part de la médiane. La moustache commence au bord de la boîte, en Q_3.

`12` → $52 - 40$: 40 est la valeur de rang 11. Or $11 < 11{,}25$: Q_3 est la valeur de rang 12.

EXERCICE 71 · RAISONNEMENT

Deux groupes, deux boîtes

Les notes de deux groupes de 8 élèves sont, pour le groupe A : 12 ; 9 ; 17 ; 6 ; 11 ; 14 ; 10 ; 12 et, pour le groupe B : 15 ; 2 ; 11 ; 19 ; 7 ; 13 ; 9 ; 16. Calculer la différence entre l'écart interquartile du groupe B et celui du groupe A.

Donne la différence des écarts interquartiles.

Réponse attendue : 5

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Range chaque série. Avec 8 valeurs, Q_1 est la valeur de rang 2 et Q_3 celle de rang 6.
2. Calcule l'écart interquartile de chaque groupe, puis la différence.

CORRECTION

Groupe A rangé —

$6\,;\,9\,;\,10\,;\,11\,;\,12\,;\,12\,;\,14\,;\,17 \quad Q_3 - Q_1 = 12 - 9 = 3$

Groupe B rangé —

$2\,;\,7\,;\,9\,;\,11\,;\,13\,;\,15\,;\,16\,;\,19 \quad Q_3 - Q_1 = 15 - 7 = 8$

La différence —

$8 - 3 = 5$

Les médianes sont proches ($11{,}5$ et 12), mais la boîte du groupe B est presque trois fois plus longue : ses notes sont bien plus dispersées.

PIÈGES ANTICIPÉS

6 → $17 - 11 = 6$ est la différence des étendues ; on l'obtient aussi en lisant les rangs 2 et 6 sans ranger les notes. On demande les écarts interquartiles, sur les séries rangées.

EXERCICE 72 · BASE **Les buts par match**

Lors d'un tournoi de 25 matchs, le nombre de buts marqués par match se répartit ainsi : 0 but (5 matchs), 1 but (8), 2 buts (6), 3 buts (4), 4 buts (2). Calculer le nombre moyen de buts par match.

Donne la moyenne.

Réponse attendue : `1.6`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Multiplie chaque valeur par son effectif et additionne les produits.
2. Divise la somme par l'effectif total, 25.

CORRECTION

Les produits —

$0 \times 5 + 1 \times 8 + 2 \times 6 + 3 \times 4 + 4 \times 2 = 40$

La moyenne —

$\overline{x} = \frac{40}{25} = 1{,}6$

La moyenne pondère chaque valeur par son effectif : $\overline{x} = \dfrac{n_1 x_1 + \ldots + n_p x_p}{n}$.

PIÈGES ANTICIPÉS

2 → 2 est la moyenne des cinq valeurs $0, 1, 2, 3, 4$, sans tenir compte des effectifs. Chaque valeur compte autant de fois que son effectif.

8 → Tu as divisé par le nombre de valeurs, 5. On divise par l'effectif total, 25 matchs.

EXERCICE 73 · PRATIQUE

La note du dernier devoir

Un élève a obtenu 12 ; 9 ; 14 et 11 à ses quatre premiers devoirs. Calculer la note qu'il doit obtenir au cinquième devoir pour que la moyenne de ses cinq notes soit égale à 12.

Donne la note du cinquième devoir.

Réponse attendue : 14

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Une moyenne de 12 sur cinq devoirs, quelle somme de notes cela représente-t-il ?
2. Retire de cette somme les points déjà obtenus.

CORRECTION

La somme visée —

$5 \times 12 = 60$

Déjà obtenu —

$12 + 9 + 14 + 11 = 46$

La note —

$x = 60 - 46 = 14$

Moyenne $\times$ effectif $=$ somme des valeurs : c'est le chemin le plus court pour retrouver une valeur manquante.

PIÈGES ANTICIPÉS

12 → Avec 12, la somme serait 58 et la moyenne $11{,}6$: les quatre premières notes ont une moyenne de $11{,}5$, inférieure à 12, il faut compenser.

EXERCICE 74 · RAISONNEMENT

Un effectif inconnu

Une série statistique prend les valeurs 10, 12 et 15, avec les effectifs respectifs 4, n et 6. Sa moyenne est $12{,}5$. Déterminer n.

Donne la valeur de n.

Réponse attendue : 10

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Écris la moyenne avec la formule : la somme des produits, divisée par l'effectif total $10 + n$.
2. Tu obtiens une équation du premier degré d'inconnue n.

CORRECTION

La moyenne —

$\frac{4\times10+12n+6\times15}{4+n+6} = 12{,}5$

L'équation —

$130 + 12n = 12{,}5\,(10 + n) = 125 + 12{,}5n$

La solution —

$0{,}5n = 5 \iff n = 10$

On vérifie : $\dfrac{40 + 120 + 90}{20} = 12{,}5$. Une moyenne connue donne une équation sur l'effectif inconnu.

PIÈGES ANTICIPÉS

`20` → 20 est l'effectif total $4 + n + 6$. On demande n, l'effectif de la valeur 12.

EXERCICE 75 · RAISONNEMENT

Une note mal saisie

La moyenne des notes de 25 élèves a été calculée : $11{,}2$. On s'aperçoit ensuite qu'une note de 17 avait été saisie 7 par erreur. Calculer la moyenne corrigée.

Donne la moyenne corrigée.

Réponse attendue : `11.6`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Retrouve d'abord la somme des 25 notes saisies, à partir de la moyenne.
2. La correction ajoute $17 - 7$ points à cette somme ; l'effectif ne change pas.

CORRECTION

La somme saisie —

$25 \times 11{,}2 = 280$

La somme corrigée —

$280 + (17 - 7) = 290$

La moyenne —

$\frac{290}{25} = 11{,}6$

Corriger une seule valeur de 10 points change la moyenne de $\dfrac{10}{25} = 0{,}4$ point : l'écart est réparti sur tout l'effectif.

PIÈGES ANTICIPÉS

`21.2` → Tu as ajouté les 10 points à la moyenne. Ils s'ajoutent à la somme des notes, puis se partagent entre les 25 élèves.

EXERCICE 76 · DEFI

Moyenne ou médiane ?

Les salaires mensuels, en dinars, des 100 employés d'une entreprise se répartissent ainsi : $[400; 600[$: 30 ; $[600; 800[$: 50 ; $[800; 1000[$: 15 ; $[1000; 1600[$: 5. En supposant la répartition uniforme dans chaque classe, calculer l'écart entre le salaire moyen et le salaire médian (obtenu par interpolation linéaire), en dinars.

Donne l'écart en dinars : écris le nombre seul.

Réponse attendue : `20`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Pour la moyenne, remplace chaque classe par son centre ; attention, la dernière classe est plus large.
2. Pour la médiane, cherche la classe où les effectifs cumulés franchissent 50, puis interpole.

CORRECTION

Les centres —

$$500 \quad ; \quad 700 \quad ; \quad 900 \quad ; \quad 1300$$

La moyenne —

$$\overline{x} = \frac{30\times500+50\times700+15\times900+5\times1300}{100} = 700$$

La médiane —

$$30 < 50 \leq 80 : \quad m = 600 + 200 \times \frac{50-30}{50} = 680$$

L'écart —

$$700 - 680 = 20$$

Les quelques hauts salaires de la dernière classe tirent la moyenne vers le haut ; la médiane, elle, n'en dépend presque pas.

PIÈGES ANTICIPÉS

`1300` → 1300 est le centre de la dernière classe. Calcule la moyenne et la médiane, puis leur différence.

`10` → Le centre de $[1000;1600[$ est $\dfrac{1000+1600}{2} = 1300$, pas 1100 : la classe est plus large que les autres.

`-20` → $680 - 700 = -20$: tu as retranché la moyenne à la médiane. Un écart entre deux nombres est positif : la moyenne dépasse la médiane de 20 dinars.

EXERCICE 77 · PRATIQUE

Les notes d'un jury de sept juges

Dans une compétition de gymnastique, sept juges ont noté un passage : $8{,}5$; 9 ; $7{,}5$; $9{,}5$; 6 ; 8 ; 9. Le règlement retire la note la plus haute et la note la plus basse, puis fait la moyenne des notes restantes. Calculer la note obtenue.

Donne la note obtenue.

Réponse attendue : `8.4`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Repère la note la plus haute et la note la plus basse, et retire-les.
2. Il reste cinq notes : fais leur moyenne.

CORRECTION

Notes retirées —

$$9{,}5 \quad \text{et} \quad 6$$

Notes restantes —

$8{,}5 + 9 + 7{,}5 + 8 + 9 = 42$

La moyenne élaguée —

$\frac{42}{5} = 8{,}4$

Une moyenne élaguée écarte les valeurs extrêmes : un juge trop sévère ou trop généreux ne fausse plus le résultat.

PIÈGES ANTICIPÉS

`8.21` → $8{,}21$ est la moyenne des sept notes. Le règlement retire d'abord la plus haute et la plus basse.

`6` → Après avoir retiré deux notes, il en reste cinq : divise par 5, pas par 7.

EXERCICE 78 · RAISONNEMENT

Un salaire qui tire la moyenne

Une petite entreprise compte six personnes dont les salaires mensuels, en dinars, sont : 600 ; 650 ; 700 ; 720 ; 780 et 4550 (celui du gérant). Calculer l'écart entre le salaire moyen et le salaire médian, arrondi au dinar.

Donne l'écart en dinars, arrondi à l'unité.

Réponse attendue : 623

INDICES, DANS L'ORDRE

1. La médiane d'un effectif pair est la moyenne des deux valeurs du milieu.
2. Calcule la moyenne des six salaires, puis retranche la médiane.

CORRECTION

La médiane —

$m = \frac{700+720}{2} = 710$

La moyenne —

$\overline{x} = \frac{8000}{6} \approx 1333{,}33$

L'écart —

$1333{,}33 - 710 \approx 623$

Cinq salaires sur six sont inférieurs à 800 dinars, mais la moyenne dépasse 1300 : une seule valeur extrême suffit à la déplacer, pas la médiane.

PIÈGES ANTICIPÉS

`623.33` / `623.3` → On demande un arrondi au dinar : donne un nombre entier.

`633.33` / `633` → Avec six salaires, la médiane est la moyenne des troisième et quatrième, 700 et 720 : 710, pas 700.

EXERCICE 79 · PRATIQUE

Trois groupes réunis

Un professeur a trois groupes : 12 élèves de moyenne 10, 18 élèves de moyenne $12{,}5$ et 10 élèves de moyenne 9. Calculer la moyenne de l'ensemble de ses 40 élèves, en valeur exacte.

Donne la moyenne exacte.

Réponse attendue : `10.875`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Effectif $\times$ moyenne donne la somme des notes d'un groupe.
2. Additionne les trois sommes et divise par l'effectif total.

CORRECTION

Les sommes —

$12 \times 10 = 120 \quad ; \quad 18 \times 12{,}5 = 225 \quad ; \quad 10 \times 9 = 90$

La moyenne —

$\frac{120+225+90}{40} = \frac{435}{40} = 10{,}875$

La formule des moyennes partielles s'étend à autant de groupes qu'on veut : chaque moyenne compte avec le poids de son effectif.

PIÈGES ANTICIPÉS

`10.5` → $10{,}5$ est la moyenne des trois moyennes. Les groupes n'ont pas le même effectif : pondère chaque moyenne par son effectif.

`10.88 / 10.9 / 10.87` → C'est une valeur approchée. Le calcul tombe juste : donne la valeur exacte.

EXERCICE 80 · RAISONNEMENT

La moyenne des garçons

Une classe de 32 élèves a obtenu une moyenne de 11 à un devoir. Les 20 filles de la classe ont une moyenne de $11{,}6$. Calculer la moyenne des garçons.

Donne la moyenne des garçons.

Réponse attendue : `10`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Calcule la somme des notes de la classe, puis celle des filles.
2. La différence est la somme des notes des garçons : combien sont-ils ?

CORRECTION

Toute la classe —

$32 \times 11 = 352$

Les filles —

$20 \times 11{,}6 = 232$

Les garçons —

$\frac{352-232}{32-20} = \frac{120}{12} = 10$

On repasse par les sommes : moyenne de la classe $\times$ effectif $=$ somme des filles $+$ somme des garçons.

PIÈGES ANTICIPÉS

`10.4` → $10{,}4$ suppose que 11 est au milieu de $11{,}6$ et de la moyenne des garçons : ce serait vrai avec autant de filles que de garçons. Repasse par les sommes.

`120` → 120 est la somme des notes des garçons. Divise-la par leur nombre, 12.

EXERCICE 81 · RAISONNEMENT

La part des filles

Dans un lycée, à un concours de mathématiques, la moyenne des filles est 13 et celle des garçons 10 ; la moyenne de l'ensemble des candidats est $11{,}8$. Calculer le pourcentage de filles parmi les candidats.

Donne le pourcentage, sans le signe $\%$.

Réponse attendue : `60`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Appelle p la proportion de filles : celle des garçons est alors $1 - p$.
2. La moyenne générale est la moyenne des deux moyennes pondérées par p et $1 - p$: écris l'équation.

CORRECTION

L'équation —

$$13p + 10(1 - p) = 11{,}8$$

La résoudre —

$$3p + 10 = 11{,}8 \iff p = 0{,}6$$

Le pourcentage —

$$p = 60\,\%$$

La moyenne générale est plus proche de 13 que de 10 : les filles sont les plus nombreuses. Pas besoin de l'effectif total, les proportions suffisent.

PIÈGES ANTICIPÉS

`40` → $40\,\%$ est la part des garçons. Vérifie à quel groupe correspond ta proportion p.

`0.6` → $0{,}6$ est la proportion de filles : on la demande en pourcentage.

EXERCICE 82 · PRATIQUE

Changer d'origine pour calculer

Les masses, en grammes, de six paquets de farine sont : 1005 ; 998 ; 1002 ; 1010 ; 995 ; 1006. En posant $y_i = x_i - 1000$, calculer la masse moyenne $\overline{x}$, en grammes, arrondie au centième.

Donne la masse moyenne en grammes, arrondie au centième.

Réponse attendue : `1002.67`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Calcule les six valeurs y_i : ce sont de petits nombres, positifs ou négatifs.

2. La moyenne de $x_i = y_i + 1000$ est $\overline{y} + 1000$.

CORRECTION

Les valeurs y —

$5 \quad ; \quad -2 \quad ; \quad 2 \quad ; \quad 10 \quad ; \quad -5 \quad ; \quad 6$

Leur moyenne —

$\overline{y} = \frac{16}{6} \approx 2{,}67$

La masse moyenne —

$\overline{x} = \overline{y} + 1000 \approx 1002{,}67$

Retrancher un même nombre à toutes les valeurs simplifie les calculs : la moyenne est décalée du même nombre, $\overline{x + b} = \overline{x} + b$.

PIÈGES ANTICIPÉS

`1002.66` → $1002{,}666\ldots$ arrondi au centième donne $1002{,}67$: le chiffre suivant est 6, on arrondit au-dessus.

`2.67` → $2{,}67$ est la moyenne $\overline{y}$. Il reste à ajouter 1000 pour revenir aux masses.

`1002.667` → On demande un arrondi au centième : deux chiffres après la virgule.

EXERCICE 83 · BASE

La moyenne des écarts

Une série a pour valeurs 3 ; 7 ; 8 ; 10, et pour moyenne 7. Calculer la moyenne des écarts $x_i - \overline{x}$.

Donne la moyenne des écarts.

Réponse attendue : `0`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Calcule les quatre écarts $x_i - 7$, en gardant leur signe.
2. Additionne-les, puis divise par 4.

CORRECTION

Les écarts —

$-4 \quad ; \quad 0 \quad ; \quad 1 \quad ; \quad 3$

Leur moyenne —

$\frac{-4+0+1+3}{4} = 0$

Les écarts positifs et négatifs se compensent toujours : leur moyenne est nulle. C'est pourquoi on mesure la dispersion avec la moyenne des carrés des écarts, la variance.

PIÈGES ANTICIPÉS

`2` → Tu as pris les écarts sans leur signe. Avec le signe, $-4 + 0 + 1 + 3 = 0$.

EXERCICE 84 · PRATIQUE

La moyenne des carrés des écarts

Les notes de cinq élèves sont 12 ; 15 ; 9 ; 14 ; 10, de moyenne 12. Calculer la moyenne des carrés des écarts à la moyenne, c'est-à-dire la variance V de cette série.

Donne la variance exacte.

Réponse attendue : `5.2`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Calcule les écarts $x_i - 12$, puis leurs carrés.
2. Fais la moyenne des cinq carrés.

CORRECTION

Les écarts —

$0 \quad ; \quad 3 \quad ; \quad -3 \quad ; \quad 2 \quad ; \quad -2$

Leurs carrés —

$0 \quad ; \quad 9 \quad ; \quad 9 \quad ; \quad 4 \quad ; \quad 4$

La variance —

$V = \frac{26}{5} = 5{,}2$

En élevant au carré, les écarts ne se compensent plus : la variance est la moyenne des carrés des écarts à la moyenne.

PIÈGES ANTICIPÉS

`0` → Sans carrés, les écarts se compensent et leur moyenne est nulle. Élève chaque écart au carré.

`26` → 26 est la somme des carrés des écarts. Divise-la par l'effectif, 5.

EXERCICE 85 · PRATIQUE

Le nombre de passagers

On a compté le nombre de personnes à bord de 20 voitures : 1 personne (2 voitures), 2 (5), 3 (8), 4 (3), 5 (2). Calculer la variance V de cette série, en valeur exacte.

Donne la variance exacte.

Réponse attendue : `1.19`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Calcule d'abord la moyenne $\overline{x}$, puis la moyenne des carrés $\dfrac{\sum n_i (x_i)^2}{n}$.
2. La variance est la moyenne des carrés moins le carré de la moyenne.

CORRECTION

La moyenne —

$\overline{x} = \frac{2+10+24+12+10}{20} = \frac{58}{20} = 2{,}9$

Moyenne des carrés —

$\frac{2\times1+5\times4+8\times9+3\times16+2\times25}{20} = \frac{192}{20} = 9{,}6$

La variance —

$V = 9{,}6 - 2{,}9^2 = 9{,}6 - 8{,}41 = 1{,}19$

$V = \dfrac{n_1(x_1)^2 + \ldots + n_p(x_p)^2}{n} - (\overline{x})^2$: n'oublie jamais le carré de la moyenne.

PIÈGES ANTICIPÉS

9.6 → $9{,}6$ est la moyenne des carrés. Il faut encore retrancher le carré de la moyenne, $2{,}9^2$.

6.7 → Tu as retranché $2{,}9$ au lieu de $2{,}9^2$: c'est le carré de la moyenne qu'on retranche.

EXERCICE 86 · RAISONNEMENT

Retrouver la somme des carrés

Une série de 25 valeurs a pour moyenne 8 et pour écart type 3. Calculer la somme des carrés des 25 valeurs.

Donne la somme des carrés : écris le nombre seul.

Réponse attendue : 1825

INDICES, DANS L'ORDRE

1. L'écart type est la racine carrée de la variance : commence par la variance.
2. Écris $V = \dfrac{\text{somme des carrés}}{25} - 8^2$ et isole la somme des carrés.

CORRECTION

La variance —

$V = 3^2 = 9$

La relation —

$9 = \frac{S}{25} - 64$

La somme des carrés —

$S = 25 \times 73 = 1825$

La formule de la variance se lit dans les deux sens : connaissant $\overline{x}$ et l'écart type, on retrouve la somme des carrés.

PIÈGES ANTICIPÉS

1675 → Tu as utilisé l'écart type 3 à la place de la variance. La variance est son carré, 9.

225 → 25×9 oublie le carré de la moyenne : la variance est la moyenne des carrés moins $\overline{x}^2$.

EXERCICE 87 · DEFI

Une valeur ajoutée à la moyenne

Une série de 9 valeurs a pour moyenne 12 et pour variance 4. On lui ajoute une dixième valeur, égale à 12. Calculer la variance de la nouvelle série.

Donne la variance exacte.

Réponse attendue : 3.6

INDICES, DANS L'ORDRE

1. La nouvelle valeur est égale à la moyenne : la moyenne change-t-elle ?
2. La variance est la moyenne des carrés des écarts : que vaut la somme des carrés des écarts des 9 premières valeurs ? Que lui ajoute la dixième ?

CORRECTION

La moyenne —

$\overline{x}' = \frac{9\times 12+12}{10} = 12$

Somme des carrés des écarts —

$9 \times 4 = 36$

La nouvelle variance —

$V' = \frac{36+(12-12)^2}{10} = 3{,}6$

Ajouter une valeur égale à la moyenne ne change pas la moyenne, mais resserre la série : la même somme des carrés des écarts est partagée entre plus de valeurs.

PIÈGES ANTICIPÉS

4 → La somme des carrés des écarts ne change pas, mais elle est divisée par 10 au lieu de 9 : la variance diminue.

EXERCICE 88 · DEFI **Deux valeurs à retrouver**

Une série est formée de deux valeurs a et b, avec $a < b$. Sa moyenne est 10 et son écart type est 3. Déterminer b.

Donne la valeur de b.

Réponse attendue : 13

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Avec deux valeurs de moyenne 10, elles sont symétriques par rapport à 10 : écris $a = 10 - d$ et $b = 10 + d$, avec $d > 0$.
2. Calcule la variance en fonction de d : les deux écarts à la moyenne valent $-d$ et d.

CORRECTION

Les deux valeurs —

$a = 10 - d \quad ; \quad b = 10 + d \quad (d > 0)$

La variance —

$V = \frac{(-d)^2+d^2}{2} = d^2$

L'écart type —

$\sqrt{d^2} = d = 3$

La valeur b —

$b = 10 + 3 = 13$

Pour deux valeurs, l'écart type est la moitié de leur différence : $a = 7$ et $b = 13$ sont à 3 de la moyenne, de part et d'autre.

PIÈGES ANTICIPÉS

11.5 → Tu as pris $b - a = 3$. Pour deux valeurs, chacune est à la distance de l'écart type de la moyenne : $b - a = 2 \times 3$.

19 → Tu as écarté b de 9 de la moyenne : 9 est la variance. L'écart type, 3, mesure l'écart à la moyenne.

EXERCICE 89 · DEFI

L'écart type de deux classes réunies

À un même devoir, une classe de 20 élèves a obtenu une moyenne de 10 avec un écart type de 2, et une classe de 30 élèves une moyenne de 12 avec un écart type de 3. Calculer l'écart type des notes des 50 élèves réunis, arrondi au centième.

Donne l'écart type arrondi au centième.

Réponse attendue : `2.82`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Pour chaque classe, retrouve la somme des carrés des notes : $n\,(V + \overline{x}^2)$.
2. Calcule la moyenne des 50 élèves, la moyenne de tous les carrés, puis la variance de l'ensemble.

CORRECTION

Sommes des carrés —

$$20 \times (4 + 100) = 2080 \quad ; \quad 30 \times (9 + 144) = 4590$$

Moyenne générale —

$$\overline{x} = \frac{200+360}{50} = 11{,}2$$

Variance —

$$V = \frac{2080+4590}{50} - 11{,}2^2 = 133{,}4 - 125{,}44 = 7{,}96$$

Écart type —

$$\sqrt{7{,}96} \approx 2{,}82$$

Les moyennes se combinent par les sommes, les variances par les sommes de carrés. L'écart type de l'ensemble, environ $2{,}82$, dépasse la moyenne pondérée des écarts types, $2{,}6$: les deux classes n'ont pas la même moyenne, et cet écart entre elles ajoute de la dispersion.

PIÈGES ANTICIPÉS

2.6 → $2{,}6$ est la moyenne des écarts types pondérée par les effectifs. Les écarts types ne se combinent pas ainsi : passe par les sommes des carrés.

7.96 → $7{,}96$ est la variance de l'ensemble. L'écart type est sa racine carrée.

EXERCICE 90 · BASE

Tout le monde gagne cinq points

Les résultats d'un test ont un écart type de $2{,}3$ points. On ajoute 5 points à chaque résultat. Calculer l'écart type des nouveaux résultats.

Donne le nouvel écart type.

Réponse attendue : `2.3`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Ajouter 5 à chaque valeur déplace la série : que deviennent les écarts à la moyenne ?
2. La moyenne augmente aussi de 5 : chaque écart $x_i - \overline{x}$ reste le même.

CORRECTION

La propriété —

$\sigma_{(x_i+b)} = \sigma_{(x_i)}$

Ici —

$\sigma' = 2{,}3$

Ajouter un même nombre à toutes les valeurs déplace la série sans l'étaler : la moyenne change, l'écart type non.

PIÈGES ANTICIPÉS

`7.3` → La moyenne augmente de 5, mais pas l'écart type : les valeurs et leur moyenne se déplacent ensemble, les écarts ne changent pas.

EXERCICE 91 · RAISONNEMENT

Des degrés Celsius aux degrés Fahrenheit

Les températures d'un mois, en degrés Celsius, ont un écart type de $2{,}5$. Une température C en degrés Celsius s'écrit $F = 1{,}8\,C + 32$ en degrés Fahrenheit. Calculer l'écart type de ces températures exprimées en degrés Fahrenheit.

Donne l'écart type en degrés Fahrenheit : écris le nombre seul.

Réponse attendue : `4.5`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. La conversion est une application affine $x \mapsto a\,x + b$: identifie a et b.
2. Seul le coefficient a agit sur l'écart type.

CORRECTION

L'application —

$a = 1{,}8 \quad ; \quad b = 32$

L'écart type —

$\sigma_F = |1{,}8| \times 2{,}5 = 4{,}5$

L'écart type de $(a\,x_i + b)$ est $|a|\,\sigma$: le changement d'unité multiplie la dispersion, le décalage de 32 ne la change pas.

PIÈGES ANTICIPÉS

`36.5` → Tu as converti l'écart type comme une température, en ajoutant 32. Ajouter 32 à toutes les valeurs ne change pas leur dispersion.

`8.1` → L'écart type est multiplié par $|a| = 1{,}8$, pas par a^2 : c'est la variance qui est multipliée par a^2.

EXERCICE 92 · RAISONNEMENT

Une note qui baisse avec les fautes

Dans une dictée, la note y d'un élève est calculée à partir de son nombre x de fautes par $y = 20 - 1{,}5\,x$. Dans une classe, le nombre de fautes a pour moyenne $4{,}2$ et pour écart type $1{,}6$. Calculer l'écart type des notes de la classe.

Donne l'écart type des notes.

Réponse attendue : `2.4`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. La note est une application affine du nombre de fautes : $y = a\,x + b$ avec $a = -1{,}5$ et $b = 20$.
2. Un écart type n'est jamais négatif : regarde bien la propriété, avec la valeur absolue.

CORRECTION

L'application —

$a = -1{,}5 \quad ; \quad b = 20$

L'écart type —

$\sigma_y = |a| \times \sigma_x = 1{,}5 \times 1{,}6 = 2{,}4$

Avec $a < 0$, la série est retournée, mais sa dispersion est multipliée par $|a|$. La moyenne, elle, vaut $20 - 1{,}5 \times 4{,}2 = 13{,}7$.

PIÈGES ANTICIPÉS

`-2.4` → Un écart type est toujours positif : on multiplie par $|a| = 1{,}5$, pas par $a = -1{,}5$.

`17.6` → Tu as transformé l'écart type comme une note, avec $20 - 1{,}5 \times 1{,}6$. Le terme 20 déplace les notes sans changer leur dispersion.

`13.7` → $13{,}7$ est la moyenne des notes. On demande leur écart type.

EXERCICE 93 · PRATIQUE

La variance d'une série par classes

Les durées, en minutes, que 20 clients ont passées dans une boutique se répartissent ainsi : $[0;10[$: 3 ; $[10;20[$: 7 ; $[20;30[$: 6 ; $[30;40[$: 4. Calculer la variance V de cette série, en remplaçant chaque classe par son centre, en valeur exacte.

Donne la variance exacte.

Réponse attendue : `94.75`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Les centres des classes sont 5, 15, 25 et 35 : calcule la moyenne avec eux.
2. Calcule ensuite la moyenne des carrés des centres, pondérée par les effectifs, et retranche le carré de la moyenne.

CORRECTION

La moyenne —

$\overline{x} = \frac{3\times5+7\times15+6\times25+4\times35}{20} = \frac{410}{20} = 20{,}5$

Moyenne des carrés —

$\frac{3\times25+7\times225+6\times625+4\times1225}{20} = \frac{10\,300}{20} = 515$

La variance —

$V = 515 - 20{,}5^2 = 515 - 420{,}25 = 94{,}75$

Pour une série continue, on calcule la variance avec la même formule, en prenant pour x_i les centres des classes.

PIÈGES ANTICIPÉS

`515` → 515 est la moyenne des carrés. Il faut encore retrancher le carré de la moyenne.

EXERCICE 94 · RAISONNEMENT

L'écart type des âges

Les âges des 50 membres d'une association se répartissent ainsi : $[5;15[$: 8 ; $[15;25[$: 12 ; $[25;35[$: 20 ; $[35;45[$: 10. En remplaçant chaque classe par son centre, calculer l'écart type de cette série, arrondi au centième.

Donne l'écart type arrondi au centième.

Réponse attendue : `9.75`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Calcule la moyenne avec les centres 10, 20, 30 et 40.
2. Calcule la variance avec la moyenne des carrés, puis prends sa racine carrée.

CORRECTION

La moyenne —

$\overline{x} = \frac{80+240+600+400}{50} = 26{,}4$

Moyenne des carrés —

$\frac{800+4800+18\,000+16\,000}{50} = 792$

La variance —

$V = 792 - 26{,}4^2 = 95{,}04$

L'écart type —

$\sqrt{95{,}04} \approx 9{,}75$

L'écart type s'exprime dans la même unité que les valeurs : environ $9{,}75$ ans autour d'une moyenne de $26{,}4$ ans.

PIÈGES ANTICIPÉS

`95.04` → $95{,}04$ est la variance. L'écart type est sa racine carrée.

`9.74` → $\sqrt{95{,}04} = 9{,}748\ldots$: arrondi au centième, cela donne $9{,}75$.

`9.749` / `9.7488` → On demande un arrondi au centième : deux chiffres après la virgule.

Maths à la carte ABDELKADER HAMMAMI

EXERCICE 95 · DEFI

Les clients de la boulangerie

Un relevé du nombre de clients servis par heure dans une boulangerie, sur 10 heures, donne : 16 ; 11 ; 24 ; 12 ; 15 ; 8 ; 14 ; 13 ; 15 ; 12. Calculer le pourcentage des valeurs comprises entre $\overline{x} - \sigma$ et $\overline{x} + \sigma$, où $\overline{x}$ est la moyenne et σ l'écart type de la série.

Donne le pourcentage, sans le signe $\%$.

Réponse attendue : `80`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Calcule d'abord la moyenne, puis la variance par la moyenne des carrés des écarts.
2. L'écart type tombe juste : déduis-en les bornes de l'intervalle, puis compte les valeurs, bornes comprises.

CORRECTION

La moyenne —

$\overline{x} = \frac{140}{10} = 14$

La variance —

$V = \frac{4+9+100+4+1+36+0+1+1+4}{10} = 16$

L'intervalle — L'écart type est $\sqrt{16} = 4$: l'intervalle va de $14 - 4$ à $14 + 4$.

$[10; 18]$

Le pourcentage — Seules 24 et 8 en sortent.

$\frac{8}{10} = 80\,\%$

Moyenne et écart type délimitent une zone « autour de la moyenne » ; une grande partie des valeurs s'y trouve, ici $80\,\%$.

PIÈGES ANTICIPÉS

`90` → $90\,\%$ est la part des valeurs entre $\overline{x} - 2\sigma$ et $\overline{x} + 2\sigma$, de 6 à 22. On demande l'intervalle à un seul écart type.

`100` → Tu as pris la variance 16 pour l'écart type. L'écart type est sa racine carrée, 4.

EXERCICE 96 · RAISONNEMENT

Meilleur partout, moins bon au total

Au baccalauréat, le lycée P a présenté 200 filles (160 admises) et 50 garçons (35 admis). Le lycée Q a présenté 60 filles (51 admises) et 200 garçons (150 admis). Le taux de réussite du lycée P est de $78\,\%$. Calculer le taux de réussite global du lycée Q, en pourcentage, arrondi au dixième.

Donne le pourcentage arrondi au dixième, sans le signe $\%$.

Réponse attendue : `77.3`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Le taux global se calcule avec le nombre total d'admis et le nombre total de présentés du lycée Q.
2. Compare ensuite, catégorie par catégorie, les taux des deux lycées.

CORRECTION

Admis du lycée Q —

$51 + 150 = 201$ sur 260

Le taux global —

$\frac{201}{260} \approx 77{,}3\,\%$

Par catégorie — Filles : $85\,\%$ à Q contre $80\,\%$ à P ; garçons : $75\,\%$ à Q contre $70\,\%$ à P.

$\frac{201}{260} \approx 77{,}3\,\%$

Le lycée Q réussit mieux dans chaque catégorie, mais moins bien au total : il présente surtout des garçons, la catégorie qui réussit le moins. C'est l'effet de structure.

PIÈGES ANTICIPÉS

`80` → $80\,\%$ est la moyenne des taux $85\,\%$ et $75\,\%$. Les deux catégories n'ont pas le même effectif : reviens au nombre total d'admis.

`77.31 / 77.308` → On demande un arrondi au dixième : un seul chiffre après la virgule.

EXERCICE 97 · DEFI

Combien de patients dans le second service ?

Dans un hôpital, le service X a soigné 300 patients, dont $90\,\%$ ont guéri. Le service Y a soigné n patients, dont $60\,\%$ ont guéri. Pour l'ensemble des deux services, le taux de guérison est de $80\,\%$. Déterminer n.

Donne le nombre de patients du service Y.

Réponse attendue : `150`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Exprime le nombre total de guérisons en fonction de n, puis le nombre total de patients.
2. Le quotient doit valoir $0{,}8$: écris l'équation et résous-la.

CORRECTION

Les guérisons —

$300 \times 0{,}9 + 0{,}6\,n = 270 + 0{,}6\,n$

L'équation —

$270 + 0{,}6\,n = 0{,}8\,(300 + n)$

La résoudre —

$270 + 0{,}6\,n = 240 + 0{,}8\,n \iff 30 = 0{,}2\,n$

La solution —

$n = 150$

Le taux global, $80\,\%$, est plus près de $90\,\%$ que de $60\,\%$: le service X pèse deux fois plus, avec 300 patients contre 150.

PIÈGES ANTICIPÉS

`300` → Avec 300 patients dans chaque service, le taux global serait $75\,\%$, la moyenne des deux taux. Écris l'équation sur les guérisons.

`450` → 450 est le nombre total de patients des deux services. On demande celui du service Y.

EXERCICE 98 · DEFI

Tous augmentés, et pourtant…

En 2023, une entreprise employait 80 ouvriers au salaire moyen de 600 dinars et 20 cadres au salaire moyen de 1500 dinars. En 2024, elle emploie 120 ouvriers au salaire moyen de 630 dinars et 10 cadres au salaire moyen de 1575 dinars : les deux salaires moyens ont augmenté de $5\,\%$. Calculer le salaire moyen de l'ensemble du personnel en 2024, arrondi au dinar.

Donne le salaire moyen en dinars, arrondi à l'unité.

Réponse attendue : `703`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Calcule la masse salariale de chaque catégorie en 2024 : effectif × salaire moyen.
2. Divise la masse salariale totale par l'effectif total, puis compare au salaire moyen de 2023.

CORRECTION

Masses salariales 2024 —

$120 \times 630 = 75\,600 \quad ; \quad 10 \times 1575 = 15\,750$

En 2023 — Avec les effectifs de 2023, le salaire moyen était :

$\frac{80\times600+20\times1500}{100} = \frac{78\,000}{100} = 780$

Salaire moyen 2024 — En 2024, il baisse donc, de 780 à environ 703 dinars.

$\frac{91\,350}{130} \approx 702{,}69 \approx 703$

Chaque catégorie gagne $5\,\%$, mais le salaire moyen global baisse : la part des cadres, mieux payés, a diminué. C'est un effet de structure.

PIÈGES ANTICIPÉS

`819` → $819 = 780 \times 1{,}05$ suppose que la composition du personnel n'a pas changé. Or il y a plus d'ouvriers et moins de cadres : recalcule avec les effectifs de 2024.

`702` → $702{,}69$ arrondi au dinar donne 703 : le chiffre des dixièmes est 6.

`1102.5` → $1102{,}5$ est la moyenne des deux salaires moyens. Les catégories n'ont pas le même effectif : pondère par les effectifs.

EXERCICE 99 · PRATIQUE

Un dé simulé à la calculatrice

Pour simuler le lancer d'un dé cubique équilibré, on calcule la partie entière de $6 \times \mathrm{Ran\#}$, augmentée de 1. La calculatrice affiche $\mathrm{Ran\#} = 0{,}7341$. Déterminer la face du dé obtenue.

Donne la face obtenue.

Réponse attendue : `5`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Calcule d'abord $6 \times 0{,}7341$.

2. Prends la partie entière du résultat, sans arrondir, puis ajoute 1.

CORRECTION

Le produit —

$6 \times 0{,}7341 = 4{,}4046$

La partie entière —

$E(4{,}4046) = 4$

La face —

$4 + 1 = 5$

La partie entière de $6 \times \text{Ran\#}$ prend les valeurs 0 à 5 ; en ajoutant 1, on obtient un entier de 1 à 6, chacun avec la même chance.

PIÈGES ANTICIPÉS

`4` → 4 est la partie entière de $6 \times \text{Ran\#}$. Il faut encore ajouter 1, sinon on obtiendrait des faces de 0 à 5.

`5.4046` / `5.4` → La face d'un dé est un entier : prends la partie entière de $4{,}4046$ avant d'ajouter 1.

EXERCICE 100 · RAISONNEMENT

Quand le dé simulé donne six

On simule un dé avec la partie entière de $6 \times \text{Ran\#}$, augmentée de 1, où Ran# est un nombre de l'intervalle $[0\,;1[$. Déterminer, en valeur exacte, la plus petite valeur de Ran# pour laquelle la face obtenue est 6.

Donne la valeur exacte, sous forme de fraction irréductible.

Réponse attendue : `5/6`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. La face vaut 6 lorsque la partie entière de $6 \times \text{Ran\#}$ vaut 5.
2. La partie entière d'un nombre t vaut 5 lorsque $5 \leq t < 6$: résous cette double inégalité pour $t = 6 \times \text{Ran\#}$.

CORRECTION

La condition —

$E(6 \times \text{Ran\#}) = 5 \iff 5 \leq 6 \times \text{Ran\#} < 6$

En divisant par 6 —

$\frac{5}{6} \leq \text{Ran\#} < 1$

La plus petite valeur —

$\frac{5}{6}$

Chaque face correspond à un intervalle de longueur $\frac{1}{6}$: la face 6 à $\left[\frac{5}{6}\,;1\right[$. C'est pourquoi les six faces ont la même chance.

PIÈGES ANTICIPÉS

`0.83` / `0.833` / `0.8333` / `0.8` → C'est une valeur approchée : on demande la valeur exacte, sous forme de fraction.

`1/6` → $\frac{1}{6}$ est la plus petite valeur qui donne la face 2. Pour la face 6, la partie entière doit valoir 5.

EXERCICE 101 · DEFI

La vitesse moyenne d'un aller-retour

Un automobiliste fait l'aller d'un trajet de 120 kilomètres à la vitesse moyenne de 60 kilomètres par heure, et le retour à 40 kilomètres par heure. Calculer sa vitesse moyenne sur l'aller-retour, en kilomètres par heure.

Donne la vitesse moyenne : écris le nombre seul.

Réponse attendue : `48`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. La vitesse moyenne est la distance totale divisée par la durée totale.
2. Calcule la durée de l'aller et celle du retour.

CORRECTION

Les durées —

$\frac{120}{60} = 2\ \text{h}$; $\frac{120}{40} = 3\ \text{h}$

La vitesse moyenne —

$\frac{120+120}{2+3} = \frac{240}{5} = 48$

Le retour, plus lent, dure plus longtemps : il pèse davantage. La moyenne des deux vitesses, 50, est un piège.

PIÈGES ANTICIPÉS

`50` → 50 est la moyenne des deux vitesses. Mais l'automobiliste roule 3 heures à 40 et seulement 2 heures à 60 : divise la distance totale par la durée totale.

EXERCICE 102 · DEFI

Un taux annuel moyen

Le prix d'un article a augmenté de $21\,\%$ en deux ans. On suppose qu'il a augmenté du même pourcentage t chaque année. Calculer ce pourcentage annuel.

Donne le pourcentage, sans le signe $\%$.

Réponse attendue : `10`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Une hausse de t multiplie le prix par $1+t$; deux hausses successives le multiplient par $(1+t)^2$.
2. Une hausse de $21\,\%$ correspond au coefficient $1{,}21$: de quel nombre positif est-il le carré ?

CORRECTION

Les coefficients —

$(1+t)^2 = 1{,}21$

La racine —

$$1 + t = \sqrt{1{,}21} = 1{,}1$$

Le pourcentage —

$$t = 0{,}1 = 10\,\%$$

Des hausses successives se multiplient : le taux moyen n'est pas la moitié du taux global. C'est le même piège que la balance truquée, où la bonne moyenne est une racine carrée.

PIÈGES ANTICIPÉS

`10.5` → $10{,}5\,\%$ par an donnerait $1{,}105^2 \approx 1{,}221$, soit plus de $22\,\%$: les hausses successives se multiplient, elles ne s'ajoutent pas.

EXERCICE 103 · DEFI

Revenir au prix de départ

Le prix d'un appareil augmente de $25\,\%$. Calculer le pourcentage de baisse qu'il faut ensuite appliquer pour revenir au prix initial.

Donne le pourcentage de baisse, sans le signe

Réponse attendue : `20`

INDICES, DANS L'ORDRE

1. Après la hausse, le prix est multiplié par $1{,}25$: par quel coefficient faut-il le multiplier pour revenir au départ ?
2. Un coefficient multiplicateur $k < 1$ correspond à une baisse de $(1 - k) \times 100\,\%$.

CORRECTION

Le coefficient de retour —

$$1{,}25 \times k = 1 \iff k = \frac{1}{1{,}25} = 0{,}8$$

La baisse —

$$(1 - 0{,}8) \times 100 = 20$$

Une hausse de $25\,\%$ ne s'annule pas par une baisse de $25\,\%$: la baisse porte sur un prix plus élevé. Les pourcentages successifs se combinent par multiplication.

PIÈGES ANTICIPÉS

`25` → Une baisse de $25\,\%$ multiplierait par $0{,}75$: $1{,}25 \times 0{,}75 = 0{,}9375$, on ne revient pas au prix initial.
